

תרגיל בית 1

להגשה עד 8.11.21 בשעה 23:50

בהצלחה!

תרגיל זה מנוסח בלשון זכר מטעמי נוחות בלבד והוא מיועד לכל המגדרים.

הוראות הגשה:

1. הגשת התרגיל היא בזוגות בלבד (למעט סטודנטים שאושר להם באופן רשמי).
2. רק בן זוג אחד צריך להגיש את התרגיל. הגשת התרגיל במקום המיועד במודל בלבד.
3. קובץ ההגשה חייב להיות בפורמט pdf בלבד.
4. שם הקובץ המוגש יהיה בפורמט הבא בלבד: EX1_ID1_ID2. כאשר ID1 ו ID2 אלו מספרי תעודות הזהות של בני הזוג.

הערות חשובות:

1. בתרגיל בית זה, לכל שאלה יש לספק הסברים (יש לספק הוכחות רק אם נדרש). תשובות ללא הוכחות מלאות והסברים יזכו בניקוד חלקי או לא יזכו בניקוד כלל.
2. במידה ותרגיל הבית מוגש בכתב יד יש לוודא כי הכתב קריא. פתרון לא קריא יפסל.
3. יש לוודא את איכות הסריקה לפני ההגשה, פתרון המכיל סריקה לא ברורה יפסל.

שאלה 1 - סימונים אסימפטוטיים:

הוכח/הפרד על פי הגדרה. ניתן להשתמש בכל מה שנלמד בהרצאות ובתרגולים אך אין להשתמש בהגדרה באמצעות גבול של סימונים אסימפטוטיים.

1. בהינתן כי $f(n) = 2^n$ ו $g(n) = a^n$ כאשר $a > 2$ פרמטר כלשהו, אזי $f(n) = o(g(n))$.

2. בהינתן כי $f(n) = \lg(n!)$ ו $g(n) = n \lg(n)$, אזי $f(n) = \Theta(g(n))$.

3. בהינתן כי $f(n) = \lg(n^5 \lg(n))$ ו $g(n) = \lg(n)$ אזי $f(n) = \Theta(g(n))$.

4. בהינתן כי $f(n) = \sum_{i=1}^{\lfloor \lg(n) \rfloor} \lg(2^i)$ ו $g(n) = \lg^2(n)$ אזי $f(n) = \Theta(g(n))$.

5. בהינתן כי $f(n) = \sum_{i=1}^{\lfloor \lg(n) \rfloor} 2^i$ ו $g(n) = n$ אזי $f(n) = \Theta(n)$.

6. בהינתן כי $f(n) = \sum_{i=1}^{\lfloor \lg(\lg(n)) \rfloor} 2^i$ ו $g(n) = \log n$ אזי $f(n) = \Omega(g(n))$.

7. יהיו $f(n), g(n)$ פונקציות אסימפטוטית חיוביות. אם $g(n) = \omega(f(n))$ אזי $f(n) + g(n) = \Theta(g(n))$.

שאלה 2 - פונקציית זמן הריצה של אלגוריתם

בשאלה זו הפונקציה T היא פונקציית זמן הריצה. כל הפונקציות בשאלה הן אסימפטוטית חיוביות. רשום נכון/לא נכון והסבר

1. נתון אלגוריתם A כלשהו. אם קיים קבוע $c > 0$ כך שלכל $n \in \mathbb{Z}_{>0}$, קיים אינסטנס I , $|I| = n$, כך ש $T_A(I) \geq cg(n)$ אזי $T_A(n) = \Omega(g(n))$.

2. נתון אלגוריתם A כלשהו. אם קיימים קבועים $c, n_0 > 0$ כך שלכל $n \geq n_0$, קיים אינסטנס I , $|I| = n$, כך ש $T_A(I) \leq cn^2$ אזי $T_A(n) = \Omega(n)$.

3. נתון אלגוריתם A כלשהו. אם קיימים קבועים $c, n_0 > 0$ כך שלכל $n \geq n_0$, ולכל אינסטנס I , $|I| = n$ מתקיים ש $T_A(I) < cg(n)$ אזי $T_A(n) = O(g(n))$.

4. נתון אלגוריתם A כלשהו. אם קיים קבוע $c > 0$ כך שלכל $n_0 > 0$, קיים $n \geq n_0$, כך שלכל אינסטנס I , $|I| = n$, מתקיים $T_A(I) \leq cn^2$ אזי $T_A(n) = O(n^2)$.

שאלה 3 - חישוב סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתמים

בשאלה זו $c > 0$ הינו קבוע חיובי. חשב חסם אסימפטוטי הדוק, Θ . יש להציג את החסם ללא שימוש בסכום.

$Alg_3(n)$

```
1:  $i = 2, j = n$ 
2: while  $i < j$  do
3:   if  $i < 30$  then
4:      $i = i^c$ 
5:   else
6:      $j = \sqrt[c]{j}$ 
```

שאלה 4 - חישוב סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתמים

בשאלה זו הקלט לאלגוריתם הוא שני מערכים A ו B עם אותו מספר של איברים. חשב חסם אסימפטוטי הדוק, Θ . יש להציג את החסם ללא שימוש בסכום.

$Alg_4(A, B)$

```
1:  $n = A.length$ 
2: if  $n < 10^6$  then
3:   print SMALL
4: else
5:   print  $B[1]$ 
6:    $sum = 0$ 
7:   for  $i = 1$  to  $10^6$  do
8:      $sum = sum + A[i] + B[i]$ 
9:   if  $sum < 10^{20}$  then
10:    print  $sum$ 
11:  else
12:    for  $i = 1$  to  $n$  do
13:      for  $j = 1$  to  $n$  do
14:         $A[i] = A[i] + B[j]$ 
```

שאלה 5 - חישוב סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתמים
חשב חסם אסימפטוטי הדוק, Θ . יש להציג את החסם ללא שימוש בסכום.

Alg_5(n)

```
1:  $k = 0, x = 0, y = 0$ 
2: for  $i = 1$  to  $2n$  do
3:   for  $j = 0$  to  $i^2$  do
4:      $k+ = 1$ 
5:    $t = k$ 
6:   while  $t \geq 0$  do
7:     print  $t$ 
8:      $y = y + x$ 
9:      $x = x + 2$ 
10:   print  $x$ 
11:   print  $y$ 
12:    $t = t - 0.5$ 
```
