

רלוּגְרָמִים

: 1 מילון

$$f(x) = \theta x^{\theta-1} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad \theta > 0$$

$$H_0: \theta_0 = 3$$

$$H_1: \theta_1 = 2$$

$$-\sum_{i=1}^{n=10} \ln(x_i) = 5.13$$

$\alpha = 0.01$ מבחן נורמל שיטתי

(1c)

$$\begin{aligned} f_y(y) &= f_x(h^{-1}(y)) \cdot (h'(y))' \\ &+ \theta e^{-y(\theta-1)} \cdot -y \\ &+ \theta e^{-y(\theta-1-1)} \end{aligned}$$
$$f_y(y) = +\theta e^{-y \cdot \theta}$$
$$(+\theta) e^{-y \cdot \theta}$$

$$\begin{aligned} y_i &= -\ln(x_i) \quad \text{ז'ז} \\ y &= h(x) = -\ln(x) \\ h(x) &= +x \\ x &= h^{-1}(y) = e^y \\ (h^{-1}(y))' &= -e^y \end{aligned}$$

$$y \sim \exp(+\theta)$$

$$\begin{aligned} \lambda(y_1, \dots, y_n) &= \frac{f_x(y_1, \dots, y_n)}{f_0(y_1, \dots, y_n)} = \frac{\prod_{i=1}^n (-3) e^{-3 y_i}}{\prod_{i=1}^n (-2) e^{-2 y_i}} \\ &= \left(\frac{-3}{-2}\right)^n e^{-(3-2) \sum_{i=1}^n y_i} = \left(\frac{3}{2}\right)^n e^{-\sum_{i=1}^n y_i} > k_\alpha \end{aligned}$$

גנריון - $\lambda(x) > c_\alpha$ מילוי ה H_0 מילוי ה H_1
 מילוי ה H_0 מילוי ה H_1 מילוי ה H_1 מילוי ה H_0
 $\sum_{i=1}^n y_i > c_\alpha$ מילוי ה H_0 מילוי ה H_1 מילוי ה H_1
 c_α מילוי ה H_1 מילוי ה H_0

$$\alpha = P_{H_0}(r_{2\theta} > H_0) = P_{H_0}\left(\sum_{i=1}^n y_i > c_\alpha\right)$$

$$P_{H_0}\left(+2\theta_0 \sum_{i=1}^n y_i > +2\theta_0 c_\alpha\right) \xrightarrow{+2\theta_0 \sum_{i=1}^n y_i \sim \text{Gamma}(n, \frac{1}{2})} \chi^2_{(2n)}$$

$$= P_{H_0}\left(\chi^2_{(2n)} < +2\theta_0 c_\alpha\right) = 1 - P_{H_0}\left(\chi^2_{(2n)} \leq +2\theta_0 c_\alpha\right)$$

$$\Rightarrow 1 - \alpha = P_{H_0}\left(\chi^2_{(2n)} \leq +2\theta_0 c_\alpha\right)$$

$$\chi^2_{(2n)}, 1 - \alpha = +2\theta_0 c_\alpha$$

$$\frac{\chi^2_{(2n)}, 1 - \alpha}{+2\theta_0} = c_\alpha$$

$$c_\alpha = \frac{\chi^2_{(20)}, 0.99}{+2 \cdot 3} = \frac{\chi^2_{(20)}, 0.99}{+6} = +6 \cdot 26$$

$$-\sum_{i=1}^{10} \ln(y_i) > c_\alpha = 6 \cdot 26 \quad : H_0 \text{ מילוי } H_1$$

$$-\sum_{i=1}^{10} \ln(y_i) < c_\alpha = 6 \cdot 26 \quad : H_0 \text{ מילוי } H_0$$

$$\therefore H_0 \text{ מילוי } H_0 \quad y_C - \sum_{i=1}^{10} \ln(y_i) = 5.13 < 6 \cdot 26 \quad \text{כפנ'ו} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 P_{\text{value}} &= P_{H_0} \left(-\sum_{i=1}^n \ln(x_i) > 5.13 \right) = P_{H_0} \left(2\Theta_1 - \sum_{i=1}^n \ln(x_i) > 5.13 + 2\Theta_0 \right) \\
 &= 1 - P_{H_0} \left(X_{(2n)}^2 \leq 5.13 + 2\Theta_0 \right) = 1 - P_{H_0} \left(X_{(2n)}^2 \leq 30.78 \right) = \\
 &\quad \downarrow -2\Theta_0 \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \sim \chi^2_{(2n)}
 \end{aligned}$$

$$1 - F_{X_{(2n)}^2}(30.78) = 1 - \text{pchiSf}(30.78, 2n) = 0.0581$$

$$\Pi = P_{H_1}(\text{rej } H_0) = P_{H_1} \left(-\sum_{i=1}^n \ln(x_i) > 6.26 \right)$$

$$\begin{aligned}
 P_{H_1} \left(2\Theta_1 - \sum_{i=1}^n \ln(x_i) > 2\Theta_1 - 6.26 \right) &= \\
 &\quad \downarrow -2\Theta_1 \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \sim \chi^2_{(2n)}
 \end{aligned}$$

$$P_{H_1} \left(X_{(2n)}^2 > 2\Theta_1 - 6.26 \right) = 1 - P(X_{(2n)}^2 \leq 25.04)$$

$$= 1 - F_{X_{(2n)}^2}(25.04) = 1 - \text{pchiSf}(25.04, 2n) = 0.189$$

רבדה נבנין מילוי תוצאות נסיעה רכשו

$$\begin{aligned}
 \text{רבדה נבנין מילוי תוצאות נסיעה רכשו} & \quad \Theta_1 - \Theta_0 < 0 \quad \text{רבדה נבנין מילוי תוצאות נסיעות רכשו} \\
 & \quad \Theta_1 - \Theta_0 = 3 \quad \text{רבדה נבנין מילוי תוצאות נסיעות רכשו}
 \end{aligned}$$

$$N(x) = f(x) / \sqrt{n} - (\Theta_1 - \Theta_0) \sum_{i=1}^n \ln(x_i)$$

$$\frac{f_0(x)}{f_1(x)} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \cdot C$$

$$\Theta_1 - \Theta_0 < 0 \text{ ו } \sum_{i=1}^n \ln(x_i) > \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \text{ ו } H_0 \text{ לא מתקיים}$$

לפנינו אובייקט שמשתמש בגרף כדי לחשוף נסחאות נזילות או מוגבלות.

בנוסף לדוגמה שבסוף היראה מוצגת נוספת מוגבלת יותר.

הנחת הלא נכונה $\Theta_1 < \Theta_0$ מוגדרת כטענה לא נכונה מוגבלת.

$$\begin{aligned} \Pi(\lambda, \Theta_1) &= P_{H_1}(\text{reject } H_0) = P_{H_1}\left(-\sum_{i=1}^n \ln(x_i) > c_\lambda\right) \\ &= P_{H_1}(X_{(an)}^2 > c_\lambda \cdot 2\Theta_1) = 1 - P_{H_1}(X_{(an)}^2 \leq c_\lambda \cdot 2\Theta_1) \\ &= 1 - F_{X_{(an)}^2}(c_\lambda \cdot 2\Theta_1) = 1 - F_{X_{(an)}^2}(2\Theta_1, c_\lambda) \end{aligned}$$

לעתים קיימת נסחאות מוגבלות מוגבלת c_λ ו- β מוגדרות כ-

א. $F_T(x) \Leftrightarrow F_{\omega_n}(Kx)$
 ב. $P(\omega_n \leq Kx) = F_{\omega_n}(Kx)$
 ג. $f_T(x) = f_{\omega_n}(Kx) \cdot K$

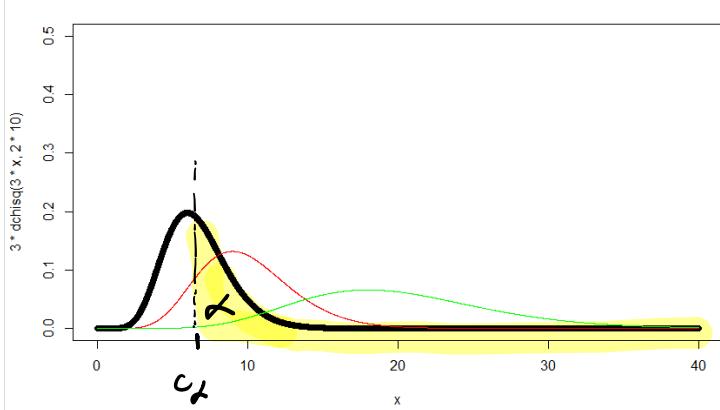
$$F_T(x) = P(T \leq x) = P\left(\frac{\omega_n}{K} \leq x\right) = \cdot 1(1)$$

$$P(\omega_n \leq Kx) = F_{\omega_n}(Kx)$$

$$F_T(x) = F_{\omega_n}(Kx) \quad \text{כ. מ.צ. ו.פ. ק.}$$

$$\frac{\partial F_T(x)}{\partial x} = f_T(x) = (F_{\omega_n}(Kx))' = f_{\omega_n}(Kx) \cdot K$$

ב. כ. מ.צ. ו.פ. ק. ס. ו.ב. ו.ב. ו.ב.
 $\Theta_1 < 3 = \Theta_0$ ו.ב. ו.ב. ו.ב.



$$H_0: \Theta = 3$$

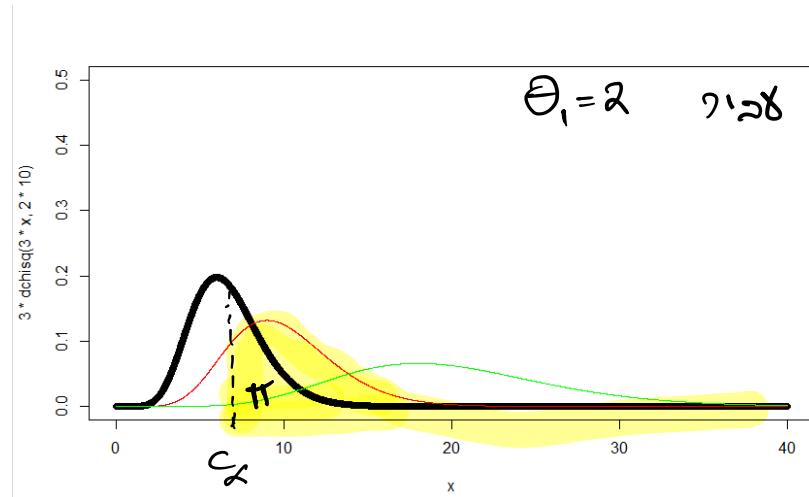
$$H_1: \Theta = 2$$

$$H_1: \Theta = 1$$

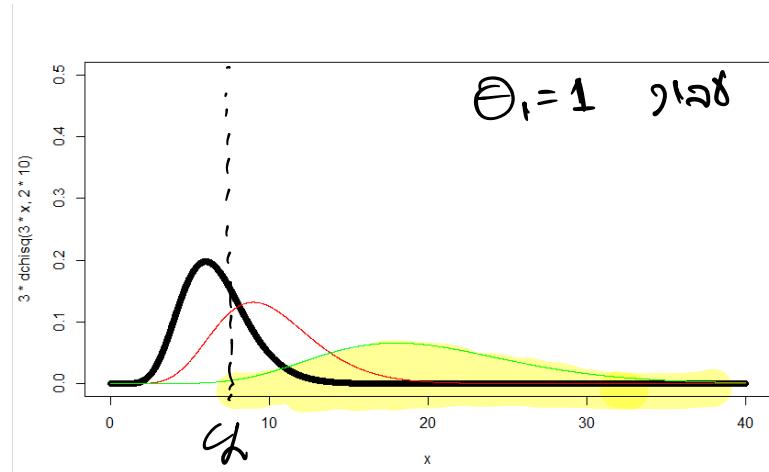
. H_0 ו.ב. ו.ב. ו.ב.

$$\Delta = P_{H_0}(r_2 | H_0)$$

ההיפטזה מוגדרת כ H_0 ו H_1 בפונקציית הצפיפות $f(x)$ ו π .



$$\Pi = P_{H_0}(\text{reject } H_0)$$



ההיפטזה מוגדרת כ H_0 ו H_1 כפונקציית הצפיפות $f(x)$ ו π .

ההיפטזה מוגדרת כ H_0 ו H_1 כפונקציית הצפיפות $f(x)$ ו π .

$$E_{H_1}(\phi_D(x_1, \dots, x_n)) = P_{H_1}(\text{rej } H_0)$$

$$= \pi(\alpha=0.01, \Theta_1=1.8) = 1 - F_{\chi^2_{(20)}}(20, \alpha)$$

\downarrow
8.801

$$= 1 - F_{\chi^2_{(20)}}(2+1.8+6.26)$$

$$= 1 - \text{pchisq}(22.536, 20)$$

$$= 0.312$$

```

> set.seed(9597)
> T_0=3
> T_1=2
> C=6.26
> x_0=rep(0, num_samples)
> x_1=rep(0, num_samples)
> p_0=rep(0, num_samples)
> p_1=rep(0, num_samples)
> n=10
> num_samples=50000
> for (i in 1:num_samples){
+ sample_0=rbeta(n,T_0,1)
+ sample_1=rbeta(n,T_1,1)
+ p_0[i]=-sum(log(sample_0))
+ p_1[i]=-sum(log(sample_1))
+
+ if(p_0[i]>C) x_0[i]=1
+ if(p_1[i]>C) x_1[i]=1
> alpha=sum(x_0)/num_samples
> alpha
[1] 0.01012 =  $\alpha$ 
> p_value=1-pchisq(2*T_0*mean(p_0), 20)
> p_value
[1] 0.4576941
> power=1-pchisq(2*T_1*C, 20)
> power
[1] 0.1999051 =  $\pi$ 
>

```

: 3 סימול

(k)

$$H_0: P(X) = P_0(X)$$

$$H_1: P(X) \in \{P_1(X), P_2(X), P_3(X)\}$$

לכידת כוונת ה蕡ה נסמן
 $\alpha = \frac{1}{5}$ כלאור מאגרי נתונים

X	$\lambda_1(X)$	$\lambda_2(X)$	$\lambda_3(X)$
0	$\frac{0.63}{0.2}$	$\frac{0.55}{0.2}$	$\frac{0.42}{0.2}$
1	$\frac{0.17}{0.2}$	$\frac{0.1}{0.2}$	$\frac{0.15}{0.2}$
2	$\frac{0.11}{0.2}$	$\frac{0.25}{0.2}$	$\frac{0.2}{0.2}$
3	$\frac{0.05}{0.2}$	$\frac{0.03}{0.2}$	$\frac{0.1}{0.2}$
4	$\frac{0.04}{0.2}$	$\frac{0.07}{0.2}$	$\frac{0.13}{0.2}$

איך נרמזו את $\lambda_1(x)$ במתמטיקה? נאמר $\lambda_1(x) = \frac{1}{5}$
 או $\lambda_1(x) = \frac{1}{5}x$ ו x מציין נסיגה כירובית.
 $\lambda_1(x)$ מוגדרת $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

למבחן $\lambda_1(x)$:

$$H_0: x \in \{0\}$$

$$H_1: x \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\lambda_1(x) = \frac{1}{5}x \text{ כירובית}$$

$$H_0: x \in \{0, 1\}$$

$$H_1: x \in \{2, 3, 4\}$$

$$\lambda_1(x) = \frac{2}{5}x \text{ כירובית}$$

$$0, 1, 2, 3 : \text{למבחן } \lambda_2(x)$$

היפוטזה H_0 היא $\lambda_2(x) = \frac{1}{5}x$ כירובית

$$H_0: x \in \{0, 2\}$$

$$H_1: x \in \{1, 3\}$$

$$0, 1, 2, 3 : \lambda_2(x)$$

. $\lambda_1(x) : \lambda_2(x)$ נקבעו $\lambda_1(x) = \frac{1}{5}x$ כירובית H_0 היא רזיה של $\lambda_2(x)$

$$H_0: x \in \{0, 2\}$$

$$H_1: x \in \{1, 3\}$$

$$\lambda_2(x) = \frac{2}{5}x \text{ כירובית}$$

$$\lambda_2(x) \neq \lambda_1(x)$$

-666-

$$\alpha = P_{H_0}(x \in \{0, 2\}) = P_{H_0}(x=0) + P_{H_0}(x=2) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

רעיון ר' גולן

2. \hat{P}

הypothesis test: $H_0: p = 0.1$ vs $H_1: p > 0.1$. (1)

$$\text{sample size } n = 180 - Y \sim \sum_{i=1}^{180} Y_i \sim \text{Bin}(180, p) \sim N(180p, 180pq)$$

$$q = 1-p$$

$$H_0: p_0 = 0.1$$

$$H_1: p_1 > 0.1 \quad (M > M_0 = 0.1)$$

$$\bar{Y} \sim N(p, \frac{pq}{n})$$

$$\hat{p} = \bar{Y} = \frac{27}{180} = 0.15$$

$$\alpha = 0.05 \quad (2)$$

$$Z = \frac{\bar{Y} - 0.1}{\sqrt{\frac{0.1 \cdot 0.9}{180}}} = \frac{\bar{Y} - 0.1}{\sqrt{\frac{0.3}{180}}} \sim N(0, 0.000)$$

$$\bar{Y} > 0.136 \Leftrightarrow Z > z_{0.95} = 1.6448 \quad \text{拒绝 } H_0$$

H_0 拒绝 $\bar{Y} > 0.136$ $\bar{Y} = 0.15$ \hat{p}

$$Z = \frac{\frac{27}{180} - 0.1}{\sqrt{\frac{0.3}{180}}} = \sqrt{180} \frac{0.05}{0.3} = \sqrt{5} \quad (3)$$

$$PV_A = P(Z > \sqrt{5}) = 1 - \Phi(\sqrt{5}) = 1 - 0.987 = 0.0126$$

$$P_1 = 0.13 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \pi_A &= P_{H_1}(\text{reject } H_0) = P_{H_1}(\bar{Y} > 0.136) = 1 - \Phi_{H_1}\left(\frac{0.136 - 0.13}{\sqrt{\frac{0.13 \cdot 0.87}{180}}}\right) \\ &= 1 - \Phi(0.23) \approx 1 - 0.6 \approx 0.4 \end{aligned}$$

$$P\left(Z = \frac{\bar{Y} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} > Z_{1-\alpha}\right) = \alpha$$

$$\Rightarrow \bar{Y} > Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}} + P_0$$

$$\pi = P_{H_1} \left(\bar{Y} > Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}} + P_0 \right) =$$

$$= 1 - \Phi \left(\frac{Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}} + P_0 - P_1}{\sqrt{\frac{P_1(1-P_1)}{n}}} \right)$$

$$n > 180 \quad \Leftarrow \bar{X} = 0.15 \leq X = 0.15 \cdot n \quad (k) \quad (5)$$

$$\hat{Z} = \frac{\bar{X} - 0.1}{\frac{0.3}{\sqrt{n}}} = \sqrt{n} \frac{0.15 - 0.1}{0.3} > \sqrt{180} \cdot \frac{1}{6} = Z$$

$$PV_B = 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{n}}{6}\right) \xrightarrow{\text{1.416}} < 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{180}}{6}\right) = PV_A$$

$$\bar{X} > 0.15 \Leftarrow X > 0.15n \quad n = 180 \quad (2)$$

$$\hat{Z} = \frac{\bar{X} - 0.1}{\frac{0.3}{\sqrt{180}}} > \frac{\sqrt{180}}{6} = Z$$

$$\Rightarrow PV_B = 1 - \Phi\left(\frac{\bar{X} - 0.1}{0.3} \cdot \sqrt{180}\right) < 1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{180}}{6}\right) = PV_A$$

$$\bar{X} = 0.15 \quad n > 180 \quad (2)$$

$$\pi_B = 1 - \Phi\left(\frac{1.6448 \cdot \frac{0.3}{\sqrt{n}} + 0.1 - 0.13}{\sqrt{\frac{0.1131}{n}}} \right)$$

$$= 1 - \Phi\left(1.46 - \frac{0.03\sqrt{n}}{\sqrt{0.1131}} \right) > 1 - \Phi\left(1.46 - \frac{0.03\sqrt{180}}{\sqrt{0.1131}} \right)$$

$$= \pi_A$$

$\bar{X} > 0.15$ n=180 (2)

רשות \bar{X} נ-ה נספ' נספ' π נספ' כ-
 $\pi_B = \pi_A$ K8
121

ע. זרפה

"זרפה" פור נוינטן # - $X \sim \text{Bin}(3, p)$

$$P \text{ זרפה } (\text{זקנוניות}) \quad \hat{P} = \begin{cases} 1/4 & x=0,1 \\ 3/4 & x=2,3 \end{cases}$$

$$H_0: P_0 = 3/4$$

$$H_1: P_1 = 1/4$$

x	0	1	2	3
$P_{H_0}(x)$	$1/64$	$9/64$	$27/64$	$27/64$
$P_{H_1}(x)$	$27/64$	$27/64$	$9/64$	$1/64$
$\lambda(x)$	27	3	0.33	0.037

א. זרפה
ב. מילוי
↓

$X = 0,1$ זרפה H_0 זרפה $0.33 \leq \tilde{C} \leq 3$ זרפה

$\forall x \in \{0,1\}: \lambda(x) > \tilde{C}$ זרפה

$\lambda(x) > C$ זרפה p/c ו- $\int_{\lambda(x)}^{\infty} e^{-\lambda} \lambda^{x-1} dx$

$$\alpha = P_{H_0}(\text{reject } H_0) = P_{H_0}(\hat{P} = \frac{1}{4}) = P_{H_0}(X=0) + P_{H_0}(X=1)$$

$$\frac{1}{64} + \frac{9}{64} = \frac{10}{64}$$