Übung 1: Least Squares

Die Parameter Θ_i, $i = 1, \ldots, 4$ einer statischen nichtlinearen Kennlinie sollen mittels experimenteller Systemidentifikation bestimmt werden. Es wird angenommen, dass sowohl das wahre System $\mathcal{N}$ als auch das Modell $\mathcal{M}$ folgende Form haben:

$$y(k) = \Theta_1 u(k)^2 + \Theta_2 \sin(3u(k)) + \Theta_3 u(k) + \Theta_4 + \zeta(k). \tag{1}$$

Hierbei sind $y(k)$ der Ausgang, $u(k)$ der Eingang und $\zeta(k)$ mittelwertfreies Messrauschen. Für die Parameterschätzung wurden zwei Datensätze mit verrauschten Messwerten aufgezeichnet. Der erste Datensatz DS1 hat 900 Messwerte, wobei die Eingangsgröße u zufällig uniform im Intervall [0, 9] verteilt ist. Der zweite Datensatz DS2 beinhaltet 300 Messwerte, wobei die Eingangsgröße u zufällig uniform im Intervall [0, 6] verteilt ist. Die Datensätze sind in den ASCII-Dateien `data_0_9.txt` (DS1) und `data_0_6.txt` (DS2) gespeichert (1. Spalte: u, 2. Spalte: y). Die Daten können in MATLAB mit dem Befehl **load** eingelesen werden.

1. Schätzen Sie den Parametervektor $\boldsymbol{\Theta} = \begin{pmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 & \Theta_3 & \Theta_4 \end{pmatrix}^T$ für die beiden Datensätze separat. Stellen Sie hierfür zunächst ein lineares Regressionsmodell auf. Geben Sie die Parameter mit 95% Konfidenzintervall an!

2. Plotten Sie folgendes für jeden Datensatz nach der Identifikation in ein Bild: die Originalkennlinie[1] ohne Rauschen (wahres System), die Messpunkte als Kreuze sowie die geschätzte Kurve (Ausgangsprädiktion, Modell) im Eingangsgrößenintervall [-3,15] mit 95% Konfidenzintervallen. Diskutieren Sie das Ergebnis der Schätzung.

3. Erstellen Sie einen Kurzbericht in LaTeX bis 4. Mai, der die Tabelle der geschätzten Parameter für beide Datensätze (mit Konfidenzintervallen), das Programm-Listing und die beiden erstellten Abbildungen (als Vektorgrafiken einbinden!) enthält.

[1] $y(k) = 0.3u(k)^2 + 2\sin(3u(k)) + 0.5u(k) + 2 + \zeta(k)$