

## Übung 7: MPC am Beispiel der bi-hormonellen Blutzuckerregelung

Gegeben sei das am Arbeitspunkt von 100 mg/dl durch Linearisierung und durch Anwendung eines Vorfilters erhaltende Übertragungsfunktionsmodell der Blutzuckerdynamik mit Stellgrößenbeschränkung und Störgrößenmodell

$$\begin{aligned}\Delta y(k) &= \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k-d) + \frac{B_d(q^{-1})}{A_d(q^{-1})}u_d(k-d_d) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(k), \\ -1000 &\leq u \leq 800 \\ y(k) &= \Delta y(k) + y_s, \quad y_s = 100\text{mg/dl}\end{aligned}$$

wobei positive Infusionsraten ( $u \geq 0$ ) eine Gabe von Insulin und negative Infusionsraten ( $u < 0$ ) eine Gabe von Glucagon bedeuten (siehe Vorlesungsfolien). Die Einnahme von Mahlzeiten  $u_d$  ist in der Regel nicht im Voraus bekannt, meist aber zum aktuellen Zeitpunkt  $k$ . Die Abtastzeit beträgt  $T_s = 5$  min.

1. Entwerfen Sie einen Prädiktor für das Modell, welcher bei **vernachlässigten Anfangsbedingungen** und keinen Störungen für die zukünftigen Stellgrößen

$$\hat{\mathbf{u}} = [\hat{u}(k) \quad \cdots \quad \hat{u}(k + H_p - d)]^T \text{ und}$$

$$\text{Mahlzeiten } \hat{\mathbf{u}}_d = [\hat{u}_d(k) \quad \cdots \quad \hat{u}_d(k + H_p - d_d)]^T \text{ die Ausgangsgrößen}$$

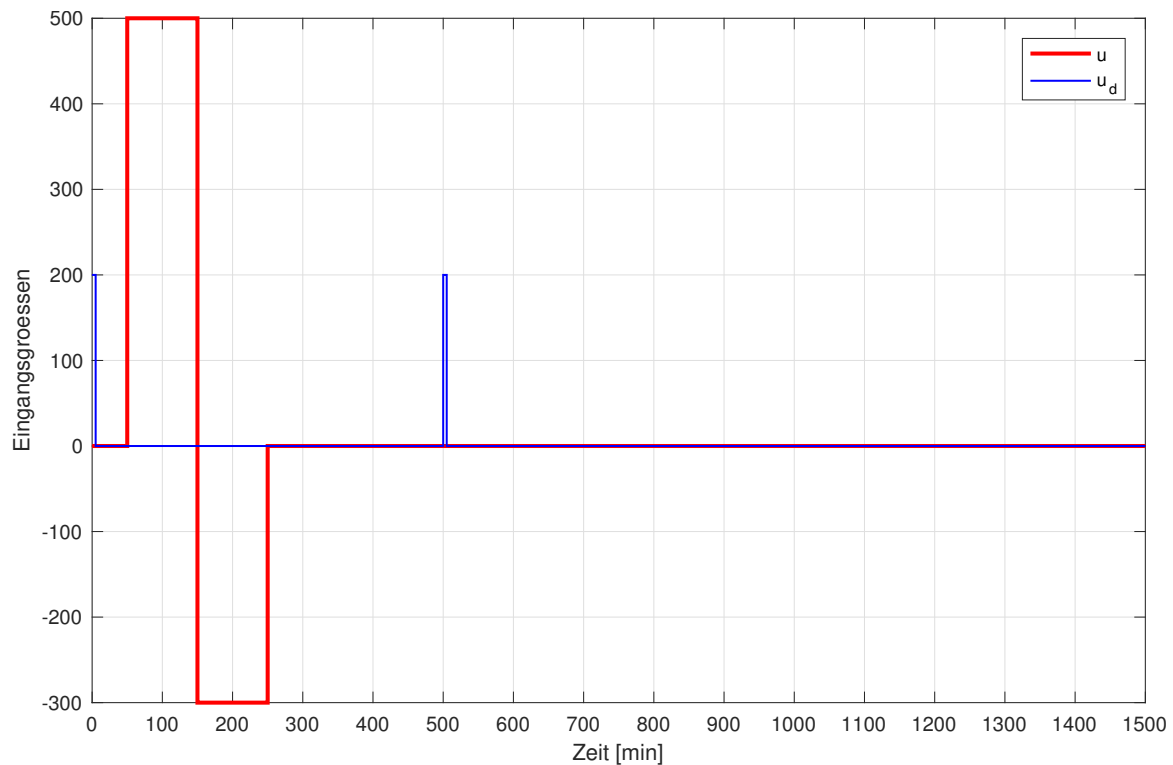
$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(k+d) \quad \cdots \quad \hat{y}(k+H_p)]^T$  mit  $H_p = 300$  vorhersagt. Validieren Sie die Prädiktion mit folgenden Eingangssignalen und vergleichen Sie das Ergebnis mit einer Simulink-Simulation des Modells:

2. Gegeben ist eine prädiktive Regelung für das System mit dem Störgrößen- und Rauschmodell

$$\frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{1 - q_c q^{-1}}{1 - q^{-1}}.$$

Die Reglerparameter ( $H_p \geq d, 1 \leq H_c \leq H_p - d, \rho > 0$ , Nullstelle  $0 \leq q_c < 1$  von C) können über das Skript `init.m` verändern können. Der initiale Blutzuckerwert ist bei 160 mg/dl ( $\Delta y = 60\text{mg/dl}$ ). Untersuchen Sie zunächst den Einfluss der vier Reglerparameter unter der Annahme, dass  $u_d$  nur zum aktuellen Zeitpunkt bekannt ist und in der MPC verwendet wird (Ansage von Mahlzeiten – *Meal Announcement*). Im Skript `init.m` ist der Verlauf von  $u_d$  sowie der Referenz  $w$  definiert.

3. Wiederholen Sie die Untersuchung von zuvor unter der Annahme, dass  $u_d$  dem Regler nicht zur Verfügung steht (Schalter verändern in Simulink).
4. Was beobachten Sie für den Fall, wenn sich die Verstärkung der Strecke um 50% verkleinert? (Änderung in der Übertragungsfunktion im Simulinkmodell).



5. Verwenden Sie nun das Störgrößen- und Rauschmodell

$$\frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{(1 - q_c q^{-1})^3}{A_d(q^{-1})}$$

für unbekanntes  $u_d$  und verkleinerte Streckenverstärkung. Passen Sie die anderen Parameter der MPC eventuell an. Was beobachten Sie?

6. Verwenden Sie nun das Störgrößen- und Rauschmodell

$$\frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{(1 - q_c q^{-1})^4}{(1 - q^{-1})A_d(q^{-1})}$$

für unbekanntes  $u_d$  und verkleinerte Streckenverstärkung. Passen Sie die anderen Parameter der MPC eventuell an. Was beobachten Sie?

7. Verwenden Sie nun wieder die besten gefundenen Parameter vom 2. Punkt der Aufgabenstellung mit nominalem Streckenmodell und zum Zeitpunkt  $k$  bekanntem  $u_d$ . Deaktivieren Sie nun die Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen bei der MPC (Parameters (Schranken) `u_lb` und `u_ub` beim Aufruf der Funktion `mpc_design` in `init.m` entsprechend setzen. Eine Beschränkung der Stellgrößen erfolgt weiterhin im Streckenmodell nach dem MPC-Block im Sättigungsblock. Welche Auswirkungen hat dies auf die Regelungsgüte (im Vergleich zum 2. Punkt der Aufgabenstellung)?

*Hinweise:*

1. Mit dem Skript `plot_results.m` können Sie sich die Ergebnisse der MPC direkt darstellen.
2. Bitte beachten Sie für die Berechnung der Prädiktion in Aufgabe 1, dass bezüglich  $e(k)$  und  $u_d(k)$  alle Werte bis zum Zeitpunkt  $k$  als bekannt (alt) angenommen werden. Die Stellgröße ist jedoch nur bekannt bis zum Zeitpunkt  $k - 1$ . Wir nehmen in Teilaufgabe 1 ferner an, dass alle Größen vor dem Zeitpunkt  $k = 1$  null sind. Für den  $i$ -Schritt-Prädiktor

$$\begin{aligned}\hat{y}(k+i|k) &= \mathbf{G}_i(q^{-1})\hat{u}(k+i-d) + \frac{\mathbf{H}_i(q^{-1})}{\mathbf{A}(q^{-1})}u(k-1) \\ &\quad + \mathbf{G}_{d,i}(q^{-1})\hat{u}_d(k+i-d_d) + \frac{\mathbf{H}_{d,i}(q^{-1})}{\mathbf{A}_d(q^{-1})}u_d(k) \\ &\quad + \frac{\mathbf{F}_i(q^{-1})}{\mathbf{C}(q^{-1})}(y(k) - \tilde{y}(k)) + y_s, \quad y_s = 100\text{mg/dl}, \quad i > d\end{aligned}$$

$$\tilde{y}(k) = \frac{\mathbf{B}(q^{-1})}{\mathbf{A}(q^{-1})}u(k-d) + \frac{\mathbf{B}_d(q^{-1})}{\mathbf{A}_d(q^{-1})}u_d(k-d_d) + y_s$$

müssen daher folgende Diophantische Gleichungen gelöst werden:

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{B}(q^{-1})}{\mathbf{A}(q^{-1})} &= \mathbf{G}_i(q^{-1}) + q^{-i+d-1}\frac{\mathbf{H}_i(q^{-1})}{\mathbf{A}(q^{-1})} \\ \frac{\mathbf{C}(q^{-1})}{\mathbf{D}(q^{-1})} &= \mathbf{E}_i(q^{-1}) + q^{-i}\frac{\mathbf{F}_i(q^{-1})}{\mathbf{D}(q^{-1})} \\ \frac{\mathbf{B}_d(q^{-1})}{\mathbf{A}_d(q^{-1})} &= \mathbf{G}_{d,i}(q^{-1}) + q^{-i+d_d}\frac{\mathbf{H}_{d,i}(q^{-1})}{\mathbf{A}_d(q^{-1})}\end{aligned}$$

Falls Sie eine Funktion für das Lösen der allgemeinen Diophantischen Gleichung

$$\frac{\mathbf{X}(q^{-1})}{\mathbf{Y}(q^{-1})} = \mathbf{E}_i(q^{-1}) + q^{-i}\frac{\mathbf{F}_i(q^{-1})}{\mathbf{Y}(q^{-1})}$$

erstellt haben, so können Sie diese für das Lösen der anderen Gleichungen verwenden, indem Sie entsprechend der nachfolgenden Tabelle Ein- und Ausgabeparameter der Funktion anpassen:

Table 1: Anwendung des rekursiven Algorithmus für dieses Problem ( $i \geq d$ ).

Algorithmus	C/D	B/A	$\mathbf{B}_d/\mathbf{A}_d$
X	C	B	$\mathbf{B}_d$
Y	D	A	$\mathbf{A}_d$
$\mathbf{E}_i$	$\mathbf{E}_i$	$\mathbf{G}_i$	$\mathbf{G}_{d,i}$
$\mathbf{F}_i$	$\mathbf{F}_i$	$\mathbf{H}_i$	$\mathbf{H}_{d,i}$
$i$	$i$	$i - d + 1$	$i - d_d$

Es wird ferner in Aufgabe 1 angenommen, dass es für alle Zeitpunkte keinen Prädiktionsfehler gibt ( $\hat{y}(k) - y(k) = 0$ ) gibt.