

### 3. Erweiterte Kalman - Filter

→ Kalman - Filter für nicht-lineare zeitdiskret Systeme:

$$\begin{aligned}x[k+1] &= f(x[k], u[k]) + w[k] \\ y[k] &= h(x[k]) + \zeta[k]\end{aligned}$$

↳ nicht-lineare Funktion

› Linearisierung:

$$\left. \begin{aligned}A[k] &= \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{\hat{x}[k|k], u[k]} \\ B[k] &= \frac{\partial f}{\partial u} \bigg|_{\hat{x}[k|k], u[k]} \\ C[k] &= \frac{\partial h}{\partial x} \bigg|_{\hat{x}[k+1|k]}\end{aligned} \right\} \begin{aligned}\dot{x} &= A \dot{x} + B u \\ y &= C \dot{x} \\ &\hookrightarrow \text{linearisiert}\end{aligned}$$

o) Implementierung  
› konventionell:

i) setze  $k = k_0$  und initialisiere  $\hat{x}[k_0|k_0] = x[k_0]$ ,  $P[k_0|k_0] = P[k_0]$

↳  $\hat{x}_{k_0|k_0} = x_{k_0}$ ,  $P_{k_0|k_0} = P_{k_0}$

ii) Prädiktion berechnen:

$$\rightarrow \hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k) \text{ sowie } P_{k+1|k} = A_k P_{k|k} A_k^T + W_k$$

iii) Wichtige Größe updaten:

$$\rightarrow K_{k+1} = P_{k+1|k} C_{k+1}^T [z_k + C_{k+1} P_{k+1|k} C_{k+1}^T]^{-1} \quad (\text{Kalman-Verstärkung})$$

$$\rightarrow \hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} [y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k})] \quad (\text{Zustandsschätzung})$$

$$\rightarrow P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} C_{k+1} P_{k+1|k}$$

iv)  $k = k+1$ , rekursiv zurück zum ii

o) Duale Schätzung (Zustände und Parameter)

↳ gewünscht ist die Schätzung von  $x'$  und  $\Theta$  mit ursprünglichem System:

$$\dot{x}'(t) = f'(x(t), \Theta(t), u(t))$$

$$y(t) = h(x(t), \Theta(t)) + \zeta(t)$$

→ Diskretisierung mit Euler Methode:

$$x'[k+1] = x'[k] + \Delta f'(x'[k], \Theta[k], u[k]) + w'[k]$$

$$\Theta[k+1] = \Theta[k] + w''[k] \rightarrow w''[k] = 0 \text{ für zeitinvar.}$$

$$y[k] = h(x'[k], \Theta[k]) + \xi[k]$$

→ jetzt:  $x[k] = (x'[k], \Theta[k])^T$ ,  $w[k] = (w'[k], w''[k])^T$   
mit neuem System:

$$x_k = \begin{bmatrix} x'_k + \Delta f'(x_k, u_k) \\ \Theta_k \end{bmatrix} + w_k = f(x_k, u_k) + w_k$$

$$y_k = h(x_k) + \xi_k$$

→ Implementierung wie normalen EKF

\* das ist kein  
Laplace-Symbol,  
das ist die Abtast-  
periode