Übung 6: Erstellung einer MATLAB-Funktion zur Berechnung des i-Schritt-voraus-Prädiktors für ein Box-Jenkins-Modell

Gegeben sei das Box-Jenkins-Modell

$$y(k) = \frac{\mathsf{B}(q^{-1})}{\mathsf{A}(q^{-1})} u(k-d) + \frac{\mathsf{C}(q^{-1})}{\mathsf{D}(q^{-1})} e(k).$$

Die Polynome $\mathsf{A}, \mathsf{C}, \mathsf{D}$ sind monisch. Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, die für beliebige Polynome des obigen Modells den i-Schritt-voraus-Prädiktor in der Form

$$\hat{y}(k+i) = \mathsf{G}_i(q^{-1})\hat{u}(k-d+i) + \frac{\mathsf{H}_i(q^{-1})}{\mathsf{A}(q^{-1})} u(k-1) + \frac{\mathsf{F}_i(q^{-1})}{\mathsf{C}(q^{-1})} \left[y(k) - \frac{\mathsf{B}(q^{-1})}{\mathsf{A}(q^{-1})} u(k-d) \right]$$

liefert. Argumente der Funktion sind $\mathsf{B}, \mathsf{A}, \mathsf{C}, \mathsf{D}, d$ und i. Rückgabewerte der Funktion sind die Polynome $\mathsf{E}_i, \mathsf{F}_i, \mathsf{G}_i$ und H_i. Zur Bestimmung der Polynome sind die in der Vorlesung hergeleiteten Diophantischen Gleichungen mittels des angegebenen rekursiven Algorithmus zu lösen. Beachten Sie, dass $e(k)$ und $y(k)$ bis zum Zeitpunkt k und $u(k)$ bis zum Zeitpunkt $k-1$ als bekannt angenommen werden.

Hinweis: Schreiben Sie zuerst eine Funktion `dio` für das Lösen der allgemeinen Diophantischen Gleichung (für ein bis zum Zeitpunkt k bekanntes Signal)

$$\frac{\mathsf{X}(q^{-1})}{\mathsf{Y}(q^{-1})} = \mathsf{E}_i(q^{-1}) + q^{-i} \frac{\mathsf{F}_i(q^{-1})}{\mathsf{Y}(q^{-1})},$$

und Verwenden Sie diese für das Lösen der obigen Diophantischen Gleichungen, indem Sie entsprechend der nachfolgenden Tabelle Ein- und Ausgabeparameter der Funktion anpassen:

Table 1: Argumente des `dio`-Funktionsaufrufes ($i \geq d$).

Algorithmus	C/D	B/A
X	C	B
Y	D	A
E_i	E_i	G_i
F_i	F_i	H_i
i	i	$i-d+1$

Bestimmen Sie mit Ihren Funktionen die 1- und 2-Schritt-voraus-Prädiktion für folgendes konkretes Modell:

$$\begin{aligned}
\mathsf{A}(q^{-1}) &= 1 - 0{,}9q^{-1} \\
\mathsf{B}(q^{-1}) &= 0{,}5 \\
\mathsf{C}(q^{-1}) &= 1 + 0{,}5q^{-1} \\
\mathsf{D}(q^{-1}) &= 1 - q^{-1} \\
d &= 1.
\end{aligned}$$

Verwenden Sie Polynomdivision zur Überprüfung Ihrer Ergebnisse.

Fassen Sie Ihre Ergebnisse in einem Kurzbericht in LaTeX zusammen mit dem Listings der Funktionen und den bestimmten Polynomen (die händische Polynomdivision bitte nicht in den Bericht aufnehmen).