Übung 3A: Recursive Least Squares – Identifikation eines ARX-Modells

Gegeben sei folgendes System (ARX-Struktur)

$$\begin{aligned} y(k) &= \frac{\mathsf{B}(q^{-1})}{\mathsf{A}(q^{-1})}u(k-d) + \frac{1}{\mathsf{A}(q^{-1})}e(k), \\ \mathsf{A}(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} = 1 - 1.6q^{-1} + 0.64q^{-2}, \\ \mathsf{B}(q^{-1}) &= b = \begin{cases} 0.15 & \text{für} \quad 0 \leq k < 3000 \\ 0.30 & \text{für} \quad k \geq 3000 \end{cases}, \\ d &= 2, \end{aligned}$$

wobei e mittelwertfreies Rauschen mit der Standardabweichung $\sigma = 0.1$ ist.

Nehmen Sie nun an, dass Sie die wahren Systemparameter nicht kennen, jedoch die Ordnung der ARX-Modellpolynome und die Totzeit. Implementieren Sie in SIMULINK einen **RLS-Schätzer mit exponentiellem Vergessen** für die unbekannten Koeffizienten der Polynome A und B. Ein SIMULINK-Modell mit verschiedenen Implementierungen des wahren Systems mit MATLAB-Skript für die Initialisierung ist gegeben. Die Abtastzeit beträgt 1 Sekunde. Die Stellgröße während der Identifikation u ist ein Rechtecksignal mit der Amplitude 1 und der Frequenz 0,01 Hz.

1. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten des RLS-Schätzers mit den Anfangsschätzwerter $\hat{a}_1(0) = \hat{a}_2(0) = 0$ und $\hat{b}(0) = 0$ für drei verschiedene Initialwerte der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{P}(0) = p_0\boldsymbol{I}$ bei $\lambda = 1$. Stellen Sie die Ergebnisse in einer Abbildung dar.

2. Untersuchen Sie nun das Konvergenzverhalten für eine Wahl von $\boldsymbol{P}(0) = p_0\boldsymbol{I}$ und drei verschiedene λ-Werte. Stellen Sie die Ergebnisse in einer Abbildung dar.

3. **Zusatzaufgabe:** Schätzen die Anfangswerte des RLS-Algorithmus aus den ersten Messwerten in der MATLAB Function in SIMULINK mittels Least Squares bevor Sie den RLS-Schätzer aktivieren. Ermitteln Sie eine geeignete Anzahl von initialen Messwerten. Stellen Sie das Ergebnis in einer Abbildung dar.

4. Erstellen Sie einen Kurzbericht in LaTeX mit den Abbildungen und dem Listing des RLS-Codes aus der MATLAB Function.