

Übung 4: Prediction Error Method – ARMAX-Modell Identifikation

Gegeben sei folgendes System (ARMAX-Struktur)

$$\begin{aligned}y(k) &= \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k-d) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(k), \\A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} = 1 - 1,6q^{-1} + 0,64q^{-2}, \\B(q^{-1}) &= b = 0,15 \\C(q^{-1}) &= 1 - cq^{-1} = 1 - 0,5q^{-1} \\d &= 2,\end{aligned}$$

wobei $e(k)$ mittelwertfreies Rauschen mit der Standardabweichung $\sigma = 0,1$ ist.

Nehmen Sie nun an, dass Sie die wahren Systemparameter nicht kennen, jedoch die Ordnung der ARMAX-Modellpolynome und die Totzeit. Die Abtastzeit beträgt 1 Sekunde. Die Stellgröße während der Identifikation u ist ein Rechtecksignal mit der Amplitude 1 und der Frequenz 0,01 Hz.

Ermitteln Sie in MATLAB die unbekannten Polynomkoeffizienten anhand der Datensätze unter Verwendung der Prediction Error Method (PEM) mit dem Levenberg-Marquardt-Verfahren. In der entsprechenden Vorlesung ist auf Folie 20 ein Ablaufplan für den Algorithmus gegeben.

Gehen Sie wie folgt vor:

1. Implementieren Sie zunächst das wahre System in SIMULINK und generieren Sie zwei Datensätze mit 3000 und 6000 Abtastwerten (Speicherung in MAT-Dateien).
2. Geben Sie anschließend die Gleichung für die Ein-Schritt-voraus-Prädiktion $\hat{y}(k|k-1, \hat{\Theta}(l))$ des ARMAX-Modells als Differenzengleichung von y , u und e an.
3. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen der Ein-Schritt-voraus-Prädiktion nach den Modellparametern (liefert rekursive Gleichungen).
4. Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, die für einen gegebenen Datensatz (Vektoren mit den gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen des Systems) und Anfangswerte die Ein-Schritt-voraus-Prädiktion, den Prädiktionsfehler, das Gütefunktional J und die Gradientenmatrix \mathbf{G} (nutzt die Ableitungen aus dem vorhergehenden Schritt) für $k = 1, \dots, K$ berechnet.

5. Schreiben Sie final ein MATLAB-Skript, welches die unbekannten Polynomkoeffizienten anhand der zwei Datensätze unter Verwendung der Prediction Error Method (PEM) mit dem Levenberg-Marquardt-Verfahren schätzt. Verwenden Sie hierfür die zuvor erstellte Funktion. Plotten Sie das Konvergenzverhalten der Parameterschätzung über l für beide Datensätze in einer Abbildung. Verwenden Sie als Startwerte für die Parameterschätzung $\hat{a}_1(1) = -1,3$, $\hat{a}_2(1) = 0,8$, $\hat{b}(1) = 0,3$ und $\hat{c}(1) = -0,3$. Verwenden Sie $l_{\max} = 10$, $\eta(1) = 1$ und $\gamma = 1,1$
6. Erstellen Sie einen Kurzbericht in L^AT_EX mit der Abbildung und den Listings des MATLAB-Skripts und der MATLAB-Funktion. Diskutieren Sie kurz Ihr Schätzergebnis. Welchen Einfluss hat die Größe des Datensatzes?