$$\|BV_k - BV_j\| = \Big\| \max_a \Big(R(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,a) V_k(s') \Big) - \max_{a'} \Big(R(s,a') + \gamma \sum_{s' \in S} P(s'|s,a') V_j(s') \Big) \Big\|$$

$$\rightarrow \|BV_k - BV_j\| \leqslant \max_a \Big\| \Big(R(s,a) + \gamma \sum_{s'} P(s'|s,a) V_k(s') \Big) - \Big(R(s,a) + \gamma \sum_{s'} P(s'|s,a) V_j(s') \Big) \Big\|$$

$$\rightarrow \|BV_k - BV_j\| \leqslant \max_a \gamma \Big\| \sum_{s'} P(s'|s,a) \big(V_k(s') - V_j(s') \big) \Big\| \xrightarrow[\text{با ساده سازی}]{} \|BV_k - BV_j\| \leqslant \max_a$$

$$V_j(s'))\| \xrightarrow[\text{نامساوی مثلثی}]{} \|BV_k - BV_j\| \leq \max_a$$

$$\gamma \sum_{s'} P(s'|s,a) \| V_k(s') - V_j(s') \|$$

$$\xrightarrow[\text{[illegible]}]{\text{با } \|V_k(s') - V_j(s')\|} \|BV_k - BV_j\| \leq \gamma \| V_k(s') - V_j(s') \|$$

$$\xrightarrow{0<\gamma<1} \|BV_k - BV_j\| \leq \|V_k - V_j\|$$