الموضوع السادس 06

التمرين رقم: 01

ينمذج التحول الكيميائي التام و البطيء بين ثنائي اليود (I_2) ذي اللون الأسمر و معدن الزنك (Zn) بمعادلة التفاعل التالية: $Zn + I_2 = Zn^{2+} + 2I^-$. لدينا محلول مائي (S_0) لثنائي اليود (I_2) حجمه V_0 و تركيزه المولي C_0، نقسمه إلى حجمين متساويين في كأسين (A) و (B).

I - نضيف عند اللحظة $t = 0$ للكأس (A) صفيحة من معدن الزنك (Zn)، و نتابع تطور التحول الكيميائي الحادث عن طريق قياس الناقلية النوعية (σ) للمحلول بالاعتماد على التركيب التجريبي المبين في الشكل - 1، و بعد مدة زمنية نلاحظ الإختفاء التام للون الأسمر من الوسط التفاعلي و تآكل جزء من صفيحة الزنك. النتائج التجريبية مكنت من رسم منحنى تغير الناقلية النوعية بدلالة الزمن $\sigma = f(t)$ المبين في الشكل - 2 .

1- تعرف على العناصر المرقمة في الشكل - 1 .

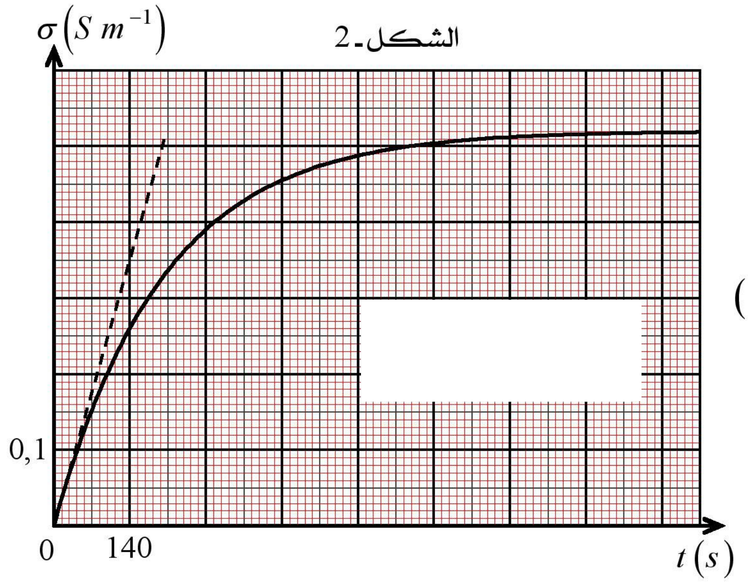
2- أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.

3- أ- اكتب عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$ للمحلول بدلالة تقدم التفاعل $x(t)$.

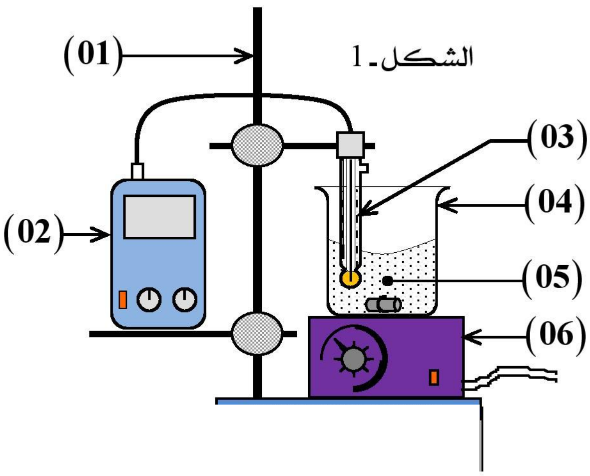
ب- تأكد أن قيمة التركيز المولي لمحلول ثنائي اليود هو $C_0 = 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$.

3- بين أنه عند اللحظة $t = t_{1/2}$ نكتب: $\sigma(t_{1/2}) = \dfrac{\sigma_f}{2}$، ثم استنتج قيمة زمن نصف التفاعل.

4- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم بين أنها تكتب بالعلاقة التالية: $v_{vol}(t) = A\dfrac{d\sigma}{dt}$ حيث A ثابت يطلب إعطاء عبارته. ثم أحسب قيمتها الأعظمية.



الشكل - 2

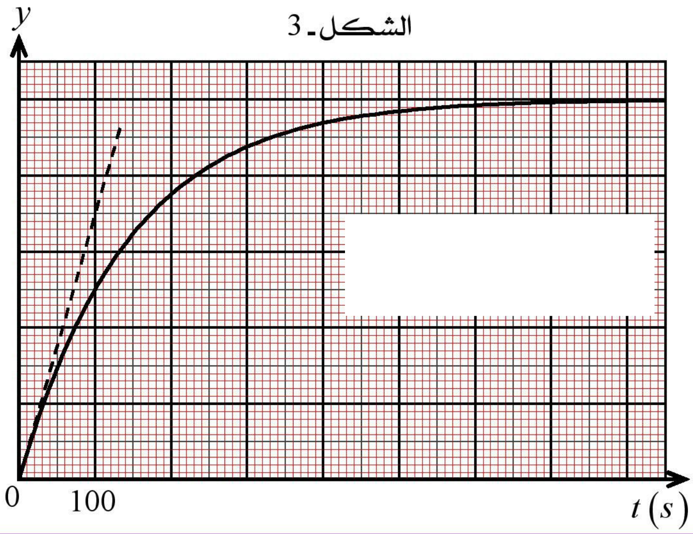


الشكل - 1

II - نضيف عند اللحظة $t = 0$ للكأس (B) قطع صغيرة من معدن الزنك (Zn) مجموع كتلها مماثل لكتلة الصفيحة الموضوعة في الكأس (A). و نتابع تطور التحول الكيميائي الحادث عن طريق معايرة ثنائي اليود (I_2) في الوسط التفاعلي. النتائج التجريبية مكنتنا من رسم المنحنى $y = f(t)$ المبين في الشكل - 3 . حيث $y = \dfrac{x(t)}{x_{max}}$.

1- ضع سلما لمحور تراتيب المنحنى $y = f(t)$.

2- استنتج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.



3- بين أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب على الشكل: $v_{vol}(t)=C_0\frac{dy}{dt}$، ثم أحسب قيمتها الأعظمية

4- قارن بين قيمة زمن نصف التفاعل و السرعة الحجمية المحسوبة في الجزأين I و II، محدد سبب الفرق بين القيميتين.

المعطيات: $\lambda_{Zn^{2+}}=10,56\,mS\,m^2\,mol^{-1}$ و $\lambda_{I^-}=7,68\,mS\,m^2\,mol^{-1}$.

التمرين رقم: 02

I- نعطي في الجدول التالي بعض التحولات النووية، و المنمذجة بمعادلات التفاعل التالية:

A	${}^{239}_{94}Pu+{}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{135}_{52}Te+{}^{102}_{Z}Mo+x\,{}^{1}_{0}n$
B	$2\,{}^{3}_{2}He\rightarrow{}^{A}_{Z}He+2\,{}^{1}_{1}H$
C	${}^{A}_{Z}Pb\rightarrow{}^{201}_{81}Tl+\beta^+$

- صنف التحولات النووية المدونة في الجدول إلى إنشطارية و إندماجية و تفككية، مع موازنتها.

II- قارورة بها عينة مشعة من التاليوم $\left({}^{201}_{81}Tl\right)$ كتلتها في اللحظة $t=0$ هي m_0. في اللحظة $t_1=170,3h$ أصبح عدد الأنوية في القارورة $N_1=1,4\times10^{17}$، و في اللحظة $t_2=317h$ أصبح عدد الأنوية في القارورة $N_2=3,5\times10^{16}$.

1- ما المقصود بالنظائر؟ هل ${}^{201}Pb$ هو نظير ${}^{201}Tl$ ؟

2- أ- عرف زمن نصف العمر $\left(t_{1/2}\right)$ لعينة مشعة.

بـ- بين أن: $t_{1/2}=\frac{t_2-t_1}{2}$، ثم أحسب قيمة $t_{1/2}$.

جـ- أحسب قيمة m_0.

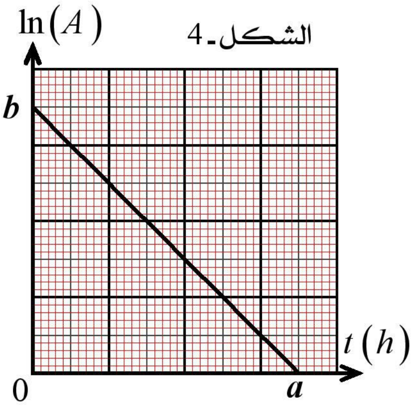
د- أحسب نشاط العينة $\left(A_0\right)$ عند اللحظة $t=0$.

3- منحنى الشكل-4، يمثل تغيرات $\ln(A)$ بدلالة الزمن t.

حيث (A) هو نشاط العينة في اللحظة t.

أ- عبر عن $\ln(A)$ بدلالة الزمن t.

بـ- حدد قيمة العددين a و b المبينين في منحنى الشكل-4.



III- المخطط المبين في الشكل-5 يمثل الحصيلة الكتلية للتفاعل (B) المدون في الجدول السابق:

1- ماذا تمثل كل من: Δm_1 و Δm_2 و Δm_3 ؟

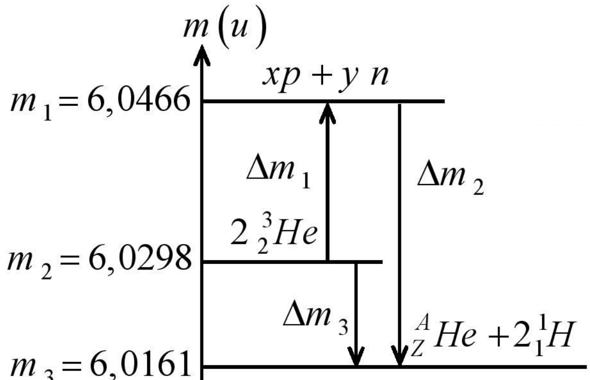
2- اعتمادا على مخطط الشكل-4 جد:

أ- قيمة x و y.

بـ- طاقة الربط لنواة الهيليوم ${}^{A}_{Z}He$، و الهيليوم ${}^{3}_{2}He$، ثم استنتج النواة الأكثر استقرارا من بين النواتين.

جـ- الطاقة المحررة من التفاعل (B).

3- استنتج الطاقة المحررة من إندماج كتلة قدرها $2g$ من الهيليوم 3.

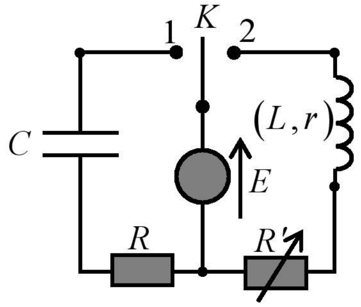


المعطيات: $1u=931,5\,MeV.c^{-2}$ و $N_A=6,02\times10^{23}mol^{-1}$

التمرين رقم: 03

بغرض معرفة سلوك و مميزات كل من مكثفة سعتها C و وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r، نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل-4 و الذي يتكون من العناصر الكهربائية التالية:

- مولد ذي توتر ثابت، قوته المحركة الكهربائية E.
- مكثفة فارغة سعتها C.
- وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r.
- ناقل اومي مقاومته $R = 10K\,\Omega$.
- مقاومة متغيرة R'. - بادلة K.



الشكل-4

1- نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة K في الوضع (1).

أنقل مخطط الدارة على ورقة الإجابة، و بين عليه جهة مرور التيار الكهربائي، ثم مثل:

- أسهم التوترين بين طرفي المقاومة (u_R) و المكثفة (u_C).
- كيفية توصيل الدارة براسم الإهتزاز ذي ذاكرة لمعاينة التوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة $u_R(t)$.

2- من القياسات المتحصل عليها و بواسطة برمجية مناسبة تمكنا من الحصول على النتائج المدونة في الجدول التالي:

$t(s)$	0	5	10	15	20	25	30
$u_R(V)$	6,00	3,63	2,22	1,34	0,81	0,50	0,30
$-\frac{du_R}{dt}(V.s^{-1})$	0,60	0,36	0,22	0,13	0,08	0,05	0,03

1-2- بتطبيق قانون جمع الوترات جد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$.

2-2- أرسم المنحنى الممثل للدالة: $-\frac{du_R}{dt} = f(u_R)$، ثم أكتب معادلته الرياضية.

3-2- استنتج قيمة كل من القوة المحركة الكهربائية E، و سعة المكثفة C.

4-2- أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 25s$.

3- نضع الآن البادلة K في الوضع (2) في لحظة نعتبرها مبدأ لقياس الأزمنة $t = 0$.

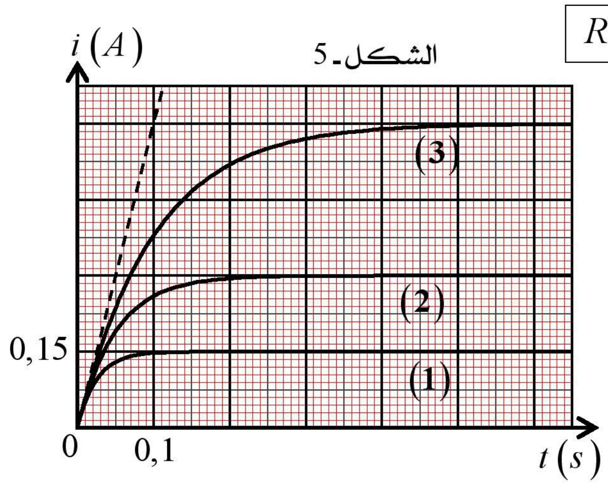
1-3- جد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

2-3- علما أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل: $i(t) = A\left(1-e^{-Bt}\right)$، جد العبارة الحرفية لكل من الثابتين A و B.

4- يمثل الشكل-5 منحنيات تغيرات شدة التيار المار في الدارة بدلالة الزمن، من أجل ثلاث قيم مختلفة للمقاومة R' المدونة في الجدول التالي:

$R'(\Omega)$	8	18	38

الشكل-5



1-4- أرفق كل منحنى بالمقاومة الموافقة مستعينا بعبارة شدة التيار في النظام الدائم، ثم استنتج قيمة مقاومة الوشيعة r.

2-4- باستغلال المنحنى (3): جد قيمة ذاتية الوشيعة L.

حل التمرين الأول:

*I*ـ 1ـ تعرف على العناصر المرقمة في الشكل ـ 1 .

01ـ الحامل　　　04ـ كأس بيشر

02ـ جهاز قياس الناقلية　　　05ـ الوسط التفاعلي

03ـ خلية القياس　　　06ـ المخلاط المغناطيسي.

2ـ جدول تقدم التفاعل:

التقدم	Zn	$+ I_2$	$= Zn^{2+}$	$+ 2I^-$
$x=0$	n_{01}	$n_{02}=C_0V$	0	0
$x(t)$	$n_{01}-x$	$n_{02}-x$	x	$2x$
x_{max}	$n_{01}-x_{max}$	$n_{02}-x_{max}$	x_{max}	$2x_{max}$

3ـ أـ عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$ بدلالة $x(t)$:

$$\sigma=\lambda_{Zn^{2+}}\left[Zn^{2+}\right]+\lambda_{I^-}\left[I^-\right]........(1)$$

و بالعتماد على جدول التقدم نجد: $\left[Zn^{2+}\right]=\dfrac{n\left(Zn^{2+}\right)}{V}=\dfrac{x}{V}$ و $\left[I^-\right]=\dfrac{n\left(I^-\right)}{V}=\dfrac{2x}{V}$

و بالتعويض في المعادلة (1) نجد: $\sigma=\lambda_{Zn^{2+}}\dfrac{x}{V}+\lambda_{I^-}\dfrac{2x}{V}$ و بالتالي نجد: $\sigma(t)=\left(\dfrac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)x(t)$

بـ التأكد من أن $C_0=2\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$:

عند نهاية التفاعل $\sigma_f=\left(\dfrac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)x_{max}$

و بما أن اللون الأسمر قد اختفى تماما و الصفيحة قد تآكل جزء منها فإن المتفاعل المحد هو ثنائي اليود I_2

و عليه: $n_{02}-x_{max}=0$ و منه: $x_{max}=n_{02}=C_0V$

و عليه: $\sigma_f=\left(\dfrac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)C_0V$ و منه: $C_0=\dfrac{\sigma_f}{\left(\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}\right)}$

ت ع: $C_0=\dfrac{0,52}{10,56\times10^{-3}+2\times7,68\times10^{-3}}=20,06\dfrac{mol}{m^3}$

و بالتالي نجد: $C_0=20,06\dfrac{mol}{m^3}=2\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$

3ـ تبيان $\sigma\left(t_{1/2}\right)=\dfrac{\sigma_f}{2}$:

عند اللحظة $t=t_{1/2}$ نكتب: $\sigma\left(t_{1/2}\right)=\left(\dfrac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)x\left(t_{1/2}\right)$

و منه: $\sigma\left(t_{1/2}\right)=\left(\dfrac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)\dfrac{x_{max}}{2}$ و بما أن: $\sigma_f=\left(\dfrac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)x_{max}$

إذن: $\sigma\left(t_{1/2}\right)=\dfrac{\sigma_f}{2}$.

ـ استنتاج قيمة زمن نصف التفاعل: $\sigma\left(t_{1/2}\right)=\frac{\sigma_f}{2}=\frac{0,52}{2}=0,26S.m^{-1}$

و بالاسقاط نقرأ: $t_{1/2}=140s$.

4ـ تعريف السرعة الحجمية للتفاعل: هي قيمة تغير تقدم التفاعل في وحدة الزمن في وحدة الحجم و عبارتها هي: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$.

من العلاقة $\sigma\left(t\right)=\left(\frac{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}{V}\right)x\left(t\right)$ نجد: $x=\frac{\sigma V}{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}$

و بالتعويض في عبارة السرعة الحجمية نجد: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{1}{V}\frac{V}{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}\frac{d\sigma}{dt}$

و بالتالي نجد: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{1}{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}\frac{d\sigma}{dt}$ حيث: $A=\frac{1}{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}$

ـ تكون السرعة أعظمية عند اللحظة $t=0$: $v_{vol}\left(0\right)=\frac{1}{\lambda_{Zn^{2+}}+2\lambda_{I^-}}\left.\frac{d\sigma}{dt}\right|_{t=0}$

ت ع: $v_{vol}\left(0\right)=\frac{1}{25,92\times10^{-3}}\times\frac{0,35-0}{140-0}=9,6\times10^{-2}\frac{mol}{m^3.s}$ إذن: $v_{vol}\left(0\right)=9,6\times10^{-5}mol.L^{-1}.s^{-1}$

IIـ1ـ سلم محور التراتيب:

عند نهاية التفاعل $y=\frac{x\left(\infty\right)}{x_{max}}=\frac{x_{max}}{x_{max}}=1$ و القيمة $y=1$ ممثلة بـ: $5cm$

إذن سلم الرسم هو: $1cm\rightarrow0,2$

2ـ استنتاج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

$y\left(t_{1/2}\right)=\frac{x\left(t_{1/2}\right)}{x_{max}}=\frac{\frac{x_{max}}{2}}{x_{max}}=0,5$ و بالإسقاط نقرأ: $t_{1/2}=100s$

3ـ تبيان أن $v_{vol}\left(t\right)=C_0\frac{dy}{dt}$:

عبارة السرعة الحجمية هي: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

و لدينا: $y=\frac{x}{x_{max}}$ و منه: $x=y\,x_{max}$ و بالتعويض في عبارة السرعة الحجمية نجد: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{1}{V}\frac{dy\,x_{max}}{dt}$

و عليه: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{x_{max}}{V}\frac{dy}{dt}$ و بما أن: $x_{max}=C_0V$ نجد أن: $v_{vol}\left(t\right)=\frac{C_0V}{V}\frac{dy}{dt}$

و بالتالي نجد: $v_{vol}\left(t\right)=C_0\frac{dy}{dt}$

ـ حساب القيمة الاعظمية للسرعة الحجمية:

$$v_{vol}\left(0\right)=C_0\left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0}=2\times10^{-2}\times\frac{0,7-0}{100-0}=1,4\times10^{-4}mol.L^{-1}.s^{-1}$$

4ـ المقارنة: ـ نلاحظ أن: $\left[v_{vol}\left(0\right)\right]_I<\left[v_{vol}\left(0\right)\right]_{II}$ و كذلك: $\left(t_{1/2}\right)_I>\left(t_{1/2}\right)_{II}$

ـ سبب الفرق بين القيمتين هو زيادة سطح التلامس.

حل التمرين الثاني:

I- تصنيف التحولات النووية:

التحول A: إنشطار نووي.

بتطبيق قانون صودي نجد: $\begin{cases} 239+1=135+102+x \\ 94+0=52+Z+0 \end{cases}$ وعليه: $\begin{cases} x=3 \\ Z=42 \end{cases}$

وبالتالي: ${}^{239}_{94}Pu + {}^{1}_{0}n \to {}^{135}_{52}Te + {}^{102}_{42}Mo + 3\,{}^{1}_{0}n$

التحول B: إندماج نووي.

بتطبيق قانون صودي نجد:: $\begin{cases} 3+3=A+2 \\ 2+2=Z+2 \end{cases}$ وعليه: $\begin{cases} A=4 \\ Z=2 \end{cases}$

وبالتالي نكتب: $2\,{}^{3}_{2}He \to {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}H$

التحول C: تفكك.

بتطبيق قانون صودي نجد: $\begin{cases} A=201+0 \\ Z=81+1 \end{cases}$ وعليه: $\begin{cases} A=201 \\ Z=82 \end{cases}$

وبالتالي نجد: ${}^{201}_{82}Pb \to {}^{201}_{81}Tl + \beta^{+}$

II-

1- النظائر هي انوية ذرات لها نفس العدد الذري Z (تنتمي لنفس العنصر الكيميائي) و تختلف في عددها الكتلي A.

- ${}^{201}Pb$ و ${}^{201}Tl$ ليس بنظيرين لأنهما لا ينتميان لنفس العنصر الكيميائي.

2- أ- تعريف زمن نصف العمر $(t_{1/2})$: هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الانوية المشعة الإبتدائية حيث $N(t_{1/2})=\frac{N_0}{2}$

ب- تبيان $t_{1/2}=\frac{t_2-t_1}{2}$:

لدينا عند اللحظة $t_1=170,3h$: $N_1=N_0e^{-\lambda t_1}$ وعند اللحظة $t_2=317h$: $N_2=N_0e^{-\lambda t_2}$

بما أن: $\frac{N_1}{N_2}=\frac{1,4\times10^{17}}{3,5\times10^{16}}=4$ نكتب: $\frac{N_1}{N_2}=\frac{\cancel{N_0}e^{-\lambda t_1}}{\cancel{N_0}e^{-\lambda t_2}}=e^{-\lambda t_1}\times e^{\lambda t_2}$ ومنه: $4=e^{\lambda(t_2-t_1)}$

وعليه: $\ln 4=\lambda(t_2-t_1)$ أي: $2\ln 2=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}(t_2-t_1)$ وبالتالي نجد: $t_{1/2}=\frac{t_2-t_1}{2}$.

- حساب قيمة $t_{1/2}$: $t_{1/2}=\frac{t_2-t_1}{2}=\frac{317-170,3}{2}=73,35h$

جـ- حساب قيمة m_0:

لدينا عند اللحظة $t_1=170,3h$: $N_1=N_0e^{-\lambda t_1}$ وعليه: $N_0=N_1e^{\lambda t_1}=N_1e^{\left(\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\right)t_1}$

ومنه: $N_0=1,4\times10^{17}e^{\left(\frac{\ln 2}{73,35}\right)170,3}=6,999\times10^{17}$ إذن: $N_0=7\times10^{17}$

ولدينا: $m_0=\frac{N_0\times M\left({}^{201}_{81}Tl\right)}{N_A}=\frac{7\times10^{17}\times201}{6,02\times10^{23}}=2,337\times10^{-4}g$ إذن: $m_0=2,34\times10^{-4}g$

د- حساب نشاط العينة (A_0):

لدينا: $A_0=\lambda N_0=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}N_0$ ومنه: $A_0=\frac{\ln 2}{73,35\times3600}\times7\times10^{17}=1,837\times10^{12}Bq$

إذن: $A_0=1,84\times10^{12}Bq$.

3ـ أـ عبارة $\ln(A)$ بدلالة الزمن t:

لدينا: $A=A_0e^{-\lambda t}$ وعليه: $\ln A=\ln A_0+\ln e^{-\lambda t}$ وعليه نجد: $\ln A=-\lambda t+\ln A_0$

بـ ـ تحديد قيمة العددين $\boldsymbol{a}$ و $\boldsymbol{b}$:

ـ عند اللحظة $t=0$ يكون: $\ln A=b$ وعليه: $b=-\lambda\times 0+\ln A_0$

وبالتالي نجد: $b=\ln A_0=\ln\left(1{,}84\times 10^{12}\right)=28{,}24$

ـ عند اللحظة $t=a$ يكون: $\ln A=0$ وعليه: $0=-\lambda\times a+\ln A_0$

وبالتالي نجد: $a=\dfrac{\ln A_0}{\lambda}=\dfrac{t_{1/2}\times\ln A_0}{\ln 2}$ وبالتالي نجد: $a=\dfrac{73{,}35\times 28{,}24}{\ln 2}=2988{,}4h$

III ـ

1ـ تمثل كل من:

Δm_1: تمثل النقص الكتلي لنواتي ${}_2^3He$ أي: $\Delta m_1=2\ \Delta m\left({}_2^3He\right)$

Δm_2: تمثل النقص الكتلي لنواة ${}_2^4He$ أي: $\Delta m_2=-\ \Delta m\left({}_2^4He\right)$

Δm_3: تمثل النقص الكتلي للتفاعل الإندماج أي: $\Delta m=\left|\Delta m_3\right|$

2ـ أـ قيمة x و y:

بتطبيق قانون صودي نجد: $x=2+2=4$ و $y=1+1=2$

بـ ـ حساب طاقة الربط لنواة الهيليوم $E_l\left({}_2^4He\right)$ و $E_l\left({}_2^3He\right)$:

$$E_l\left({}_2^4He\right)=\Delta m\left({}_2^4He\right)c^2=-\Delta m_2c^2=-\left(m_3-m_2\right)c^2$$

أي: $E_l\left({}_2^4He\right)=-(6{,}0161-6{,}0466)\times 931{,}5=28{,}41MeV$

وكذلك: $E_l\left({}_2^3He\right)=\Delta m\left({}_2^3He\right)c^2=\dfrac{\Delta m_1}{2}c^2=\left(\dfrac{m_1-m_2}{2}\right)c^2$

أي: $E_l\left({}_2^3He\right)=\left(\dfrac{6{,}0466-6{,}0298}{2}\right)\times 931{,}5=7{,}82MeV$

ـ تحديد النواة الأكثر استقرارا:

$$\frac{E_l}{A}\left({}_2^3He\right)=\frac{7{,}82}{3}=2{,}60\frac{MeV}{nuc}\ \text{ و }\ \frac{E_l}{A}\left({}_2^4He\right)=\frac{28{,}41}{4}=7{,}10\frac{MeV}{nuc}$$

بما أن: $\dfrac{E_l}{A}\left({}_2^4He\right)>\dfrac{E_l}{A}\left({}_2^3He\right)$ فإن النواة ${}_2^4He$ هي الأكثر استقرارا

جـ ـ حساب الطاقة المحررة من التفاعل (B):

$$E_{lib}=\Delta m\ c^2=\left|\Delta m_3\right|c^2=\left|m_3-m_2\right|c^2$$

ت ع: $E_{lib}=\left|6{,}0161-6{,}0298\right|931{,}5=12{,}76MeV$

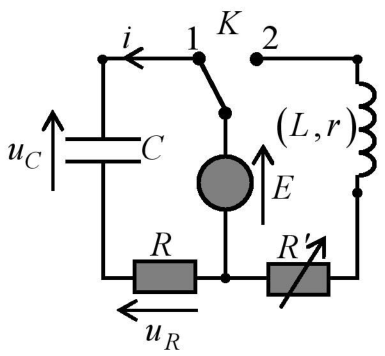
3ـ حساب الطاقة المحررة من إندماج كتلة قدرها $2g$ من الهيليوم 3:

$E_{TOT}=N\ E_{lib}=\dfrac{N\left({}_2^3He\right)}{2}E_{lib}$ حيث: $N\left({}_2^3He\right)=\dfrac{m\left({}_2^3He\right).N_A}{M\left({}_2^3He\right)}$

وعليه نجد: $E_{TOT}=\dfrac{m\left({}_2^3He\right).N_A}{2M\left({}_2^3He\right)}E_{lib}$

وبالتالي نجد: $E_{TOT}=\dfrac{2\times 6{,}02\times 10^{23}}{2\times 3}\times 12{,}76=2{,}56\times 10^{24}MeV$

حل التمرين الثالث:



1- تمثيل أسهم التوترات و اتجاه التيار.

- ربط راسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر $u_R(t)$.

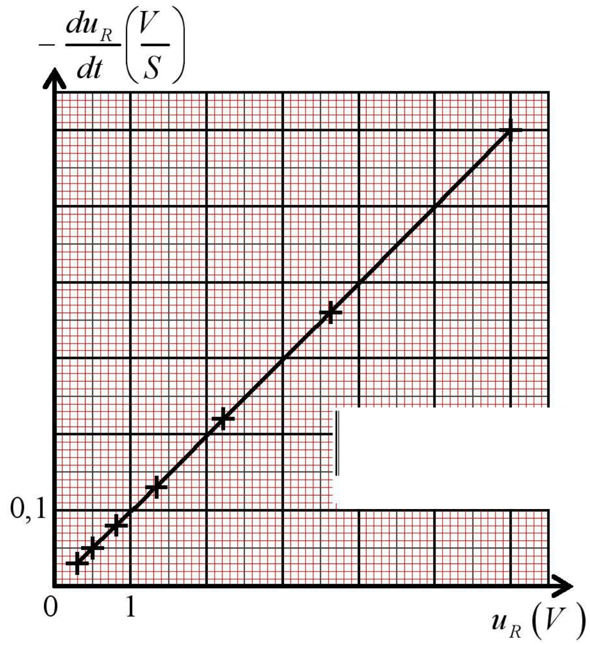
1.2- المعادلة التفاضلية للتوتر $u_R(t)$:

بتطبيق قانون جمع الوترات نجد: $E = u_C + u_R$

و بالاشتقاق نجد: $\frac{du_C}{dt}+\frac{du_R}{dt}=0$ و منه: $\frac{i}{C}+\frac{du_R}{dt}=0$

و منه: $\frac{R}{R}\times\frac{i}{C}+\frac{du_R}{dt}=0$ و بالتالي نجد: $\frac{du_R}{dt}+\frac{u_R}{RC}=0........(1)$

2.2- رسم المنحنى $-\frac{du_R}{dt}=f(u_R)$:



- المعادلة الرياضية للبيان $-\frac{du_R}{dt}=f(u_R)$:

البيان خط مستقيم معادلته هي: $-\frac{du_R}{dt}=au_R$ حيث: $a=\frac{0,6-0,03}{6-0,30}=0,1s^{-1}$

و بالتالي نجد: $-\frac{du_R}{dt}=0,1u_R$ و عليه: $\frac{du_R}{dt}+0,1u_R=0.......(2)$

3.2- استنتاج قيمة كل من القوة المحركة الكهربائية E، و سعة المكثفة C:

لدينا من قانون جمع التوترات عند اللحظة $t=0$: $E=u_C(0)+u_R(0)$

و بالتالي: $E=u_R(0)=6V$

- سعة المكثفة C:

بالمطابقة بين العلاقتين (1) و (2) نجد أن: $a=\frac{1}{RC}=0,1s^{-1}$ و منه: $a=\frac{1}{0,1\times10^4}=10^{-3}F=1mF$.

4.2- حساب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t=25s$:

لما $t=2,5s$: $u_C(2,5)=E-u_R(2,5)=5,5V$

و عليه: $E_C(2,5)=\frac{1}{2}C\,u_C(2,5)=\frac{1}{2}\times10^{-3}\times(5,5)^2=1,5\times10^{-2}J$

1.3- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع الوترات نجد: $E = u_b(t) + u_{R'}(t)$ ومنه: $E = L\dfrac{di}{dt} + ri + R'i$

وبالتالي نجد: $\dfrac{di}{dt} + \dfrac{(R'+r)}{L}i = \dfrac{E}{L}$

3.2ـ العبارة الحرفية للثابتين A و B:

باشتقاق عبارة الحل نجد: $\dfrac{di}{dt} = A\,B\,e^{-Bt}$، وبالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$A\,B\,e^{-Bt} + \dfrac{(R'+r)}{L}A\left(1-e^{-Bt}\right) = \dfrac{E}{L}$ ومنه: $A\,e^{-Bt}\left(B - \dfrac{R'+r}{L}\right) + \left(\dfrac{R'+r}{L}A - \dfrac{E}{L}\right) = 0$

ومنه: $A = \dfrac{E}{R'+r}$ و $B = \dfrac{R'+r}{L}$

4.1ـ إرفاق كل منحنى بالمقاومة الموافقة:

عند بلوغ النظام الدائم: $I_0 = \dfrac{E}{R'+r}$، فكلما كانت R' أكبر كانت قيمة I_0 أصغر (تناسب عكسي بين R' و R').

ـ المنحنى (1) يوافق المقاومة $R' = 38\Omega$

ـ المنحنى (2) يوافق المقاومة $R' = 18\Omega$

ـ المنحنى (3) يوافق المقاومة $R' = 8\Omega$

ـ استنتاج قيمة مقاومة الوشيعة r:

لدينا: $I_0 = \dfrac{E}{R'+r}$ ومنه: $r = \dfrac{E}{I_0} - R'$ بأخذ: $R' = 8\Omega$ نجد: $r = \dfrac{6}{0,6} - 8 = 2\Omega$

4.2ـ إيجاد قيمة ذاتية الوشيعة L:

لدينا $\tau = \dfrac{L}{R'+r}$ ومنه: $L = \tau(R'+r)$، ومن المنحنى (3) نجد: $\tau = 0,1s$

وبالتالي نجد: $L = 0,1(8+2) = 1H$