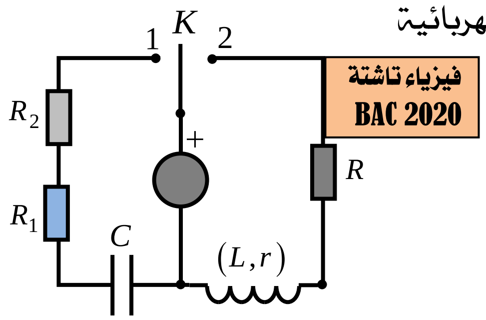
الموضوع رقم 09

التمرين رقم: 01

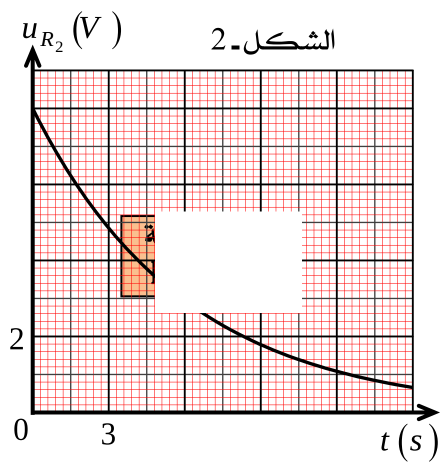


الشكل-1

نحقق الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل-1 باستعمال العناصر الكهربائية التالية:

- مولد توتر ثابت، قوته المحركة الكهربائية E.
- ناقلان أوميان مقاومتيهما: $R_1 = 2K\Omega$ و $R_2 = 4K\Omega$ و $R = 100\Omega$.
- مكثفة فارغة سعتها C.
- وشيعة (b) ذاتيتها L و مقاومتها r مهملة.
- بادلة K.

I- في اللحظة $t = 0$، نضع البادلة K في الوضع (1)، فنحصل على المنحنى $u_{R_2} = f(t)$ المبين في الشكل-2.



1- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر u_{R_2} تكتب على الشكل التالي: $\frac{du_{R_2}}{dt} + \alpha u_{R_2} = 0$.

2- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة العبارة $u_{R_2}(t) = A e^{-\alpha t}$، حيث A ثابت يطلب إيجاد عبارته بدلالة ثوابت الدارة.

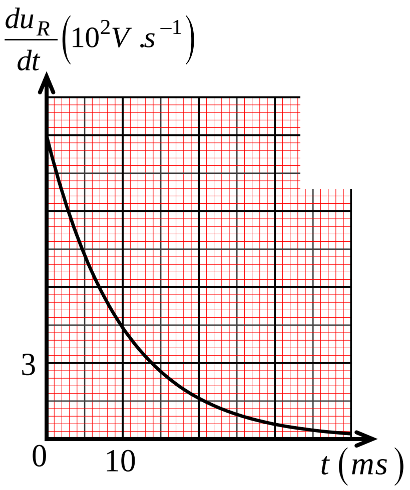
3- أ- استنتج قيمة كل من: التوتر بين طرفي المولد E و ثابت الزمن τ_1، و سعة المكثفة C.

ب- أستنتج شدة التيار I_0 المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.

II- في لحظة زمنية نعتبرها كمبدأ جديد للأزمنة $(t = 0)$، نؤرجح البادلة K إلى الوضع (2).

1- بتطبيق قاون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

2- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة العبارة $i(t) = \frac{E}{B}\left(1 - e^{-Dt}\right)$ كحل لها، حيث B و D ثابتين يطلب إيجاد عبارتيهما.



3- نمثل في الشكل-3 تغيرات $\frac{du_R}{dt}$ بدلالة الزمن t.

أ- أكتب عبارة $\frac{du_R}{dt}$ بدلالة لزمن t.

ب- اعتمادا على المنحنى البياني $\frac{du_R}{dt} = f(t)$ جد:

1- قيمة ذاتية الوشيعة L.

2- ثابت الزمن τ_2.

3- أحسب قيمة الطاقة الكهرومغناطيسية الأعظمية المخزنة في الوشيعة عند بلوغ النظام الدائم.

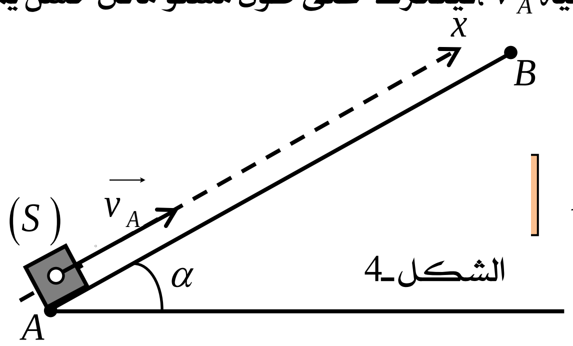
التمرين رقم: 02

لتحديد قيمة الكتلة m للجسم (S) الذي نعتبره نقطة مادية:

01ـ نقذف عند اللحظة $t=0$ الجسم (S) من الموضع A بسرعة ابتدائية v_A، فيتحرك على طول مستو مائل خشن يميل عن الأفق بالزاوية $\alpha = 30°$، كما هو موضح في الشكل ـ4 .

يخضع الجسم أثناء حركته على المسار المستقيم (AB) لقوة احتكاك $\vec{f}$ معاكسة لجهة الحركة وشدتها $f = 0,5N$ ثابتة.

نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة القذف، ومبدأ محور الفواصل نقطة القذف A و $E_{PP_A} = 0$.



الشكل ـ4

1ـ مثل كيفيا القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) أثناء حركته .

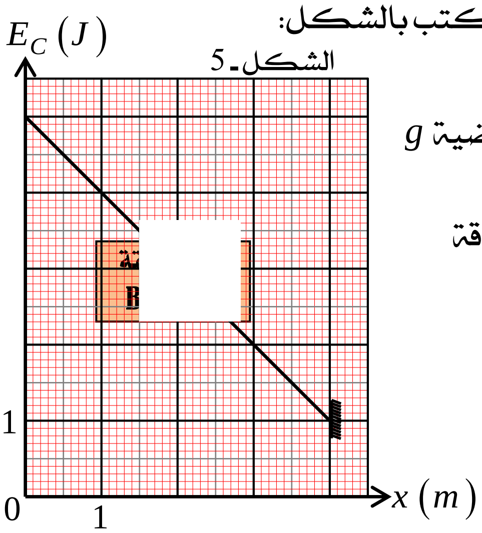
2ـ بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (الجسم (S)) بين الموضع A وموضع كيفي من المسار (AB):

أـ بين أن عبارة الطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند قطعه المسافة (x) تكتب بالشكل:

$E_C = -(mg\sin(\alpha) + f)x + E_{C_A}$.

بـ جد عبارة التسارع a للجسم (S) بدلالة: α و m و f وشدة الجاذبية الأرضية g، ثم استنتج طبيعة الحركة.

3ـ الدراسة التجريبية مكنتنا من تمثيل المنحنى $E_C = f(x)$ لتغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) بدلالة المسافة المقطوعة الموضح في الشكل ـ5 .



أـ اكتب المعادلة الرياضية للبيان $E_C = f(x)$.

بـ اعتمادا على البيان $E_C = f(x)$ جد قيمة كل من:

الكتلة m و السرعة v_A والسرعة v_B والمسافة AB .

جـ استنتج قيمة التسارع a .

02ـ من ارتفاع h عن سطح الأرض وفي اللحظة $t=0$ نترك الجسم (S) يسقط شاقوليا دون سرعة ابتدائية من الموضع O لمبدأ المعلم (Oz) الشاقولي الموجه في نفس جهة الحركة، يخضع الجسم أثناء سقوطه لقوة احتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}$ ، حيث: $k = 10^{-1} kg.s^{-1}$ معامل الاحتكاك.

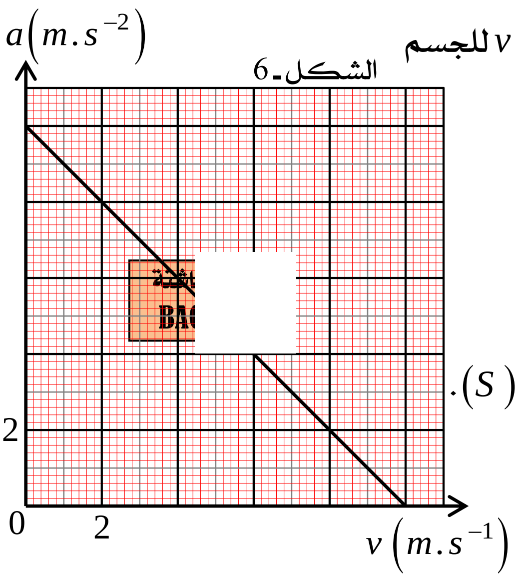
الدراسة التجريبية مكنتنا من رسم المنحنى البياني $a = g(v)$ لتغير التسارع a للجسم (S) بدلالة سرعته v الموضح في الشكل ـ6 .

1ـ بين أن دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ مهملة أمام القوى الأخرى.

2ـ أـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لتطور السرعة v للجسم (S) تكتب بالشكل: $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = g$.

حيث: τ ثابت الزمن المميز للحركة يطلب تحديد عبارته.

بـ باستعمال التحليل البعدي بين أن ثابت الزمن τ المميز للحركة متجانس مع وحدة الزمن.



3ـ اعتمادا على البيان $a = g(v)$:

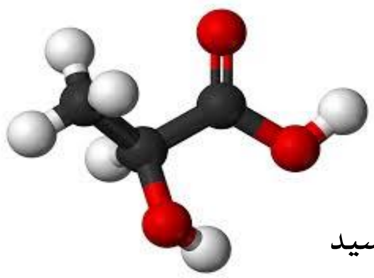
أـ جد قيمة ثابت الزمن τ المميز للحركة، ثم استنتج قيمة الكتلة m للجسم (S).

بـ استنتج قيمة السرعة الحدية $v_{\lim}$.

المعطيات: شدة الجاذبية الأرضية $g = 10m.s^{-2}$.

التمرين رقم: 03

يحتوي الحليب على الحمض اللبني الذي تزداد كميته عندما لا تحترم شروط الحفظ، ويكون الحليب غير صالح للاستهلاك إذا زاد التركيز الكتلي للحمض اللبني فيه $C_m = 5g.L^{-1}$.



نعتبر الحمض اللبني هو الحمض الوحيد الموجود في الحليب صيغته الكيميائية هي:
$(CH_3-CH(OH)-COOH)$ و نرمز لها اختصارا (HA).

أثناء حصة الأعمال المخبرية، طلب الأستاذ من أحد التلاميذ تحقيق المعايرة الـ pH مترية لعينة من حليب قصد معرفة مدى صلاحيته، لذلك أخذ التلميذ حجما من الحليب قدره $V = 20mL$ وأضاف له $20mL$ من الماء المقطر، ثم عاير المحلول الناتج بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ تركيزه المولي $C_b = 5\times10^{-2}mol.L^{-1}$.

سجل قيم pH المزيج و حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف و دونها في الجدول التالي:

$V_b(mL)$	0	2	4	6	8	10	11	11,5	12	12,5	13	14	16
pH	2,9	3,2	3,6	3,9	4,2	4,6	4,95	6,3	8	10,7	11	11,3	11,55

1- كيف يتم ضبط مقياس الـ pH قبل استعماله؟
2- ارسم التركيب التجريبي المستعمل في هذه المعايرة.
3- اكتب معادلة تفاعل المعايرة.
4- بالاعتماد على سلم رسم مناسب، ارسم المنحنى البياني $pH = f(V_b)$.
5- عين احداثيتي نقطة التكافؤ، ثم استنتج التركيز المولي (C_a) لمحلول الحمض اللبني في العينة.
6- أ- احسب التركيز الكتلي (C_m) لمحلول الحمض اللبني.
ب- ماذا تستنتج فيما يخص صلاحية الحليب المعاير للاستهلاك؟
7- حدد من المنحنى البياني قيمة الـ pH الموافقة لـ $\frac{V_{bE}}{2}$، ثم استنتج قيمة الـpKa للثنائية (HA/A^-).
8- عند إضافة حجما قدره $V = 5mL$ من المحلول الأساسي، استنتج طبيعة المحلول و الصفة السائدة فيه.

المعطيات:

الكتلة المولية الجزيئية للحمض اللبني: $M(HA) = 90g.mol^{-1}$

تصحيح الموضوع رقم 09

التمرين رقم: 01

Iـ1ـ المعادلة التفاضلية للتوتر u_{R_2}:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C(t)+u_{R_1}(t)+u_{R_2}(t)=E$ و منه: $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$

و بالإشتقاق بالنسبة للزمن نجد: $\frac{d\,u_C}{dt}+(R_1+R_2)\frac{di}{dt}=\frac{d\,E}{dt}$ و عليه: $\frac{di}{dt}+\frac{i}{(R_1+R_2)C}=0$

و بالضرب في R_2 نجد: $R_2\frac{di}{dt}+\frac{R_2 i}{(R_1+R_2)C}=0$ و بالتالي نجد: $\frac{du_{R_2}}{dt}+\frac{1}{(R_1+R_2)C}u_{R_2}=0$

و بالمطابقة نجد أن: $\alpha=\frac{1}{(R_1+R_2)C}$

2ـ عبارة الثابت A:

من الشروط الابتدائية $t=0$: $u_{R_2}(0)=A$ و $u_{R_2}(0)=R_2 i(0)=\frac{R_2E}{R_1+R_2}$ و عليه: $A=\frac{R_2E}{R_1+R_2}$

و عليه نكتب: $u_{R_2}(t)=\frac{R_2E}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$ أي: $u_{R_2}(t)=u_{R_2}(0)e^{-\frac{t}{\tau_1}}$

3ـأـ استنتاج قيمة E

عند اللحظة $t=0$: $u_{R_2}(0)=\frac{R_2E}{R_1+R_2}$ و منه: $E=\frac{u_{R_2}(0)(R_1+R_2)}{R_2}=\frac{8\times6\times10^3}{4\times10^3}=12V$

ـ ثابت الزمن τ_1: $u_{R_2}(\tau_1)=0{,}37\,u_{R_2}(0)=2{,}96V$ و بالإسقاط نجد: $\tau_1=6s$

ـ قيمة C: لدينا $\tau_1=(R_1+R_2)C$ و منه: $C=\frac{\tau_1}{(R_1+R_2)}=\frac{6}{6\times10^3}=10^{-3}F$ إذن: $C=1mF$.

بـ حساب شدة التيار I_0: لدينا $u_{R_1}(0)=R_1I_0$ و منه: $I_0=\frac{u_{R_1}(0)}{R_1}=\frac{4}{2\times10^3}=2mA$

IIـ 1ـ المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$:

بتطبيق قاون جمع التوترات نجد: $u_b(t)+u_R(t)=E$ و منه: $L\frac{di}{dt}+Ri=E$ و بالتالي نجد: $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{E}{L}$

2ـ عبارة الثابتان B و D:

باشتقاق الحل نجد: $\frac{di}{dt}=\frac{ED}{B}e^{-Dt}$ و بتعويض الحل و المشتق في المعادلة التفاضلية

نجد: $\frac{ED}{B}e^{-Dt}+\frac{RE}{LB}-\frac{RE}{LB}e^{-Dt}=\frac{E}{L}$ و منه: $\left(D-\frac{R}{L}\right)\frac{E}{B}e^{-Dt}+\frac{RE}{LB}-\frac{E}{L}=0$

و منه: $\left(D-\frac{R}{L}\right)\frac{E}{B}e^{-Dt}=0......(1)$ و $\frac{RE}{LB}-\frac{E}{L}=0......(2)$

من المعادلة (1) نجد: $D=\frac{R}{L}$ لأن: $\frac{E}{B}e^{-Dt}\neq0$ و من المعادلة (2) نجد: $B=R$ و عليه: $i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$

3ـ أ ـ عبارة $\frac{du_R}{dt}$ بدلالة الزمن t:

$\frac{du_R}{dt}(t) = R\frac{di}{dt}$ و عليه: $\frac{du_R}{dt}(t) = \frac{RE}{L}e^{-\frac{R}{L}t}$ أي: $\frac{du_R}{dt}(t) = \frac{du_R}{dt}(0)e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

بـ ـ إيجاد قيمة:

1ـ ذاتية الوشيعة L:

عند اللحظة $t=0$ نكتب: $\left.\frac{du_R}{dt}\right|_{t=0} = \frac{RE}{L}$ و عليه: $L = \frac{RE}{\left.\frac{du_R}{dt}\right|_{t=0}} = \frac{100\times 12}{12\times 10^2} = 1H$

2ـ ثابت الزمن τ_2:

عند اللحظة $t=\tau_2$ نجد: $\frac{du_R}{dt}(\tau_2) = 0,37\frac{du_R}{dt}(0) = 4,44\times 10^2 V.s^{-1}$ و بالسقاط نقرأ: $\tau_2 = 10ms$

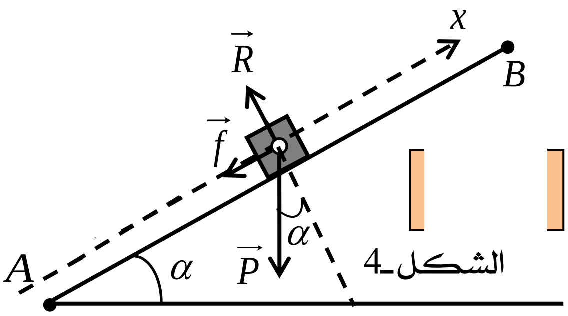
3ـ حساب قيمة $E_{b\max}$:

لدينا: $E_b(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$ و عند بلوغ النظام الدائم: $E_{b\max} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2$ و

منه: $E_{b\max} = \frac{1}{2}\times 1\times\left(\frac{12}{100}\right)^2 = 7,2\times 10^{-3}J$

التمرين رقم: 02

01 ـ 1 ـ تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) أثناء حركته:



الشكل ـ4

2ـ بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (الجسم (S)) بين الموضع A وموضع كيفي من المسار (AB):

أ ـ تبيان أن عبارة الطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند قطعه المسافة (x) تكتب بالشكل:

$E_C = -(mg\sin(\alpha)+f)x + E_{C_A}$:

لدينا: $E_{C_A} + W(\vec{P}) - \left|W(\vec{f})\right| = E_C$ ومنه: $E_{C_A} + P(h_A - h) - \left|f.x\cos(180)\right| = E_C$

حيث: $h_A = 0$ ومنه: $E_C = E_{C_A} - mgh - f.x$.

ونعلم أن: $h = x\sin(\alpha)$ ومنه: $E_C = E_{C_A} - mgx\sin(\alpha) - f.x$.

إذن: $E_C = -(mg\sin(\alpha)+f)x + E_{C_A}$.

ب ـ عبارة التسارع a للجسم (S) بدلالة: α و m و f وشدة الجاذبية الأرضية g :

نعلم أن: $E_C = -(mg\sin(\alpha)+f)x + E_{C_A}$ ومنه: $\frac{1}{2}mv^2 = -(mg\sin(\alpha)+f)x + \frac{1}{2}mv_A^2$

:

باشتقاق طرفي المساواة بالنسبة للزمن نجد: $\frac{1}{2}m\left(2\frac{dv}{dt}v\right)=-(mg\sin(\alpha)+f)\frac{dx}{dt}+0$

ومنه: $mv\frac{dv}{dt}=-(mg\sin(\alpha)+f)\frac{dx}{dt}$

نعلم أن: $v=\frac{dx}{dt}$ و $a=\frac{dv}{dt}$ ومنه: $mva=-(mg\sin(\alpha)+f)v$.

بضرب طرفي المساواة في $\left(\frac{1}{mv}\right)$ نجد: $a=-\left(g\sin(\alpha)+\frac{f}{m}\right)$.

استنتاج طبيعة الحركة: نعلم أن المسار مستقيم و $a<0$ و $a=Cste$ فالحركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

3ـ أـ المعادلة الرياضية للبيان $E_C=f(x)$:

البيان $E_C=f(x)$ خط مستقيم مائل لايشمل المبدأ معادلته الرياضية: $E_C=\lambda x+\beta$

حيث: λ معامل توجيه البيان: $\lambda=\frac{\Delta E_C}{\Delta x}=\frac{5-1}{0-4}=-1J.m^{-1}=-1N$

و β نقطة تقاطع البيان $E_C=f(x)$ مع محور التراتيب نجد: $\beta=5J$.

ب ـ إجاد قيمة كل من:

ـ الكتلة m للجسم (S):

العلاقة النظرية: $E_C=-(mg\sin(\alpha)+f)x+E_{C_A}$

العلاقة البيانية: $E_C=\lambda x+\beta$

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية طرفا لطرف نجد:

$-(mg\sin(\alpha)+f)=\lambda=-1$ ومنه: $mg\sin(\alpha)+f=1$

أي: $m=\frac{1-f}{g\sin(\alpha)}=\frac{1-0,5}{10\sin(30)}=0,1kg=100g$.

و $E_{C_A}=\beta=5J$.

ـ قيمة السرعة v_A:

نعلم أن: $E_{C_A}=\frac{1}{2}mv_A^2$ ومنه: $v_A^2=\frac{2E_{C_A}}{m}$ أي: $v_A=\sqrt{\frac{2E_{C_A}}{m}}=\sqrt{\frac{2\times5}{0,1}}=10m.s^{-1}$.

ـ قيمة السرعة v_B:

نعلم أن: $E_{C_B}=\frac{1}{2}mv_B^2$ ومنه: $v_B^2=\frac{2E_{C_B}}{m}$ وترتيبة أدنى نقطة من البيان هي: $E_{C_B}=1J$.

أي: $v_B=\sqrt{\frac{2E_{C_B}}{m}}=\sqrt{\frac{2\times1}{0,1}}=4,47m.s^{-1}$

قيمة المسافة AB: فاصلة أدنى نقطة من البيان هي: $AB=4m$.

02 1ـ تبيان أن دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ مهملة:

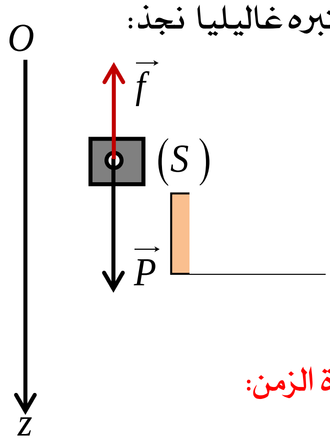
لـما $t=0$ أي: $v_0=0$ نقرأ من البيان $a=g(v)$ قيمة التسارع الابتدائي: $a_0=10m.s^{-2}$.

ومنه: $a_0=g=10m.s^{-2}$ إذن: دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ مهملة.

2ـ أـ بتطبيق القانون الثاني، بين أن المعادلة التفاضلية لتطور السرعة v للجسم (S) تكتب بالشكل:

$\frac{dv}{dt}+\frac{1}{\tau}v=g$، حيث: τ ثابت الزمن المميز للحركة يطلب تحديد عبارته:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد:



$\sum \vec{F}_{ext}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P}+\vec{f}=m\vec{a}$

وبالاسقاط وفق المحور (Oz) الشاقولي الموجه في نفس جهة الحركة نجد:

$P-kv=ma$ ومنه: $m\frac{dv}{dt}+kv=mg$ أي: $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=g$.

بالمطابقة مع العلاقة المعطاة طرفا لطرف نجد: $\frac{k}{m}=\frac{1}{\tau}$ أي: $\tau=\frac{m}{k}$.

ب ـ باستعمال التحليل البعدي بين أن ثابت الزمن τ المميز للحركة متجانس مع وحدة الزمن:

لدينا: $\tau=\frac{m}{k}$ و $k=\frac{f}{v}$ ومنه: $\tau=\frac{m.v}{f}$ ومنه نجد: $[\tau]=\frac{[M][L][T]^{-1}}{[M][L][T]^{-2}}=[T]$.

أي: وحدة ثابت الزمن τ المميز للحركة متجانسة مع الزمن وهي: s.

3ـ اعتمادا على البيان $a=g(v)$ نجد:

أ ـ قيمة ثابت الزمن τ المميز للحركة:

البيان $a=g(v)$ خط مستقيم مائل لايشمل المبدأ معادلته الرياضية: $a=cx+d$

حيث: c معامل توجيه البيان: $c=\frac{\Delta a}{\Delta v}=\frac{10-0}{0-10}=-1s^{-1}$

و d نقطة تقاطع البيان $a=g(v)$ مع محور التراتيب نجد: $d=10m.s^{-2}$.

ولدينا العلاقة النظرية: $\frac{dv}{dt}+\frac{k}{m}v=g$ ومنه: $\frac{dv}{dt}-\frac{1}{\tau}v+g$.

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية طرفا لطرف نجد: $-\frac{1}{\tau}=c=-1s^{-1}$ أي: $\tau=1s$

ملاحظة: $g=d=10m.s^{-2}$

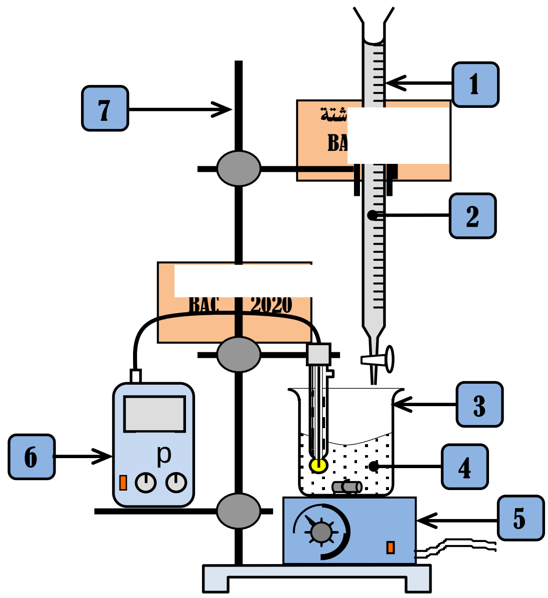
ـ استنتاج قيمة الكتلة m للجسم (S): نعلم أن: $\tau=\frac{m}{k}$ ومنه نجد: $m=\tau.k=1\times10^{-1}=0,1kg=100g$.

ب ـ قيمة السرعة الحدية v_{lim}: من البيان $a=g(v)$ لما $a=0$ نقرأ: $v_{lim}=2\times5=10m.s^{-1}$

التمرين رقم: 03

1ـ يتم ضبط مقياس الـ pH قبل استعماله: بوضعه في محلول عياري (pH معلوم).

2ـ التركيب التجريبي المستعمل في هذه المعايرة:

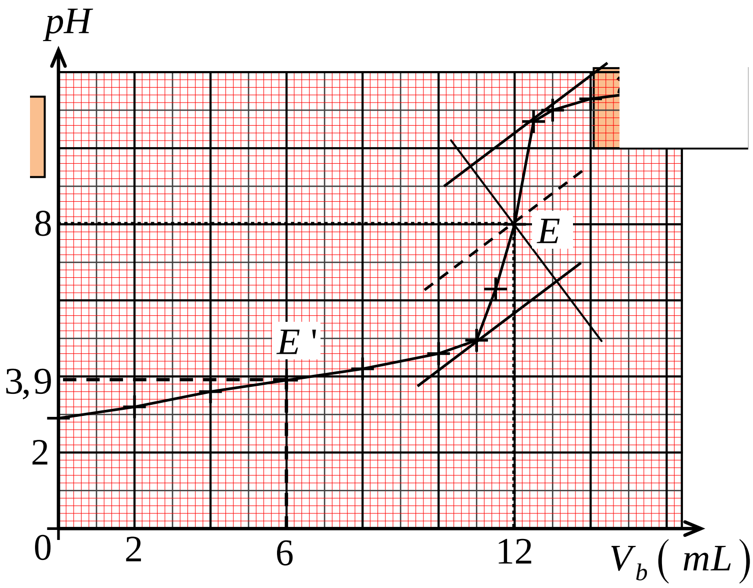


الرقم	إسم العنصر
1	السحاحة
2	محلول هيدروكسيد الصوديوم
3	كأس بيشر
4	محلول الحمض اللبني
5	المخلاط المغناطيسي
6	جهاز الـ pH متر
7	الحامل

3ـ اكتب معادلة تفاعل المعايرة.

$$HA + OH^- = A^- + H_2O$$

4ـ المنحنى البياني $pH = f\left(V_b\right)$:



5ـ تعيين احداثيتي نقطة التكافؤ :

باستعمال طريقة المماسين المتوازين نجد: $E\left(12\ mL\ , 8\right)$

ـ استنتاج التركيز المولي $\left(C_a\right)$ لمحلول الحمض اللبني في العينة :

عند التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستكيومتري: $n_a = n_b$ أي $C_a V_a = C_b V_{bE}$ و منه: $C_a = \dfrac{C_b V_{bE}}{V_a}$

$$C_a = \frac{5\times10^{-2}\times12}{20} = 3\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

6ـأ ـ حساب التركيز الكتلي $\left(C_m\right)$ لمحلول الحمض اللبني:

$$C_m = C_a\ M = 3\times10^{-2}\times90 = 2,7g.L^{-1}$$

بـ $2,7g.L^{-1} < 5g.L^{-1}$ و منه الحليب غير فاسد و صالح للاستهلاك.

7ـ قيمة الـ pH الموافقة لـ $\dfrac{V_{bE}}{2}$:

من المنحنى البياني $pH = f\left(V_b\right)$: نجد: $\dfrac{V_{bE}}{2} = 6\ mL$ توافق $pH = 3,9$ أي: $E'\left(6\ mL\ , 3,9\right)$

ـ عند نقطة نصف التكافؤ: $pKa = pH = 3,9$

8ـ عند إضافة حجما قدره $V = 5m\ L$ من المحلول الأساسي:

طبيعة المحلول: $V = 5m\ L$ توافق $pH = 3,8$ و منه: طبيعة المحلول حمضي لأن $pH < 7$.

ـ الصفة السائدة فيه: $pKa > pH$ ومنه الصفة السائدة هي الصفة الحمضية.