المستوى : 3 ع ت + 3 ت ر + 3 ر

تمارين لحركة قذيفة

الجزء الثالث

التمرين رقم: 01 — بكالوريا 2011 رياضيات + تقني رياضي

في لعبة رمي الجلة ، يقذف اللاعب في اللحظة $t = 0$ الجلة من ارتفاع $Oz_0 = h = 2,0m$ من سطح الأرض ، بسرعة ابتدائية $v_0 = 13,7m.s^{-1}$ شعاعها يصنع الزاوية $\alpha = 35°$ مع الأفق.

نهمل تأثير الهواء (مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس) ونأخذ $g = 9,80m.s^{-2}$.

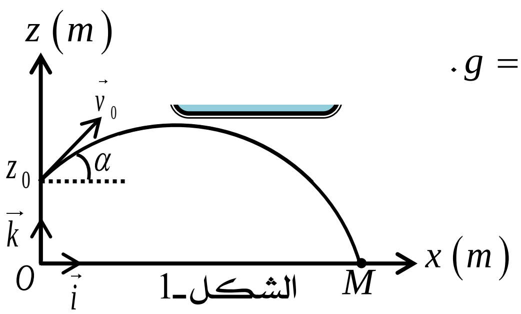
1ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المعلم المبين على الشكل ـ 1 استخرج:

أ ـ المعادلات التفاضلية للحركة .

ب ـ المعادلات الزمنية للحركة .

2 ـ اكتب معادلة المسار $z = f(x)$.

3 ـ جد احداثيتي $M(x_M, z_M)$ نقطة سقوط القذيفة ، وما هي سرعتها عندئذ؟



الشكل ـ1

التمرين رقم: 02 — بكالوريا 2012 علوم تجريبية

خلال منافسة رمي الجلة في الألعاب الأولمبية ببكين، حقق الرياضي الذي فاز بهذه المنافسة النتيجة $d = 21,51m$.

اعتمادا على الفيلم المسجل لعملية الرمي و لأجل معرفة قيمة السرعة v_0 التي قذفت بها الجلة، تم استخراج بعض المعطيات أثناء لحظة الرمي: قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع $h_A = 2,00m$ بالنسبة لسطح الأرض و بالسرعة $\vec{v}_0$ التي تصنع الزاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الأفقي كما هو موضح في الشكل ـ2.

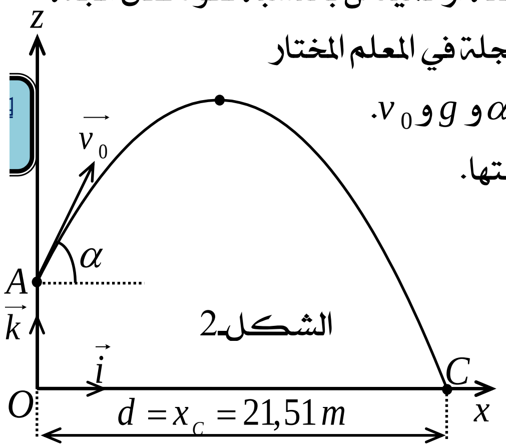
ندرس حركة الجلة في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و نختار اللحظة الابتدائية $t = 0$ هي اللحظة التي يتم فيها قذف الجلة من النقطة A ، ونهمل احتكاكات الجلة مع الهواء و دافعة أرخميدس بالنسبة لقوة ثقل الجلة.

1ـ جد المعادلتين الزمنيتين $x = f(t)$ و $z = g(t)$ المميزتين لحركة الجلة في المعلم المختار ، ثم استنتج معادلة مسار الجلة $z = h(x)$ بدلالة المقادير التالية: h_A و α و g و v_0.

2 ـ جد عبارة السرعة الابتدائية v_0 بدلالة h_A و α و g و d ثم احسب قيمتها.

3 ـ جد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء.

تعطى: $g = 9,8m.s^{-2}$.



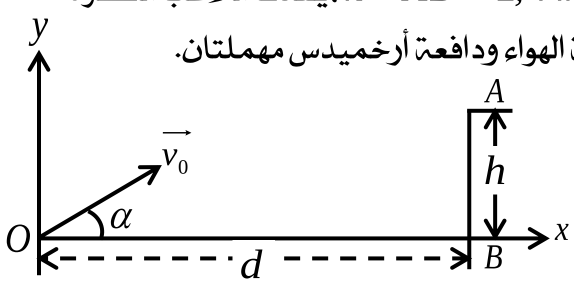
الشكل ـ2

التمرين رقم: 03 — بكالوريا 2010 علوم تجريبية

لتنفيذ مخالفة خلال مباراة كرة القدم وضع اللاعب الكرة في النقطة مكان وقوع الخطأ (نعتبر الكرة نقطة) على بعد $d = 25m$ من خط المرمى، حيث ارتفاع العارضة الأفقية $h = AB = 2,44m$ ، يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ يصنع حاملها مع الأفق الزاوية $\alpha = 30°$ ، مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس مهملتان.

1ـ ادرس طبيعة حركة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة القذف ، ثم استنتج معادلة المسار.

2ـ كم يجب أن تكون قيمة $\vec{v}_0$ حتى يسجل الهدف مماسيا



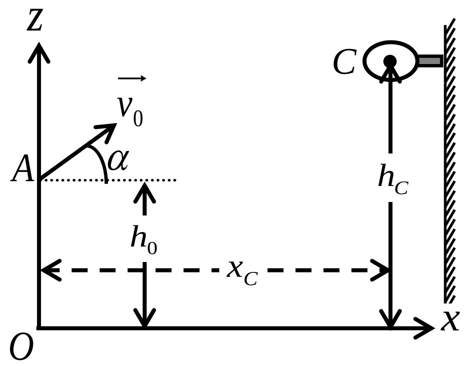
للعارضة الأفقية (النقطة A) ؟ وما هي المدة الزمنية المستغرقة ؟ وما هي قيمة سرعتها عندئذ (النقطة A) ؟

3ـ كم يجب أن تكون v'_0 حتى يسجل الهدف مماسا لخط المرمى (النقطة B) ؟

تعطى: $g = 10 m.s^{-2}$.

التمرين رقم: 04 — بكالوريا 2009 رياضيات + تقني رياضي

قام لاعب كرة السلة بتسديد الكرة نحو السلة من نقطة A منطبقة على مركز الكرة الموجودة على ارتفاع $h_0 = 2,10m$ من سطح الأرض بسرعة ابتدائية $v_0 = 8m.s^{-1}$ يصنع حاملها زاوية $\alpha = 37°$ مع الأفق، ليمر مركز الكرة G بمركز السلة C الذي إحداثياه $(x_C = 4,50m , z_C)$ في المعلم الأرضي $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$ الذي نعتبره غاليليا.



1ـ بإهمال تأثير الهواء، أدرس حركة مركز عطالة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة تسديد الكرة.

2ـ احسب قيمة z_C.

3ـ يعبر مركز عطالة الكرة مركز السلة بسرعة $\overrightarrow{v_C}$ التي يصنع حاملها مع الأفق زاوية β، استنتج قيمتي v_C و β.

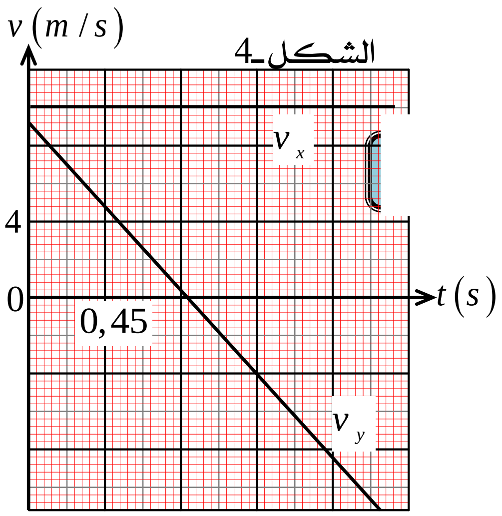
تعطى: $g = 9,80m \times s^{-2}$.

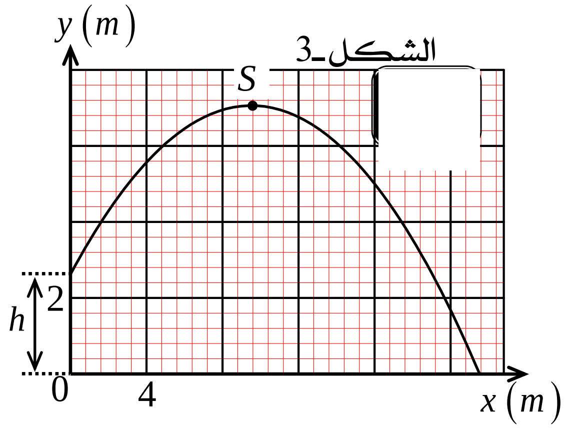
التمرين رقم: 05 — بكالوريا 2014 رياضيات + تقني رياضي

أثناء دراسة تأثير القوى الخارجية على حركة جسم، كلف الأستاذ تلميذين بمناقشة الحركة الناتجة عن رمي الجلة، فأجاب الأول أن حركة الجلة لا تتأثر إلا بثقلها، بينما أجاب الثاني أن حركتها تتعلق بدافعة أرخميدس.

من أجل التصديق على الجواب الصحيح، اعتمد التلميذان على دراسة الرمية التي حقق بها رياضي رقما قياسيا عالميا برمية مداها $21,69m$.

عند محاولتهما محاكاة هذه الرمية بواسطة برنامج خاص، تم قذف الجلة (التي نعتبرها جسما نقطيا) من ارتفاع $h = 2,62m$ بسرعة ابتدائية $v_0 = 13,7m.s^{-1}$ يصنع شعاعها مع الأفق الزاوية $\alpha = 43°$ فتحصلا على رسم لمسار مركز عطالة الجلة الموضح في الشكل ـ3 و المنحنيين البيانيين $v_x = f(t)$ و $v_y = g(t)$ كما مبين في الشكل ـ4.





Iـ دراسة نتائج المحاكاة:

1ـ ما هي طبيعة حركة مسقط مركز عطالة الجلة على المحور (Ox) ؟ برر إجابتك.

2ـ أ ـ عين القيمة v_{oy} للمركبة الشاقولية لشعاع السرعة الابتدائية.

ب ـ عين القيمة v_0 للسرعة الابتدائية للقذيفة، وهل تتوافق مع المعطيات السابقة $v_0 = 13,7 m.s^{-1}$ و $\alpha = 43°$ ؟

3ـ عين خصائص شعاع السرعة $\overrightarrow{v_S}$ عند الذروة (S).

II ـ الدراسة التجريبية لحركة مركز عطالة الجلة:

1ـ بين أن دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الجلة ، أي التلميذين على صواب؟

2ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة تسارع مركز عطالة الجلة (نهمل مقاومة الهواء).

3ـ جد معادلة المسار لمركز عطالة الجلة.

المعطيات:

الجلة عبارة عن كروي حجمها V و كتلتها الحجمية $\rho = 7,10 \times 10^3 kg.m^{-3}$.

الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,29 kg.m^{-3}$.

التمرين رقم: 06 — بكالوريا 2016 علوم تجريبية

بإحدى الحصص التدريبية لكرة القدم استقبل اللاعب كرة زميله فقذفها برأسه نحو المرمى بغية تسجيل هدف.

غادرت الكرة رأسه في لحظة نعتبرها $t = 0$ من النقطة B في اتجاه المرمى بسرعة ابتدائية $v_0 = 10 m.s^{-1}$ واقعة على المستوي الشاقولي المتعامد مع مستوي المرمى ويصنع حاملها زاوية $\alpha = 30°$ مع الأفق.

تقع النقطة B على الارتفاع $h_B = 2,0m$ من سطح الأرض كما هو موضح بالشكل ـ 5.

1ـ بإهمال أبعاد الكرة وتأثير الهواء عليها ،وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة في المعلم السطحي الأرضي $\left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}\right)$ جد ما يلي :

أ ـ المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$.

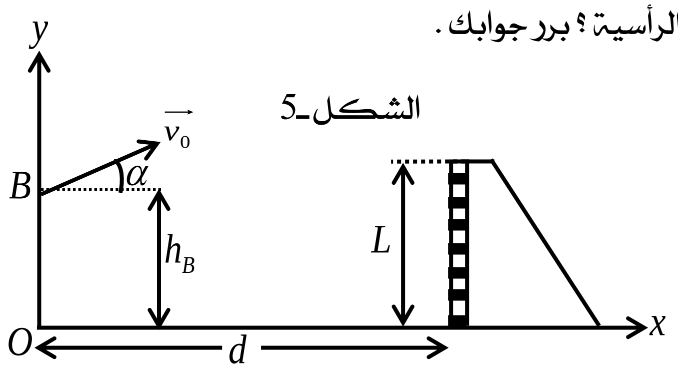
ب ـ معادلة المسار $y = f(x)$.

جـ ـ قيمة سرعة مركز عاطلة الكرة عند الذروة .

2 ـ يبعد خط التهديف عن اللاعب بالمسافة $d = 10m$ وارتفاع المرمى $L = 2,44m$.

أ ـ اكتب الشرط الذي يجب أن يحققه كل من x و y لكي يسجل الهدف مباشرة إثر هذه الرمية الرأسية ؟

ب ـ هل سجل اللاعب الهدف بهذه الرأسية ؟ برر جوابك .



الشكل ـ5

تعطى: $g = 10 m.s^{-2}$.

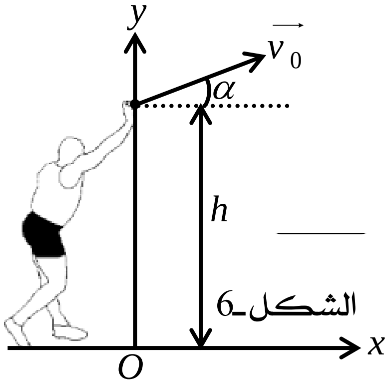
التمرين رقم: 07 — بكالوريا 2018 علوم تجريبية

خلال الألعاب الاولمبية التي جرت بالبرازيل سنة 2016 تحصل الأمريكي ريان كروزر *Ryan crouser* على الميدالية الذهبية في رياضية رمي الجلة لألعاب القوى على إثر رمية قدرها (D).

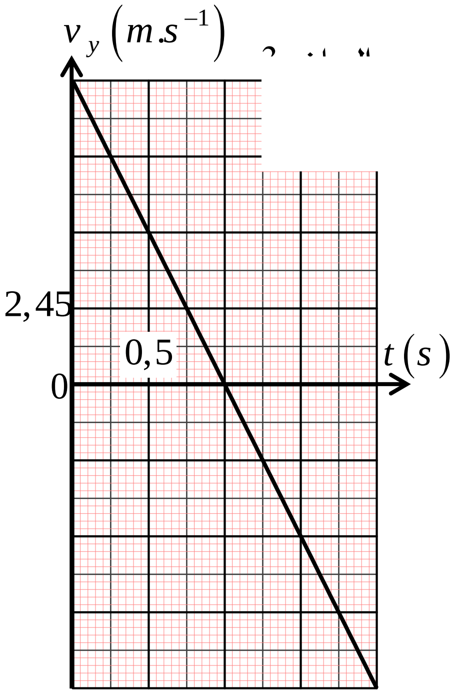
بإهمال تأثير الهواء ،تمت دراسة محاكاة حركة مركز عطالة الجلة G في المعلم (O, x, y) المرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا، ابتداء من لحظة رميها $(t = 0)$ على ارتفاع h من سطح الأرض إلى غاية ارتطامها به.

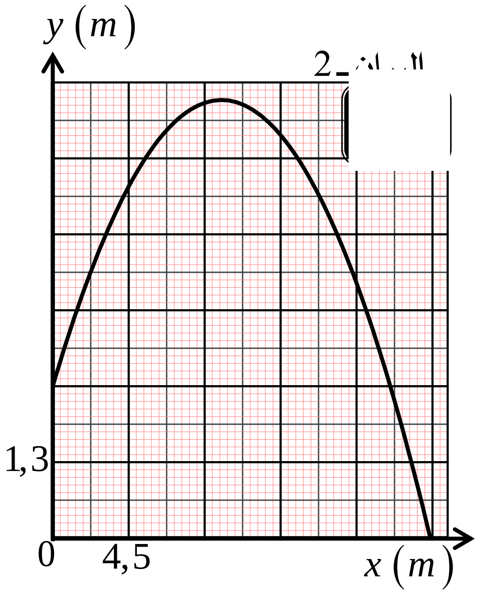
أنظر الشكل ـ 6 .

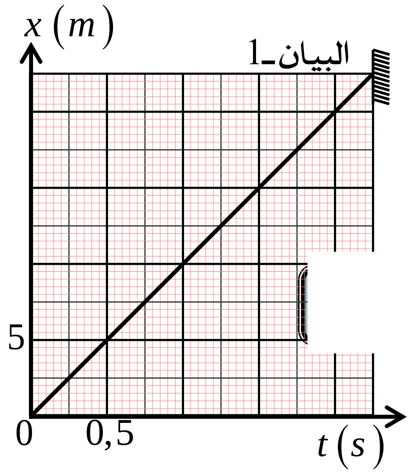
فتم الحصول على المنحنيات البيانية التالية:



الشكل ـ6







01 ـ بالاعتماد على المنحنيات البيانية:

1ـ حدد طبيعة حركة مركز الجلة G على كل من المحورين (Ox) و (Ox) مع تبرير إجابتك .

2ـ حدد قيم المقادير التالية : مركبتي السرعة الابتدائية v_{0x} و v_{0y} ، مركبتي التسارع a_x و a_y و الارتفاع h .

3ـ اكتب المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G في المعلم (O,x,y).

4ـ اكتب معادلة البيان ـ 2 ، ماذا تمثل؟

5ـ ما هي قيمة كل من زاوية القذف α و السرعة v_0 والتي قذفت بها الجلة؟

6ـ ماهي قيمة المسافة (D) التي مكنت الرياضي من الفوز بالميدالية الذهبية؟.

02 ـ أنجز مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (الجلة) بين اللحظتين $t=0$ و $t=2,25s$ ، ثم اكتب معادلة انحفاظ الطاقة و استنتج سرعة مركز عطالة الجملة عند لحظة ارتطامها بسطح الأرض $t=2,25s$.

03ـ حدد خصائص شعاع سرعة مركز عطالة الجلة G عند اللحظة $t=2,25s$.

04 ـ جد عبارة الطاقة الكلية للجملة (الجلة+ الأرض) عند اللحظتين المذكورتين سابقا بدلالة كل من: v_0 و h و g و m (كتلة الجلة)، ماذا تستنتج؟

(نعتبر مستوى سطح الأرض مرجعا لقياس الطاقة الكامنة الثقالية).

يعطى : $g=9,80m.s^{-2}$.

حلول تمارين لحركة قذيفة

الجزء الثالث

حل التمرين رقم: 01 بكالوريا 2011 رياضيات + تقني رياضي

1ـ أـ المعادلات التفاضلية للحركة:

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$: لدينا: $x_0=0$ و $z_0=h=2,0m$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائي $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases}v_{0x}=v_0\cos(\alpha)\\ v_{0z}=v_0\sin(\alpha)\end{cases}$ حيث: $v_0=13,7m.s^{-1}$ و $\alpha=35°$

تـع: $\vec{v}_0\begin{cases}v_{0x}=13,7\cos(35)=11,22m.s^{-1}\\ v_{0z}=13,7\sin(35)=7,86m.s^{-1}\end{cases}$.

ثانيا ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P}=m\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و (Oz) نجد:

$\begin{cases}ma_x=0\\ ma_z=-P=-mg\end{cases}$ حيث: $m\neq 0$ ومنه: $\begin{cases}a_x=0\\ a_z=-g\end{cases}$ أي: $\begin{cases}\dfrac{dv_x(t)}{dt}=0\\ \dfrac{dv_z(t)}{dt}=-g\end{cases}$ أو $\begin{cases}\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}=0\\ \dfrac{d^2z(t)}{dt^2}=-g\end{cases}$

بـ المعادلات الزمنية للحركة:

أولا ـ بالنسبة لـ $v_x(t)$ و $v_z(t)$: نعلم أن: $\begin{cases}\dfrac{dv_x(t)}{dt}=0\\ \dfrac{dv_z(t)}{dt}=-g\end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن

واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد: $\begin{cases}v_x(t)=v_0\cos(\alpha)\\ v_z(t)=-gt+v_0\sin(\alpha)\end{cases}$ تـع: $\begin{cases}v_x(t)=11,22\\ v_z(t)=-9,8t+7,86\end{cases}$

ثانيا ـ بالنسبة لـ $x(t)$ و $z(t)$: نعلم أن: $\begin{cases}v_x(t)=v_0\cos(\alpha)\\ v_z(t)=-gt+v_0\sin(\alpha)\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases}\dfrac{dx(t)}{dt}=v_0\cos(\alpha)\\ \dfrac{dz(t)}{dt}=-gt+v_0\sin(\alpha)\end{cases}$ وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط

الابتدائية نجد: $\begin{cases}x(t)=v_0\cos(\alpha)t\text{.........................}(1)\\ z(t)=-\dfrac{1}{2}gt^2+v_0\sin(\alpha)t+h\text{....}(2)\end{cases}$ تـع: $\begin{cases}x(t)=11,22t\\ z(t)=-4,9t^2+7,86t+2\end{cases}$

2ـ معادلة المسار $z=f(x)$: من العبارة (1) نجد: $t=\dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$$z(x)=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2+v_0\sin(\alpha)\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)+h$$

أي: $z(x)=-\dfrac{g}{2(v_0\cos(\alpha))^2}x^2+\tan(\alpha)x+h$ ت ـ ع: $z(x)=-0{,}04x^2+0{,}7x+2$

3 ـ إيجاد احداثيتي (x_M, z_M) M نقطة سقوط القذيفة:

لدينا: $z_M=0$ وبالتعويض في معادلة السمار نجد: $-0{,}04x_M^2+0{,}7x_M+2=0$

قيمة المميز Δ: $\Delta=(0{,}7)^2-4\times(-0{,}04)\times2=0{,}81$ أي: $\sqrt{\Delta}=0{,}9$

ومنه: $x_M=\dfrac{-0{,}7+0{,}9}{2\times(-0{,}04)}=-2{,}5m$ مرفوض لأن: $x_M<0$

ونجد كذلك: $x_M=\dfrac{-0{,}7-0{,}9}{2\times(-0{,}04)}=20m$ مقبول وعليه: $M(x_M=20m, z_M=0)$.

إيجاد قيمة سرعة القذيفة عند الموضع M: نعلم أن: $v_M=\sqrt{v_{xM}^2+v_{zM}^2}$

ولدينا: $\begin{cases} v_x(t)=11{,}22 \\ v_z(t)=-9{,}8t+7{,}86 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} v_{xM}=11{,}22 \\ v_{zM}=-9{,}8t_M+7{,}86 \end{cases}$

ومن العلاقة $x_M=11{,}22t_M$ نجد: $t_M=\dfrac{x_M}{11{,}22}$ حيث: $x_M=20m$ أي: $t_M=\dfrac{20}{11{,}22}=1{,}78s$

أي: $v_{zM}=-9{,}8\times1{,}78+7{,}86=9{,}58\,m.s^{-1}$

إذن: $v_M=\sqrt{(11{,}22)^2+(9{,}58)^2}=14{,}75m.s^{-1}$

حل التمرين رقم: 02 — بكالوريا 2012 علوم تجريبية

1 ـ إيجاد المعادلتين الزمنيتين $x=f(t)$ و $z=g(t)$ المميزتين لحركة الجلة في المعلم المختار:

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$: لدينا: $x_0=0$ و $z_0=h_A=2{,}0m$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائية $\vec{v_0}$: $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x}=v_0\cos(\alpha) \\ v_{0z}=v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ حيث: v_0 مجهولة و $\alpha=45°$

ثانيا ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجلة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P}=m\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و (Oz) نجد:

$\begin{cases} ma_x=0 \\ ma_z=-P=-mg \end{cases}$ حيث: $m\neq0$ ومنه: $\begin{cases} a_x=0 \\ a_z=-g \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dv_x(t)}{dt}=0 \\ \dfrac{dv_z(t)}{dt}=-g \end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$\begin{cases} v_x(t)=v_0\cos(\alpha) \\ v_z(t)=-g\,t+v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt}=v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dz(t)}{dt}=-g\,t+v_0\sin(\alpha) \end{cases}$

وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$$\begin{cases} x(t)=v_0\cos(\alpha)t ....(1) \\ z(t)=-\frac{1}{2}g t^2+v_0\sin(\alpha)t+h_A ....(2) \end{cases}$$

استنتاج معادلة مسار الجلة $z=h(x)$ بدلالة المقادير التالية: h_A و α و g و v_0:

من العبارة (1) نجد: $t=\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$$z(x)=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2+v_0\sin(\alpha)\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)+h_A$$

أي: $z(x)=-\frac{g}{2(v_0\cos(\alpha))^2}x^2+\tan(\alpha)x+h_A$

2ـ إيجاد عبارة السرعة الابتدائية v_0 بدلالة h_A و α و g و d:

نعلم أن إحداثيتي النقطة C هي: $C(x_C=d\ ,z_C=0)$

وبالتعويض في معادلة المسار نجد: $-\frac{g}{2(v_0\cos(\alpha))^2}d^2+\tan(\alpha)d+h_A=0$

ومنه: $\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}d^2=\tan(\alpha)d+h_A$ ومنه: $v_0^2=\frac{gd^2}{2\cos^2(\alpha)(\tan(\alpha)d+h_A)}$

إذن: $v_0=\sqrt{\frac{gd^2}{2\cos^2(\alpha)(\tan(\alpha)d+h_A)}}=\frac{d}{\cos(\alpha)}\times\sqrt{\frac{g}{2(\tan(\alpha)d+h_A)}}$

حساب قيمة v_0:

لدينا: $v_0=\frac{21{,}51}{\cos(45)}\times\sqrt{\frac{9{,}8}{2(\tan(45)\times21{,}51+2)}}=13{,}89m.s^{-1}$.

3ـ إيجاد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء: لدينا العلاقة (1) السابقة: $x(t)=v_0\cos(\alpha)t$

وعند الموضع C نجد: $x_C=d=v_0\cos(\alpha)t_C$ إذن: $t_C=\frac{d}{v_0\cos(\alpha)}$

ت ـ ع: $t_C=\frac{21{,}51}{13{,}89\cos(45)}=2{,}19s\simeq2{,}2s$

حل التمرين رقم: 03 — بكالوريا 2010 علوم تجريبية

1ـ دراسة طبيعة حركة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$ بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة القذف:

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$: لدينا: $x_0=0$ و $y_0=0$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائي $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x}=v_0\cos(\alpha) \\ v_{0y}=v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ حيث: v_0 مجهولة و $\alpha=30°$

ثانيا ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P}=m\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و (Oy) نجد:

حيث: $\begin{cases} ma_x = 0 \\ ma_y = -P = -mg \end{cases}$ ومنه: $m \neq 0$ ومنه: $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ أي حركة الكرة منتظمة وفق المحور الأفقي (Ox) ومتغيرة بانتظام وفق المحور الشاقولي (Oy) .

استنتاج معادلة المسار:

نعلم أن: $\begin{cases} \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y(t)}{dt} = -g \end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$\begin{cases} v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t ....(1) \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t ....(2) \end{cases}$$

ومن العبارة (1) نجد: $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)$$

أي: $y(x) = -\dfrac{g}{2(v_0\cos(\alpha))^2}x^2 + \tan(\alpha)x$

2ـ كم يجب أن تكون قيمة $\vec{v}_0$ حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية (النقطة A) ؟

يسجل الهدف مماسي للعارضة الأفقية لـما يكون: $x_A = d$ و $y_A = h = AB$

وبالتعويض في معادلة المسار نجد: $h = -\dfrac{g}{2(v_0\cos(\alpha))^2}d^2 + \tan(\alpha)d$

ومنه: $\dfrac{gd^2}{2v_0^2\cos^2(\alpha)} = \tan(\alpha)d - h$ ومنه: $v_0^2 = \dfrac{gd^2}{2\cos^2(\alpha)(\tan(\alpha)d - h)}$

أي: $v_0 = \sqrt{\dfrac{gd^2}{2\cos^2(\alpha)(\tan(\alpha)d - h)}} = \dfrac{d}{\cos(\alpha)} \times \sqrt{\dfrac{g}{2(\tan(\alpha)d - h)}}$

ت ـ ع: $v_0 = \dfrac{25}{\cos(30)} \times \sqrt{\dfrac{10}{2(\tan(30) \times 25 - 2,44)}} \simeq 18,6m.s^{-1}$

ـ ما هي المدة الزمنية المستغرقة ؟ وما هي قيمة سرعتها عندئذ (النقطة A) ؟

قيمة t_A: لدينا: $x_A = d = v_0\cos(\alpha)t_A$ ومنه: $t_A = \dfrac{d}{v_0\cos(\alpha)}$ ت ـ ع: $t_A = \dfrac{25}{18,6\cos(30)} = 1,55s$

قيمة v_A: لدينا: $v_A = \sqrt{v_{xA}^2 + v_{zA}^2}$

ولدينا: $\begin{cases} v_{xA}(t_A)=v_0\cos(\alpha) \\ v_{yA}(t_A)=-g\,t_A+v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ ت ـ ع: $\begin{cases} v_{xA}(t_A)=18,6\cos(30)=16,1m.s^{-1} \\ v_{yA}(t_A)=-10\times 1,55+18,6\sin(30)=6,2m.s^{-1} \end{cases}$

إذن: $v_A=\sqrt{(16,1)^2+(6,2)^2}=17,25m.s^{-1}$

3 ـ كم يجب أن تكون v'_0 حتى يسجل الهدف مماسا لخط المرمى (النقطة B) ؟

يسجل الهدف مماسي لخط المرمى لـما يكون: $y_B=h_B=0$ و $x_B=d$

وبالتعويض في معادلة المسار نجد: $-\dfrac{g}{2(v'_0\cos(\alpha))^2}d^2+\tan(\alpha)d=0$

ومنه: $\dfrac{gd^2}{2v'^2_0\cos^2(\alpha)}=\tan(\alpha)d$ ومنه: $v'^2_0=\dfrac{gd^2}{2\cos^2(\alpha)\tan(\alpha)d}$

أي: $v'_0=\sqrt{\dfrac{gd^2}{2\cos^2(\alpha)(\tan(\alpha)d-h)}}=\dfrac{d}{\cos(\alpha)}\times\sqrt{\dfrac{g}{2\tan(\alpha)d}}$

ت ـ ع: $v'_0=\dfrac{25}{\cos(30)}\times\sqrt{\dfrac{10}{2\tan(30)\times 25}}=16,99m.s^{-1}\simeq 17m.s^{-1}$

حل التمرين رقم: 04 — بكالوريا 2009 رياضيات + تقني رياضي

1ـ بإهمال تأثير الهواء ، أدرس حركة مركز عطالة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oz})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة تسديد الكرة:

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$: لدينا: $x_0=0$ و $z_0=h_0=2,10m$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائي $\overrightarrow{v_0}$: $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x}=v_0\cos(\alpha) \\ v_{0z}=v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ حيث: $v_0=8m.s^{-1}$ و $\alpha=37°$

ت ـ ع: $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x}=8\cos(37)=6,39m.s^{-1} \\ v_{0z}=8\sin(37)=4,82m.s^{-1} \end{cases}$.

ثانيا ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطاليا نجد:

$\sum\overrightarrow{F_{ext}}=m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P}=m\vec{a}$ وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و (Oz) نجد:

$\begin{cases} ma_x=0 \\ ma_z=-P=-mg \end{cases}$ حيث: $m\neq 0$ ومنه: $\begin{cases} a_x=0 \\ a_z=-g \end{cases}$

أي حركة الكرة منتظمة وفق المحور الأفقي (Ox) ومتغيرة بانتظام وفق المحور الشاقولي (Oz) .

2ـ حساب قيمة z_C:

أولا ـ إيجاد المعادلات الزمنية للحركة:

بالنسبة لـ $v_x(t)$ و $v_z(t)$: نعلم أن: $\begin{cases} \dfrac{dv_x(t)}{dt}=0 \\ \dfrac{dv_z(t)}{dt}=-g \end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا

على الشروط الابتدائية نجد: $\begin{cases} v_x(t)=v_0\cos(\alpha) \\ v_z(t)=-g\,t+v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ ت ـ ع: $\begin{cases} v_x(t)=6,39 \\ v_z(t)=-9,8t+4,82 \end{cases}$

بالنسبة لـ $x(t)$ و $z(t)$: نعلم أن: $\begin{cases} v_x(t)=v_0\cos(\alpha) \\ v_z(t)=-gt+v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt}=v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dz(t)}{dt}=-gt+v_0\sin(\alpha) \end{cases}$

وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$$\begin{cases} x(t)=v_0\cos(\alpha)t\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ z(t)=-\dfrac{1}{2}gt^2+v_0\sin(\alpha)t+h_0\ldots.(2) \end{cases}$$ ت ـ ع: $$\begin{cases} x(t)=6,39t \\ z(t)=-4,9t^2+4,82t+2,1 \end{cases}$$

ثانيا ـ إيجاد معادلة المسار $z=f(x)$: من العبارة (1) نجد: $t=\dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$$z(x)=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2+v_0\sin(\alpha)\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)+h_0$$

أي: $z(x)=-\dfrac{g}{2(v_0\cos(\alpha))^2}x^2+\tan(\alpha)x+h_0$ ت ـ ع: $z(x)=-0,12x^2+0,75x+2,1$

ولما $(x_C=4,50m, z_C)$ نجد: $z_C=-0,12x_C^2+0,75x_C+2,1$

أي: $z_C=-0,12(4,5)^2+0,75\times4,5+2,1\simeq3m$

3 ـ استنتاج قيمتي v_C و β :

قيمة v_C: لدينا: $v_C=\sqrt{v_{Cx}^2+v_{Cz}^2}$

ولدينا: $\begin{cases} v_{Cx}(t)=6,39 \\ v_{Cz}(t)=-9,8t_C+4,82 \end{cases}$ أي: $v_C=\sqrt{(6,39)^2+(-9,8t_C+4,82)^2}$

نبحث عن قيمة t_C: لدينا: $x_C=6,39t_C$ ومنه: $t_C=\dfrac{x_C}{6,39}=\dfrac{4,5}{6,39}=0,7s$

إذن: $v_C=\sqrt{(6,39)^2+(-9,8\times0,7+4,82)^2}=6,70m.s^{-1}$

قيمة β : لدينا: $\sin(\beta)=\dfrac{v_{Cx}}{v_C}=\dfrac{6,39}{6,70}=0,95$ إذن: $\beta=71,8°$.

حل التمرين رقم: 05 — بكالوريا 2014 رياضيات + تقني رياضي

I ـ دراسة نتائج المحاكاة:

1 ـ طبيعة حركة مسقط مركز عطالة الجلة على المحور (Ox): منتظمة.

لأن البيان $v_x=f(t)$ يظهر ثبات طويلة المركبة الأفقية لشعاع السرعة خلال الحركة،

أي: $v_x(t)=2,5\times4=10m.s^{-1}=Cste$.

2 ـ أ ـ تعيين القيمة v_{oy} للمركبة الشاقولية لشعاع السرعة الابتدائية:

من البيان $v_y=g(t)$ ولما $t=0$ نجد: $v_y(0)=v_{0y}=2,3\times4=9,2m.s^{-1}$.

ب ـ تعيين القيمة v_0 للسرعة الابتدائية للقذيفة:

نعلم أن: $v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}$ ت ـ ع: $v_0=\sqrt{10^2+(9,2)^2}=13,6m.s^{-1}$

نعم تتوافق مع القيمة السابقة $v_0=13,7m.s^{-1}$ مع أخذ بعين الاعتبار الخطأ المرتكب عند القراءة البيانية لقيمة v_{oy}.

ومن جهة أخرى لدينا: $\cos(\alpha)=\frac{v_{0x}}{v_0}$ ت ـ ع: $\cos(\alpha)=\frac{10}{13,6}=0,74$ أي: $\alpha=42,7°$ وهي تقارب جدا: $43°$

3ـ تعيين خصائص شعاع السرعة $\vec{v_S}$ عند الذروة (S):

أ ـ بدايته: النقطة (S).

ب ـ الحامل: المماس لمسار القذيفة عند النقطة (S) والموازي للمحور الأفقي (Ox).

جـ ـ جهته: نفس جهة المحور الأفقي (Ox).

د ـ قيمته: $v_S=\sqrt{v_{Sx}^2+v_{Sy}^2}=\sqrt{10^2+0^2}=10m.s^{-1}$ لأن عند الذروة طويلة المركبة الشاقولية لشعاع السرعة معدومة.

II ـ الدراسة التجريبية لحركة مركز عطالة الجلة:

1ـ تبيان أن دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الجلة، أي التلميذين على صواب؟

أي نقارن بين شدة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ وشدة قوة الثقل $\vec{P}$ للجلة حيث نحسب قيمة النسبة $\frac{P}{\Pi}$ مثلا:

ونجد: $\frac{P}{\Pi}=\frac{mg}{m_{air}g}=\frac{\rho V g}{\rho_{air}V g}$ ت ـ ع: $\frac{P}{\Pi}=\frac{\rho}{\rho_{air}}$ وعليه: $\frac{P}{\Pi}=\frac{7,10\times10^3}{1,29}\simeq5504$ $P=5504.\Pi$

إذن: دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ مهملة أمام قوة الثقل $\vec{P}$.

وبالتالي: التلميذ الذي اعتبر بأن الجلة لا تتأثر إلا بثقلها على صواب.

2ـ إيجاد عبارة تسارع مركز عطالة الجلة (نهمل مقاومة الهواء):

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الجلة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد:

$\sum\vec{F}_{ext}=m\vec{a}_G$ ومنه: $\vec{P}=m\vec{a}$

وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و(Oy) نجد:

$\begin{cases}ma_{Gx}=0\\ ma_{Gy}=-P=-mg\end{cases}$ حيث: $m\neq0$ ومنه: $\vec{a_G}\begin{cases}a_{Gx}=0\\ a_{Gy}=-g\end{cases}$

3ـ إيجاد معادلة المسار لمركز عطالة الجلة:

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$: لدينا: $x_0=0$ و $y_0=h=2,62m$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائي $\vec{v_0}$: $\vec{v_0}\begin{cases}v_{0x}=v_0\cos(\alpha)\\ v_{0y}=v_0\sin(\alpha)\end{cases}$ حيث: $v_0=13,7m.s^{-1}$ و $\alpha=43°$

ثانيا ـ إيجاد المعادلات الزمنية للحركة:

بالنسبة لـ $v_x(t)$ و $v_y(t)$: نعلم أن: $\begin{cases}a_x=0\\ a_y=-g\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}\frac{dv_x(t)}{dt}=0\\ \frac{dv_y(t)}{dt}=-g\end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة

بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد: $\begin{cases}v_x(t)=v_0\cos(\alpha)\\ v_y(t)=-g\,t+v_0\sin(\alpha)\end{cases}$

بالنسبة لـ $x(t)$ و $y(t)$: نعلم أن: $\begin{cases}v_x(t)=v_0\cos(\alpha)\\ v_y(t)=-g\,t+v_0\sin(\alpha)\end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط

الابتدائية نجد: $\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \text{.........................}(1) \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t + h\text{....}(2) \end{cases}$

من العبارة (1) نجد: $t = \dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right) + h$$

أي: $y(x) = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2 + \tan(\alpha)x + h$

$$y(x) = -0{,}049x^2 + 0{,}933x + 2{,}62$$

التمرين رقم: 06 بكالوريا 2016 علوم تجريبية

1ـ أـ إيجاد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$:

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t = 0$: لدينا: $x_0 = 0$ و $y_0 = h_B = 2m$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائي $\vec{v_0}$: $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0\cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ حيث: $v_0 = 10m.s^{-1}$ و $\alpha = 30°$

ت ـ ع: $\vec{v_0}\begin{cases} v_{0x} = 10\cos(30) = 5\sqrt{3}m.s^{-1} \\ v_{0y} = 10\sin(30) = 5m.s^{-1} \end{cases}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد:

$\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a_G}$ ومنه: $\vec{P} = m\vec{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و (Oy) نجد: $\begin{cases} ma_{Gx} = 0 \\ ma_{Gy} = -P = -mg \end{cases}$ حيث: $m \neq 0$ ومنه: $\begin{cases} a_{Gx} = 0 \\ a_{Gy} = -g \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y(t)}{dt} = -g \end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$\begin{cases} v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$ ت ـ ع: $\begin{cases} v_x(t) = 5\sqrt{3} \\ v_y(t) = -10t + 5 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases}$

وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \text{...........................}(1) \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t + h_B\text{....}(2) \end{cases}$ ت ـ ع: $\begin{cases} x(t) = 5\sqrt{3}t \\ y(t) = -5t^2 + 5t + 2 \end{cases}$

ب ـ معادلة المسار $y=f(x)$: من العبارة (1) نجد: $t=\dfrac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$$y(x)=-\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2+v_0\sin(\alpha)\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)+h_B$$

أي: $y(x)=-\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2+\tan(\alpha)x+h_B$ ت ـ ع: $y(x)=-\dfrac{1}{15}x^2+0,58x+2$

جـ ـ قيمة سرعة مركز عاطلة الكرة عند الذروة (S):

عند الذروة (S) يتحقق: $v_{Sy}=0$ أي: $v_S=\sqrt{v_{Sx}^2+v_{Sy}^2}=\sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2+0^2}=8,66m.s^{-1}$

2 ـ أ ـ الشرط الذي يجب أن يحققه كل من x و y لكي يسجل الهدف مباشرة إثر هذه الرمية الرأسية:

يجب أن يكون: $x\geq d$ و $0<y<L$.

ب ـ هل يسجل اللاعب الهدف بهذه الرأسية؟ برر جوابك:

من أجل: $x=d=10m$ وبالتعويض في معادلة المسار نجد: $y=-\dfrac{1}{15}\times10^2+0,58\times10+2=1,13m$

حل التمرين رقم: 07 بكالوريا 2018 علوم تجريبية

01 ـ بالاعتماد على المنحنيات البيانية:

1 ـ تحديد طبيعة حركة مركز الجلة G على كل من المحورين (Ox) و (Ox) مع تبرير إجابتك:

ـ على المحور الأفقي (Ox): البيان ـ 1 يمثل دالة خطية للفاصلة x بدلالة الزمن t ونكتب معادلته: $x=v_{0x}t$

حيث: v_{0x} يمثل مركبة السرعة الأفقية وقيمتها ثابتة خلال الزمن، وعليه فالحركة منتظمة.

ـ على المحور الأفقي (Oy): البيان ـ 3 يمثل دالة خطية للسرعة v_y بدلالة الزمن t ونكتب معادلته: $v_y=a_yt+v_{0y}$، حيث: a_y يمثل مركبة التسارع الشاقولي وقيمته ثابتة خلال الزمن، وعليه فالحركة متغيرة بإنتظام.

2 ـ تحديد قيم المقادير التالية:

ـ مركبتي السرعة الابتدائية v_{0x} و v_{0y}:

لدينا معادلة البيان ـ 1 هي: $x=v_{0x}t$ أي: $v_{0x}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{22,5-0}{2,25-0}=10m.s^{-1}$.

لدينا معادلة البيان ـ 3 هي: $v_y=a_yt+v_{0y}$ ولما $t=0$ نجد: $v_y(0)=v_{0y}=9,8m.s^{-1}$

ـ مركبتي التسارع a_x و a_y:

لدينا: $a_x=\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}=0$ لأن: $v_x(t)=v_{0x}=10m.s^{-1}$ (قيمة ثابتة خلال الزمن).

ولدينا معادلة البيان ـ 3 هي: $v_y=a_yt+v_{0y}$ أي: a_y يمثل معامل توجيه البيان ـ 3.

إذن نجد: $a_y=\dfrac{\Delta v_y}{\Delta t}=\dfrac{-9,8-9,8}{2-0}=-9,8m.s^{-2}$

ـ الارتفاع h: من البيان ـ 2 ولما $x=0$ نجد: $h=1,3\times2=2,6m$.

3 ـ كتابة المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G في المعلم (O,x,y):

أولا ـ الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$: لدينا: $x_0=0$ و $y_0=h=2,6m$.

ولدينا مركبتي شعاع السرعة الابتدائي $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases}v_{0x}=v_0\cos(\alpha)\\v_{0y}=v_0\sin(\alpha)\end{cases}$ حيث قيمة كل من v_0 و α مجهول.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرة في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد:

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\overrightarrow{a_G}$ ومنه: $\vec{P} = m\overrightarrow{a_G}$

وبالإسقاط وفق المحورين (Ox) و (Oy) نجد: $\begin{cases} ma_{Gx} = 0 \\ ma_{Gy} = -P = -mg \end{cases}$ حيث: $m \neq 0$ ومنه: $\begin{cases} a_{Gx} = 0 \\ a_{Gy} = -g \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y(t)}{dt} = -g \end{cases}$ بمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا على الشروط الابتدائية نجد:

$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} \\ v_y(t) = -gt + v_{0y} \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = v_{0x} \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -gt + v_{0y} \end{cases}$ وبمكاملة طرفي كل علاقة بالنسبة للزمن واعتمادا

على الشروط الابتدائية نجد: $\begin{cases} x(t) = v_{0x}\,t ....(1) \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + h ....(2) \end{cases}$

ت ـ ع: $\begin{cases} x(t) = 10t \\ y(t) = -4,9t^2 + 9,8t + 2,6 \end{cases}$

4 ـ معادلة البيان ـ 2 هي: $y = f(x)$.

من العبارة (1) نجد: $t = \dfrac{x}{v_{0x}}$ وبالتعويض في العبارة (2) نجد:

$y(x) = -\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0y}\left(\dfrac{x}{v_{0x}}\right) + h_B$ أي: $y(x) = -\dfrac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} + h_B$

ت ـ ع: $y(x) = -4,9\times 10^2 x^2 + 0,98x + 2,6$ وتمثل معادلة مسار الجلة.

5 ـ قيمة كل من:

ـ زاوية القذف α: لدينا: $\tan(\alpha) = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} = \dfrac{9,8}{10} = 0,98$ إذن: $\alpha = 44,42°$

ـ السرعة v_0 والتي قذفت بها الجلة: طريقة 01: $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{10^2 + (9,8)^2} = 14m.s^{-1}$

طريقة 02: $\cos(\alpha) = \dfrac{v_{0x}}{v_0}$ ومنه: $v_0 = \dfrac{v_{0x}}{\cos(\alpha)} = \dfrac{10}{\cos(44,42)} = 14m.s^{-1}$

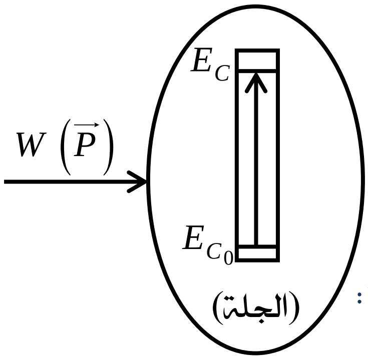
طريقة 03: $\sin(\alpha) = \dfrac{v_{0y}}{v_0}$ ومنه: $v_0 = \dfrac{v_{0y}}{\sin(\alpha)} = \dfrac{9,8}{\sin(44,42)} = 14m.s^{-1}$

6 ـ قيمة المسافة (D) التي مكنت الرياضي من الفوز بالميدالية الذهبية:

طريقة 01: من البيان ـ 2 ولما $y = 0$ نجد: $D = 4,5\times 5 = 22,5m$.

طريقة 02: من البيان ـ 1 ولما $t = 4,5s$ نجد: $D = 5\times 4,5 = 22,5m$

02 ـ مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (الجلة) بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 2,25s$:



معادلة انحفاظ الطاقة: $E_{C_0} + W(\vec{P}) = E_C$

ـ استنتاج سرعة مركز عطالة الجملة عند لحظة ارتطامها بسطح الأرض $t = 2,25s$:

لدينا: $E_{C_0}+W\left(\vec{P}\right)=E_C$ ومنه: $\frac{1}{2}mv_0^2+m\,g\,h=\frac{1}{2}mv^2$

أي: $v^2=v_0^2+2g\,h$ إذن: $v=\sqrt{v_0^2+2g\,h}$ ت ـ ع: $v=\sqrt{14^2+\left(2\times 9,8\times 2,6\right)}=15,7m.s^{-1}$

03ـ تحديد خصائص شعاع سرعة مركز عطالة الجلة G عند اللحظة $t=2,25s$:

أ ـ بدايته: نقطة الارتطام بسطح الأرض وإحداثيتيها $\left(x=D=22,5m\,,y=0\right)$.

ب ـ الحامل: المستقيم المار من نقطة الارتطام بسطح الأرض والذي يصنع الزاوية β مع الأفق

حيث: $\cos\left(\beta\right)=\frac{v_x}{v}=\frac{10}{15,7}=0,64$ أي: $\beta=50,2°$.

جـ ـ جهته: نحو الأسفل.

د ـ قيمته: $v=15,7m.s^{-1}$

04 ـ إيجاد عبارة الطاقة الكلية للجملة (الجلة+ الأرض) عند اللحظتين المذكورتين سابقا بدلالة كل من: v_0 و h و g و m (كتلة الجلة): لدينا: $E_T=E_C+E_{PP}$ ومنه: $E_T=\frac{1}{2}mv^2+mgh$

ـ لما $t=0$ نجد: $E_T\left(0\right)=\frac{1}{2}mv_0^2+mgh$.

ـ لما $t=2,25s$ نجد: $E_T\left(t\right)=\frac{1}{2}mv^2+0=\frac{1}{2}mv^2$ حيث: $v=\sqrt{v_0^2+2g\,h}$

أي: $E_T\left(t\right)=\frac{1}{2}mv_0^2+mgh$

نلاحظ أن: $E_T\left(0\right)=E_T\left(t\right)$ نستنتج أن طاقة الجملة(الجلة+ الأرض) محفوظة.