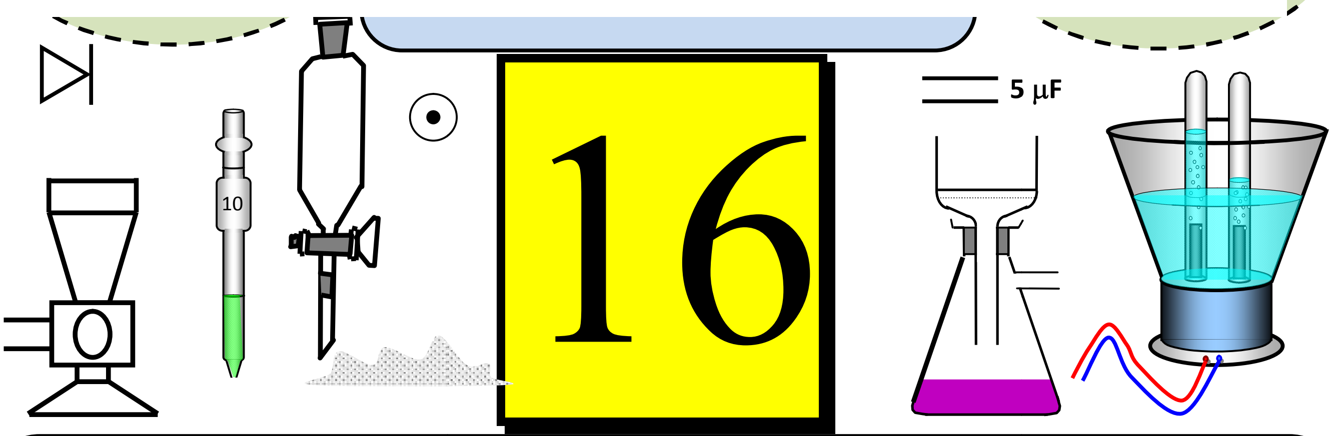
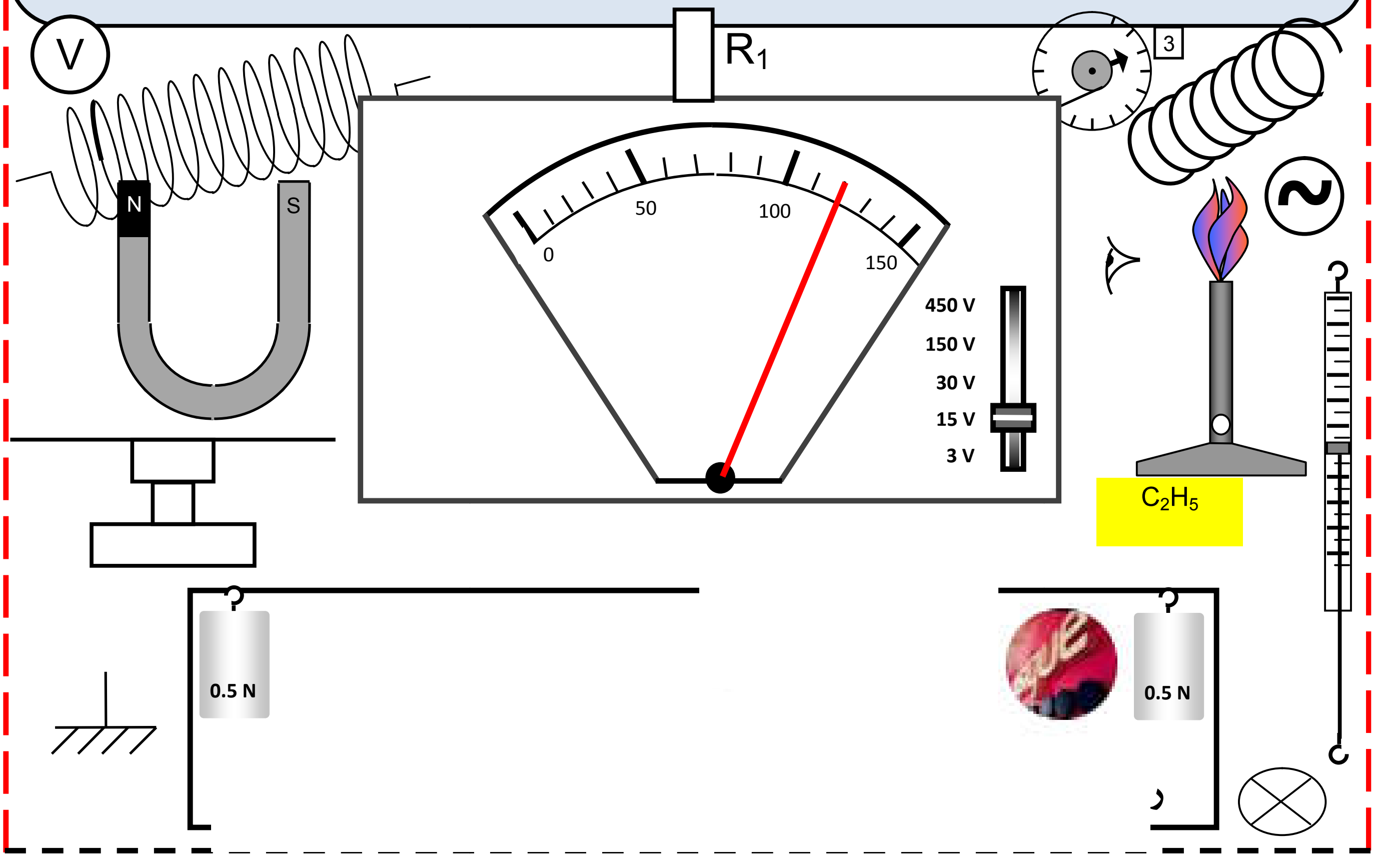
16

الـمـوضـوع الـسادس عـــشر +الحل الـمـفصل





التمرين الأول :

I ـ يعتبر غاز ثنائي الكلور $Cl_2(g)$ من الغازات الأساسية التي تدخل في صناعة مركبات كيميائية مختلفة من بينها ماء جافيل الذي يتميز بالشاردة الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$ الفعالة.

01ـ نحضر بحذر محلولا (S_0) لماء جافيل تركيزه المولي c_0 بشوارد الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$ من تفاعل غاز ثنائي الكلور ومحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)(aq)$ وفق تحول كيميائي تام ينمذج بمعادلة التفاعل التالية : $Cl_2(g) + 2OH^-(aq) = ClO^-(aq) + Cl^-(aq) + H_2O(l) ...(1)$.

يعرف ماء جافيل بالدرجة الكلورومترية $(°Chl)$ والتي يعبر عنها بالعلاقة $(°Chl) = [ClO^-]_0 . V_m$ حيث $[ClO^-]_0 = c_0$ التركيز المولي لشوارد الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$ في ماء جافيل.

1ـ وردت الجملة: " نحضر بحذر محلولا (S_0) ... من تفاعل غاز ثنائي الكلور و محلول هيدروكسيد الصوديوم " . اعط مبررا للحذر عند عملية التحضير.

2ـ عرف الدرجة الكلورومترية $(°Chl)$.

02ـ نضيف للمحلول (S_0) حجما من الماء المقطر فنتحصل على محلول مائي (S_1) تركيزه المولي $c_1 = \frac{c_0}{10}$.

نأخذ حجما قدره $V_1 = 10mL$ من المحلول (S_1) ونضيف إليه كمية كافية من محلول يود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)(aq)$ المحمض، فيحدث تحول كيميائي تام بين شوارد $ClO^-(aq)$ وشوارد اليود $I^-(aq)$ وفق معادلة التفاعل: $ClO^-(aq) + 2I^-(aq) + 2H^+(aq) = Cl^-(aq) + I_2(aq) + H_2O(l) ...(2)$.

نعاير ثنائي اليود $I_2(aq)$ المتشكل في التحول الكيميائي (2) بعد إضافة له قطرات من صمغ النشاء بواسطة محلول ثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+ + S_2O_3^{2-})(aq)$ ذي التركيز المولي $c_2 = 0,1 mol.L^{-1}$، فيكون الحجم المضاف عند التكافؤ $V_E = 10,8mL$.

1 ـ اكتب معادلة أكسدة ارجاع المنمذج لتحول المعايرة بناءا على المعادلتين النصفيتين للأكسدة والارجاع علما أن الثنائيتين (Ox/Red) الداخلتين في تفاعل المعايرة هما: (I_2/I^-) ، $(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-})$.

2 ـ ارسم التركيب التجريبي لتفاعل المعايرة مع ارفاقه بالبيانات المناسبة.

3 ـ أ ـ انشئ جدول تقدم تفاعل المعايرة.

ب ـ جد قيمة $n(I_2)$ كمية المادة لثنائي اليود $I_2(aq)$ في المزيج.

جـ ـ استنتج قيمة $n(ClO^-)$ كمية المادة لشوارد $ClO^-(aq)$ الموجودة في الحجم V_1 علما أنه تحقق مزيجا ستكيومتريا في التفاعل الكيميائي (2).

د ـ احسب قيمة c_1 ثم استنتج قيمة c_0 التركيز المولي للمحلول (S_0).

هـ ـ استنتج قيمة $(°Chl)$ الدرجة الكلورومترية للمحلول (S_0).

يعطى: الحجم المولي للغازات في الشرطين النظاميين $V_m = 22,4 L.mol^{-1}$.

IIـ في درجة حرارة مرتفعة يحدث التفكك التام لشاردة الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$.

لدينا عند اللحظة $t=0$ محلول مائي (S) حجمه $V=500mL$ من شوارد الهيبوكلوريت $ClO^-(aq)$ تركيزه المولي الابتدائي $\left[ClO^-\right]_0=c$ ، نتابع تفكك شاردة $ClO^-(aq)$ في درجة حرارة ثابتة $(\theta=60°C)$ وبطريقة ملائمة تمكنا من تحديد التركيز المولي لشوارد $ClO^-(aq)$ ، وبواسطة برمجية مناسبة على جهاز الإعلام الآلي رسمنا المنحنى البياني $\left[ClO^-\right]=f(t)$ الموضح في الشكل ـ1.

1 ـ اكتب معادلة التفاعل علما أن الثنائيتين $(Ox/\mathrm{Re}\,d)$ الداخلتين في التفاعل هما : $\left(ClO^-/Cl^-\right)$ ، $\left(ClO_3^-/ClO^-\right)$.

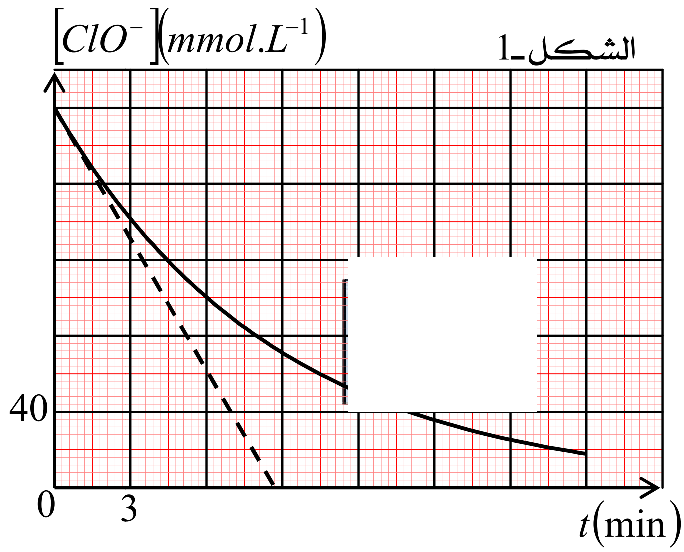
2ـ اعتمادا على البيان وجدول تقدم التفاعل جد قيمة التقدم الأعظمي $x_{\max}$.

3ـ أ ـ حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

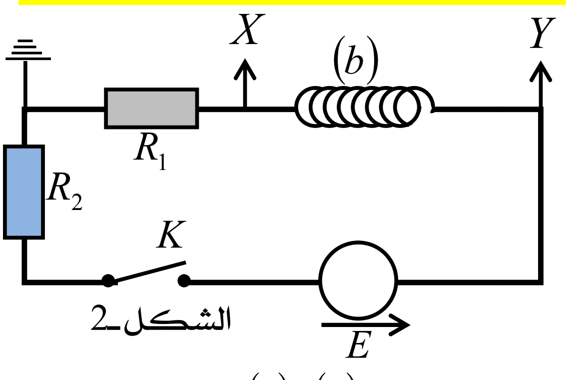
ب ـ جد التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t=t_{1/2}$.

4ـ بين أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل: $v_{vol}(t)=-\dfrac{1}{3}\times\dfrac{d\left[ClO^-\right](t)}{dt}$ ، ثم احسب قيمتها الأعظمية .

4ـ مثل كيفيا مع المنحنى البياني السابق المنحنى البياني $\left[ClO^-\right]=g(t)$ لو أجرينا التفاعل في درجة الحرارة $\theta'>\theta$.



التـــمرين الثاني:



نحقق الدارة الكهربائية الموضحة في الشكل ـ 2 والتي تتكون من:

ـ مولد توتر كهربائي قوته المحركة الكهربائية E .

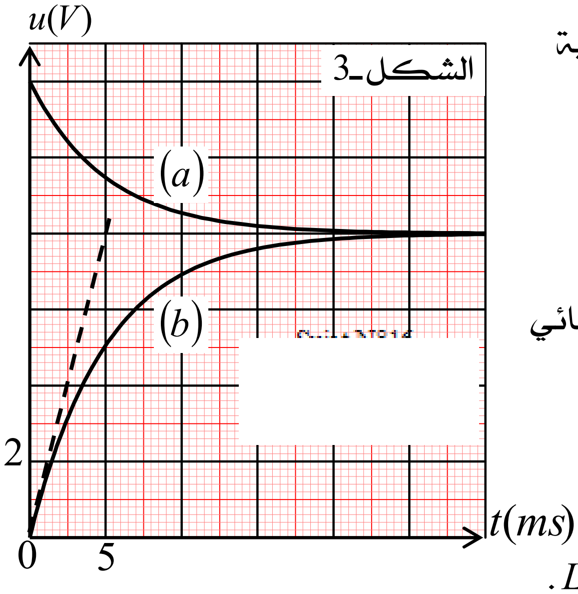
ـ وشيعة (b) ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية مهملة.

ـ ناقلان أوميان $R_1=40\Omega$ و R_2 .

ـ راسم اهتزاز ذو مدخلين X و Y.

ـ قاطعة كهربائية K .

I ـ **01**) ـ عند اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز البيانين (a) و (b) الممثلين في الشكل ـ3.



1- اعتمادا على قانون جمع التوترات الكهربائية، جد المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الدارة .

2- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب بالشكل :

$$i(t) = I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right).$$

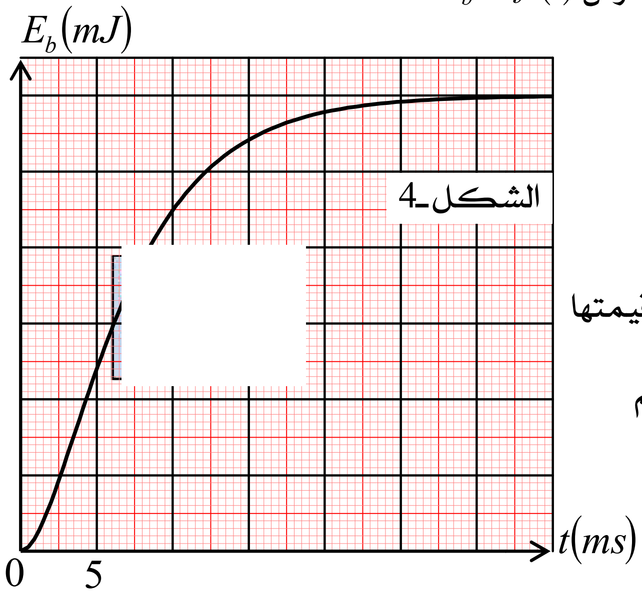
أ- جد عبارة كل من : ثابت الزمن τ المميز للدارة و شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0 .

ب- اكتب العبارة الزمنية لكل من التوترين $u_X(t)$ و $u_Y(t)$ المشاهدين على الشاشة، ثم استنتج عبارتهيما في النظام الدائم .

جـ- ارفق كل بيان بالمدخل الموافق له مع التعليل .

3- اعتمادا على البيانين (a) و (b) جد قيمة كل من : E و I_0 و R_2 و L .

02) الشكل-4 يوضح بيان تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.



1- أ- اكتب العبارة الزمنية للطاقة في الوشيعة $E_b(t)$.

ب- استنتج عبارة الطاقة الأعظمية E_{b0} في الوشيعة في النظام الدائم .

جـ- ضع سلما لمحور التراتيب للشكل-4.

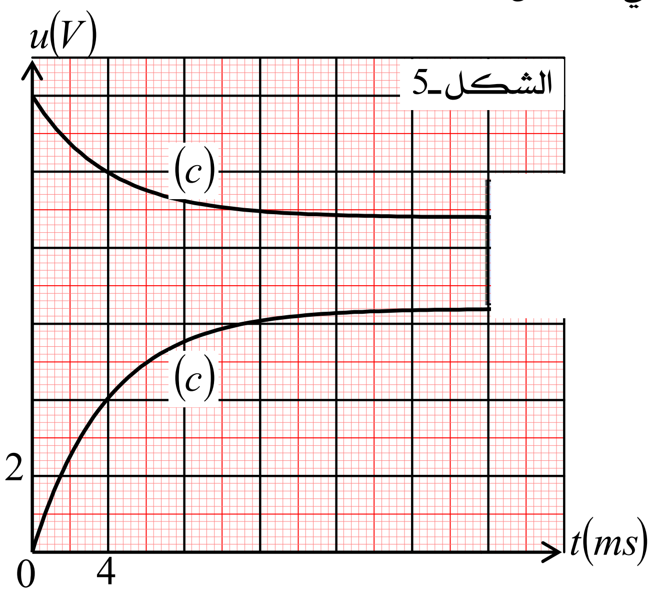
2- أ- تحقق من قيمة ثابت الزمن τ بيانيا.

ب- بين أن عبارة الزمن $t_{1/2}$ لبلوغ الطاقة في الوشيعة إلى نصف قيمتها الأعظمية تكتب بالشكل : $t_{1/2} = \tau \times \ln\left(\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$، ثم

استنتج قيمة $t_{1/2}$ حسابيا وبيانيا.

جـ- جد قيمة الطاقة في الوشيعة عند اللحظة $t = 0{,}01\,s$.

II- نعيد نفس التجربة السابقة لكن نستبدل الوشيعة (b) بوشيعة (b') ذاتيتها $L' = L$ ومقاومتها الداخلية r' فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز البيانين (c) و (d) الممثلين في الشكل-5.



1 - انسب كل بيان بالمدخل المناسب .

2- اعتمادا على البيانين (c) و (d) جد:

- شدة التيار الكهربائي الأعظمي I'_0 .

- قيمة المقاومة الداخلية r' للوشيعة (b') .

3- جد قيمة ثابت الزمن τ' ، ثم قارنها مع قيمة τ . ماذا تستنتج ؟

التـــمرين الثالث:

I ـ نابض مرن حلقاته غير متلاصقة ، ثابت مرونته K ، و كتلته مهملة ، مثبت من إحدى نهايتيه في نقطة ثابتة M ، و يحمل في النهاية الأخرى جسما (S) كتلته $m=1kg$ ، الذي تعتبره نقطة مادية ، يمكنه الحركة دون احتكاك على مستو أفقي لطاولة وفق المحور $\overrightarrow{x'x}$ كما هو موضح في الشكل-6.

نسحب الجسم (S) أفقيا عن وضع توازنه (O) المختار كمبدأ للفواصل إلى الفاصلة $X=+20cm$ ، ثم نتركه حرا بدون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ ، فيقوم بحركة اهتزازية أفقية .

مثلنا في الشكل-7 سرعة المتحرك بدلالة الزمن.

1- اعتمادا على مبدأ انحفاظ الطاقة، جد المعادلة التفاضلية لفاصلة المتحرك $x(t)$.

2- علما أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل : $x(t)=X\cos(\omega_0 t+\varphi)$.

أ- سم كل من : X,ω_0,φ ، ثم حدد قيمة φ .

ب- عبر عن ω_0 بدلالة k,m.

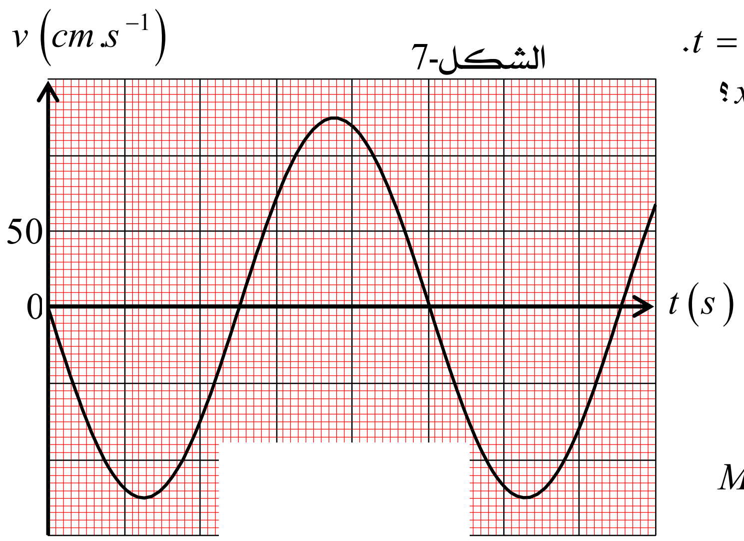
جـ- احسب قيمة ω_0 ، ثم استنتج قيمة k .

د- احسب قيمة الدور الذاتي T_0 ثم ضع سلما مناسبا لمحور الزمن في الشكل-2.

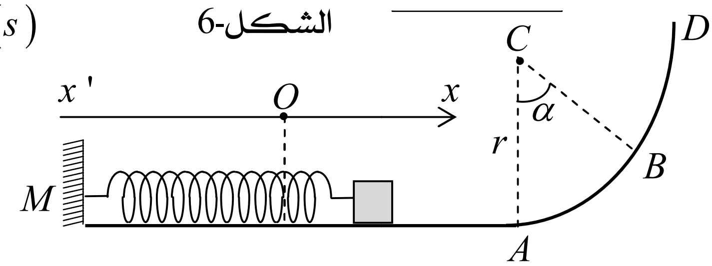
3- عبر عن الطاقة الكلية E للجملة بدلالة X و k .

4- جد قيمة الطاقة الحركية للجسم عند اللحظة $t=0,4s$.

5- ما هي لحظة أول مرور للجسم بالفاصلة $x=+10cm$ ؟



الشكل-7



الشكل-6

IIـ لما يمر الجسم (S) بوضع التوازن في الاتجاه الموجب ينفلت عن النابض فيصل إلى النقطة A ليشرع في الصعود على مسار ربع دائري ABD مركزه (C) و نصف قطره $r=20cm$.

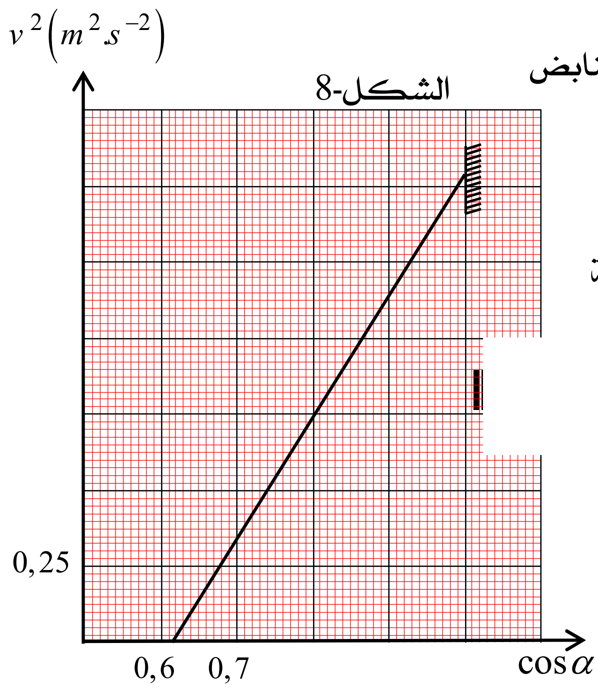
نهمل الاحتكاكات على المستوي الدائري.

1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة ، عبر عن سرعة الجسم (S) في النقطة B بدلالة: g, r, v_A, α .

2- مثلنا بيانيا مربع سرعة الجسم (S) على المسار الدائري $v^2=f(\cos\alpha)$ كما هو مبين في الشكل-8.

أ- بين أنه يمكن إهمال الاحتكاك بين O و A .

بـ- احسب التسارع الأرضي g في مكان إجراء التجربة.



الشكل-8

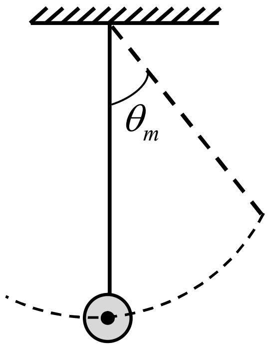
التـــمرين الرابع: ـــــــــ تمرين لشعبتي رياضيات وتقني رياضي ـــــــــ

نهمل تأثير الهواء في كل التمرين ، ويعطى: $\pi^2 = 10$.

يتألف نواس بسيط من خيط مهمل الكتلة عديم الامتطاط طوله $l = 100cm$ ، مثبت في الأعلى ونهايته الأخرى الحرة تحمل كرة كتلتها $m = 100g$ وقطرها مهمل أمام طول الخيط أنظر الشكل ـ 9 .

نقوم بإزاحة الخيط عن وضع توازنه بالزاوية θ_m ، وعند اللحظة $t = 0$ نتركه بدون سرعة ابتدائية .

1 ـ أ ـ بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة ، بين أن المعادلة التفاضلية للمطال الزاوي تكتب بالشكل:



الشكل ـ 9

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin(\theta) = 0$$. حيث g : التسارع الأرضي .

ب ـ كيف يصبح شكل المعادلة التفاضلية حالة الاهتزازات صغيرة السعة ؟

2 ـ حل المعادلة التفاضلية يكتب بالشكل: $\theta(t) = \theta_m \cos(w_0 t + \varphi)$.

ـ بين أن الدور الذاتي يعطى بالعلاقة: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

3 ـ بواسطة برمجية مناسبة على جهاز الإعلام الآلي تمكنا من تمثيل:

ـ في الشكل ـ 10 منحنى تغيرات السرعة الزاوية بدلالة الزمن $\frac{d\theta}{dt} = f(t)$ ،

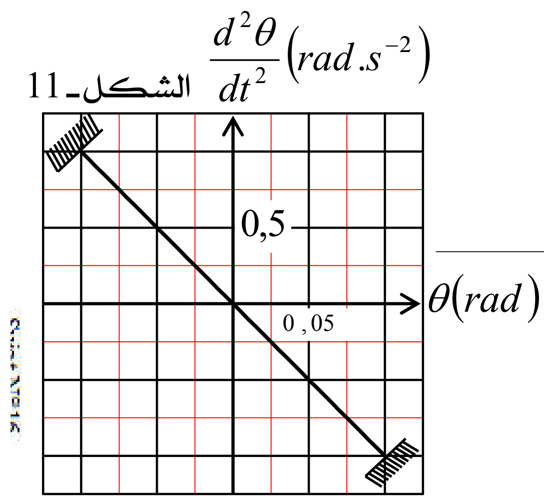
ـ في الشكل ـ 11 منحنى تغيرات التسارع الزاوي بدلالة المطال الزاوي $\frac{d^2\theta}{dt^2} = h(\theta)$.

أ ـ استنتج الدور الذاتي للاهتزازات T_0 و تواتر الاهتزاز f ، وكم تكون قيمة الدور إذا كانت سعة الاهتزاز $\theta_m = 20°$ ؟

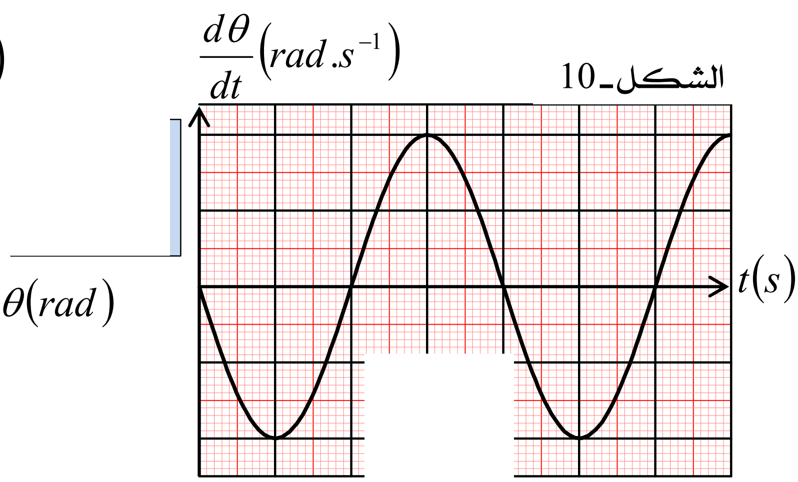
ب ـ اكتب العبارة اللحظية لـ $\theta(t)$.

جـ ـ جد سلم رسم للشكل ـ 10 ، ثم احسب قيمة التسارع الأرضي g في مكان التجربة .

الشكل ـ 11



الشكل ـ 10



بالتوفيق للجميع...

تصحيح نحو البكالوريا الموضوع السادس عشر

التمرين الأول :

I ـ 01 ـ 1 ـ تعريف الدرجة الكلورومترية $({}^{\circ}Chl)$: توافق حجم غاز ثنائي الكلور $Cl_2(g)$ المقاس في الشرطين النظاميين من ضغط $P = 1atm$ ودرجة الحرارة $\theta = 0°C$ بوحدة اللتر اللازم انحلاله في محلول هيدروكسيد الصوديوم للحصول على حجم واحد لتر $(1L)$ من ماء جافيل .

2 ـ نحضر المحلول بحذر لأن غاز ثنائي الكلور المستعمل سام عند استنشاقه ، وعليه الاحتياطات الأمنية مطلوبة .

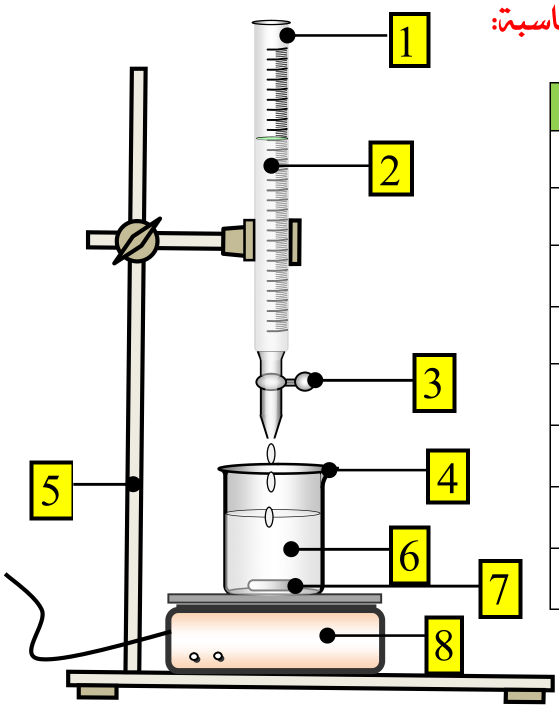
02 ـ 1 ـ معادلة أكسدة ارجاع المنمذج لتحول المعايرة بناءا على المعادلتين النصفيتين للأكسدة والارجاع :

المعادلة النصفية للأكسدة : $2S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow S_4O_6^{2-}(aq) + 2\bar{e}$.

المعادلة النصفية للارجاع: $I_2(aq) + 2\bar{e} \rightarrow 2I^-(aq)$.

المعادلة أكسدة ارجاع لتفاعل المعايرة : $I_2(aq) + 2S_2O_3^{2-}(aq) = 2I^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$

2 ـ رسم التركيب التجريبي لتفاعل المعايرة مع ارفاقه بالبيانات المناسبة:



رقم البيان	الاسم الموافق للعنصر
1	سحاحة مدرجة .
2	محلول ثيوكبريتات الصوديوم .
3	صنبور .
4	بيشر .
5	الحامل.
6	المحلول المعايَر .
7	قطعة ممغناطيسية .
8	مخلاط مغناطيسي .

3 ـ أ ـ جدول تقدم تفاعل المعايرة:

المعادلة	$I_2(aq)$	$+ 2S_2O_3^{2-}(aq)$	$= 2I^-(aq)$	$+ S_4O_6^{2-}(aq)$
حالة ابتدائية $x = 0$	$n(I_2)$	n_2	0	0
حالة انتقالية $x(t)$	$n(I_2) - x(t)$	$n_2 - 2x(t)$	$2x(t)$	$x(t)$
حالة التكافؤ x_E	$n(I_2) - x_E$	$n_2 - 2x_E$	$2x_E$	x_E

ب ـ إيجاد قيمة $n(I_2)$ كمية المادة لثنائي اليود $I_2(aq)$ في المزيج :

عند التكافؤ يتحقق مزيج ستكيومتري : $\begin{cases} n(I_2) - x_E = 0 \\ n_2 - 2x_E = 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x_E = n(I_2) \\ x_E = \dfrac{n_2}{2} \end{cases}$

أي : $n(I_2)=\frac{n_2}{2}=\frac{c_2V_E}{2}$ ت ـ ع: $n(I_2)=\frac{0,1\times10,8\times10^{-3}}{2}=5,4\times10^{-4}\,mol$.

جـ ـ استنتاج قيمة $n(ClO^-)$ كمية المادة لشوارد $ClO^-(aq)$ الموجودة في الحجم V_1 :

بما أن المزيج ستكيومتري في التفاعل الكيميائي (2) فإن: $n(ClO^-)=n(I_2)=5,4\times10^{-4}\,mol$.

د ـ حساب قيمة c_1 :

نعلم أن : $n(ClO^-)=c_1V_1$ ومنه: $c_1=\frac{n(ClO^-)}{V_1}$ ت ـ ع: $c_1=\frac{5,4\times10^{-4}}{10\times10^{-3}}=5,4\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$.

استنتاج قيمة c_0 التركيز المولي للمحلول (S_0): نعلم أن : $c_1=\frac{c_0}{10}$

ومنه: $c_0=10\times c_1=10\times5,4\times10^{-2}=5,4\times10^{-1}\,mol.L^{-1}$ أي: $c_0=5,4\times10^{-1}\,mol.L^{-1}$.

هـ ـ استنتاج قيمة $(°Chl)$ الدرجة الكلورومترية للمحلول (S_0) :

نعلم أن: $(°Chl)=[ClO^-]_0.V_m=c_0.V_m$ ت ـ ع: $(°Chl)=5,4\times10^{-1}\times22,4=12,1$.

II ـ 1 ـ معادلة التفاعل :

المعادلة النصفية للأكسدة : $ClO^-(aq)+2H_2O(l)\rightarrow ClO_3^-(aq)+4H^+(aq)+4\bar{e}$.

المعادلة النصفية للارجاع: $\left(ClO^-(aq)+2H^+(l)+2\bar{e}\rightarrow Cl^-(aq)+H_2O(l)\right)\times2$.

المعادلة أكسدة ارجاع لتفاعل المعايرة : $3ClO^-(aq)=ClO_3^-(aq)+2Cl^-(aq)$

2 ـ جدول تقدم التفاعل:

	$3ClO^-(aq)=ClO_3^-(aq)+2Cl^-(aq)$		
حالة ابتدائية $x=0$	$n(ClO^-)=cV$	0	0
حالة انتقالية $x(t)$	$n(ClO^-)-3x(t)$	$x(t)$	$2x(t)$
حالة نهائية $x_{\max}$	$n(ClO^-)-3x_{\max}$	$x_{\max}$	$2x_{\max}$

ـ قيمة التقدم الأعظمي $x_{\max}$:

نعلم أن: $n(ClO^-)=cV$ ومن البيان نجد: $[ClO^-]_0=c=40\times10^{-3}\times5=0,2mol/L$

إذن: $n(ClO^-)=0,2\times500\times10^{-3}=0,1mol$.

ـ ولدينا من جدول تقدم التفاعل : $n(ClO^-)-3x_{\max}=0$ ومنه: $x_{\max}=\frac{n(ClO^-)}{3}=\frac{0,1}{3}=3,3\times10^{-2}mol$.

3 ـ أ ـ تحديد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

لدينا من جدول تقدك التفاعل: $n_{ClO^-}(t)=n(ClO^-)-3x(t)$.

لما $t=t_{1/2}$ نجد: $n_{ClO^-}(t_{1/2})=n(ClO^-)-3x(t_{1/2})$ ومنه: $[ClO^-]_{1/2}V=[ClO^-]_0V-3\frac{x_{\max}}{2}$

ونعلم أن : $x_{\max} = \dfrac{n(ClO^-)}{3} = \dfrac{[ClO^-]_0 V}{3}$ ومنه نجد: $[ClO^-]_{1/2}V = [ClO^-]_0 V - \dfrac{[ClO^-]_0 V}{2}$.

وعليه نجد: $[ClO^-]_{1/2} = \dfrac{[ClO^-]_0}{2}$ ت ـ ع: $[ClO^-]_{1/2} = \dfrac{200\times10^{-3}}{2} = 100\times10^{-3} mol/L$.

أي: $[ClO^-]_{1/2} = 100\ mmol\ .L^{-1}$.

$t_{1/2}$ هو فاصلة الترتيبة $[ClO^-]_{1/2} = 100\ mmol\ .L^{-1}$ وبالاسقاط نجد: $t_{1/2} = 6\min$.

ب ـ إيجاد التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = t_{1/2}$:

بالنسبة لـ ClO^- :

لـدينا: $n_{ClO^-}(t_{1/2}) = n(ClO^-) - 3x(t_{1/2})$

ومنه نجد: $n_{ClO^-}(t_{1/2}) = n(ClO^-) - 3\dfrac{x_{\max}}{2}$ ت ـ ع: $n_{ClO^-}(t_{1/2}) = 0{,}1 - 3\times\dfrac{3{,}3\times10^{-2}}{2} = 0{,}05 mol$.

بالنسبة لـ ClO_3^- :

لـدينا: $n_{ClO_3^-}(t_{1/2}) = x(t_{1/2}) = \dfrac{x_{\max}}{2}$ ت ـ ع: $n_{ClO_3^-}(t_{1/2}) = \dfrac{3{,}3\times10^{-2}}{2} = 1{,}6\times10^{-2} mol$.

بالنسبة لـ Cl^- :

لـدينا: $n_{Cl^-}(t_{1/2}) = 2x(t_{1/2}) = x_{\max}$ أي : $n_{Cl^-}(t_{1/2}) = 3{,}3\times10^{-2} mol$.

4ـ تبيان أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل تكتب بالشكل: $v_{vol}(t) = -\dfrac{1}{3}\times\dfrac{d[ClO^-](t)}{dt}$:

نـعلم أن: $v_{vol}(t) = \dfrac{1}{V}\times\dfrac{dx(t)}{dt} ...(1)$.

ولـديـنا: $n_{ClO^-}(t) = n(ClO^-) - 3x(t)$ ومنه: $x(t) = \dfrac{n(ClO^-) - n_{ClO^-}(t)}{3}$

ومنه: $x(t) = \dfrac{0{,}1 - [ClO^-](t)V}{3}$ وبالتعويض في (1) نجد: $v_{vol}(t) = \dfrac{1}{V}\times\dfrac{d\left(\dfrac{0{,}1 - [ClO^-](t)V}{3}\right)}{dt}$

ومنه: $v_{vol}(t) = -\dfrac{1}{3V}\times\dfrac{d([ClO^-](t)V)}{dt}$ أي: $v_{vol}(t) = -\dfrac{1}{3}\times\dfrac{d[ClO^-](t)}{dt}$.

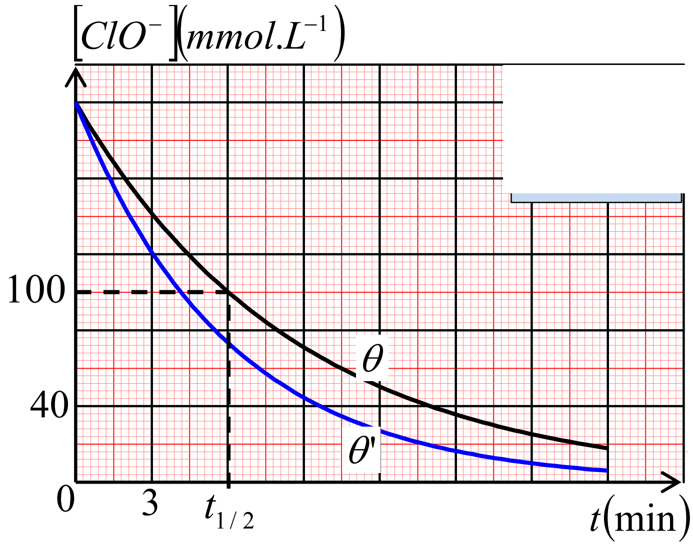
حساب قيمتها الأعظمية أي لـما $t = 0$:

لديـنا: $v_{vol}(0) = -\dfrac{1}{3}\times\left.\dfrac{d[ClO^-](t)}{dt}\right|_{t=0} = -\dfrac{1}{3}\times\left.\dfrac{\Delta[ClO^-](t)}{\Delta t}\right|_{t=0}$

ت ـ ع: $v_{vol}(0) = -\dfrac{1}{3}\times\dfrac{(200-0)\times10^{-3}}{(0-8{,}7)} = 7{,}7\times10^{-3} mol.L^{-1}.\min^{-1}$.

4ـ تمثيل كيفيا مع المنحنى البياني السابق المنحنى البياني $\left[ClO^-\right]=g(t)$ لو أجرينا التفاعل في درجة الحرارة $\theta' > \theta$:

درجة الحرارة عامل حركي وبما أن $\theta' > \theta$ فإن مدة التفاعل من أجل θ' تكون أقصر من مدة التفاعل من أجل θ .



التـــــمرين الثاني:

I ـ 01) ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الدارة :

حسب قانون جمع التوترات الكهربائية نجد: $u_b(t)+u_{R_1}(t)+u_{R_2}(t)=E$

ومنه: $L\dfrac{di(t)}{dt}+R_1 i(t)+R_2 i(t)=E$ بالتبسيط نجد: $\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{(R_1+R_2)}{L}i(t)=\dfrac{E}{L}...(1)$.

2 ـ أ ـ إيجاد عبارة كل من : ثابت الزمن τ المميز للدارة و شدة التيار الكهربائي الأعظمي I_0 :

لدينا عبارة الحل: $i(t)=I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ، باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{di(t)}{dt}=\dfrac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}$.

بتعويض وعبارة الحل مشتقه بالنسبة للزمن في المعادلة (1) نجد: $\dfrac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}+\dfrac{(R_1+R_2)}{L}I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)=\dfrac{E}{L}$

ومنه و: $\dfrac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}+\dfrac{(R_1+R_2)}{L}I_0-\dfrac{(R_1+R_2)}{L}I_0e^{\frac{-t}{\tau}}-\dfrac{E}{L}=0$

ومنه: $I_0e^{\frac{-t}{\tau}}\left(\dfrac{1}{\tau}-\dfrac{(R_1+R_2)}{L}\right)+\left(\dfrac{(R_1+R_2)}{L}I_0-\dfrac{E}{L}\right)=0$

وعليه: $\begin{cases}\dfrac{1}{\tau}-\dfrac{(R_1+R_2)}{L}=0\\ \dfrac{(R_1+R_2)}{L}I_0-\dfrac{E}{L}=0\end{cases}$ حيث: $I_0e^{\frac{-t}{\tau}}\neq 0$ ، وبالتبسيط نجد: $\begin{cases}\tau=\dfrac{L}{(R_1+R_2)}\\ I_0=\dfrac{E}{(R_1+R_2)}\end{cases}$.

ب ـ كتابة العبارة الزمنية لكل من التوترين $u_X(t)$ و $u_Y(t)$:

لدينا: $u_X(t)=u_{R_1}(t)=R_1 i(t)$ ولدينا: $i(t)=I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ومنه: $u_X(t)=u_{R_1}(t)=R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$.

لدينا: $u_Y(t)=u_{R_1}(t)+u_b(t)=L\frac{di(t)}{dt}+R_1 i(t)$ ولدينا: $i(t)=I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$

ومنه: $u_Y(t)=u_{R_1}(t)+u_b(t)=L\frac{di(t)}{dt}+R_1 i(t)$ وبالتبسيط نجد: $u_Y(t)=L\frac{I_0}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}+R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$.

أي: $u_Y(t)=Ee^{\frac{-t}{\tau}}+R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ حيث: $\frac{I_0}{\tau}=\frac{E/(R_1+R_2)}{L/(R_1+R_2)}=\frac{E}{L}$.

استنتاج عبارتهيما في النظام الدائم:

ـ لدينا: $u_X(t)=u_{R_1}(t)=R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ولما $t\to\infty$ نجد: $u_X(\infty)=u_{R_1}(\infty)=R_1I_0$.

ـ لدينا: $u_Y(t)=Ee^{\frac{-t}{\tau}}+R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ولما $t\to\infty$ نجد: $u_Y(\infty)=R_1I_0$.

إذن في النظام الدائم نجد: $u_X(\infty)=u_{R_1}(\infty)=u_Y(\infty)=R_1I_0$ كما هو مبين في الشكل ـ3.

جـ ـ ارفاق كل بيان بالمدخل الموافق له مع التعليل:

لدينا: $u_X(t)=u_{R_1}(t)=R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ولما $t=0$ نجد: $u_X(0)=u_{R_1}(0)=0$.

إذن: البيان (b) خاص بالمدخل X ، وعليه البيان (a) خاص بالمدخل Y .

3ـ إيجاد قيمة كل من: E و I_0 و R_2 و L باعتمادا على البيانين (a) و (b):

ـ **قيمة** E: لدينا: $u_Y(t)=Ee^{\frac{-t}{\tau}}+R_1I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ولما $t=0$ نجد: $u_Y(0)=E$.

ومن البيان (b) نجد: $u_Y(0)=12V$ إذن: $E=12V$.

ـ **قيمة** I_0: لدينا: $u_X(\infty)=R_1I_0$ ومنه: $I_0=\frac{u_X(\infty)}{R_1}$

ومن البيان (b) في النظام الدائم نجد: $u_X(\infty)=8V$ وعليه: $I_0=\frac{8}{40}=0,2\,A$.

ـ **قيمة** R_2: لدينا: $I_0=\frac{E}{(R_1+R_2)}$ ومنه: $(R_1+R_2)=\frac{E}{I_0}$ ومنه نجد: $R_2=\frac{E}{I_0}-R_1$

ت ـ ع: $R_2=\frac{12}{0,2}-40=20\Omega$.

ـ **قيمة** L: لدينا: $\tau=\frac{L}{(R_1+R_2)}$ ومنه: $L=\tau(R_1+R_2)$

حيث: τ هو فاصلة نقطة تقاطع المماس عند اللحظة $t=0$ للمنحنى (a) مع المستقيم المقارب $u_X=8V$

وبالاسقاط نجد: $\tau=5ms$.

ت ـ ع: $L=5\times10^{-3}\times(40+20)=0,3H$.

02) ـ 1 ـ أ ـ اكتب العبارة الزمنية للطاقة في الوشيعة $E_b(t)$:

نعلم أن : $E_b(t)=\frac{1}{2}Li(t)^2$ ولدينا: $i(t)=I_0\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ ومنه نجد: $E_b(t)=\frac{1}{2}LI_0^2\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)^2$.

ب ـ استنتاج عبارة الطاقة الأعظمية E_{b0} في الوشيعة في النظام الدائم :

لدينا: $E_b(t)=\frac{1}{2}LI_0^2\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)^2$ ولـما $t\to\infty$ نجد: $E_b(\infty)=\frac{1}{2}LI_0^2$ أي: $E_{b_0}=\frac{1}{2}LI_0^2$.

جـ ـ إيجاد سلما لمحور التراتيب للشكل ـ4:

لدينا: $E_{b_0}=\frac{1}{2}LI_0^2$ ت ـ ع: $E_{b_0}=\frac{0,3\times(0,2)^2}{2}=0,006J=6mJ$.

ومن الشكل ـ 4 نجد: $6cm\to 6mJ$ وعليه: $1cm\to 1mJ$.

2 ـ أ ـ التحقق من قيمة ثابت الزمن τ : لدينا: $E_b(t)=\frac{1}{2}LI_0^2\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)^2$ ومنه: $E_b(t)=E_{b_0}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)^2$

و لـما $t=\tau$ نجد: $E_b(t)=E_{b_0}\left(1-e^{-1}\right)^2$ ومنه: $E_b(t)=0,4E_{b_0}=2,4mJ$

وعليه: τ يمثل فاصلة الترتيبة وبالاسقاط نجد: $\tau=5ms$.

ب ـ تبيان أن عبارة الزمن $t_{1/2}$ لبلوغ الطاقة في الوشيعة للنصف تكتب بالشكل : $t_{1/2}=\tau\times\ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$

لدينا: $E_b(t)=\frac{1}{2}LI_0^2\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)^2$ ومنه: $E_b(t)=E_{b_0}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)^2$

لـما $t=t_{1/2}$ نجد: $E_b(t_{1/2})=E_{b_0}\left(1-e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}\right)^2$ ونعلم أن: $E_b(t_{1/2})=\frac{E_{b_0}}{2}$

أي: $\frac{E_{b_0}}{2}=E_{b_0}\left(1-e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}\right)^2$ ومنه: $\frac{1}{2}=\left(1-e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}\right)^2$ ومنه: $1-e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

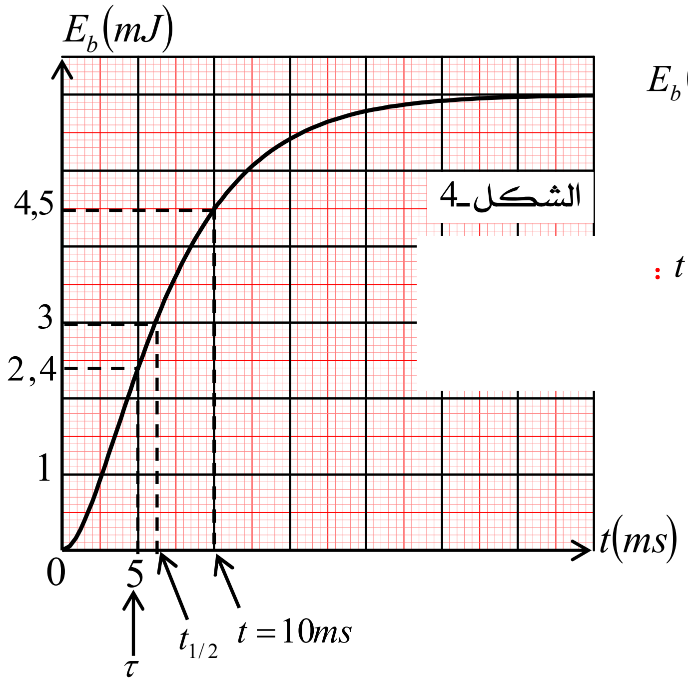
ومنه: $e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ومنه: $e^{\frac{-t_{1/2}}{\tau}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ بادخال $\ln(...)$ على الطرفين نجد: $\frac{-t_{1/2}}{\tau}=\ln\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$.

وبالتبسيط نجد: $t_{1/2}=\tau\times\ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.

استنتاج قيمة $t_{1/2}$ حسابيا وبيانيا:

ـ حسابيا: نعلم أن : $t_{1/2}=\tau\times\ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$ ولدينا: $\tau=5ms$

ت ـ ع: $t_{1/2}=0,005\times\ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)=0,0061s\approx 6ms$.



ـ **بيانيا**: نعلم أن : $E_b(t_{1/2})=\frac{E_{b_0}}{2}=\frac{0,006}{2}=0,003J=3mJ$

$t_{1/2}$ يمثل فاصلة الترتيبة $E_b(t_{1/2})=3mJ$ وبالاسقاط

نجد: $t_{1/2}=1,22\times 0,005=0,0061\approx 6mJ$.

جـ ـ إيجاد قيمة الطاقة في الوشيعة عند اللحظة $t=0,01s$:

لدينا: $t=0,01s$ ومنه: $t=10\,ms$

وبالاسقاط نجد: $E_b(10ms)=4,5mJ$.

II ـ 1 ارفاق كل بيان بالمدخل المناسب :

لدينا مما سبق: $u_X(0)=u_{R_1}(0)=0$ ومنه: البيان (d) خاص بالمدخل X .

إذن: البيان (c) خاص بالمدخل Y .

2 ـ إيجاد قيمة I'_0 و r': بالاعتماد على البيانين (c) و (d) :

ـ قيمة شدة التيار الكهربائي الأعظمي I'_0 :

لدنيا مماسبق: $u_X(\infty)=R_1 I'_0$ ومنه: $I'_0=\frac{u_X(\infty)}{R_1}$

ومن البيان (d) وفي النظام الدائم نجد: $u_X(\infty)=6,4V$ ت ـ ع: $I'_0=\frac{6,4}{40}=0,16A$

ـ قيمة المقاومة الداخلية r' للوشيعة (b') :

ـ استنتاج عبارة شدة التيار الأعظمي I'_0 بدلالة ثوابت الدارة:

حسب قانون جمع التوترات الكهربائية نجد: $u_b(t)+u_{R_1}(t)+u_{R_2}(t)=E$

ومنه: $L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+R_1 i(t)+R_2 i(t)=E$ وفي النظام الدائم نجد: $0+rI'_0+R_1I'_0+R_2I'_0=E$

وبالتبسيط نجد: $I'_0=\frac{E}{(r+R_1+R_2)}$ ومنه: $(r+R_1+R_2)=\frac{E}{I'_0}$ ومنه: $r=\frac{E}{I'_0}-(R_1+R_2)$

ت ـ ع: $r=\frac{12}{0,16}-(40+20)=15\Omega$.

3 ـ إيجاد قيمة ثابت الزمن τ' :

نعلم أن : $\tau'=\frac{L}{(r+R_1+R_2)}$ ت ـ ع: $\tau'=\frac{0,3}{(15+40+20)}=0,004s=4ms$.

ط 2 : يمكن استخدام البيان (d) ونجد: $\tau'=4ms$.

ـ المقارنة بين قمتي τ' و τ : $\tau'<\tau$.

نستنتج أن قيمة ثابت الزمن يتناسب عكسا مع قيمة المقاومة المكافئة للدارة.

التمرين الثالث:

I ـ 1ـ المعادلة التفاضلية لفاصلة المتحرك باعتماد على مبدأ انحفاظ الطاقة:

الطاقة محفوظة و بالتالي: $E_C + E_{Pe} = Cte$ أي: $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = Cte$

باشتقاق الطرفين بالنسبة للزمن نجد: $\frac{1}{2}m\left(2v \times \frac{dv}{dt}\right) + \frac{1}{2}k\left(2x \times \frac{dx}{dt}\right) = 0$ حيث: $\frac{dx}{dt} = v$

و منه: $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 ...(1)$.

2ـ أ: X, ω_0, φ ، ثم حدد قيمة φ .

X: سعة الحركة (المطال الأعظمي).

ω_0 : النبض الذاتي.

φ : الصفحة الابتدائية.

قيمة φ: عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $x(0) = X$ و بالتالي: $X = X\cos\varphi$ و منه: $\cos\varphi = 1$ ، إذن: $\varphi = 0$.

بـ التعبير عن ω_0 بدلالة k, m .

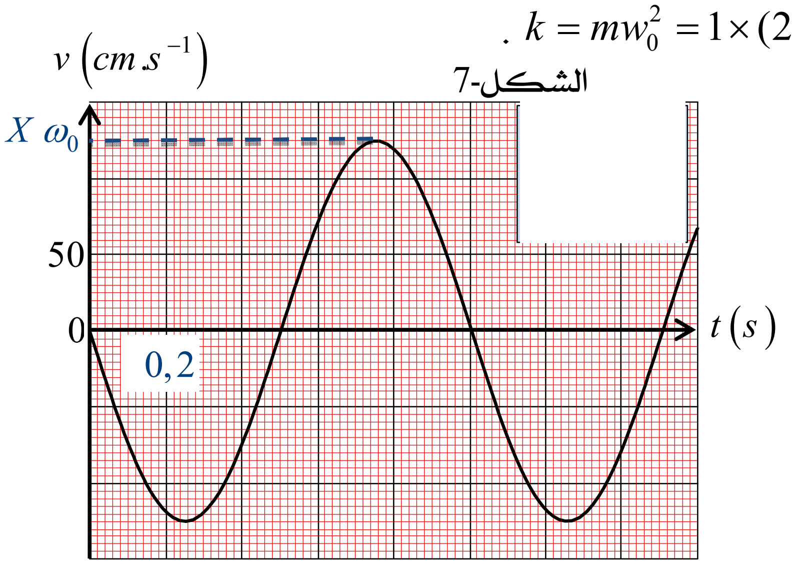
نشتق عبارة الحل بالنسبة للزمن مرتين فنجد: $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 X \cos(\omega_0 t) = -\omega_0^2 x$

و بالتالي: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0....(2)$ و بالمطابقة بين العلاقة (1) و (2) نجد: $w_0^2 = \frac{k}{m}$ أي: $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

جـ ـ حساب قيمة ω_0 ثم استنتاج قيمة k .

من البيان لدينا: $X\omega_0 = 125 cm/s = 1,25 m/s$ و بالتالي: $\omega_0 = \frac{1,25}{0,2} = 6,25\ rad/s \approx 2\pi\ rad/s$.

قيمة k : لدينا $w_0^2 = \frac{k}{m}$ و منه: $k = mw_0^2 = 1 \times (2\pi)^2 = 40 N/m$.



الشكل-7

دـ حساب قيمة الدور الذاتي T_0:

لدينا: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ و منه: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1s$.

من البيان الدور T_0 ممثل بـ 5 تدريجات و عليه فإن

التدريجة الواحدة ممثلة بـ: $\frac{T_0}{5} = 0,2s$.

3ـ عبارة الطاقة الكلية E للجملة بدلالة X و k .

الطاقة الحركية للجسم:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(-X\omega_0 \sin\omega_0 t\right)^2$$

$$E_C = \frac{1}{2}mX^2\omega_0^2 \sin^2\omega_0 t$$

$$E_C = \frac{1}{2}mX^2\frac{k}{m}\sin^2\omega_0 t = \frac{1}{2}kX^2\sin^2\omega_0 t$$

الطاقة الكامنة المرونية في النابض:

$$E_{Pe}=\frac{1}{2}kx^2$$

$$E_{Pe}=\frac{1}{2}k\left(X\cos\omega_0 t\right)^2$$

$$E_{Pe}=\frac{1}{2}kX^2\cos^2\omega_0 t$$

الطاقة الكلية :

$$E=E_C+E_{Pe}$$

$$E=\frac{1}{2}kX^2\sin^2\omega_0 t+\frac{1}{2}kX^2\cos^2\omega_0 t$$

$$E=\frac{1}{2}kX^2\left(\sin^2\omega_0 t+\cos^2\omega_0 t\right)$$

$$E=\frac{1}{2}kX^2$$

4ـ قيمة الطاقة الحركية للجسم عند اللحظة $t=0,4s$.

من البيان:عند اللحظة $t=0,4s$ توافق: $v=-0,75m/s$ و بالتالي: $E_C=\frac{1}{2}\times1\times(-0,75)^2=0,281J$.

5ـ لحظة أول مرور للجسم بالفاصلة $x=+10cm$.

ومنه: $10=20\cos(2\pi t)$ $2\pi t=\frac{\pi}{3}$ أو $2\pi t=\frac{5\pi}{3}$

لحظة أول مرور للجسم بالفاصلة $x=+10cm$ كانت سرعته سالبة لأنه كان متجها عكس المحور (Ox)

العبارة الزمنية للسرعة هي: $v(t)=-X\omega_0\cos(2\pi t)$

من أجل: $2\pi t=\frac{\pi}{3}$ تكون $v\prec 0$ أما من أجل: $2\pi t=\frac{5\pi}{3}$ تكون $v\succ 0$، إذن نحسب الزمن من العبارة

$2\pi t=\frac{\pi}{3}$ ومنه: $t=\frac{1}{6}=0,17s$.

IIـ1ـ تعبير عن سرعة الجسم (S) في النقطة B بدلالة: α,v_A,r,g.

مبدأ انحفاظ الطاقة: $E_{C_B}=E_{C_A}+W\left(\vec{P}\right)+W\left(\vec{R}\right)$ و منه: $\frac{1}{2}mv_B^2=\frac{1}{2}mv_A^2-mgh+0$

و بالتالي: $v_B^2=v_A^2-2gr\left(1-\cos\alpha\right)$ إذن: $v_B^2=2gr\cos\alpha+v_A^2-2gr$.

2ـأـ تبيان أنه يمكن اهمال الاحتكاك بين O و A.

نقارن بين v_A و v_0(السرعة عند المرور بوضع التوازن لحظة انفلات الجسم)

حساب v_A:عند النقطة A تكون $\alpha=0$ أي: $\cos\alpha=1$ و بالتالي من البيان: $v_A^2=1,55m^2s^{-2}$

ومنه: $v_A=1,24m.s^{-1}$ ولدينا: $v_0=1,25m.s^{-1}$ أي $v_0=v_A$ و بالتالي حركة مستقيمة منتظمة (الاحتكاك مهمل).

ب ـ التسارع الأرضي g في مكان إجراء التجربة.

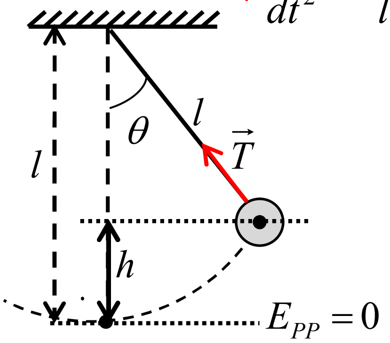
البيان عبارة عن خط مستقيم معادلته من الشكل: $v^2 = a\cos\alpha + b$ حيث : a معامل توجيه البيان

و لدينا مما سبق: $v^2 = 2gr\cos\alpha + v_A^2 - 2gr$ و منه: $a = 2gr = \frac{6,2\times 0,25}{3,9\times 0,1} = 3,97$

ومنه: $g = \frac{3,97}{2r} = 9,9 m/s^2$.

التــــمرين الرابع: ــــــــــــــخاص بشعبتي رياضيات وتقني رياضي ــــــــــــــــــــــــــ

1 ـ أ ـ تبيان أن المعادلة التفاضلية للمطال الزاوي تكتب بالشكل: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin(\theta) = 0$.



حيث g: التسارع الأرضي.

عند اللحظة t نجد : $E_C + E_{PP} + W(\vec{T}) = Cste$

حيث : $W(\vec{T}) = 0$ (حامل عمودي على المماس للمسار في كل لحظة t)

ومنه: $E_C + E_{PP} = Cste$ أي: $\frac{1}{2}mv^2 + mgh = Cste$.

نعلم أن: $v = l\times\frac{d\theta}{dt}$ (السرعة الخطية v تساوي نصف القطر l ضرب السرعة الزاوية $\frac{d\theta}{dt}$).

ولدينا من الشكل أعلاه: $h = l - l\cos(\theta)$.

ومنه نجد: $\frac{1}{2}ml^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + mgl - mgl\cos(\theta) = Cste$ ، باشتقاق طرفي العبارة بالنسبة للزمن نجد:

$$ml^2\frac{d\theta}{dt}\frac{d^2\theta}{dt^2} + 0 + mgl\frac{d\theta}{dt}\sin(\theta) = Cste$$

، وبضرب طرفي المساواة في $\left(\frac{1}{ml^2\frac{d\theta}{dt}}\right)$ نجد:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin(\theta) = 0$$

وهو المطلوب.

ب ـ كيف يصبح شكل المعادلة التفاضلية حالة الاهتزازات صغيرة السعة ؟ :

إذا كانت الاهتزازات صغيرة السعة يصبح $\sin(\theta) \approx \theta$ إذن: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 ...(I)$.

2 ـ تبيان أن الدور الذاتي يعطى بالعلاقة: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$.

لدينا: $\theta(t) = \theta_m\cos(w_0 t + \varphi)$

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{d\theta}{dt} = -w_0\theta_m \sin(w_0 t + \varphi)$.

وباشتقاق عبارة السرعة الزاوية نجد : $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -w_0^2\theta_m \cos(w_0 t + \varphi)$ ومنه: $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -w_0^2\theta(t)$

أي: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + w_0^2\theta = 0 ...(II)$ ، وبمطابقة العبارتين (I) و (II) طرفا لطرف نجد: $w_0^2 = \frac{g}{l}$ أي: $w_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

نعلم أن: $T_0 = \frac{2\pi}{w_0}$ وبالتعويض نجد: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$.

3 أـ استنتاج الدور الذاتي للاهتزازات T_0 :

المعادلة الرياضية للبيان $\frac{d^2\theta}{dt^2} = h(\theta)$ المبين في الشكل ـ3 هي: $\frac{d^2\theta}{dt^2} = a\theta$ حيث a معامل توجيه البيان .

أي: $a = \frac{1}{-0{,}1} = -10\, rad^2.s^{-2}$ ونكتب: $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -10\theta ...(1)$

ولدينا مما سبق العلاقة النظرية: $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -w_0^2\theta ...(2)$

بالمطابقة بين العلاقتين (1) و (2) نجد: $w_0^2 = 10$ إذن: $w_0 = \pi = 3{,}14\, rad.s^{-1}$

وعليه: $T_0 = \frac{2\pi}{w_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$.

ـ تواتر الاهتزاز f : لدينا: $f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2} = 0{,}5Hz$.

ـ قيمة الدور إذا كانت سعة الاهتزاز $\theta_m = 20°$:

نعلم أن عبارة الدور T حالة الاهتزازات الكبيرة تكتب بالشكل: $T = T_0\left(1 + \frac{\theta_m^2}{16}\right)$

حيث: $\theta_m = 20° = 0{,}348\, rad$ ت ـ ع: $T = 2 \times \left(1 + \frac{(0{,}348)^2}{16}\right) = 2{,}015\, s$.

ب ـ العبارة اللحظية $\theta(t)$:

نعلم أن: $\theta(t) = \theta_m \cos(w_0 t + \varphi)$ ولما $t = 0$ نجد: $\theta(0) = \theta_m \cos(\varphi)$

من المعطيات وعند $t = 0$ نجد: $\theta(0) = \theta_m$

ومنه: $\theta_m = \theta_m \cos(\varphi)$ ومنه: $\cos(\varphi)=1$ وعليه: $\varphi = 0$.

ولدينا من الشكل ـ3 : $\theta_m = 0,05 \times 2 = 0,1 rad$ ، ولدينا أيضا : $w_0 = \pi = 3,14 rad.s^{-1}$

إذن: $\theta(t) = 0,1\cos(\pi.t)$.

جـ ـ سلم رسم للشكل ـ2 :

ـ سلم لمحور الفواصل : لدينا: $4cm \rightarrow T_0 = 2s$ ومنه نجد: $1cm \rightarrow 0,5s$.

ـ سلم لمحور التراتيب :لدينا: $\frac{d\theta}{dt} = -w_0\theta_m \sin(w_0 t + \varphi)$

ومنه أكبر سرعة زاوية هي : $|\theta_m w_0| = 0,1\times\pi = 0,314 rad.s^{-1}$.

ومن البيان نجد: $2cm \rightarrow 0,314 rad.s^{-1}$ ومنه: $1cm \rightarrow 0,157 rad.s^{-1}$.

حساب قيمة التسارع الأرضي g في مكان التجربة :

نعلم أن : $w_0^2 = \frac{g}{l}$ ومنه: $g = l\times w_0^2 = 100\times10^{-2}\times10 = 10 m.s^{-2}$.