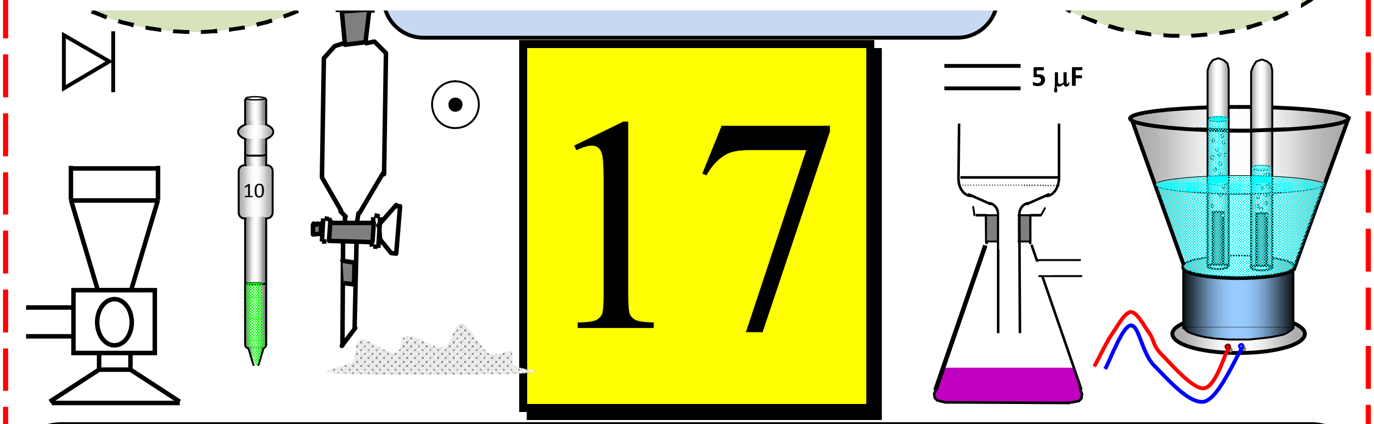
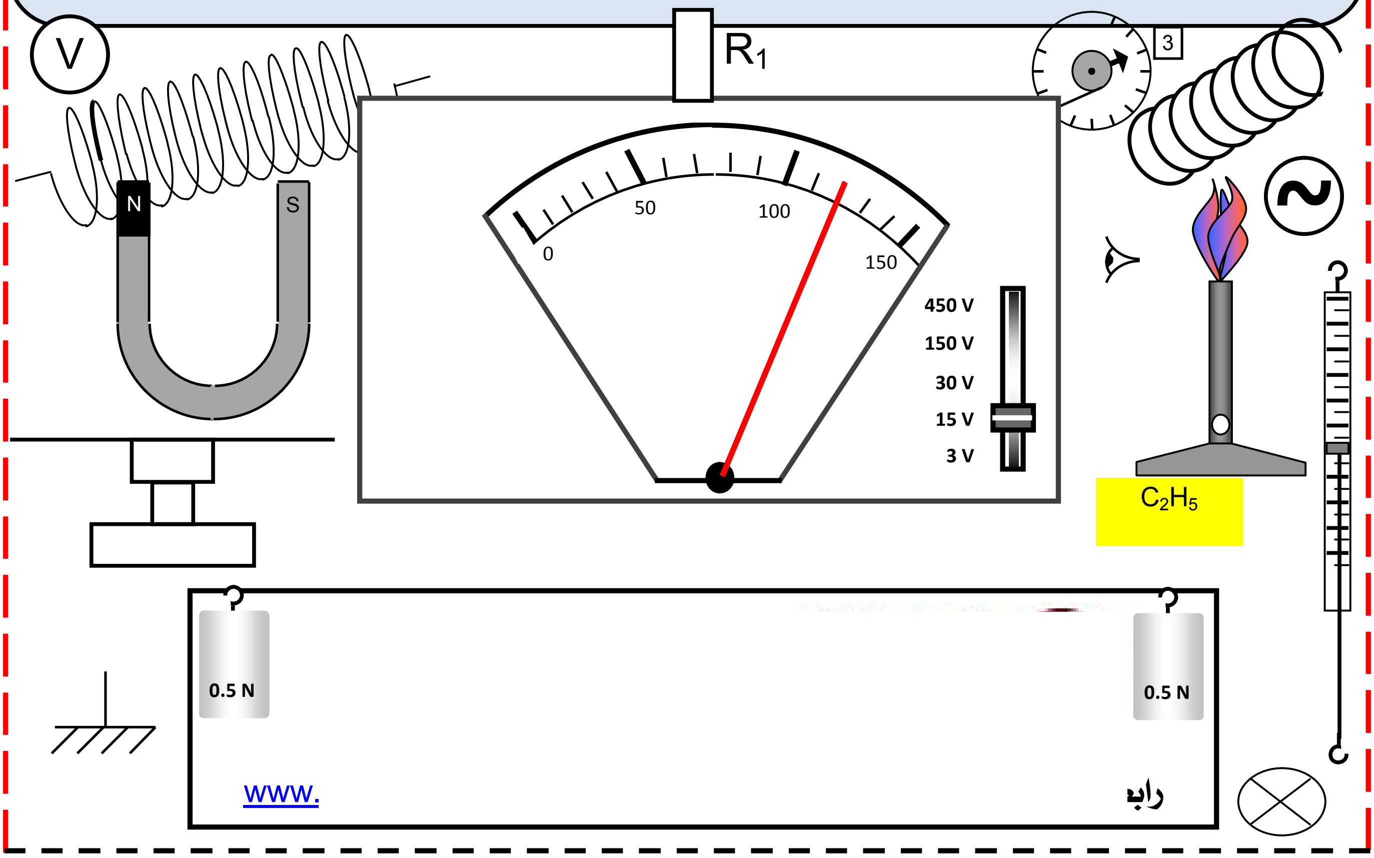
17



الــمــوضــوع الــســابع عـــشر

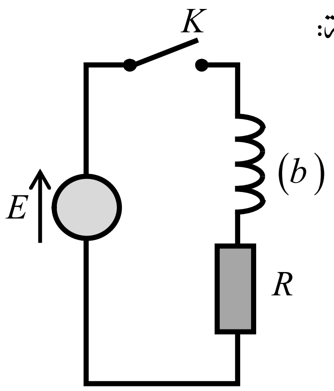


نحو البكالوريا الموضوع السابع عشر

التمرين الأول :

نحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل-1 و المكون من العناصر الكهربائية التالية:

- مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E.
- وشيعة (b) ذاتيتها L و مقاوتها مهملة.
- ناقل أومي مقاومته $R = 60\Omega$.
- قاطعة K، أسلاك التوصيل.



الشكل-1

I- عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K و باعتماد على نتائج الدراسة التجريبية

و برنامج اعلام ألي مناسب تمكنا من رسم المنحنين البيانين $\frac{u_R}{u_b} = f(t)$ و $u_R = g(t)$

موضحين في الشكلين 2 و 3 على الترتيب.

1- بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_b(t)$ بين طرفي الوشيعة.

2- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة العبارة $u_b(t) = A e^{-Bt}$ حلا لها ، حيث A و B ثابتين يطلب تعيين عبارتيهما بدلالة مميزات الدارة الكهربائية.

3- أ- جد العبارة اللحظية للتوتر الكهربائي $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي .

ب- أكتب عبارة النسبة $\frac{u_R(t)}{u_b(t)}$ بدلالة τ و t.

4- باعتماد على المنحنين البيانين $\frac{u_R}{u_b} = f(t)$ و $u_R = g(t)$، جد قيمة كل من:

أ- ثابت الزمن τ ثم استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L.

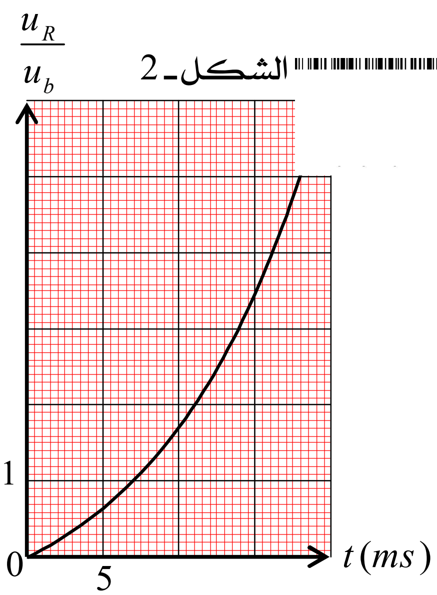
ب- القوة المحركة الكهربائية E.

جـ- التوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t = 10ms$.

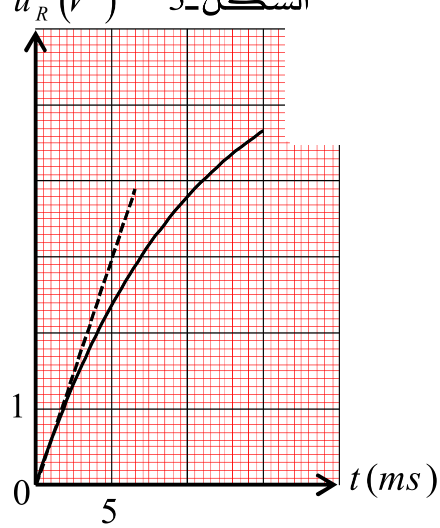
6- بين أن العبارة اللحظية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ تكتب من الشكل: $i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$، حيث I_0 شدة التيار الأعظمي المارة في الدارة يطلب تعيين عبارته ، ثم أحسب قيمته.

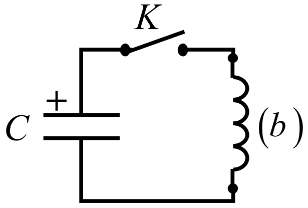
7- أحسب قيمة الطاقة الأعظمية في الوشيعة .

الشكل-2



الشكل-3





الشكل-4

II-نشحن مكثفة سعتها C تماما بنفس مولد التوتر الكهربائي السابق E، ثم نربطها على التسلسل مع الوشيعة (b) السابقة كما هو موضح في الشكل-4.

1-بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$.

2-تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل $q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$، حيث Q_0 هي شحنة المكثفة عند اللحظة $t=0$.

أ-حدد قيمة الصفحة الابتدائية φ.

ب-جد عبارة النبض الذاتي ω_0 بدلالة ذاتية الوشيعة L وسعة المكثفة C.

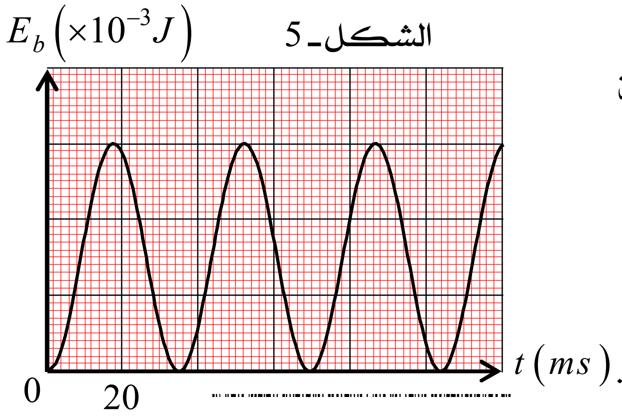
3-يمثل منحنى الشكل-5 تطور طاقة الوشيعة بدلالة الزمن.

أ-ضع سلما لمحور التراتيب الشكل-5.

ب-جد قيمة سعة المكثفة C.

جـ-بين أن طاقة الدارة تبقى ثابتة مهما كان الزمن.

د-أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=80ms$.



الشكل-5

التـــمرين الثاني:

لدينا قارورة بها محلول (S_0) للماء الأكسجيني (H_2O_2) مكتوب عليها $(110V)$، وهذا يعني أن التفكك التام لـ $1L$ من الماء الأكسجيني يعطي $110L$ من غاز ثنائي الأكسجين مقاسا في الشرطين النظامين لدرجة الحرارة و الضغط.

I-نمدد محتوى القارورة 10 مرات لنحصل على محلول (S). نأخذ من المحلول الناتج حجما قدره $10mL$ ونعايره بواسطة محلول برمنغنات البوتاسيوم $\left(K^+ + MnO_4^-\right)$ تركيزه المولي $C=0,5mol.L^{-1}$. نحصل على التكافؤ بعد إضافة حجم قدره $V_E=7,9mL$ من محلول برمنغنات البوتاسيوم.

1-ما المقصود بالتكافؤ؟

2- أكتب معادلة تفاعل المعايرة، علما أن الثنائيتين الداخلتين في هذا التفاعل هما:

$$\left(MnO_4^-/Mn^{2+}\right) \text{ و } \left(O_2/H_2O_2\right)$$

3-أحسب التركيز المولي للمحلول (S)، ثم استنتج تركيز المحلول (S_0).

4-أ-أكتب معادلة تفكك الماء الأكسجيني، ثم أنشئ جدول تقدم هذا التفاعل.

تعطى: (O_2/H_2O_2) و (H_2O_2/H_2O).

ب-هل الكتابة $(110V)$ المسجلة على القارورة دقيقة؟ علل.

II-نتابع التفكك الذاتي لـ $20mL$ من الماء الأكسجيني من المحلول (S)، و ذلك بقياس ضغط غاز الأكسجين الناتج في لحظات مختلفة داخل قارورة حجمها $V=1L$ و درجة الحرارة بداخلها $\theta=20^\circ C$. النتائج التجريبية مكنت من رسم المنحنى $P_{O_2}=f(t)$ المبين في الشكل-6.

1-جد قيمة التقدم الأعظمي $x_{\max}$.

2-اعتمادا على جدول تقدم التفاعل، أحسب حجم غاز الأكسجين في نهاية التفاعل، هل تتوافق هذه النتيجة مع ما كتب على القارورة؟

3ـ بين أنه عند اللحظة $t_{1/2}$ نكتب: $P_{O_2}(t_{1/2}) = \frac{P_f(O_2)}{2}$، حيث $P_f(O_2)$ هو ضغط غاز ثنائي الأكسجين في نهاية التفاعل، ثم استنتج زمن نصف التفاعل.

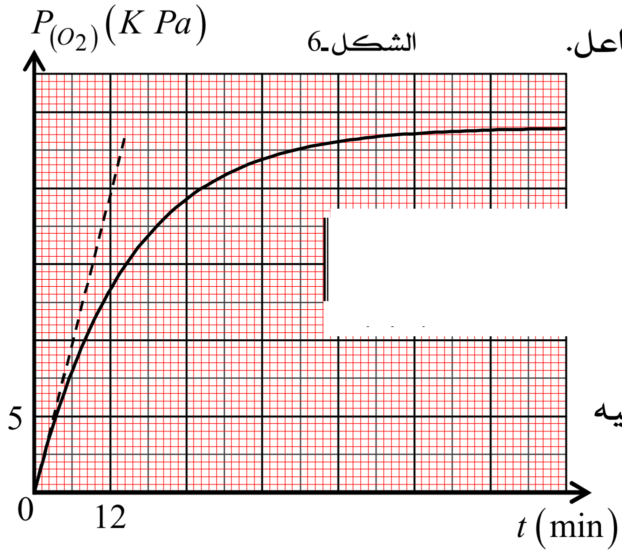
4ـ بين أن السرعة الحجمية للتفاعل تكتب على الشكل التالي: $v_{vol}(t) = 2\times10^{-5}\frac{dP_{O_2}}{dt}$، ثم أحسب قيمتها الأعظمية.

5ـ نعيد إجراء نفس التفاعل السابق ولكن عند درجة حرارة $\theta' > \theta$.

ـ أرسم كيفيا مع البيان السابق البيان $P_{O_2} = g(t)$ المتحصل عليه في هذه التجربة.

المعطيات: $V_M = 22,4L.mol^{-1}$ و $R = 8,31SI$.

الشكل ـ6



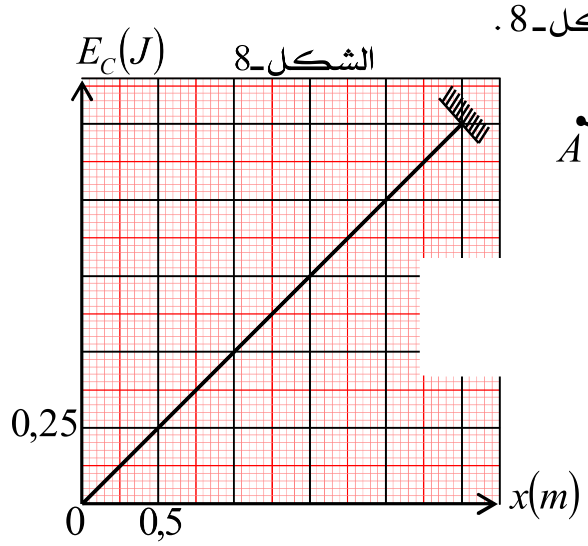
التمرين الثالث:

يعطى تسارع الجاذبية الأرضية $g = 10m.s^{-2}$.

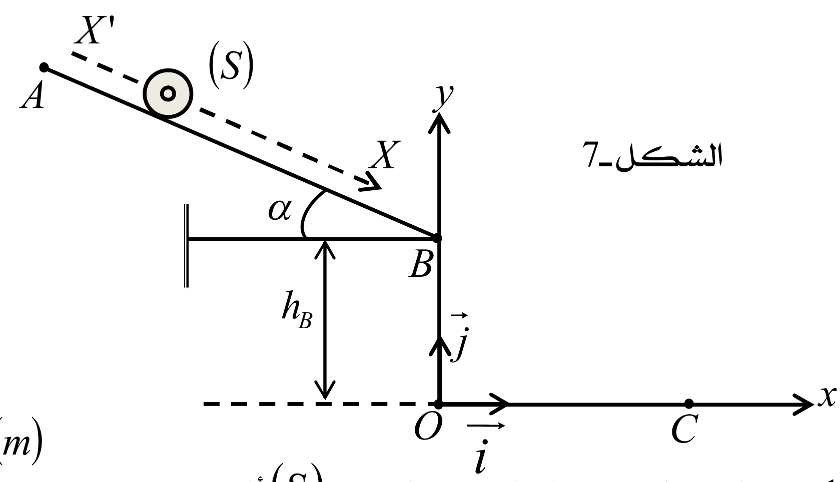
Iـ نترك جسما نقطيا (S) كتلته $m = 100g$ بدون سرعة ابتدائية من الموضع A على مستوي مائل AB أملس يميل عن الأفق بالزاوية α فيصل للموضع B بسرعة v_B. انظر الشكل ـ7 .

واعتمادا على النتائج التجريبية تمكنا من رسم المنحنى البياني $E_C = f(x)$ لتغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) على المسار (AB) بدلالة المسافة المقطوعة، الموضح في الشكل ـ8 .

الشكل ـ8



الشكل ـ7



1ـ مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) أثناء حركته .

2ـ أـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة تسارع الحركة a على المستوي (AB) .

ب ـ ماطبيعة طبيعة الحركة على المسار (AB) ؛

3ـ بين أن عبارة الطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند موضع فاصلته x تكتب بالشكل: $E_C = ma.x$.

4ـ بالاعتماد على البيان $E_C = f(x)$ جد قيمة كل من:

أـ المسافة AB .

ب ـ v_B سرعة الجسم (S) عند الموضع B .

جـ-قيمة التسارع a ، ثم استنتج قيمة الزاوية α .

II -عند وصول الجسم (S) للموضع B الذي يرتفع بـ $h_B = 1{,}8m$ عن سطح الأرض يواصل حركته في المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$ فيسقط عند الموضع C بسرعة قدرها v_C عند اللحظة t_C ، يهمل تأثير الهواء في هذا الجزء .

1-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد طبيعة حركة الجسم (S) في المعلم $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$.

2-اكتب المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$.

3-استنتج معادلة المسار $y = g(x)$.

4-أ-جد قيمة المسافة الأفقية OC .

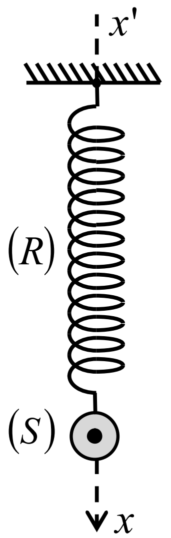
ب-جد قيمة t_C .

جـ-احسب قيمة v_C .

III -**هذا الجزء خاص فقط بشعبتي الرياضيات والتقني رياضي....**

يعطى تسارع الجاذبية الأرضية $g = 10\,m.s^{-2}$ و $\pi^2 = 10$ ، يهمل تأثير الهواء .

الشكل-9يوضح نواس مرن شاقولي يتكون من نابض مرن (R) حلقاته غير متصلة ، كتلته مهملة ،وثابت مرونته K ، مثبت في الأعلى و يحمل في نهايته الحرة الجسم (S) السابق الذي نعتبره نقطيا.



الشكل-9

1-أ-مثل كيفيا القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) عند حالة التوازن .

ب-اكتب عبارة الاستطالة Δl للنابض (R) عند حالة التوازن بدلالة: m و K و g .

2-نسحب الجسم (S) شاقوليا نحو الأسفل عن وضع توازنه الذي نعتبره مبدأ لمحور الفواصل بمقدار $+X_0$ ، ويترك دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

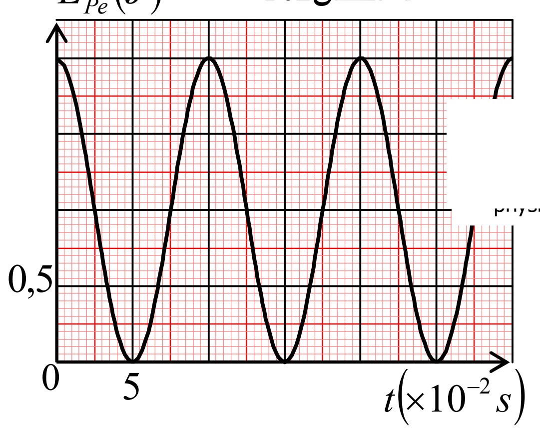
أ-بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد المعادلة التفاضلية لتطور الفاصلة $x(t)$ للجسم (S) .

ب-إن العبارة $x(t) = X_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$ حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

حيث T_0 الدور الذاتي للحركة يطلب إيجاد عبارته .

3-الدراسة التجريبية للحركة الاهتزازية سمحت برسم البيان $E_{Pe} = h(t)$ لتغيرات الطاقة الكامنة المرونية بدلالة الزمن الموضح في الشكل-10 .

الشكل-10



أ-اكتب العبارة الزمنية للطاقة الكامنة المرونية $E_{Pe}(t)$.

ب-اعتمادا على البيان جد قيمة كل من :

- T_0 الدور الذاتي للحركة.
- w_0 نبض الحركة .
- K ثابت مرونة النابض (R) .
- X_0 سعة الحركة .

جـ-أكتب المعادلة الزمنية للحركة $x(t)$.

بالتوفيق للجميع ...

التمرين الأول:

Iـ1ـ المعادلة التفاضلية لتطور التوتر الكهربائي $u_b(t)$.

بتطبيق قانون جمع التوترات $E=u_b(t)+u_R(t)$ ومنه $E=u_b(t)+u_R(t)+Ri(t)$ $E=u_b$ باشتقاق طرفي

المساواة بالنسبة للزمن نجد: $0=\frac{du_b(t)}{dt}+R\frac{di(t)}{dt}$ و بالضرب في L نجد: $0=L\frac{du_b(t)}{dt}+RL\frac{di(t)}{dt}$

وبالتالي: $\frac{du_b(t)}{dt}+\frac{R}{L}u_b(t)=0$.

2ـ عبارة A و B:

بالاشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_b(t)}{dt}=-ABe^{-Bt}$ و بتعويض الحل و عبارة المشتقة في المعادلة

التفاضلية السابقة نجد: $-ABe^{-Bt}+\frac{R}{L}Ae^{-Bt}=0$ ومنه: $\left(-B+\frac{R}{L}\right)Ae^{-Bt}=0$ و عليه: $\begin{cases} Ae^{-Bt}\neq 0 \\ -B+\frac{R}{L}=0 \end{cases}$

و منه: $B=\frac{R}{L}=\frac{1}{\tau}$.

و من الشروط الابتدائية $(t=0)$: $E=u_b(0)+u_R(0)$ حيث: $u_R(0)=0$ و منه: $E=u_b(0)$

و لدينا: $u_b(0)=Ae^0=E$ ومنه: $A=E$.

3ـأ ـ العبارة اللحظية للتوتر الكهربائي $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي.

لدينا: $E=u_b(t)+u_R(t)$ ومنه: $u_R(t)=E-u_b(t)$ و عليه: $u_R(t)=E-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ إذن:

$u_R(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

ب ـ عبارة النسبة $\frac{u_R(t)}{u_b(t)}$ بدلالة τ و t: $\frac{u_R(t)}{u_b(t)}=\frac{E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{Ee^{-\frac{t}{\tau}}}=\frac{1-e^{-\frac{t}{\tau}}}{e^{-\frac{t}{\tau}}}=e^{\frac{t}{\tau}}-1$.

4ـأ ـ قيمة ثابت الزمن τ

من المنحنى البياني $\frac{u_R}{u_b}=f(t)$: لما $t=\tau$: $\frac{u_R(\tau)}{u_b(\tau)}=e^1-1=2,71-1=1,71$ هذه القيمة توافق: $\tau=10ms$.

قيمة ذاتية الوشيعة L:

لدينا: $\tau=\frac{L}{R}$ ومنه: $L=\tau\times R$ و عليه: $L=10\times10^{-3}\times60=0,6H$

ب ـ قيمة E:

من المنحنى البياني $g(t)=u_R(t)$ المماس عبارة عن خط مستقيم معادلته من الشكل: $u_R(t)=at$ حيث a

معامل توجيه البيان عند اللحظة $t=0$ و منه: $a=\left.\frac{du_R}{dt}\right|_{t=0}=\frac{E}{\tau}e^0=\frac{E}{\tau}$.....(1)

و من البيان: $a=\dfrac{3-0}{(5-0)\times 10^{-3}}=0,6\times 10^{3}V.s^{-1}.....(2)$ وبالمطابقة بين العلاقة (1) و (2) نجد:

$\dfrac{E}{\tau}=0,6\times 10^{3}V.s^{-1}$ ومنه: $E=\tau\times 0,6\times 10^{3}=10\times 10^{-3}\times 0,6\times 10^{3}=6V$.

جـ- التوتر الكهربائي u_b بين طرفي الوشيعة عند اللحظة $t=10ms$.

$E=u_b(\tau)+u_R(\tau)$ ومنه: $u_b(\tau)=E-u_R(\tau)$ و عليه: $u_b(\tau)=6-3,8=2,2V$.

6- تبيان أن العبارة اللحظية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ تكتب من الشكل: $i(t)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

لدينا: $u_R(t)=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=Ri(t)$ و منه: $i(t)=\dfrac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حيث: $I_0=\dfrac{E}{R}$.

حساب قيمة I_0: $I_0=\dfrac{E}{R}=\dfrac{6}{60}=0,1A$.

7- حساب قيمة الطاقة الأعظمية في الوشيعة.

$$E_{b\max}=\frac{1}{2}LI_0^2=\frac{1}{2}\times 0,6\times(0,1)^2=3\times 10^{-3}J$$

II-1- المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة $q(t)$.

بتطبيق قانون جمع التوترات $u_b(t)+u_C(t)=0$ ومنه: $L\dfrac{di(t)}{dt}+\dfrac{q(t)}{C}=0$

ومنه: $L\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dq(t)}{dt}\right)+\dfrac{q(t)}{C}=0$ و عليه: $L\dfrac{dq^2(t)}{dt^2}+\dfrac{q(t)}{C}=0$ إذن: $\dfrac{dq^2(t)}{dt^2}+\dfrac{1}{LC}q(t)=0....(1)$

2- أ- قيمة الصفحة الابتدائية φ.

من الشروط الابتدائية عند اللحظة $t=0$ تكون المكثفة مشحونة تماما أي: $q(0)=Q_0$ ومنه: $Q_0=Q_0\cos\varphi$

و منه: $\cos\varphi=1$ إذن: $\varphi=0$.

ب- عبارة النبض الذاتي ω_0 بدلالة ذاتية الوشيعة L و سعة المكثفة C.

لدينا: $q(t)=Q_0\cos\omega_0 t$ و منه: $\dfrac{dq(t)}{dt}=-Q_0\omega_0\sin\omega_0 t$ ومنه: $\dfrac{d^2q(t)}{dt^2}=-Q_0\omega_0^2\cos\omega_0 t$

إذن: $\dfrac{d^2q(t)}{dt^2}+\omega_0^2q(t)=0....(2)$ ، بالمطابقة بين (1) و (2) نجد: $\omega_0^2=\dfrac{1}{LC}$ و منه: $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

3- أ- ضع سلما لمحور التراتيب الشكل-5.

تم الشحن المكثفة بنفس التوتر السابق E و استعملنا نفس الوشيعة السابقة و منه قيمة الطاقة الاعظمية في الوشيعة لا تتغير $E_{b\max}=3\times 10^{-3}J$ و هي ممثلة بـ $3cm$ و منه: $1cm\rightarrow 1\times 10^{-3}J$.

ب- قيمة سعة المكثفة C.

لدينا: $\omega_0=\dfrac{2\pi}{T_0}$ من البيان: $T_0=68ms$ ومنه: $\omega_0=\dfrac{2\pi}{68\times 10^{-3}}=92,4rad/s$

و لدينا: $\omega_0^2=\dfrac{1}{LC}$ و منه: $C=\dfrac{1}{L\omega_0^2}=\dfrac{1}{0,6\times 8537,76}=195,2\mu F$

.

.

جـ- تبيان أن طاقة الدارة تبقى ثابتة مهما كان الزمن.

$$E=E_C+E_b=\frac{1}{2}Cu_C^2+\frac{1}{2}Li^2$$

$$E=\frac{1}{2}C\frac{Q_0^2}{C^2}\cos^2\omega_0 t+\frac{1}{2}LQ_0^2\omega_0^2\sin^2\omega_0 t$$

حيث: $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$

$$E=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}\left(\cos^2\omega_0 t+\sin^2\omega_0 t\right)$$

$$E=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{C^2E^2}{C}=\frac{1}{2}CE^2$$

و منه الطاقة تبقى ثابتة مهما كان الزمن.

د- الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=80ms$.

عند اللحظة $t=80ms$ تكون: $E_b(80ms)=2\times10^{-3}J$ و منه: $E_C(80ms)=E-E_b(80ms)=10^{-3}J$.

التـــمرين الثاني:

I - 1- المقصود بالتكافؤ: هي الحالة التي يتحقق لنا عندها مزيج ستوكيومتري، أي الاختفاء التام للمتفاعلين.

2- معادلة تفاعل المعايرة:

- المعادلة النصفية للأكسدة: $5\times\left(H_2O_2=O_2+2H^++2e^-\right)$
- المعادلة النصفية للإرجاع: $2\times\left(MnO_4^-+8H^++5e^-=Mn^{2+}+4H_2O\right)$
- معادلة تفاعل المعايرة هي: $2MnO_4^-+5H_2O_2+6H^+=2Mn^{2+}+5O_2+8H_2O$

3- حساب التركيز المولي للمحلول (S)، ثم استنتاج تركيز المحلول (S_0):

عند التكافؤ يتحقق لنا مزيج ستوكيومتري أي: $\frac{n\left(MnO_4^-\right)}{2}=\frac{n\left(H_2O_2\right)}{5}$

و عليه: $n\left(H_2O_2\right)=2{,}5n\left(MnO_4^-\right)$ و منه: $[H_2O_2]=C_1=2{,}5\frac{CV_E}{V}=2{,}5\times\frac{0{,}5\times7{,}9}{10}$

إذن: $[H_2O_2]=C_1=0{,}9875\,mol.L^{-1}$

- استنتاج التركيز C_0 للمحلول (S_0):

لدينا معامل التمديد: $F=10$ و بالتالي: $C_0=[H_2O_2]_0=10\times C_1=10\times0{,}9875\,mol.L^{-1}$

إذن: $C_0=[H_2O_2]_0=9{,}875\,mol.L^{-1}$

4- أ- معادلة تفكك الماء الأكسجيني:

- المعادلة النصفية للأكسدة: $H_2O_2=O_2+2H^++2e^-$
- المعادلة النصفية للإرجاع: $H_2O_2+2H^++2e^-=2H_2O$
- معادلة تفاعل المعايرة هي: $2H_2O_2=O_2+2H_2O$

جدول تقدم هذا التفاعل:

حالة الجملة	$2H_2O_2$ =	O_2 +	$2H_2O$
الإبتدائية	n_0	0	بوفرة
الإنتقالية	n_0-2x	x	بوفرة
النهائية	n_0-2x_{max}	x_{max}	بوفرة

ب- التأكد من الكتابة $(110V)$ المسجلة على القارورة:

عند تفكك الماء الأكسيجيني كليا نكتب: $n_0 - 2x_{\max} = 0$ و منه: $n_0 = 2x_{\max}$

و من جدول التقدم لدينا: $n_f(O_2) = x_{\max} = \dfrac{V_f(O_2)}{V_M} = \dfrac{110}{22,4} = 4,91\,mol$

ومنه: $n_0 = 2\times 4,91 = 9,82\,mol$ و بالتالي: $C_0 = \dfrac{n_0(H_2O_2)}{V} = \dfrac{9,82}{1} = 9,82\,mol.L^{-1}$

بالمقارنة: $C_0 = 9,82\,mol.L^{-1} \approx 9,87\,mol.L^{-1}$ نستنتج أن القيمة المسجلة على القارورة دقيقة.

***II*-1- إيجاد قيمة التقدم الأعظمي $x_{\max}$:**

من جدول التقدم $n_f(O_2) = x_{\max}$ و من قانون الغازات المثالية: $P_f V = n_f(O_2) RT$

و عليه: $x_{\max} = n_f(O_2) = \dfrac{P_f V}{RT}$

و بالتالي: $x_{\max} = n_f(O_2) = \dfrac{4,8\times 5\times 10^3 \times 1\times 10^{-3}}{8,31\times 293} = 9,86\times 10^{-3}\,mol$

2- حساب $V_f(O_2)$ حجم غاز الأكسجين في نهاية التفاعل:

لدينا: $n_f(O_2) = \dfrac{V_f(O_2)}{V_M}$ ومنه: $V_f(O_2) = n_f(O_2)\times V_M = 9,86\times 10^{-3}\times 22,4 = 0,22\,L$

إذن: $V_f(O_2) = 0,22\,L$

- هل تتوافق هذه النتيجة مع ما كتب على القارورة؟:

للتأكد مما كتب على القارورة، يجب علينا حساب حجم غاز ثنائي الأكسجين الناتج عن تفكك $1L$ من الماء الاكسجيني.

لدينا مما سبق، عند تفكك $20\,mL$ من المحلول الممدد (S) نتجت عنه $V_f(O_2) = 0,22\,L$.

و عليه نكتب: $\begin{cases} 20\,mL \rightarrow 0,22\,L \\ 1000\,mL \rightarrow V_f(O_2) \end{cases}$ و بالتالي: $V_f(O_2) = 11\,L$

- إذن تفكك $1L$ من محلول (S_0) المركز يعطي حجما قدره: $V_f(O_2) = 10\times 11 = 110\,L$

و بالتالي نستنتج ان النتيجة $(V_f(O_2) = 0,22\,L)$ المتحصل عليها تتوافق مع ما كتب على القارورة.

3- تبيان أن $P_{O_2}(t_{1/2}) = \dfrac{P_f(O_2)}{2}$:

من قانون الغازات المثالية عند لحظة t نكتب: $P_{O_2}(t)V = n_{O_2}(t)RT$ و منه: $P_{O_2}(t) = \dfrac{xRT}{V}$

و عند نهاية التفاعل: $P_f(O_2) = \dfrac{x_{\max}RT}{V}$

أما عند اللحظة $t = t_{1/2}$ نكتب: $P_{O_2}(t_{1/2}) = \dfrac{x(t_{1/2})RT}{V}$ و منه: $P_{O_2}(t_{1/2}) = \dfrac{x_{\max}RT}{2V}$

و بالتالي نجد: $P_{O_2}(t_{1/2}) = \dfrac{P_f(O_2)}{2}$.

ـ استنتاج زمن نصف التفاعل:

$P_{O_2}\left(t_{1/2}\right)=\dfrac{P_f\left(O_2\right)}{2}=\dfrac{4,8\times5\times10^3}{2}=12\times10^3\,Pa$ و بالاسقاط نجد: $t_{1/2}=10,2\min$

4ـ تبيان أن $v_{vol}\left(t\right)=2\times10^{-5}\dfrac{d\,P_{O_2}}{dt}$:

عبارة السرعة الحجمية هي: $v_{vol}\left(t\right)=\dfrac{1}{V_T}\dfrac{d\,x}{dt}$ و لدينا: $P_{O_2}\left(t\right)V_{O_2}=x\,R\,T$ و منه: $x=\dfrac{P_{O_2}\,V_{O_2}}{R\,T}$

و منه: $v_{vol}\left(t\right)=\dfrac{1}{V_T}\times\dfrac{V_{O_2}}{R\,T}\times\dfrac{d\,P_{O_2}}{dt}$ و عليه: $v_{vol}\left(t\right)=\dfrac{1}{20\times10^{-3}}\times\dfrac{10^{-3}}{8,31\times293}\times\dfrac{d\,P_{O_2}}{dt}$

و بالتالي نجد: $v_{vol}\left(t\right)=2\times10^{-5}\dfrac{d\,P_{O_2}}{dt}$ و هو المطلوب.

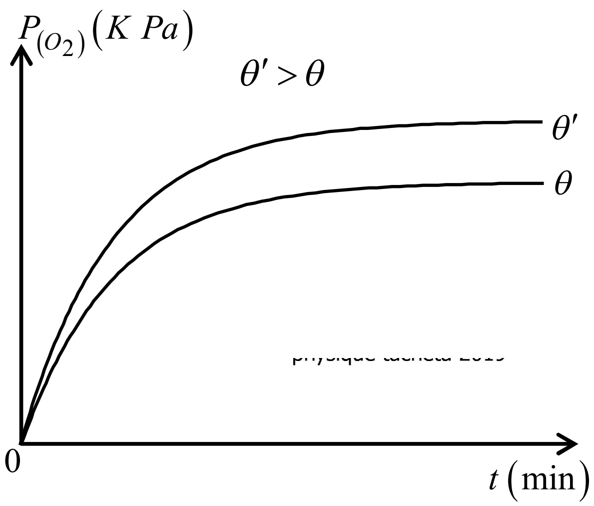
ـ حساب قيمة السرعة الحجمية عند اللحظة $t=0$:

$v_{vol}\left(0\right)=2\times10^{-5}\left.\dfrac{d\,P_{O_2}}{dt}\right|_{t=0}=2\times10^{-5}\times\dfrac{20\times10^3-0}{12-0}$ و بالتالي: $v_{vol}\left(0\right)=3,3\times10^{-2}\,mol.L^{-1}.\min^{-1}$

5ـ نعيد إجراء نفس التفاعل السابق و لكن عند درجة حرارة $\theta'>\theta$.

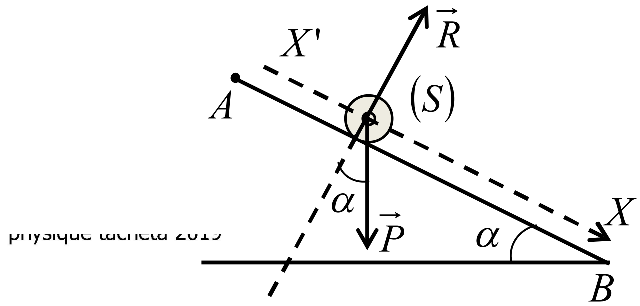
ـ رسم المنحنى $P_{O_2}=g\left(t\right)$ المتحصل عليه في هذه التجربة.

ـ عند رفع درجة الحرارة ، تزداد قيمة الضغط عند نهاية التفاعل.



التمرين الثالث:

I ـ 1ـ تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) أثناء حركته على المستوي المائل :



2ـ أـ إيجاد عبارة التسارع a للجسم (S) :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ بالاسقاط وفق المحور $\overrightarrow{X'X}$ نجد: $P_X = ma$

ومنه: $ma = P\sin(\alpha) = mg\sin(\alpha)$ أي: $a = g\sin(\alpha)$.

ب ـ طبيعة حركة الجسم (S) على المسار (AB) :

لدينا: $a = g\sin(\alpha)$ أي: $a = Cste$ و المسار مستقيم وعليه فالحركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

3ـ تبيان أن عبارة الطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند موضع فاصلته x تكتب بالشكل : $E_C = ma.x$:

نعلم أنه في كل لحظة t : $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ ونعلم أيضا أن : $v^2 - v_A^2 = 2a.x \Leftarrow v^2 = 2a.x$

ومنه نجد: $E_C = \frac{1}{2}m(2a.x)$ أي: $E_C = ma.x.......(1)$.

4ـ بالاعتماد على البيان $E_C = f(x)$ جد قيمة كل من:

أـ المسافة AB : $AB = x_m = 0,5 \times 5 = 2,5m$

ب ـ v_B سرعة الجسم عند (S) الموضع B : نعلم أن : $E_{C_B} = \frac{1}{2}mv_B^2$ ومنه نجد: $v_B = \sqrt{\frac{2E_{C_B}}{m}}$

حيث E_{C_B} هي ترتيبة الفاصلة $x_m = 2,5m$ ومن البيان نجد أن: $E_{C_B} = 0,25 \times 5 = 1,25J$.

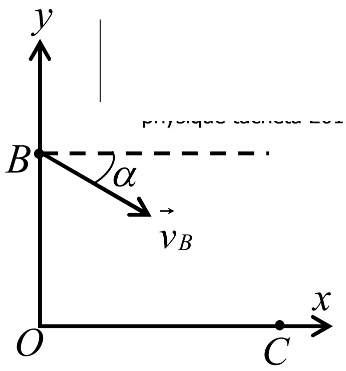
أي: $v_B = \sqrt{\frac{2 \times 1,25}{0,1}} = 5m.s^{-1}$.

جـ ـ قيمة التسارع a : البيان خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $E_C = \lambda.x.......(2)$.

حيث λ معامل توجيه البيان: $\lambda = \frac{\Delta E_C}{\Delta x} = \frac{1,25}{2,5} = 0,5J.m^{-1}$.

بمطابقة العلاقة (1) و (2) طرفا لطرف نجد: $ma = \lambda$ ومنه: $a = \frac{\lambda}{m} = \frac{0,5}{0,1} = 5m.s^{-1}$.

استنتاج قيمة الزاوية α : لدينا مما سبق: $a = g\sin(\alpha)$



ومنه: $\sin(\alpha) = \frac{a}{g} = \frac{5}{10} = 0{,}5$ أي: $\alpha = 30°$.

II ـ 1ـ تحديد طبيعة حركة الجسم (S) في المعلم $(O,\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$:

لدينا الشروط الابتدائية(لـما $t = 0$):

$$\begin{cases} x(0) = x_B = 0 \\ x(0) = y_B = 1{,}8m \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{v}_B \begin{cases} v_{Bx} = v_B\cos(\alpha) \\ v_{By} = -v_B\sin(\alpha) \end{cases}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) في المعلم السطحي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P} = m\vec{a}$ وبالاسقاط وفق المحورين $(\overrightarrow{Ox})$ و $(\overrightarrow{Oy})$ نجد: $\begin{cases} ma_x = 0 \\ ma_y = -P = -mg \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ وبالتالي فالحركة منتظمة وفق المحور $(\overrightarrow{Ox})$ و متغيرة بانتظام وفق المحور $(\overrightarrow{Oy})$.

2ـ كتابة المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$: نعلم أن:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y(t)}{dt} = -g \end{cases}$$

وبالمكاملة بالنسبة للزمن واستغلال الشروط الابتدائية نجد: $\begin{cases} v_x(t) = v_B\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt - v_B\sin(\alpha) \end{cases}$.

ومنه: $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = v_B\cos(\alpha) \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = -gt - v_B\sin(\alpha) \end{cases}$ وبالمكاملة بالنسبة للزمن واستغلال الشروط الابتدائية نجد:

$$\begin{cases} x(t) = v_B\cos(\alpha)t.....(1) \\ y(t) = -\dfrac{g}{2}t^2 - v_B\sin(\alpha)t + y_B....(2) \end{cases}$$.

3ـ استنتاج معادلة المسار $y = f(x)$: من (1) نجد: $t = \dfrac{x(t)}{v_B\cos(\alpha)}$

وبالتعويض في (2) نجد: $y(x) = -\dfrac{g}{2}\left(\dfrac{x(t)}{v_B\cos(\alpha)}\right)^2 - v_B\sin(\alpha)\dfrac{x(t)}{v_B\cos(\alpha)} + y_B$

ومنه: $y(x) = -\dfrac{g}{2v_B^2\cos^2(\alpha)}x(t)^2 - \tan(\alpha)x(t) + y_B$

ت-ع: $y(x) = -\dfrac{10}{2\times 5^2 \cos^2(30)}x(t)^2 - \tan(30)x(t) + 1{,}8$

أي: $y(x) = -0{,}22\,x(t)^2 - 0{,}58\,x(t) + 1{,}8$.

4 ـ أ ـ إيجاد قيمة المسافة الأفقية OC :

عند الموضع C يكون $y_C = 0$ أي: $-0{,}22\,x(t)^2 - 0{,}58\,x(t) + 1{,}8 = 0$

قيمة المميز Δ : $\Delta = (-0{,}58)^2 - 4\times(-0{,}22)\times 1{,}8 = 1{,}92$ أي: $\sqrt{\Delta} = 1{,}38$

ومنه: $x_1 = \dfrac{0{,}58 + 1{,}38}{2\times(-0{,}22)} = -4{,}45\,m$ مرفوض لأن : $x_1 \leq 0$.

و $x_2 = \dfrac{0{,}58 - 1{,}38}{2\times(-0{,}22)} = 1{,}82\,m$ مقبول أي: $OC = 1{,}82\,m$

ب ـ إيجاد قيمة t_C :

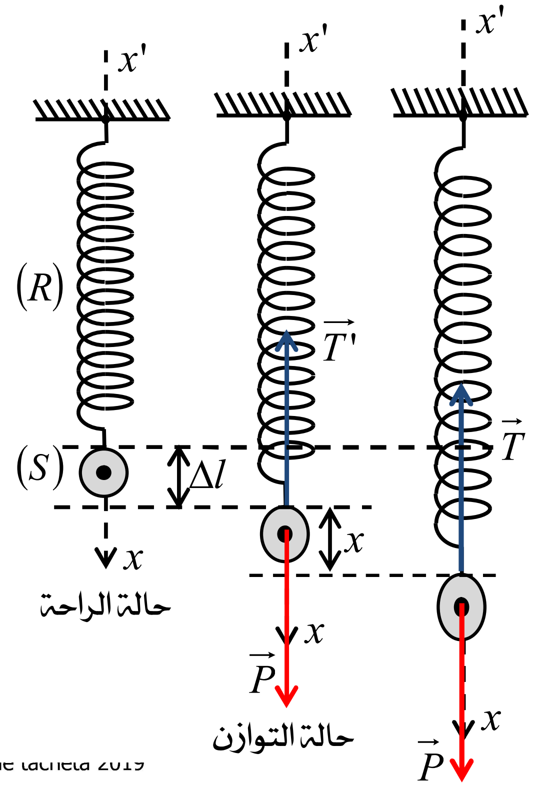
نعلم أن: $x(t) = v_B\cos(\alpha)t$ ولـما $t = t_C$ نجد: $x(t_C) = OC = v_B\cos(\alpha)t_C$

ومنه نجد: $t_C = \dfrac{OC}{v_B\cos(\alpha)} = \dfrac{1{,}82}{5\cos(30)} = 0{,}42s$.

جـ ـ حساب قيمة v_C : نعلم أن: $v_C = \sqrt{{v_{C_x}}^2 + {v_{C_y}}^2}$ ولدينا مما سبق : $\begin{cases} v_x(t) = v_B\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt - v_B\sin(\alpha) \end{cases}$

ولـما $t = t_C$ نجد: $\begin{cases} v_{C_x} = 5\cos(30) = 4{,}33 m.s^{-1} \\ v_{C_y} = -10\times 0{,}42 - 5\sin(30) = 6{,}7 m.s^{-1} \end{cases}$

أي: $v_C = \sqrt{(4{,}33)^2 + (6{,}7)^2} = 8 m.s^{-1}$.



II ـ خاص بشعبتي الرياضيات والتقني رياضي:

1 ـ أ ـ تمثيل كيفيا القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) عند حالة التوازن:

أنظر الشكل المقابل .

ب ـ كتابة عبارة الاستطالة Δl للنابض (R) عند حالة التوازن بدلالة: m و K و g :

عند حالة التوازن نجد: $\vec{P} = -\vec{T'}$ ومنه: $P = T'$

ومنه: $mg = K\Delta l$ أي: $\Delta l = \dfrac{mg}{K}$.

2 ـ أ ـ إيجاد المعادلة التفاضلية لتطور الفاصلة $x(t)$ للجسم (S) :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المعطى على الجسم (S) نجد:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ ومنه: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$.

بالاسقاط وفق المحور $(\overrightarrow{x'x})$ نجد: $P - T = ma$

ومنه: $mg - K(\Delta l + x) = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$ ومنه: $mg - K\Delta l - Kx = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$

ولدينا من حالة التوازن: $mg - K\Delta l = 0$ أي: $-kx = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$ وعليه: $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{K}{m}x = 0 \ldots (II)$.

ب ـ إيجاد عبارة الدور الذاتي T_0 : باشتقاق عبارة الحل مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$ ومنه: $$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t) = 0 .$$

بمطابقة المساواة الأخيرة مع العبارة (II) طرفا لطرف نجد: $\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \dfrac{K}{m}$ أي: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$.

3 ـ أ ـ كتابة العبارة الزمنية للطاقة الكامنة المرونية $E_{Pe}(t)$: نعلم أن: $E_{Pe}(t) = \dfrac{1}{2}Kx(t)^2$

ولدينا: $x(t) = X_0 \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right)$ ومنه: $E_{Pe}(t) = \dfrac{1}{2}KX_0^2 \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right)^2$.

ب ـ اعتمادا على البيان إيجاد:

ـ قيمة الدور الذاتي للحركة T_0 : من البيان نجد: $T_0 = 5\times10^{-2}\times4 = 0{,}2s$.

ـ قيمة نبض الحركة w_0 : $w_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} = \dfrac{2\times3{,}14}{0{,}2} = 31{,}4rad.s^{-1}$.

ـ قيمة K ثابت مرونة النابض (R) :

نعلم أن: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$ ومنه: $\dfrac{4\pi^2}{T_0^2} = \dfrac{K}{m}$ أي: $K = \dfrac{4\pi^2 m}{T_0^2} = \dfrac{4\times10\times0{,}1}{(0{,}2)^2} = 100\,N.m^{-1}$.

ـ سعة الحركة (المطال الأعظمي) X_0 :

لدينا: $E_{Pe}(t) = \dfrac{1}{2}KX_0^2 \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right)^2$ ولما $t = 0$ نجد: $E_{Pe}(0) = E_{Pe}(\max) = \dfrac{1}{2}KX_0^2$

ومنه: $X_0^2 = \dfrac{2E_{Pe}(\max)}{K}$ أي: $X_0 = \sqrt{\dfrac{2E_{Pe}(\max)}{K}} = \sqrt{\dfrac{2\times2}{100}} = 0{,}2m = 20cm$.

حيث من البيان: $E_{Pe}(\max) = 0{,}5\times4 = 2J$.

جـ ـ كتابة المعادلة الزمنية للحركة $x = h(t)$: $x(t) = 0{,}2\cos(31{,}4t)$ حيث الفاصلة مقدرة بالمتر.