المستوى: 3 ع ت + 3 ت ر + 3 ر

بطاقة تمارين رقم 04 للوحدة 03

التمرين رقم: 01 — بكالوريا 2016 (ت ر + ر)

بحصة للأعمال التطبيقية في الفيزياء اقترح الأستاذ انجاز تجربة للتحقق من المعلومات التي كتبها المصنع على مكثفة مكتوب عليها $C = 10\,\mu F$ وذلك باستعمال التجهيزات التالية:

ناقل أومي مقاومته $R = 10\,k\Omega$، أسلاك توصيل، قاطعة، مولد للتوتر الثابت E وتجهيز التجريب المدعم بالحاسوب باستخدام لاقط التوتر.

بعد تركيب الدارة المناسبة وتشغيل تجهيز التجريب المدعم بالحاسوب وغلق القاطعة لدارة الشحن تحصل التلاميذ من خلال مجدول $Excel$ على القيم التالية:

$u_R\,(V)$	9,000	5,458	3,330	2,008	1,218	0,738	0,448	0,271	0,164	0,060
$t\,(s)$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,50

1- ارسم الدارة الكهربائية التي ركبها التلاميذ.

2- باستعمال قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية للتوتر u_R بين طرفي المقاومة.

3- علما أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_R(t) = A e^{-t/\tau}$، جد عبارتي الثابتين A و τ بدلالة R، C و E.

4- ارسم المنحنى البياني للدالة $u_R = f(t)$ ثم استنتج كل من قيمتي E وثابت الزمن τ للدارة.

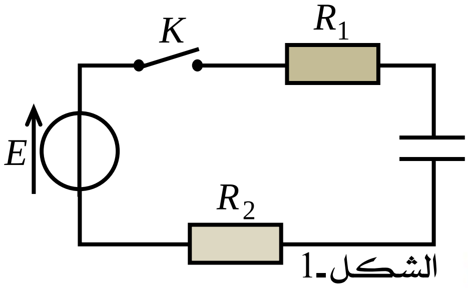
نستعمل السلم: $1cm \to 1{,}000\,V$ و $1cm \to 0{,}05\,s$.

5- احسب قيمة السعة C للمكثفة.

التمرين رقم: 02 — بكالوريا 2016 (ت ر + ر)

تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وإمكانية استغلالها عند الحاجة. لدراسة هذه الخاصية نربط مكثفة غير مشحونة سعتها C على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية:

- مولد كهربائي للتوتر الثابت E.
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1k\Omega$ و $R_2 = 4k\Omega$.
- قاطعة K. انظر (الشكل-1).



الشكل-1

نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$:

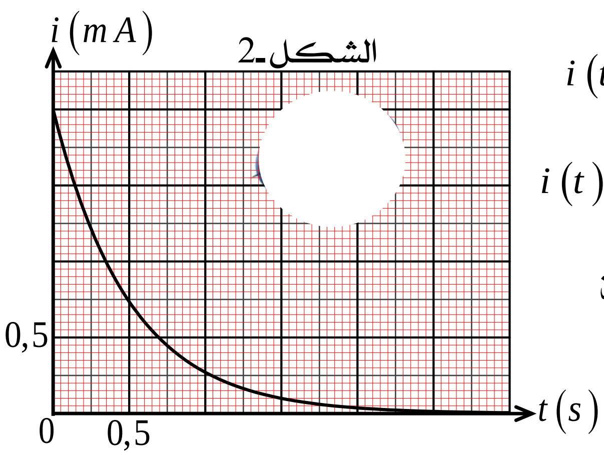
1- أ- أعط تفسيرا مجهريا للظاهرة التي تحدث في المكثفة.

ب- بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية لشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة.

جـ- للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $i(t) = \alpha e^{-\beta t}$

جد عبارتي الثابتين α و β بدلالة R_1، R_2، C، E.

2- بواسطة لاقط شدة التيار الكهربائي موصول بالدارة وبواجهة دخول لجهاز إعلام آلي نحصل على منحنى تطور الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي (الشكل-2).



- اعتمادا على البيان جد قيمة كل من:

ثابت الزمن τ للدارة، سعة المكثفة C، التوتر الكهربائي E.

3- اعط العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$ واحسب قيمتها العظمى.

التمرين رقم: 02 — بكالوريا 2016 ع ت

نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل-3، والمؤلفة من:

- مولد كهربائي للتوتر الثابت E.
- مكثفة غير مشحونة سعتها C.
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $R_1 = 1k\,\Omega$ و R_2 غير معلومة.
- قاطعة كهربائية K.

نوصل الدارة الكهربائية براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة كما هو موضح على الشكل-3، ثم نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على الشاشة المنحنيين البيانيين (a) و (b) (الشكل-4).

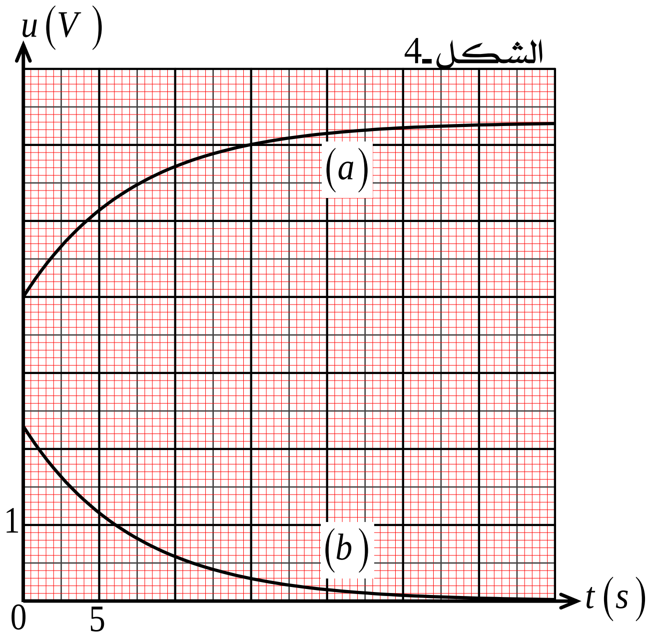
1- ارفق كل منحنى بالمدخل الموافق مع التعليل.

2- اكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي في الدارة.

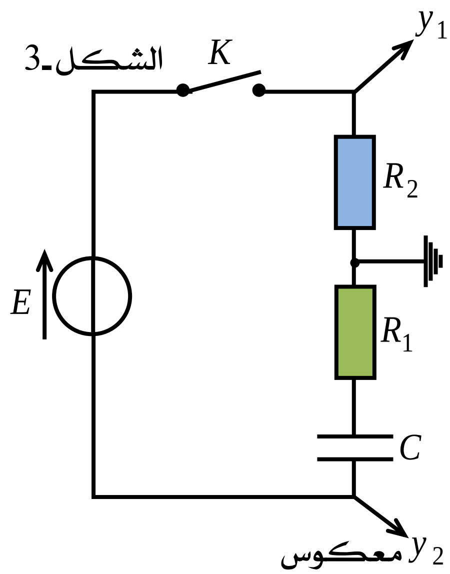
3- جد عبارة الشدة I_0 للتيار الأعظمي المار في الدارة.

4- استنتج عند اللحظة $t = 0$ عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي R_2 بدلالة E، R_1 و R_2.

5- اعتمادا على البيانين، استنتج قيمة كل من E، I_0 و R_2 و C.



الشكل-4



الشكل-3

التمرين رقم: 03 — بكالوريا 2016 ع ت

لغرض دراسة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة نركب الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل-5. وتتكون هذه الدارة من مولد للتوتر الثابت E، ناقل أومي مقاومته $R = 10k\,\Omega$، مكثفة سعتها C وبادلة K.

نضع البادلة في الوضع (1) إلى غاية بلوغ النظام الدائم، ثم نغير البادلة إلى الوضع (2) في اللحظة $t = 0$:

1- ما هي إشارة التيار الكهربائي المبين في الدارة؟ علل.

2- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة في هذه الدارة تعطى بالشكل: $u_C + \frac{1}{\alpha} \times \frac{du_C}{dt} = 0$.

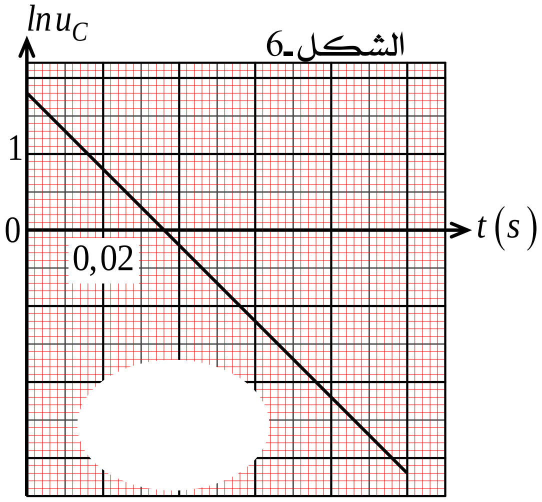
3- إذا كان حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل: $u_C(t) = A e^{-\alpha t}$، جد عبارتي الثابتين A و α بدلالة R، C و E.

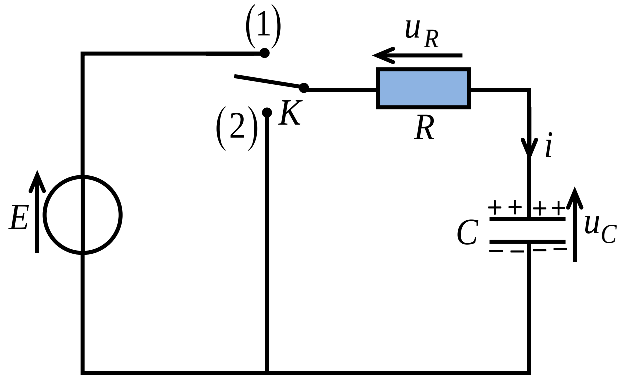
4- يمثل الشكل-6 تغيرات $\ln u_C$ بدلالة الزمن t.

أ- استنتج بيانيا عبارة الدالة $\ln u_C = f(t)$.

ب- بالمطابقة بين العلاقة النظرية الموافقة للمنحنى ،استنتج قيم كل من: α ، C و E .
جـ- احسب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي عند اللحظة $t = 2,5\tau$ ،ماذا تستنتج ؟
حيث τ هو ثابت الزمن المميز للدارة.

الشكل-6

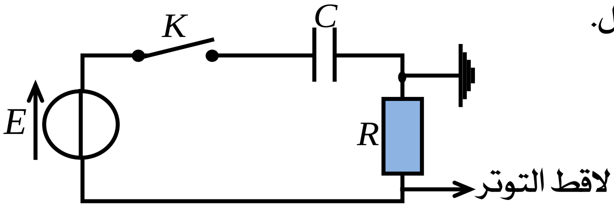




الشكل-5

حل باقة تمارين رقم 04 للوحدة 03

حل التمرين رقم: 01 — بكالوريا 2016 (ت ر + ر)



1- **رسم الدارة الكهربائية التي ركبها التلاميذ:** انظر الشكل المقابل.

2- **المعادلة التفاضلية للتوتر u_R بين طرفي المقاومة:**

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C(t)+u_R(t)=E$

وباشتقاق العلاقة نجد: $\dfrac{du_C(t)}{dt}+\dfrac{du_R(t)}{dt}=0$

ونعلم أن: $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}$ وكذلك: $q(t)=C\,u_C(t)$ ومنه: $i(t)=C\times\dfrac{du_C(t)}{dt}$ أي: $\dfrac{du_C(t)}{dt}=\dfrac{i(t)}{C}$

إذن: $\dfrac{i(t)}{C}+\dfrac{du_R(t)}{dt}=0$ وعليه: $\dfrac{Ri(t)}{RC}+\dfrac{du_R(t)}{dt}=0$ وبالتالي: $\dfrac{du_R(t)}{dt}+\dfrac{u_R(t)}{RC}=0$.

3- **حل المعادلة التفاضلية من الشكل:** $u_R(t)=Ae^{-t/\tau}$، **جد عبارتا الثابتين A و τ بدلالة R، C و E:**

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{du_R(t)}{dt}=-\dfrac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

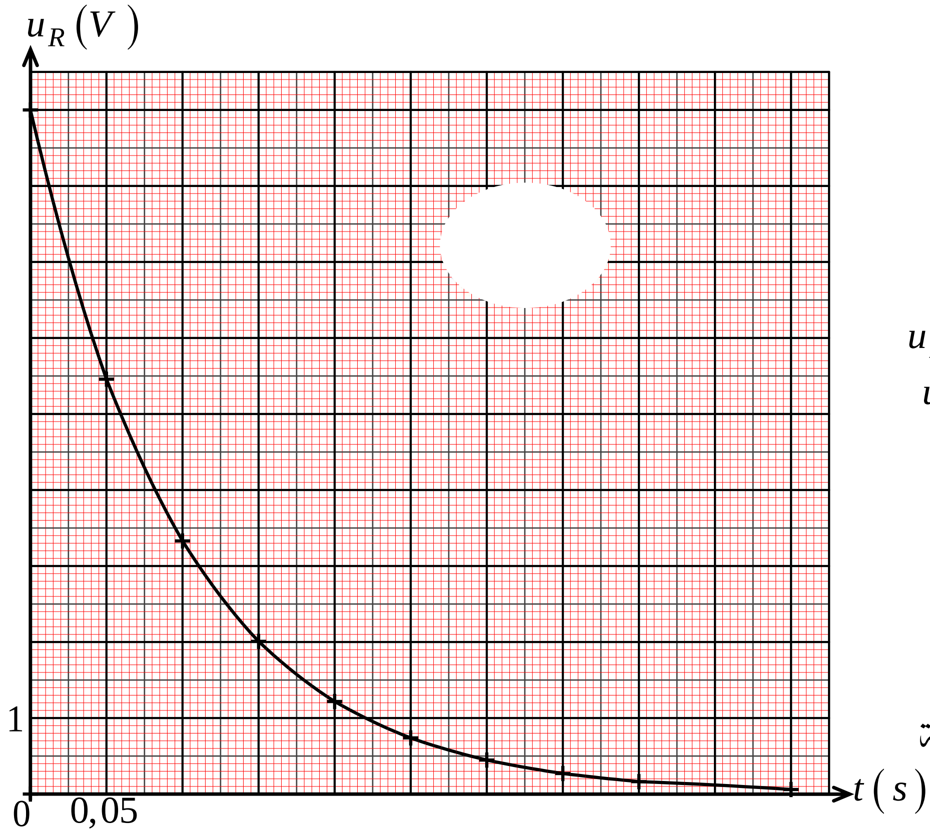
بتعويض عبارة الحل وعبارة المشتقة في المعادلة التفاضلية نجد: $-\dfrac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\dfrac{Ae^{-t/\tau}}{RC}=0$

ومنه: $Ae^{-t/\tau}\left(-\dfrac{1}{\tau}+\dfrac{1}{RC}\right)=0$ حيث $Ae^{-t/\tau}\neq 0$ أي: $-\dfrac{1}{\tau}+\dfrac{1}{RC}=0$ إذن: $\tau=RC$

ونعوض $t=0$ في عبارة الحل نجد: $u_R(0)=A=E$

وعليه عبارة الحل: $u_R(t)=E\,e^{-t/\tau}$ حيث $\tau=RC$.

4- **رسم المنحنى البياني للدالة** $u_R=f(t)$: سلم الرسم: $1cm\rightarrow 1,000V$ و $1cm\rightarrow 0,05s$.



استنتاج كل من قيمتي E:

من البيان ولما $t=0$ نقرأ:

$E=u_R(0)=9V$.

استنتاج ثابت الزمن τ للدارة:

لدينا: $u_R(t)=E\,e^{-t/\tau}$

ولما $t=\tau$ نجد: $u_R(\tau)=0,37E$

أي: $u_R(\tau)=0,37\times 9=3,33V$

ومن البيان نقرأ: $\tau=0,1s$.

5- **حساب قيمة السعة C للمكثفة:**

نعلم أن: $\tau=RC$ أي: $C=\dfrac{\tau}{R}$

ت-ع: $C=\dfrac{0,1}{10\times10^3}=10^{-5}F$.

إذن: $C=10\mu F$ وهي توافق القيمة المدونة على المكثفة.

1ـ أ ـ التفسير المجهري للظاهرة التي تحدث في المكثفة:

تكون المكثفة غير مشحونة وعند غلق القاطعة ، يحدث المولد إختلالا في التوازن الكهربائي للمكثفة ،و ذلك بإخضاع الإلكترونات الحرة للبوس ذو الكمون المرتفع بالتحرك من هذا اللبوس إلى اللبوس الآخر، ويساهم في هذه الحركة وجود شحنات كهربائية مختلفة الإشارة على مستوى كل لبوس.

ب ـ بتطبيق قانون جمع التوترات جد المعادلة التفاضلية لشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي المار في الدارة:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C(t)+u_{R_1}(t)+u_{R_2}(t)=E$ ومنه: $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$

وباشتقاق العلاقة نجد: $\frac{du_C(t)}{dt}+(R_1+R_2)\frac{di(t)}{dt}=0$

ونعلم أن: $i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$ وكذلك: $q(t)=C\,u_C(t)$ ومنه: $i(t)=C\times\frac{du_C(t)}{dt}$ أي: $\frac{du_C(t)}{dt}=\frac{i(t)}{C}$

إذن: $\frac{i(t)}{C}+(R_1+R_2)\frac{di(t)}{dt}=0$ وعليه: $\frac{di(t)}{dt}+\frac{i(t)}{(R_1+R_2)C}=0$.

جـ ـ للمعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل: $i(t)=\alpha e^{-\beta t}$ جد عبارتي الثابتين α و β بدلالة R_1 ، R_2 ، C ، E:

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{di(t)}{dt}=-\beta\alpha e^{-\beta t}$

بتعويض عبارة الحل وعبارة المشتقة في المعادلة التفاضلية نجد: $-\beta\alpha e^{-\beta t}+\frac{\alpha e^{-\beta t}}{(R_1+R_2)C}=0$

ومنه: $\alpha e^{-\beta t}\left(-\beta+\frac{1}{(R_1+R_2)C}\right)=0$ حيث $\alpha e^{-\beta t}\neq 0$ أي: $-\beta+\frac{1}{(R_1+R_2)C}=0$

إذن: $\beta=\frac{1}{(R_1+R_2)C}=\frac{1}{\tau}$ ، وبتعويض $t=0$ في العبارة $i(t)=\alpha e^{-\beta t}$ نجد: $i(0)=\alpha=I_0$

ومن العلاقة $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$ ولما $t=0$ نجد: $(R_1+R_2)I_0=E$ إذن: $I_0=\frac{E}{(R_1+R_2)}$

إذن عبارة الحل: $i(t)=I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث: $\tau=(R_1+R_2)C$ و $I_0=\frac{E}{(R_1+R_2)}$.

2ـ اعتمادا على البيان جد قيمة كل من:

ـ ثابت الزمن τ للدارة: لدينا: $i(t)=I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ ولما $t=\tau$ نجد: $i(\tau)=0{,}37\times I_0$

ومن البيان ولما نقرأ: $I_0=2mA$ أي: $i(\tau)=0{,}74mA$ ، وبقراءة بيانية نجد: $\tau=0{,}5s$

ـ سعة المكثفة C: نعلم أن: $\tau=(R_1+R_2)C$ إذن: $C=\frac{\tau}{(R_1+R_2)}=\frac{0{,}5}{(1+4)\times10^3}=10^{-4}F=100\mu F$

ـ التوتر الكهربائي E: نعلم: $I_0=\frac{E}{(R_1+R_2)}$ إذن: $E=I_0(R_1+R_2)=2\times10^{-3}\times5\times10^3=10V$

3ـ العبارة اللحظية للطاقة المخزنة في المكثفة $E_C(t)$ وحساب قيمتها العظمى:

نعلم أن: $E_C(t)=\frac{1}{2}C\,u_C^2(t)$

ومن العلاقة $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$ نجد: $u_C(t)=E-(R_1+R_2)i(t)$

حيث $i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$ و $I_0=\frac{E}{(R_1+R_2)}$

أي: $u_C(t)=E-(R_1+R_2)\times\frac{E}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{\tau}}=E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

وبالتعويض في عبارة $E_C(t)$ نجد: $E_C(t)=\frac{1}{2}CE^2\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$.

ولـما $t\to\infty$ نجد: $E_{C_{\max}}=\frac{1}{2}CE^2$ ت ـ ع: $E_{C_{\max}}=\frac{10^{-4}\times10^2}{2}=5\times10^{-3}J=5mJ$

حل التمرين رقم: 03 — بكالوريا 2016 ع ت

1ـ ارفاق كل منحنى بالمدخل الموافق مع التعليل:

المنحنى (b) خاص بالمدخل y_1، لأن: عند بلوغ النظام الدائم يكون $i(\infty)=0$ أي: $u_{R_1}(\infty)=R_1i(\infty)=0$.

وعليه: المنحنى (a) خاص بالمدخل y_2.

2ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشدة $i(t)$ للتيار الكهربائي في الدارة:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C(t)+u_{R_1}(t)+u_{R_2}(t)=E$ ومنه: $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$

وبالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_C(t)}{dt}+(R_1+R_2)\frac{di(t)}{dt}=0$

ونعلم أن: $i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$ وكذلك: $q(t)=Cu_C(t)$ ومنه: $i(t)=C\times\frac{du_C(t)}{dt}$ أي: $\frac{du_C(t)}{dt}=\frac{i(t)}{C}$

إذن: $\frac{i(t)}{C}+(R_1+R_2)\frac{di(t)}{dt}=0$ وعليه: $\frac{di(t)}{dt}+\frac{i(t)}{(R_1+R_2)C}=0$.

3ـ عبارة الشدة I_0 للتيار الأعظمي المار في الدارة:

من قانون جمع التوترات نجد: $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$ وفي النظام الدائم نجد: $(R_1+R_2)I_0=E$

حيث: $u_C(\infty)=0$ إذن نجد: $I_0=\frac{E}{(R_1+R_2)}$.

4ـ استنتاج عند اللحظة $t=0$ عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي R_2 بدلالة E، R_1 و R_2:

نعلم أن: $u_{R_1}(t)=R_1i(t)$ ولـما $t=0$ نجد: $u_{R_1}(0)=R_1I_0=R_1\frac{E}{(R_1+R_2)}$.

5ـ استنتاج قيمة كل من E، I_0 و R_2 و C وذلك بالاعتماد على البيانين:

قيمة E: عبارة التوتر على المدخل y_2 هي: $u_2(t)=u_C(t)+u_{R_2}(t)$ ، وفي النظام الدائم نجد:

$u_2(\infty)=u_C(\infty)$ حيث: $u_{R_2}(\infty)=0$ ومن البيان (a) في النظام الدائم نقرأ: $u_2(\infty)=u_C(\infty)=6,3V$

ومن العلاقة $u_C(t)+(R_1+R_2)i(t)=E$ وفي النظام الدائم نجد: $u_C(\infty)=E$ إذن: $E=6,3V$.

قيمة I_0: نعلم أن: $u_{R_1}(0)=R_1I_0$ أي: $I_0=\frac{u_{R_1}(0)}{R_1}$

ومن البيان (a) وفي اللحظة $t=0$ نقرأ: $u_{R_1}(0)=4V$ ، إذن: $I_0=\frac{4}{1\times10^3}=4\times10^{-3}A=4mA$.

قيمة R_2 : نعلم أن: $u_{R_2}(0)=R_2 I_0$ أي: $R_2=\dfrac{u_{R_2}(0)}{I_0}$

ومن البيان (b) وفي اللحظة $t=0$ نقرأ: $u_{R_2}(0)=2,3V$ ، إذن: $R_2=\dfrac{2,3}{4\times10^{-3}}=575\Omega$.

قيمة C : نعلم أن عبارة ثابت الزمن: $\tau=(R_1+R_2)C$ أي: $C=\dfrac{\tau}{(R_1+R_2)}$

ونعلم كذلك: $u_{R_2}(\tau)=0,37\times2,3=0,851V$ ومن البيان (b) نقرأ: $\tau=7,3s$

إذن: $C=\dfrac{7,3}{(10^3+575)}=4,635\times10^{-3}F=4,635mF$.

حل التمرين رقم: 04 — بكالوريا 2016 ع ت

1ـ إشارة التيار الكهربائي المبين في الدارة: سالبة $i<0$ لأن: جهته عكس الجهة الاصطلاحية.

2ـ تبيان أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة في هذه الدارة تعطى بالشكل:
$u_C+\dfrac{1}{\alpha}\times\dfrac{du_C}{dt}=0$:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C(t)+u_R(t)=0$ ومنه: $u_C(t)+Ri(t)=0$

نعلم أن: $i(t)=\dfrac{dq(t)}{dt}$ وكذلك: $q(t)=C\,u_C(t)$ إذن: $i(t)=C\times\dfrac{du_C(t)}{dt}$

أي: $u_C(t)+RC\times\dfrac{du_C(t)}{dt}=0$. (إذن نجد: $\dfrac{1}{\alpha}=RC=\tau$ وعليه نجد: $\alpha=\dfrac{1}{RC}=\dfrac{1}{\tau}$)

3ـ حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل: $u_C(t)=Ae^{-\alpha t}$ ، **لنجد عبارتي الثابتين A و α بدلالة** R ، C و E :

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{du_C(t)}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$

بتعويض عبارة الحل وعبارة المشتقة في المعادلة التفاضلية نجد: $-\alpha Ae^{-\alpha t}+\dfrac{Ae^{-\alpha t}}{RC}=0$

ومنه: $Ae^{-\alpha t}\left(-\alpha+\dfrac{1}{RC}\right)=0$ حيث: $Ae^{-\alpha t}\neq0$ أي: $-\alpha+\dfrac{1}{RC}=0$ إذن: $\alpha=\dfrac{1}{RC}=\dfrac{1}{\tau}$

وبتعويض $t=0$ في عبارة الحل نجد: $u_C(0)=A=E$ ، وعليه عبارة الحل: $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث: $\tau=RC$

4ـ أـ استنتاج بيانيا عبارة الدالة $\ln u_C=f(t)$:

البيان خط مستقيم لايمر من المبدأ معادلته: $\ln u_C=at+b......(1)$

حيث a معامل توجيه البيان نجد: $a=\dfrac{\Delta \ln u_C}{\Delta t}=\dfrac{0-1,8}{0,036-0}=-50s^{-1}$

و b نقطة تقاطع البيان مع محور التراتيب نجد: $b=1,8$

بـ استنتاج قيم كل من: α ، C و E :

العلاقة النظرية: لدينا: $u_C=Ee^{-\alpha t}$ وبإدخال $\ln(\ )$ على طرفي العبارة نجد: $\ln u_C=\ln E-\alpha t$

أي: $\ln u_C=-\alpha t+\ln E.....(2)$.

وبالمطابقة بين العلاقة البيانية (1) والعلاقة النظرية (2) طرفا لطرف:

نجد: $-\alpha = a = -50s^{-1}$ أي: $\alpha = 50s^{-1}$ ولدينا: $\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$ أي: $C = \frac{1}{R\alpha}$

ت-ع: $C = \frac{1}{10\times10^3\times50} = 2\times10^{-6}F = 2\mu F$ ، و نجد كذلك: $lnE = b = 1,8$ إذن: $E = e^{1,8} = 6V$

جـ- حساب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي عند اللحظة $t = 2,5\tau$:

عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة t:

$E_C(t) = \frac{1}{2}C\,u_C^2(t)$ ولدينا: $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ أي: $E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2e^{-\frac{2t}{\tau}}$

إذن نجد عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 0$: $E_C(0) = \frac{1}{2}CE^2$

عبارة الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي عند اللحظة t: $E(t) = E_C(0) - E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}CE^2e^{-\frac{2t}{\tau}}$

فنجد: $E(t) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)$.

وعند اللحظة $t = 2,5\tau$ نجد: $E_C(0)\ ;\ \frac{1}{2}CE^2\ ;\ E(2,5\tau) = \frac{1}{2}CE^2\left(1 - e^{-5}\right)$

حيث: $E(2,5\tau) = \frac{2\times10^{-6}\times6^2}{2} = 36\times10^{-6}J = 36\mu J$

تستنتج أن: الطاقة المخزنة في المكثفة حولت تقريبا كليا.