

الموضوع رقم 08

النمرين رقم 01

التحول الكيميائي الحادث بين معدن الألمنيوم $(Al)(s)$ و محلول حمض كلور الهيدروجين $(aq)(H^+ + Cl^-)$ تحول تام وبطيء.

ندخل في اللحظة $t = 0$ كتلة قدرها $m_0 = 270mg$ من معدن الألمنيوم في بيشر يحتوي على حجم قدره $V = 100mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي C_0 . المتابعة الزمنية لهذا التحول مكنتنا من

رسم المنحنيين البيانيين $n(Al^{3+}) = f(t)$ و $V(H_2) = g(x)$ المبينين في الشكل-1 و الشكل-2.

1- أكتب معادلة التفاعل المنمذجة للتحول الكيميائي الحادث.

2- أنشئ جدول تقدم التفاعل، ثم حدد قيمة التقدم الاعظمي x_{max} .

3- جد قيمة التركيز المولي C_0 لمحلول حمض كلور الهيدروجين.

4- بين أنه عند اللحظة $t = t_{1/2}$: $n_{Al^{3+}}(t_{1/2}) = \frac{n_f(Al^{3+})}{2}$ ، ثم استنتج قيمة $t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل.

5- أ- حدد سلما لمحور فواصل الشكل-2.

ب- أثبت أن حجم غاز ثنائي الهيدروجين (H_2) عند اللحظة t يعطى بالعلاقة: $V_{H_2}(t) = 3V_M x(t)$ ، ثم جد قيمة V_M الحجم المولي للغازات.

6- بين أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل هي: $V_{vol}(t) = \frac{1}{2V} \frac{dn_{Al^{3+}}(t)}{dt}$ ، ثم أحسب قيمتها الأعظمية.

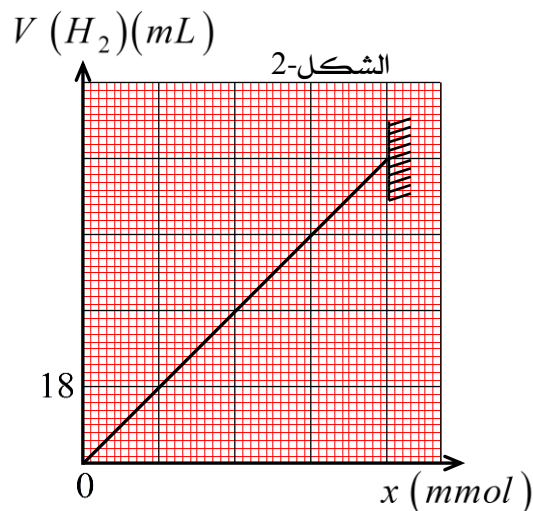
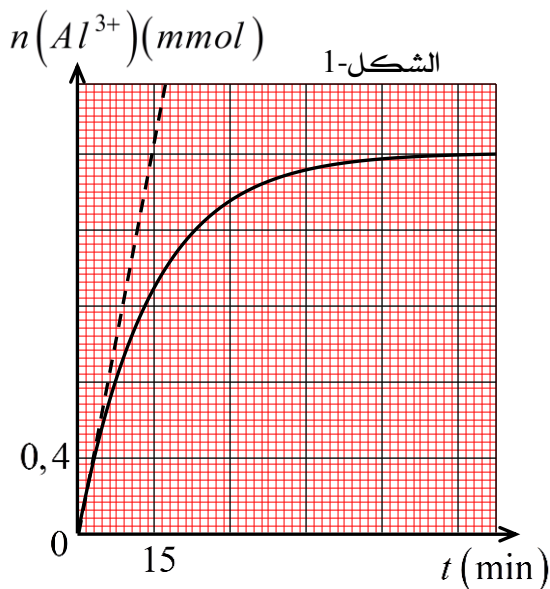
7- نعيد نفس التجربة السابقة، ولكن نغير فقط في قيمة التركيز المولي لحمض كلور الهيدروجين $C_1 = 9 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$.

- أرسم مع بيان الشكل-2 المنحنى $V(H_2) = h(x)$ المتحصل عليه في هذه التجربة. مع التعليل.

المعطيات:

- الشائيتان الداخلتان في التفاعل هما: (H_3O^+/H_2) و (Al^{3+}/Al)

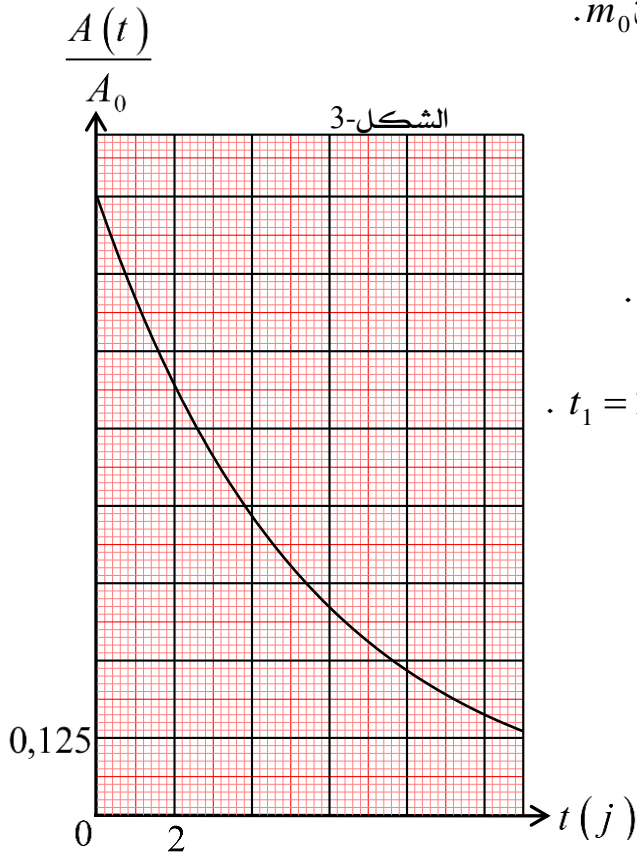
- الكتلة المولية الذرية للألمنيوم: $M(Al) = 27 g.mol^{-1}$



I- الرادون 222 غاز حامل أحادي الذرة عديم اللون والرائحة ،نواته $(^{222}_{86}Rn)$ مشعة تتفكك تلقائيا وفق النمط α وتنتج نواة البولونيوم $(^{218}_{84}Po)$ أكثر استقرارا .

- 1- عرف النواة المشعة .
- 2- أذكر قانونا الانحفاظ لصودي .
- ب- اكتب معادلة التفكك للتحويل النووي التلقائي الحادث مع تحديد قيمة كل من Z و A .
- 3- أ- حدد التركيب النووي لكل من النواتين $(^{222}_{86}Rn)$ و $(^{218}_{84}Po)$.
- ب- على مخطط سقري (N, Z) ، حدد موضع النواتين $(^{222}_{86}Rn)$ و $(^{218}_{84}Po)$.
- 4- احسب كتلة نواة الرادون $(^{222}_{86}Rn)$ بوحدة u .

II - يحتوي مصباح في اللحظة $t = 0$ على عينة من غاز الرادون 222 حجمه $V = 2 \text{ cm}^3$ في الشرطين من ضغط P ودرجة حرارة θ ، الدراسة النظرية مكنتنا من رسم المنحنى البياني $f(t) = \frac{A(t)}{A_0}$ الموضح في الشكل-3.



- 1- احسب عدد الأنوية الابتدائية N_0 ، ثم استنتج قيمة الكتلة m_0 .
- 2- أ- اكتب قانون النشاط الإشعاعي $A(t)$.

ب- اكتب عبارة $\frac{A(t)}{A_0}$ بدلالة الزمن t .

ج- عرف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ، جد قيمته بيانيا .

د - استنتج قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ لنواة الرادون 222 .

3- أ- احسب قيمة النشاط الابتدائي A_0 .

ب- حدد النشاط الإشعاعي $A(t_1)$ للعينة عند اللحظة $t_1 = 2 t_{1/2}$.

ج- جد اللحظة t' التي يتبقى 25% من النشاط الإشعاعي الابتدائي للرادون 222 .

المعطيات :

$$1j = 86400s, 1u = 931,5 \text{ MeV}/c^2, \frac{E_l(^{222}Rn)}{A} = 7,69 \text{ MeV} / \text{nucl}$$

$$m(^1_1P) = 1,0073u, m(^1_0n) = 1,0087u, M(^{222}Rn) = 222 \text{ g} / \text{mol}$$

- الحجم المولي للغازات في شرطي التجريبية : $V_M = 25 \text{ L} / \text{mol}$.

وجد أستاذ العلوم الفيزيائية مكثفة تحمل المعلومة التالية: $C = 1000 \mu F$ ، وللتأكد من سعة المكثفة السابقة قدم للتلاميذ العناصر والوسائل الكهربائية التالية:

- مولد توتر قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقل أومي مقاومته $R = 20 k \Omega$.
- أسلاك توصيل قاطعة كهربائية K .
- جهاز الفولط متر الرقمي.

I - بعد التأكد من أن المكثفة غير مشحونة، قام التلاميذ بربط المكثفة السابقة مع العناصر الكهربائية السابقة وحققوا بذلك دائرة كهربائية.

1- أ- ارسم مخطط الدارة الكهربائية التي قام التلاميذ بتحقيقها مع رسم جهة التوترات الكهربائية بسهم بين طرفي المولد والمستقبلات وتحديد جهة التيار الكهربائي i .

ب- عند اللحظة $t = 0$ غلق أحد التلاميذ القاطعة وبقراءة جيدة على جهاز الفولط متر الرقمي تم تسجيل قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$ خلال مدة زمنية معينة، والنتائج مدونة في الجدول التالي:

$t (s)$	0	10	20	40	60	80	100	110	120
$u_C (V)$	0,00	4,72	7,56	10,37	11,40	11,78	11,92	12	12

2- أ- حدد الظاهرة المدروسة، مع تفسيرها مجهرًا.

ب- اكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

ج- حدد العبارة الزمنية للحل التحليلي للمعادلة التفاضلية من العبارات التالية:

$$u_C(t) = -E \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right), \quad u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad u_C(t) = E \left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

حيث τ : ثابت الزمن.

ج- اكتب العبارة الزمنية للتوتر الكهربائي $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي.

3- اعتمادا على سلم رسم مناسب، ارسم المنحنى البياني $u_C = f(t)$.

4- اعتمادا على البيان جد قيمة كل من: E و τ .

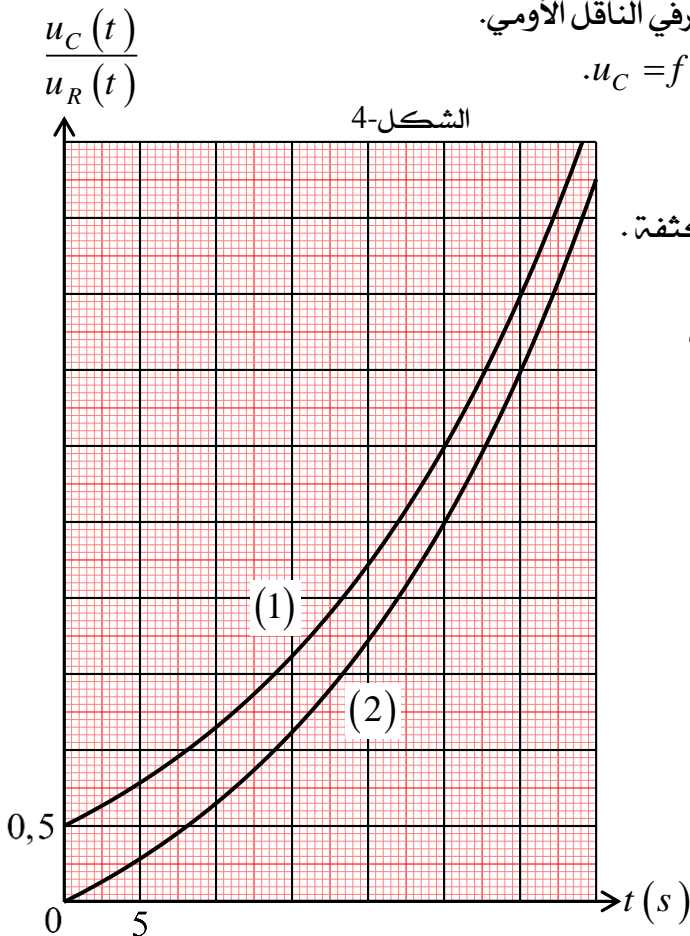
5- استنتج سعة المكثفة C ، وهل توافق القيمة أعلاه؟

6- أ- اكتب العبارة اللحظية للطاقة المخزنة $E_C(t)$ في المكثفة.

ب- احسب قيمتها عند اللحظتين: $t_1 = 10s$ و $t_2 = 80s$.

II - اعتمادا على النتائج السابقة قام تلميذان برسم المنحنى

البياني $\frac{u_C}{u_R} = g(t)$ كما هو موضح في الشكل 4:



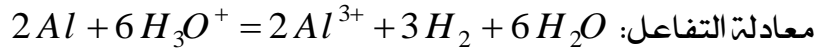
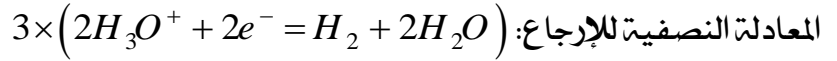
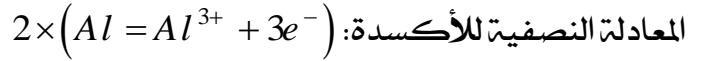
1- جد عبارة النسبة $\frac{u_C(t)}{u_R(t)}$ بدلالة t و τ .

2- حدد أي المنحنيين (1) أو (2) صحيح مع التعليل.

3- أ- جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ مع التعليل.

ب- تأكد من سعة المكثفة C التي تحصل عليها سابقا.

1- معادلة التفاعل المنمذجة للتحويل الكيميائي الحادث.



2- جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل	$2Al + 6H_3O^+ = 2Al^{3+} + 3H_2 + 6H_2O$			
الحالة الابتدائية	n_{01}	n_{02}	0	0
الحالة الانتقالية	$n_{01} - 2x$	$n_{02} - 6x$	$2x$	$3x$
الحالة النهائية	$n_{01} - 2x_{\max}$	$n_{02} - 6x_{\max}$	$2x_{\max}$	$3x_{\max}$

- قيمة التقدم الاعظمي x_{\max} :

لدينا من جدول تقدم التفاعل وفي الحالة النهائية: $n_f(Al^{3+}) = 2x_{\max}$ ومنه: $x_{\max} = \frac{n_f(Al^{3+})}{2}$

من البيان $n(Al^{3+}) = f(t)$ نجد: $n_f(Al^{3+}) = 2m \text{ mol} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$ وعليه: $x_{\max} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2} = 10^{-3} \text{ mol}$

3- قيمة التركيز المولي C_0 لمحلول حمض كلور الهيدروجين.

لدينا من جدول التقدم وفي الحالة النهائية: $n_f(Al) = n_{01} - 2x_{\max} = \frac{m_0}{M} - 2x_{\max}$

ومنه: $n_f(Al) = \frac{270 \times 10^{-3}}{27} - 2 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-3} \text{ mol}$ وبما أن $n_f(Al) \neq 0$ التفاعل تام فإن المتفاعل

المحد هو: (H_3O^+) .

إذن: $0 = C_0 V - 6x_{\max} = 0$ وعليه: $C_0 = \frac{6x_{\max}}{V} = 0,06 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ ومنه: $C_0 = \frac{6 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-3}}$

4- تبيان أنه عند اللحظة $t = t_{1/2}$: $n_{Al^{3+}}(t_{1/2}) = \frac{n_f(Al^{3+})}{2}$

من جدول تقدم التفاعل وعند اللحظة t : $n_{Al^{3+}}(t) = 2x(t)$

عند اللحظة $t = t_{1/2}$: $n_{Al^{3+}}(t_{1/2}) = 2x(t_{1/2}) = 2 \frac{x_{\max}}{2}$ ومن جدول التقدم عند نهاية التفاعل: $x_{\max} = \frac{n_f(Al^{3+})}{2}$

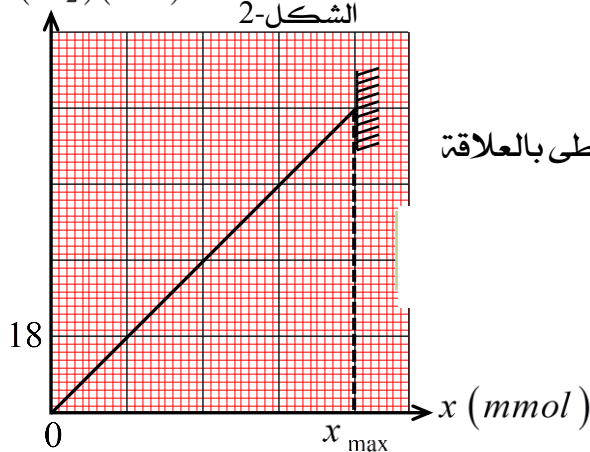
وعليه: $n_{Al^{3+}}(t_{1/2}) = 2 \times \frac{n_f(Al^{3+})}{4} = \frac{n_f(Al^{3+})}{2}$

- قيمة $t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل:

من البيان $n(Al^{3+}) = f(t)$ نجد: $n_{Al^{3+}}(t_{1/2}) = \frac{n_f(Al^{3+})}{2} = 1m \text{ mol}$

بالإسقاط نجد: $t_{1/2} = 10 \text{ min}$

$V(H_2)(mL)$



5-أ. تحديد سلما لمحور فواصل الشكل-2.

لدينا: $x_{\max} = 1 \text{ mol}$ من البيان الشكل-2 ممثلة بـ 4 cm

ومنه: $1 \text{ cm} \rightarrow 0,25 \text{ mol}$

ب- إثبات أن حجم غاز ثنائي الهيدروجين (H_2) عند اللحظة t يعطى بالعلاقة

$$V_{H_2}(t) = 3V_M x(t)$$

لدينا من جدول تقدم التفاعل وعند اللحظة t : $n_{H_2}(t) = 3x(t)$

$$\frac{V_{H_2}(t)}{V_M} = 3x(t) \text{ ومنه: } n_{H_2}(t) = \frac{V_{H_2}(t)}{V_M}$$

$$\text{وعليه: } V_{H_2}(t) = 3V_M x(t) \dots\dots (1)$$

- قيمة V_M الحجم المولي للغازات :

البيان عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلة من الشكل: (2) $V_{H_2} = ax$ حيث a : معامل توجيه البيان.

$$a = 3V_M = \frac{18 \times 10^{-3} - 0}{0,25 \times 10^{-3} - 0} = 72 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ نجد: } (2) \text{ و } (1)$$

$$\text{وعليه: } 3V_M = 72 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ ومنه: } V_M = \frac{72}{3} = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$6\text{- تبيان أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل هي: } V_{vol}(t) = \frac{1}{2V} \frac{dn_{Al^{3+}}(t)}{dt}$$

$$\text{عبارة السرعة الحجمية لتفاعل: } v_{vol}(t) = \frac{1}{V} \frac{dx(t)}{dt} \text{ من جدول تقدم التفاعل وعند اللحظة } t: n_{Al^{3+}}(t) = 2x(t)$$

$$\text{ومنه: } x(t) = \frac{n_{Al^{3+}}(t)}{2} \text{ وبالتعويض في عبارة السرعة الحجمية للتفاعل نجد: } v_{vol}(t) = \frac{1}{V} \frac{d\left(\frac{n_{Al^{3+}}(t)}{2}\right)}{dt}$$

$$\text{وعليه: } v_{vol}(t) = \frac{1}{2V} \frac{dn_{Al^{3+}}(t)}{dt}$$

- حساب قيمتها عند اللحظة $t = 0$:

$$v_{vol}(t) = \frac{1}{2 \times 10^{-1}} \times \frac{2 \times 10^{-3} - 0}{15 - 0} = 6,65 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min} \text{ وعليه: } v_{vol}(t) = \frac{1}{2V} \frac{dn_{Al^{3+}}(t)}{dt} \Big|_{t=0}$$

7- نعيد نفس التجربة السابقة، ولكن نغير فقط في قيمة التركيز المولي لحمض كلور الهيدروجين

رسم مع بيان الشكل-2 المنحنى $V(H_2) = h(x)$ المتحصل عليه في هذه التجربة. $C_1 = 9 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

حساب التقدم الأعظمي الجديد x'_{\max} :

معادلة التفاعل	$2Al + 6H_3O^+ = 2Al^{3+} + 3H_2 + 6H_2O$				
الحالة النهائية	$n_{01} - 2x'_{\max}$	$C_1V - 6x'_{\max}$	$2x'_{\max}$	$3x'_{\max}$	بالزيادة

$$x'_{\max} = \frac{m_0}{2M} = \frac{270 \times 10^{-3}}{2 \times 27} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \text{ ومنه: } n_{01} - 2x'_{\max} = \frac{m_0}{M} - 2x'_{\max} = 0$$

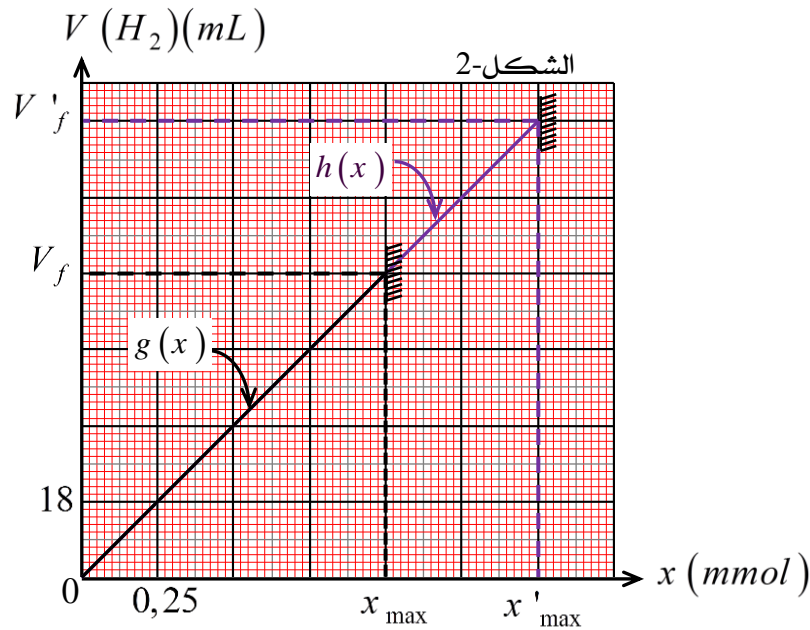
$$x'_{\max} = \frac{C_1V}{6} = \frac{9 \times 10^{-2} \times 10^{-1}}{6} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol} \text{ ومنه: } C_1V - 6x'_{\max} = 0$$

المتفاعل المحد هو نفسه أي (H_3O^+) وقيمة التقدم الأعظمي الجديد: $x'_{\max} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol} = 1,5 \text{ mmol}$

مما سبق لدينا: $V_{H_2}(t) = 3V_M x(t)$ معامل توجيه البيان لم يتغير لأنه يمثل المقدار $a = 3V_M$.
 - حساب $V'_f(H_2)$ الجديد:

$$V'_f(H_2) = 3 \times 24 \times 1,5 = 108 \text{ mL} \text{ و عليه: } V'_f(H_2) = 3V_M x'_{\max}$$

$a = 3V_M = 72 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} = 72 \text{ mL} \cdot \text{m mol}$	$V'_f(H_2) = 0,108 \text{ L} = 108 \text{ mL}$	$x'_{\max} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol} = 1,5 \text{ m mol}$
--	--	--



النمرين رقم 02

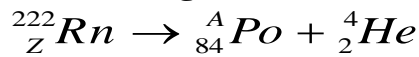
1- تعريف النواة المشعة:

هي نواة غير مستقرة تتفكك تلقائيا إلى نواة أكثر استقرارا مع اصدار اشعاعات (α, β, γ)
 2- أ- قانونا الانحفاظ لصودي :

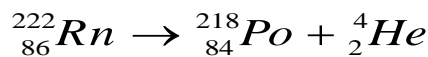
- إنحفاظ الرقم الذري (Z) أي العدد الذري للمتفاعلات = العدد الذري للنواتج .

- إنحفاظ العدد الكتلي (A) أي العدد الكتلي للمتفاعلات = العدد الكتلي للنواتج .

ب- كتابة معادلة التفكك للتحويل النووي التلقائي الحادث مع تحديد قيمة كل من Z و A



$$\begin{cases} 222 = A + 4 \Rightarrow A = 218 \\ Z = 84 + 2 \Rightarrow Z = 86 \end{cases}$$

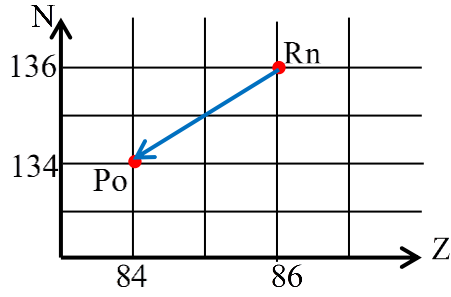


3- أ- تحديد التركيب النووي لكل من النواتين $({}^{222}_{86}\text{Rn})$ و $({}^A_{84}\text{Po})$.

التركيب النووي لنواة $({}^{222}_{86}\text{Rn})$: $\begin{cases} Z = 86 \\ N = 136 \end{cases}$

التركيب النووي لنواة $({}^{134}_{84}\text{Po})$: $\begin{cases} Z = 84 \\ N = 134 \end{cases}$

ب- تحديد على مخطط سقري (N, Z) ، النواتين $\left({}^{222}_{Z}Rn\right)$ و $\left({}^{A}_{84}Po\right)$.



4- حساب كتلة نواة الرادون $m\left({}^{222}_{Z}Rn\right)$ بوحدة u :

$$E_l \left({}^{222}_{86}\text{Rn} \right) = \left(Zm_p + (A - N)m_n - m \left({}^{222}_{86}\text{Rn} \right) \right) \times 931,5 \text{ : لدينا}$$

$$m\left({}^{222}_{86}\text{Rn}\right)=Zm_p+\left(A-N\right)m_n-\frac{E_l\left({}^{222}_{86}\text{Rn}\right)}{931.5}:\text{ومنه}$$

$$E_l \left({}^{222}_{86}\text{Rn} \right) = 7,69 \times A = 7,69 \times 222 = 1707.18 \text{ MeV} \quad \text{لدينا:}$$

$$m\left({}^{222}_{86}\text{Rn}\right)=221,97u \text{ :ع.ت}$$

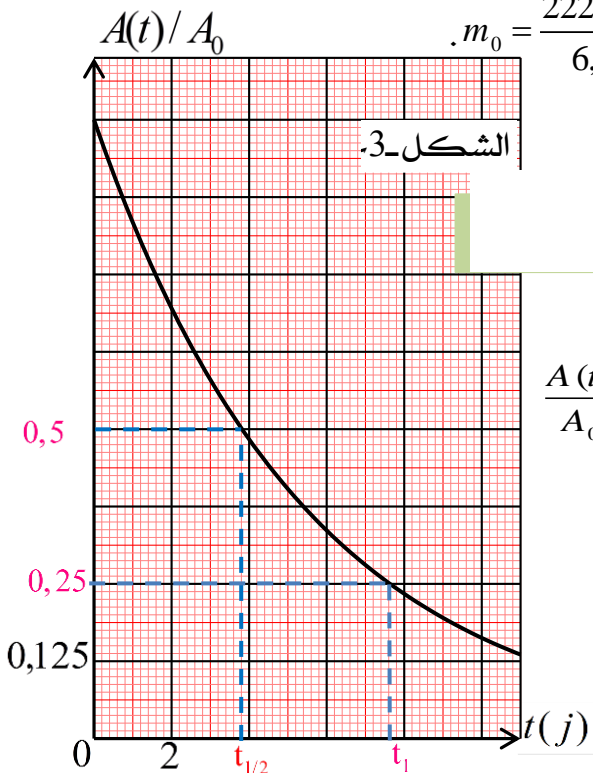
II - 1. حساب عدد النوى الابتدائية N_0 ، ثم استنتاج قيمة الكتلة m_0 :

لدينا : (1)..... $n_0 = \frac{N_0}{N_A}$ ولدينا : (2)..... $n_0 = \frac{V_{(Rn)}}{V_M}$ من العلاقة (1) في العلاقة (2) نجد: $\frac{N_0}{N_A} = \frac{V_{(Rn)}}{V_M}$ ومنه :

$$.N_0 = \frac{6,02 \times 10^{23} \times 2 \times 10^{-3}}{25} = 4,8 \times 10^{19} \text{ :ع.ت } N_0 = \frac{N_A V_{(Rn)}}{V_M}$$

- استنتاج قيمة m_0 :

$$.m_0 = \frac{222 \times 4,8 \times 10^{19}}{6,02 \times 10^{23}} = 177 \times 10^{-4} \text{ g} : \text{ت.ع} \quad m_0 = \frac{M \times N_0}{N_A} : \text{ومنه} \quad \frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A}$$



2- أ- كتابة قانون النشاط الإشعاعي $A(t)$:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

ب- كتابة عبارة $\frac{A(t)}{A_0}$ بدلالة الزمن t .

لدينا قانون النشاط الإشعاعي: $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ وبالتالي: $\frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$

ج- تعریف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ، وایجاد قیمته بیانیاً:

هو الزمن الضروري لتفكك نصف عدد الأنوية المشعة الابتدائية .

عند اللحظة $t = t_{1/2}$ يكون $A(t_{1/2}) = \frac{A_0}{2}$ ، وبالتالي: $\frac{A(t_{1/2})}{A_0} = \frac{1}{2}$

ومنہ : $t_{1/2} = 3,8j$

د- استنتاج قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ لنواة الرادون 222.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{3,8 \times 24 \times 3600} = 2,11 \times 10^{-6} s^{-1} \text{ ت.ع.} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \text{ : لدينا } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

3- أ- حساب قيمة النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0 .

$$A_0 = 2,11 \times 10^{-6} \times 4,8 \times 10^{19} = 10,13 \times 10^{13} Bq \text{ ت.ع.} \quad A_0 = \lambda N_0 \text{ : لدينا}$$

ب- تحديد النشاط الإشعاعي $A(t_1)$ للعينة عند اللحظة $t_1 = 2t_{1/2}$.

$$t_1 = 2t_{1/2} = 2 \times 3,8 = 7,6 \text{ jours} \text{ : لدينا}$$

$$\frac{A(t_1)}{A_0} = 0,25 \text{ : لدينا } t_1 = 7,6 \text{ jours}$$

$$A(t_1) = 0,25 \times A_0 = 0,25 \times 10,13 \times 10^{13} = 2,53 \times 10^{13} Bq \text{ : ومنه}$$

$$r = \frac{A_0 - A(t_1)}{A_0} \text{ : ج- ايجاد قيمة التغير النسبي للنشاط الإشعاعي}$$

$$r = \frac{(10,13 - 2,56) \times 10^{13}}{10,13 \times 10^{13}} = 0,747 (74,7\%)$$

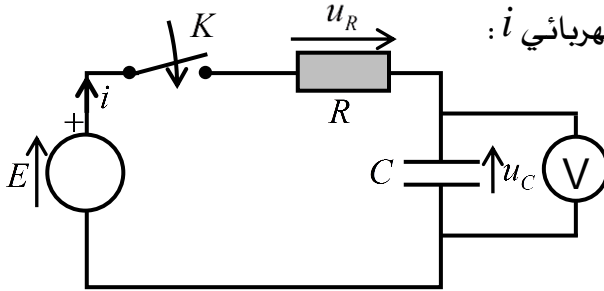
د- ايجاد اللحظة t' التي يتبقى 25% من النشاط الإشعاعي الابتدائي للرادون 222.

$$A(t') = \frac{A_0}{4} \text{ : عند اللحظة } t' \text{ يكون قد تبقى } \frac{1}{4} \text{ النشاط الإشعاعي للرادون 222 أي}$$

$$t_1 = t' = 2t_{1/2} = 7,6 \text{ jours} \text{ : ومنه } \frac{A(t')}{A_0} = \frac{1}{4} = 2t_{1/2}$$

النمرين رقم 03

1- أ- رسم مخطط الدارة الكهربائية التي قام التلاميذ بتحقيقها مع رسم جهة التوترات الكهربائية بسهم بين طرفي المولد والمستقبلات وتحديد جهة التيار الكهربائي i :



ب- نتائج التجربة :

$t(s)$	0	10	20	40	60	80	100	110	120
$u_C(V)$	0,00	4,72	7,56	10,37	11,40	11,78	11,92	12	12

2- أ- الظاهرة المدروسة هي: شحن مكثفة.

التفسير المجهرى: يحدث المولد اختلالا في توازن المكثفة وذلك بإخضاع الالكترونات بالانتقال من قطب المكثفة الموصول بالقطب الموجب للمولد عبر أسلاك التوصيل إلى القطب الآخر للمكثفة المربوطة بالقطب السالب للمولد.

ب- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$:

$$u_C(t) + u_R(t) = E \text{ حسب قانون جمع التوترات نجد:}$$

$$u_R(t) = RC \frac{du_C(t)}{dt} \text{ ومنه: } \begin{cases} u_R(t) = Ri(t) \\ i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt} \end{cases} \text{ نعلم أن:}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{RC} = \frac{E}{RC} \text{ ومنه: } u_C(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = E \text{ وعليه:}$$

$$\text{أي: } \boxed{\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau} \dots (1)} \text{ حيث: } \tau = RC$$

جـ. العبارة الزمنية الصحيحة للحل التحليلي للمعادلة التفاضلية: لدينا من الجدول لما $t = 0$: $u_C(o) = 0$.

$u_C(t) = -E \left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1 \right)$	$u_C(t) = E \left(1 - e^{\frac{t}{\tau}} \right)$	$u_C(t) = E \left(1 + e^{\frac{-t}{\tau}} \right)$	عبارة الحل
$u_C(o) = 0$	$u_C(o) = 0$	$u_C(o) = 2E$ (مرفوض)	$u_C(o)$
$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}}$	$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau} e^{\frac{t}{\tau}}$		مشتق الحل بالنسبة للزمن
مقبول	مرفوض		التعويض في المعادلة (1)

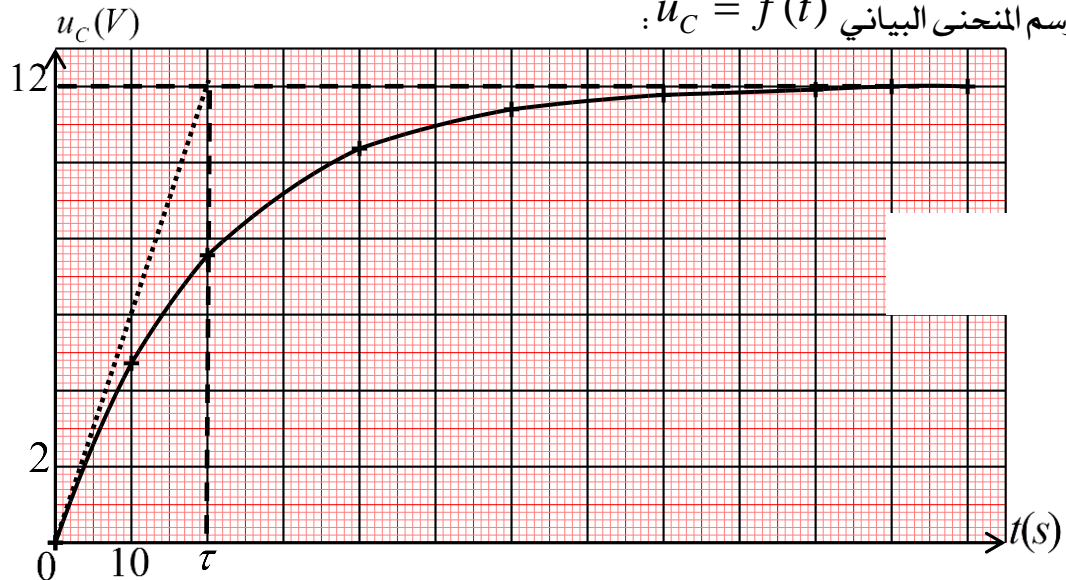
$$\text{وعليه العبارة الزمنية: } \boxed{u_C(t) = -E \left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1 \right)} \text{ حل تحليلي لمعادلة التفاضلية (1).}$$

جـ. العبارة الزمنية للتوتر الكهربائي $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي:

$$\text{من قانون جمع التوترات نجد: } u_R(t) = E - u_C(t) \text{ ومنه: } u_R(t) = E + E \left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1 \right)$$

$$\text{ومنه: } u_R(t) = E + E e^{\frac{-t}{\tau}} - E \text{ أي: } \boxed{u_R(t) = E e^{\frac{-t}{\tau}}}$$

3- رسم المنحنى البياني $u_C = f(t)$:



- قيمة E : لدينا: $u_C(\infty) = E$ ومن البيان وفي النظام الدائم نجد: $E = 12V$.
- قيمة ثابت الزمن τ :

ط 1: τ يمثل فاصلة تقاطع المماس للمنحنى $u_C = f(t)$ لما $t = 0$ مع المستقيم المقارب $E = 12V$ وبالإسقاط نجد: $\tau = 20s$.

ط 2: نعوض في الحل التحليلي لما $t = \tau$ نجد: $u_C(\tau) = 0,63E = 0,63 \times 12 = 7,56V$ وبالإسقاط نجد: $\tau = 20s$.

5- استنتاج سعة المكثفة C : لدينا: $\tau = RC$ ومنه: $C = \frac{\tau}{R}$ ت-ع: $C = \frac{20}{20 \times 10^3} = 10^{-3} F$

ونعلم أن: $1\mu F = 10^{-6} F$ أي: $C = 1000\mu F$ ، نعم القيمة المحسوبة توافق القيمة المدونة على المكثفة وعليه سعة المكثفة صحيحة.

6- أ- العبارة اللحظية للطاقة المخزنة $E_C(t)$ في المكثفة:

لدينا: $E_C(t) = \frac{1}{2} C(u_C(t))^2$ ولدينا: $u_C(t) = -E\left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1\right)$ ومنه:

$$E_C(t) = \frac{1}{2} CE^2 \left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1\right)^2$$

ب- حساب قيمتها عند اللحظتين: $t_1 = 10s$ و $t_2 = 80s$:

$$E_C(t_1) = \frac{1000 \times 10^{-6} (4,72)^2}{2} = 11,1mJ$$

$$E_C(t_2) = \frac{1000 \times 10^{-6} (11,78)^2}{2} = 69,4mJ$$

(II) - 1- جد عبارة النسبة $\frac{u_C(t)}{u_R(t)}$ بدلالة τ و t :

$$\frac{u_C(t)}{u_R(t)} = \frac{1 - e^{\frac{-t}{\tau}}}{e^{\frac{-t}{\tau}}} \quad \text{ومن:} \quad \frac{u_C(t)}{u_R(t)} = \frac{-E\left(e^{\frac{-t}{\tau}} - 1\right)}{Ee^{\frac{-t}{\tau}}}$$

$$\frac{u_C(t)}{u_R(t)} = e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \quad \text{أي:}$$

2- المنحنى البياني الصحيح لتمثيل $\frac{u_C}{u_R} = g(t)$ هو المنحنى (2) لأن لما $t = 0$ نجد: $\frac{0}{e^{\frac{0}{\tau}} - 1} = 1 - 1 = 0$.

$$\frac{u_C(\tau)}{u_R(\tau)} = e^{\frac{\tau}{\tau}} - 1 = e^1 - 1 = 1,72 \quad \text{لما } t = \tau \text{ نجد:}$$

وعليه τ يمثل فاصلة الترتيبة 1,72 وبالإسقاط نجد: $\tau = 20s$.

ب- جد قيمة سعة المكثفة C ثم قارنها مع القيمة أعلاه:

لدينا: $\tau = RC$ ومنه: $C = \frac{\tau}{R}$ ت-ع: $C = \frac{20}{20 \times 10^3} = 10^{-3} F$ ونعلم أن: $1\mu F = 10^{-6} F$

أي: $C = 1000\mu F$

وعليه القيمة توافق القيمة التي تحصل عليها سابقا.