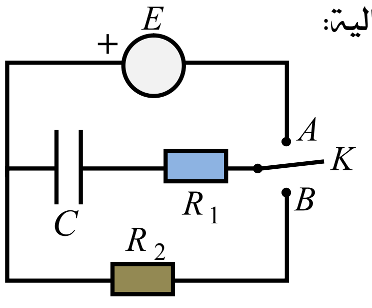
# الموضوع رقم 14

## التمرين رقم: 01

نحقق الدارة الموضحة في الشكل-1 والتي تتكون من العناصر الكهربائية التالية:

- مولد توتر مستمر قوته المحركة الكهربائية $E$ .
- مكثفة فارغة سعتها $C$.
- ناقلان أوميان $R_1 = 1k\Omega$ و $R_2$.
- بادلة $K$.

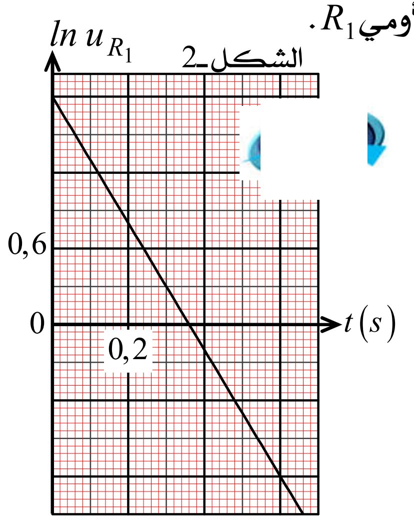



الشكل-1

**I**- عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة بالوضع $(A)$.

1- مثل على الدارة المدروسة جهة كل من التيار الكهربائي $i$ وبأسهم جهة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد وكل مستقبل كهربائي.

2- أ- اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي $u_{R_1}$ بين طرفي الناقل الأومي $R_1$.




الشكل-2

ب- تحقق أن العبارة $u_{R_1} = Ee^{\frac{-t}{\tau_1}}$ حلا للمعادلة التفاضلية، حيث ثابت الزمن $\tau_1$ عبارته $\tau_1 = R_1C$.

جـ- اعتمادا على التحليل البعدي بين أن ثابت الزمن $\tau_1$ متجانس مع الزمن.

د- بين العبارة التالية: $ln\, u_{R_1} = -\frac{1}{\tau_1}t + lnE$.

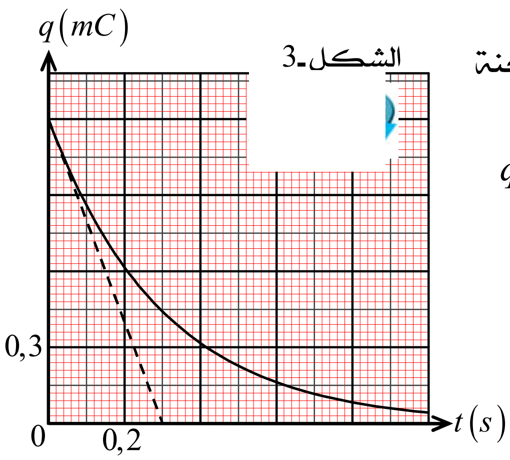
3- مثلنا في الشكل-2 البيان $ln\, u_{R_1} = f(t)$.

أ- جد قيمة كل من $E$ و $\tau_1$.

ب- استنتج قيمة السعة $C$ للمكثفة.

**II**- عند شحن المكثفة كليا وفي لحظة نعتبرها مبدأ جديد للأزمنة $(t = 0)$ نضع البادلة $K$ بالوضع $(B)$.

1- بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة تكتب على الشكل التالي: $\frac{dq}{dt} + \alpha q = 0$، حيث يطلب تحديد عبارة الثابت $\alpha$ بدلالة مميزات عناصر الدارة.




الشكل-3

2- تحقق أن العبارة $q = Q_0e^{-\alpha t}$ حلا المعادلة التفاضلية، حيث: $Q_0$ الشحنة الأعظمية المخزنة في المكثفة.

3- الشكل-3 يوضح المنحنى البياني $q = f(t)$ لتطور شحنة المكثفة $q$ خلال الزمن $(t)$.

جد قيمة كل من $Q_0$ وثابت الزمن $\tau_2$، ثم استنتج قيمة الناقل الأومي $R_2$.

4- أ- اكتب العبارة الزمنية $E_C(t)$ للطاقة المخزنة في المكثفة.

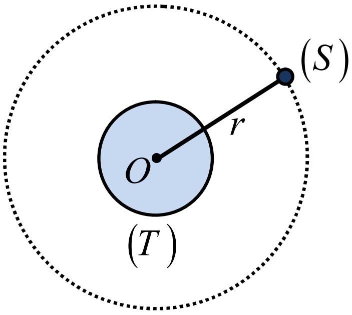
ب- احسب قيمتها في اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = 0,6s$ .

## التمرين رقم: 02

**I**- يدور قمر اصطناعي $(S)$ كتلته $m_S$، الذي نعتبره نقطة مادية وفق مدار إهليلجي حول الأرض $(T)$، بعده عن سطح الأرض يتغير بين القيمة $h_P = 3,5\times10^5 m$ المميزة لنقطة الحضيض $P$ والقيمة $h_A = 1,04\times10^6 m$ المميزة لنقطة الأوج $A$.

1ـ مثل بمخطط مدار $(S)$ حول $(T)$ موضحا عليه كل من $(S)$ و $(T)$ والنقطتين $P$ و $A$.
2ـ اكتب نصي القانون الأول والقانون الثالث لكبلر.
3ـ ماذا يمثل مركز الأرض $O$ بالنسبة لهذا المدار؟
4ـ استنتج طول المحور الكبير $2a$ لمدار $(S)$.
5ـ بين أن حركة $(S)$ غير منتظمة.

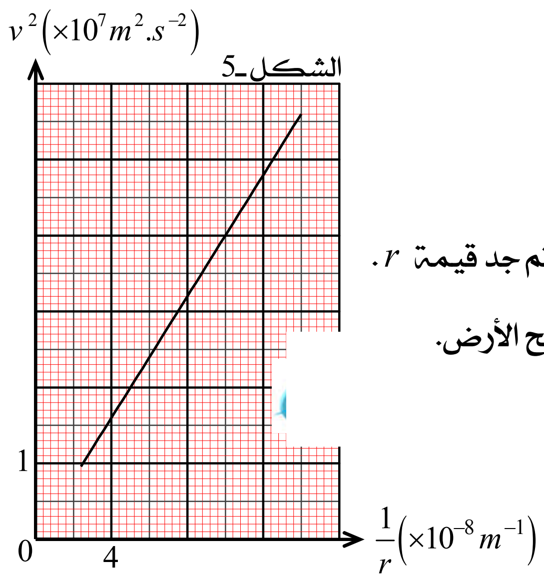
*II*ـ نعتبر مدار القمر الاصطناعي $(S)$ حول الأرض $(T)$ دائري نصف قطره ثابت $r = R_T + h$ كما هو موضح في الشكل-4.



الشكل-4

مثلنا في الشكل-5 البيان $v^2 = f\left(\frac{1}{r}\right)$ لتغيرات مربع سرعة لـ $(S)$ بدلالة مقلوب بعده عن مركز الأرض.

1ـ حدد المرجع الغاليلي المناسب لدراسة حركة $(S)$، عرفه.
2ـ أـ مثل شعاع القوة $\vec{F}_{T/S}$ التي تجذب بها الأرض $(T)$ القمر الاصطناعي $(S)$، ثم اكتب عبارة شدتها بدلالة $m_S$ وكتلة الأرض $M_T$ و $r$ و $G$.
ب ـ بالتحليل البعدي، حدد وحدة ثابت الجذب العام $G$ في جملة الوحدات الدولية.
3ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:
أ ـ بين أن حركة $(S)$ دائرية منتظمة حول $(T)$.
ب ـ اكتب عبارة مربع السرعة $v^2$ لـ $(S)$ بدلالة كتلة الأرض $M_T$ و $G$ و $r$.
4ـ عندما يدور $(S)$ على ارتفاع قدره $h_1 = 800km$ عن سطح $(T)$ جد قيمة كل من:
أ ـ نصف القطر $r_1$.
ب ـ السرعة $v_1$ لـ $(S)$.
جـ ـ الدور المداري $T_1$.
5ـ اكتب معادلة البيان، ثم احسب قيمة كتلة الأرض $M_T$.
6ـ نعتبر $(S)$ قمرا اصطناعيا جيو مستقرا دوره $T$ ونصف قطره $r$.
أ ـ حدد خصائصه.
ب ـ بالاعتماد على العلاقة $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_T}$ بين أن: $r = r_1 \times \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_1^2}}$، ثم جد قيمة $r$.
جـ ـ استنتج قيمة الارتفاع $h$ للقمر الاصطناعي الجيو مستقر عن سطح الأرض.




**المعطيات:**

دور الأرض حول محورها: $T_T = 24h$.

نصف القطر المتوسط للأرض: $R_T = 6,4 \times 10^6 m$.

ثابت الجذب العام: $G = 6,67 \times 10^{-11} SI$.

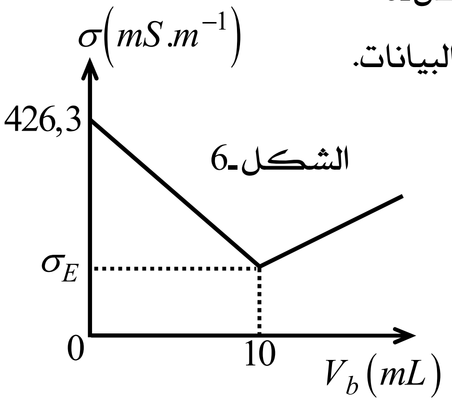
## التمرين رقم: 03

قارورة لمحلول تجاري $(S_0)$ لحمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ تركيزه المولي $C_0$، تحمل المعلومات التالية:
درجة النقاوة: $P = 33,2\%$ ، الكثافة: $d = 1,1$ ، الكتلة المولية الجزيئية: $M = 36,5 g.mol^{-1}$.
للتأكد من قيمة درجة النقاوة $P = 33,2\%$ المدونة على القارورة بطريقتين مختلفتين:

نأخذ بواسطة ماصة مزودة بإجاصة مص حجما قدره $V_0 = 1mL$ من المحلول $(S_0)$ ونمدده 1000مرة، فنحصل على المحلول $(S_1)$ الذي تركيزه المولي $C_1$.

**الطريقة01:**

نأخذ حجما قدره $V_a = 20mL$ من المحلول $(S_1)$ ونعايره بواسطة المحلول $(S_b)$ لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)$ الذي تركيزه المولي $C_b$، نتائج العمل التجريبي مكنت من رسم المنحنى البياني $\sigma = f(V_b)$ لتطور الناقلية النوعية $\sigma$ للمزيج التفاعلي بدلالة الحجم $V_b$، المبين في الشكل-6.




1- أذكر البروتوكول التجريبي لهذه المعايرة، مع رسم توضيحي عليه كافة البيانات.

2- اكتب معادلة تفاعل المعايرة، ثم أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

3- اعتمادا على المنحنى البياني $\sigma = f(V_b)$:

أ- تأكد أن قيمة التركيز المولي للمحلول $(S_1)$ هي $C_1 = 10^{-2} mol.L^{-1}$.

ب- استنتج قيمة التركيز المولي $C_b$ للمحلول $(S_b)$.

جـ- احسب قيمة الناقلية النوعية $\sigma_E$ للمزيج التفاعلي عند نقطة التكافؤ.

4- جد قيمة التركيز المولي للمحلول $C_0$ للمحلول $(S_0)$، استنتج قيمة درجة نقاوته $P(\%)$.

**الطريقة02:**

نأخذ حجما قدره $V = 200mL$ من المحلول $(S_1)$، وعند اللحظة $t = 0$ نسكبه في دورق يحتوي على كتلة $m_0 = 0,5g$ من معدن الزنك النقي $Zn$، معادلة التفاعل المنمذجة للتحول الكيميائي الحادث تكتب على الشكل التالي: $2H_3O^+ + Zn = H_2 + Zn^{2+} + 2H_2O$، والنتائج التجريبية مكنتنا من رسم المنحنى البياني $V_{H_2} = f(t)$ لتغيرات حجم غاز ثنائي الهيدروجين $H_2$ المنطلق خلال الزمن المبين في الشكل-7.

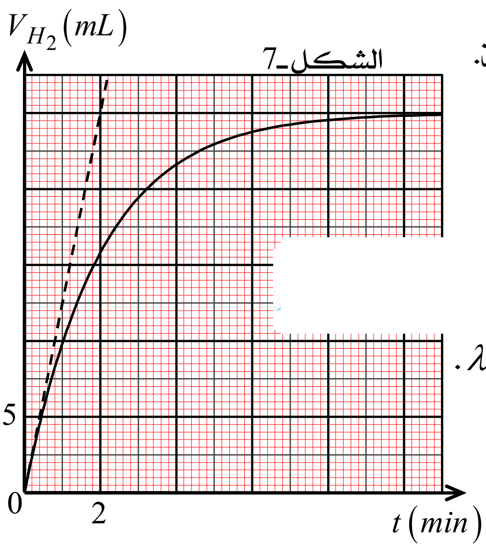
1- اكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والارجاع مع تحديد الثنائيتين $(Ox / \text{Red})$ الداخلتين في التفاعل.

2- أ- أنشئ جدول لتقدم هذا التفاعل.

ب- جد قيمة التقدم الأعظمي $x_{\max}$، وحدد المتفاعل المحد علما أن التفاعل تام.

جـ- جد قيمة كل من $C_1$ للمحلول $(S_1)$ و $C_0$ للمحلول $(S_0)$، ثم استنتج قيمة درجة نقاوته $P(\%)$.

د- قارن قيمة درجة النقاوة لكل طريقة مع القيمة المدونة على القارورة، ماذا تستنتج؟




4- عبر عن سرعة التفاعل $v(t)$ بدلالة $\frac{dV_{H_2}}{dt}$، احسب قيمتها الأعظمية.

5- حدد بيانيا قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ مع التعليل.

**المعطيات:** كل القياسات تمت في درجة حرارة ثابتة.

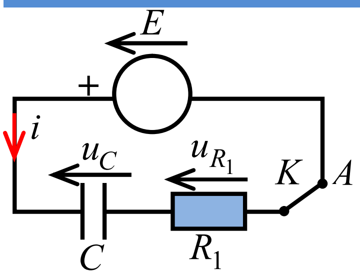
$M(Zn) = 65,4g.mol^{-1}$ و $V_m = 25L.mol^{-1}$.

$\lambda(H_3O^+) = 35mS.m^2.mol^{-1}$ و $\lambda(Cl^-) = 7,63mS.m^2.mol^{-1}$.

$\lambda(OH^-) = 19,9mS.m^2.mol^{-1}$ و $\lambda(Na^+) = 5mS.m^2.mol^{-1}$.

## حل التمرين رقم: 01

**$I$ـ البادلة في الوضع $(A)$:**




1ـ تمثيل على الدارة المدروسة جهة كل من التيار الكهربائي $i$ وبأسهم جهة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد وكل مستقبل كهربائي: (انظر الشكل).

2ـ أ ـ المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي $u_{R_1}$ بين طرفي الناقل الأومي $R_1$:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C + u_{R_1} = E$ وباشتقاق طرفي المساواة

بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_C}{dt} + \frac{du_{R_1}}{dt} = 0$ ونعلم أن: $i = \frac{dq}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$

ومنه: $\frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$ أي: $\frac{i}{C} + \frac{du_{R_1}}{dt} = 0$ إذن: $\frac{R_1 i}{R_1 C} + \frac{du_{R_1}}{dt} = 0$ وعليه: $\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{u_{R_1}}{R_1 C} = 0$

ب ـ التحقق أن العبارة $u_{R_1} = Ee^{\frac{-t}{\tau_1}}$ حلا للمعادلة التفاضلية، حيث $\tau_1$ ثابت الزمن عبارته $\tau_1 = R_1 C$:

باشتقاق العبارة $u_{R_1} = Ee^{\frac{-t}{\tau_1}}$ بالنسبة للزمن نجد: $\frac{du_{R_1}}{dt} = -\frac{E}{\tau_1} e^{\frac{-t}{\tau_1}}$

بتعويض العبارة وعبارة المشتقة في المعادلة التفاضلية نجد: $-\frac{E}{\tau_1} e^{\frac{-t}{\tau_1}} + \frac{Ee^{\frac{-t}{\tau_1}}}{\tau_1} = 0$ ، إذن عبارة الحل محققة.

جـ ـ تبيان أن ثابت الزمن $\tau_1$ متجانس مع الزمن: نعلم أن: $\tau_1 = R_1 \times C$ ومنه: $[\tau_1] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I]\times[T]}{[U]} = [T]$

وعليه: ثابت الزمن متجانس مع الزمن.

دـ تبيان العبارة التالية: $\ln u_{R_1} = -\frac{1}{\tau_1} t + \ln E$ : لدينا: $u_{R_1} = Ee^{\frac{-t}{\tau_1}}$

وبإدخال $\ln(\ )$ على الطرفين نجد: $\ln u_{R_1} = \ln E + \ln e^{\frac{-t}{\tau_1}}$ إذن: $\ln u_{R_1} = -\frac{1}{\tau_1} t + \ln E .....(1)$ .

3ـ أ ـ قيمة كل من $E$ و $\tau_1$ : البيان خط مستقيم مائل لا يمر من المبدأ معادلته: $\ln u_{R_1} = at + b .....(2)$

حيث: $a$ معامل توجيه البيان نجد: $a = \frac{\Delta \ln u_{R_1}}{\Delta t} = \frac{-1,2-1,8}{0,6-0} = -5s^{-1}$

و $b$ نقطة تقاطع البيان مع محور التراتيب نجد: $b = 1,8$

وبالمطابقة بين العلاقة النظرية $(1)$ والعلاقة البيانية $(2)$ طرفا لطرف نجد:

$\ln E = b = 1,8$ إذن: $E = e^{1,8} = 6V$ ، ونجد كذلك: $-\frac{1}{\tau_1} = a = -5s^{-1}$ إذن: $\tau_1 = \frac{1}{5} = 0,2s$ .

ب ـ استنتاج قيمة السعة $C$ للمكثفة: نعلم أن: $\tau_1 = R_1 C$ إذن: $C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{0,2}{10^3} = 2\times10^{-4}F$

**$II$ـ البادلة $K$ إلى الوضع $(B)$:**

1ـ تبيان المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة تكتب على الشكل التالي: $\frac{dq}{dt} + \alpha q = 0$ ، حيث يطلب تحديد عبارة الثابت $\alpha$ بدلالة مميزات عناصر الدارة:

بتطبيق قانون جمع التوترات نجد: $u_C + u_{R_1} + u_{R_2} = 0$ ومنه: $u_C + (R_1 + R_2)i = 0$

نعلم أن: $i = \dfrac{dq}{dt}$ وكذلك: $u_C = \dfrac{q}{C}$ أي: $\dfrac{q}{C} + (R_1 + R_2)\dfrac{dq}{dt} = 0$

وبضرب طرفي المساواة في $\dfrac{1}{(R_1 + R_2)}$ نجد: $\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{(R_1 + R_2)C} q = 0$ إذن: $\alpha = \dfrac{1}{(R_1 + R_2)C}$ .

2ـ التحقق أن العبارة $q = Q_0 e^{-\alpha t}$ حلا المعادلة التفاضلية، حيث: $Q_0$ الشحنة الأعظمية المخزنة في المكثفة:

باشتقاق العبارة $q = Q_0 e^{-\alpha t}$ بالنسبة للزمن نجد: $\dfrac{dq}{dt} = -\alpha Q_0 e^{-\alpha t}$

بتعويض العبارة المعطاة وعبارة المشتقة في المعادلة التفاضلية نجد: $-\alpha Q_0 e^{-\alpha t} + \alpha Q_0 e^{-\alpha t} = 0$

إذن العبارة $q = Q_0 e^{-\alpha t}$ هي حل للمعادلة التفاضلية.

3ـ قيمة كل من $Q_0$:

لدينا: $q = Q_0 e^{-\alpha t}$ ولما $t = 0$ نجد: $q(0) = Q_0$ ومن البيان نقرأ: $Q_0 = 4 \times 0{,}3 \times 10^{-3} = 1{,}2 \times 10^{-3} C$ .

قيمة ثابت الزمن $\tau_2$:

$\tau_2$ يمثل بيانيا نقطة تقاطع المماس للمنحنى $q = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$، نقرأ: $\tau_2 = 0{,}3 s$

استنتاج قيمة الناقل الأومي $R_2$:

نعلم أن: $\tau_2 = (R_1 + R_2)C$ ومنه: $(R_1 + R_2) = \dfrac{\tau_2}{C}$ إذن: $R_2 = \dfrac{\tau_2}{C} - R_1 = \dfrac{0{,}3}{2 \times 10^{-4}} - 10^3 = 500\Omega$

4ـ أـ العبارة الزمنية $E_C$ للطاقة المخزنة في المكثفة: نعلم أن: $E_C = \dfrac{1}{2} C u_C^2$ ولدينا: $q = C u_C$

أي: $E_C = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{q^2}{C}$ ولدينا عبارة الحل: $q = Q_0 e^{-\alpha t}$ إذن: $E_C = \dfrac{Q_0^2 e^{-2\alpha t}}{2 \times C} = \dfrac{Q_0^2}{2 \times C} \times e^{-2\alpha t}$

ب ـ حساب قيمة $E_C$:

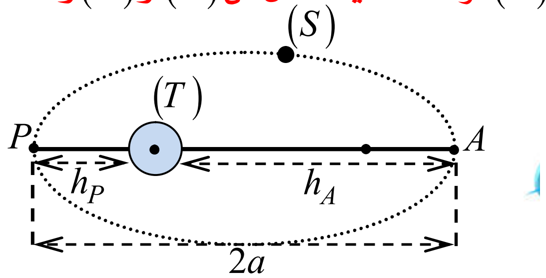
في اللحظة $t_1 = 0$: نجد: $E_C(t_1) = \dfrac{Q_0^2}{2 \times C}$ ت ـ ع: $E_C(t_1) = \dfrac{(1{,}2 \times 10^{-3})^2}{2 \times 2 \times 10^{-4}} = 3{,}6 \times 10^{-3} J$

في اللحظة $t_2 = 0{,}6 s$: لدينا: $E_C(t_2) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{q(t_2)^2}{C}$ من البيان نقرأ: $q(t_2) = 0{,}15 \times 10^{-3} C$

ت ـ ع: $E_C(t_2) = \dfrac{(0{,}15 \times 10^{-3})^2}{2 \times 2 \times 10^{-4}} = 5{,}6 \times 10^{-5} J$

## حل التمرين رقم: 02

***I***ـ1ـ تمثيل بمخطط مدار $(S)$ حول $(T)$ موضحا عليه كل من $(S)$ و $(T)$ والنقطتين $P$ و $A$: انظر الشكل.




2ـ القانون الأول لكبلر(قانون المسارات): تتحرك الكواكب وفق مدارات إهليلجية تشغل الشمس أحد محرقيها.

القانون الثالث لكبلر(قانون الدور الفلكي): إن مربع الدور $T^2$ لمدار كوكب حول الشمس يتناسب مع مكعب البعد المتوسط $a^3$ بين مركزي الكوكب والشمس ونكتب: $T^2 = k\, a^3$ .

3ـ مركز الأرض $O$ يمثل: أحد محرقي المدار الإهليلجي للقمر الاصطناعي $(S)$ حول الأرض $(T)$.

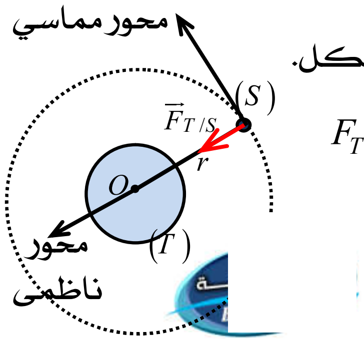
4ـ استنتاج طول المحور الكبير $2a$ لمدار $(S)$: لدينا: $2a = h_P + 2R_T + h_A$

ت ـ ع: $2a = 3{,}5\times10^5 + \left(2\times6{,}4\times10^6\right) + 1{,}04\times10^6 = 14{,}19\times10^6 m = 14190\,km$

5ـ تبيان أن حركة $(S)$ غير منتظمة: نعلم أن: $h_P \neq h_A$ يعني أن البعد بين القمر الاصطناعي ومركز الأرض $(O)$ غير ثابت (مدار إهليلجي) ومنه شدة قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي تتغير من موضع لآخر إذن فسرعة القمر الاصطناعي غير ثابتة $(v \neq Cste)$ وعليه فحركته غير منتظمة.

**II** ـ 1ـ المرجع الغاليلي المناسب لدراسة حركة $(S)$: هو المرجع الجيو مركزي(المركزي الأرضي).

تعريفه: مرجع مبدأه مركز الأرض وينسب له ثلاثة محاور مبدأها مركز الأرض وتوازي محاور المرجع الهيليو مركزي (المركزي الشمسي).




2ـ أ ـ تمثيل شعاع القوة $\vec{F}_{T/S}$ التي تجذب بها الأرض القمر الاصطناعي $(S)$: انظر الشكل.

ـ عبارة شدة $\vec{F}_{T/S}$ بدلالة $m_S$ وكتلة الأرض $M_T$ و $r$ و $G$ هي: $F_{T/S} = G\dfrac{m_S M_T}{r^2}$

ب ـ وحدة ثابت الجذب العام $G$ في جملة الوحدات الدولية باستعمال التحليل البعدي:

لدينا: $F_{T/S} = G\dfrac{m_S M_T}{r^2}$ ومنه: $G = \dfrac{F_{T/S}\times r^2}{m_S M_T}$

أي: $[G] = \dfrac{[M][L][T]^{-2}\times[L]^2}{[M][M]} = [L]^3[T]^{-2}[M]^{-1}$ إذن وحدة $G$ هي: $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$.

3ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الاصطناعي $(S)$ في المرجع المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا نجد: $\sum\vec{F}_{ext} = m_S\vec{a}$ ومنه: $\vec{F}_{T/S} = m_S\vec{a}......(1)$ .

أ ـ تبيان حركة $(S)$ دائرية منتظمة حول $(T)$: بإسقاط العبارة $(1)$ على المحور المماسي نجد: $m_S\,a_t = 0$ حيث: $m_S \neq 0$ ومنه: $a_t = \dfrac{dv}{dt} = 0$ أي: $v = Cste$ ونعلم أن المسار دائري فالحركة دائرية منتظمة.

ب ـ عبارة مربع السرعة $v^2$ لـ $(S)$ بدلالة كتلة الأرض $M_T$ و $G$ و $r$:

بإسقاط العبارة $(1)$ وفق المحور الناظمي الموجه نحو مركز الأرض نجد: $m_S\,a_n = F_{T/S}$ حيث: $a_n = \dfrac{v^2}{r}$

ومنه: $m_S\times\dfrac{v^2}{r} = \dfrac{Gm_S M_T}{r^2}$ أي: $v^2 = GM_T\times\dfrac{1}{r}......(I)$ .

4ـ يدور $(S)$ على ارتفاع قدره $h_1 = 800km$ عن سطح $(T)$:

أ ـ قيمة نصف القطر $r_1$ هي: $r_1 = R_T + h_1 = 6{,}4\times10^6 + 800\times10^3 = 7{,}2\times10^6 m = 7200\,km$

ب ـ قيمة السرعة $v_1$ لـ $(S)$: لدينا: $r_1 = 7{,}2\times10^6 m$ ومنه: $\dfrac{1}{r_1} = \dfrac{1}{7{,}2\times10^6} = 14\times10^{-8} m^{-1}$

ونعلم أن $v_1^2$ هي ترتيبة النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{1}{r_1} = 14\times10^{-8} m^{-1}$، ونقرأ: $v_1^2 = 5{,}6\times10^7 m^2.s^{-2}$

إذن: $v_1 = \sqrt{5{,}6\times10^7} = 7483{,}3 m.s^{-1}$.

جـ ـ قيمة الدور المداري $T_1$: نعلم أن: $T_1 = \dfrac{2\pi r_1}{v_1}$ ت ـ ع: $T_1 = \dfrac{2\times3{,}14\times7{,}2\times10^6}{7483{,}3} = 6042{,}3s = 1{,}7h$.

5ـ معادلة البيان: البيان خط مستقيم مائل امتداده يمر من المبدأ معادلته: $v^2 = \alpha \times \frac{1}{r} ......(II)$.

حيث $\alpha$ معامل توجيه البيان نجد: $\alpha = \frac{\Delta v^2}{\Delta\left(\frac{1}{r}\right)} = \frac{4\times10^7}{10\times10^{-8}} = 3,5\times10^{14} m^3.s^{-2}$

حساب قيمة كتلة الأرض $M_T$: بالمطابقة بين العلاقة النظرية $(I)$ والعلاقة البيانية $(II)$ طرفا لطرف نجد:

$GM_T = \alpha$ إذن: $M_T = \frac{\alpha}{G} = \frac{4\times10^{14}}{6,67\times10^{-11}} = 6\times10^{24} kg$.

6ـ أ ـ خصائص القمر الاصطناعي الجيو المستقر:

- يدور في نفس جهة دوران الأرض حول محورها.
- مساره يقع في مستوي خط الاستواء.
- دوره المداري $T$ يساوي دور الأرض $T_T$ حول محورها ونكتب: $T = T_T = 24h$.

ب ـ بالاعتماد على العلاقة $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ بين أن: $r = r_1 \times \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_1^2}}$ ثم إيجاد قيمة $r$ :

لدينا: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ ومنه نجد: $\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ أي: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_1^2}{r_1^3}$ إذن: $r^3 = \frac{r_1^3 T^2}{T_1^2}$

وعليه: $r = r_1 \times \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_1^2}}$ حيث: $T = T_T = 24h$ ت ـ ع: $r = 7200 \times \sqrt[3]{\frac{24^2}{(1,67)^2}} = 42500 km$.

جـ ـ استنتاج قيمة الارتفاع $h$ للقمر الاصطناعي الجيو مستقر عن سطح الأرض:

نعلم أن: $r = R_T + h$ إذن: $h = r - R_T = 42,5\times10^6 - 6,4\times10^6 = 36,1\times10^6 m = 36100 km$ .

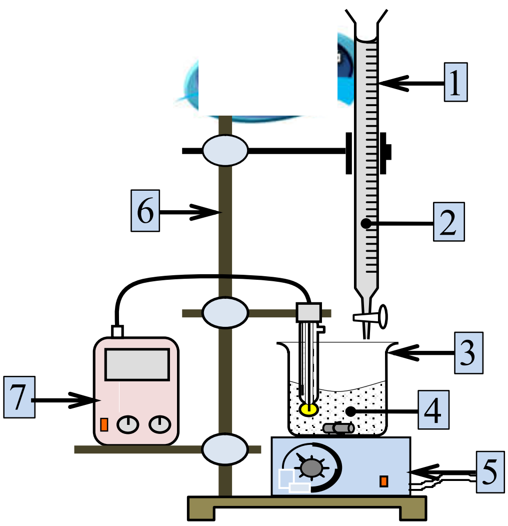
## حل التمرين رقم: 03

### الطريقة 01:

1ـ البروتوكول التجريبي لهذه المعايرة:

- نملأ السحاحة حتى التدريجة "صفر" بالمحلول $(S_b)$ لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $C_b$.
- بواسطة ماصة مزودة بإجاصة مص نأخذ حجما قدره $V_a = 20 mL$ من المحلول $(S_1)$ ونضعه في بيشر.
- نغمر مسبار جهاز قياس الناقلية النوعية شاقوليا في محتوى البيشر دون ملامسة البيشر والقطعة المغناطيسية.
- نشغل المخلاط المغناطيسي ونبدأ عملية المعايرة، ونسجل قيمة الناقلية النوعية $(\sigma)$ لكل حجم $V_b$ للمحلول $(S_b)$ مضاف من السحاحة.

رسم توضيحي عليه كافة البيانات:




| رقم العنصر | الاسم |
|---|---|
| 1 | سحاحة مدرجة. |
| 2 | محلول هيدروكسيد الصوديوم. |
| 3 | بيشر. |
| 4 | محلول حمض كلور الماء . |
| 5 | مخلاط مغناطيسي. |
| 6 | حامل . |
| 7 | جهاز قياس الناقلية النوعية |

2ـ معادلة تفاعل المعايرة: $H_3O^+ + OH^- = 2H_2O$.

ـ جدول تقدم تفاعل المعايرة:

| معادلة التفاعل | | $H_3O^+ \ + \ OH^- \ \to 2H_2O$ | | |
|---|---|---|---|---|
| الحالة | التقدم | كـــــــــمية الـــــــــــمادة بـ $mol$. | | |
| الابتدائية | $x=0$ | $n_a = C_1V_a$ | $n_b$ | بالزيادة |
| الانتقالية | $x$ | $n_a - x$ | $n_b - x$ | بالزيادة |
| التكافؤ | $x_E$ | $n_a - x_E$ | $n_b - x_E$ | بالزيادة |

3ـ أ ـ التأكد أن قيمة التركيز المولي للمحلول $(S_1)$ هي $C_1 = 10^{-2} mol.L^{-1}$:

الناقلية النوعية في البيشر قبل بداية المعايرة خاصة بـالمحلول الحمضي فقط: $\sigma_0 = \sigma_a = 426,3 mS.m^{-1}$

ونعلم أن: $\sigma_0 = \lambda(H_3O^+)[H_3O^+]_0 + \lambda(Cl^-)[Cl^-]_0$ حيث: $[H_3O^+]_0 = [Cl^-]_0 = C_1$

ومنه: $\sigma_0 = C_1 \times \left(\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-)\right)$ أي: $C_1 = \dfrac{\sigma_0}{\lambda(H_3O^+) + \lambda(Cl^-)}$

ت ـع: $C_1 = \dfrac{426,3 \times 10^{-3}}{(35,5 + 7,63) \times 10^{-3}} = 10 mol.m^{-3} = 10^{-2} mol.L^{-1}$

ب ـ استنتاج قيمة التركيز المولي $C_b$ للمحلول $(S_b)$:

من جدول تقدم التفاعل وعند حالة التكافؤ يتحقق مزيج ستكيوميتري: $n_a = n_b$ ومنه: $C_1V_a = C_bV_{bE}$

أي: $C_b = \dfrac{C_1V_a}{V_{bE}}$، ومن البيان نقرأ: $V_{bE} = 10mL$ إذن: $C_b = \dfrac{10^{-2} \times 20}{10} = 2 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

جـ ـ حساب قيمة الناقلية النوعية $\sigma_E$ للمزيج التفاعلي عند نقطة التكافؤ:

عند نقطة التكافؤ يتحقق مزيج ستكيومتري فيكون الوسط التفاعلي في البيشر ملحيي أي يتكون من الشوارد $Na^+$ و $Cl^-$ فقط أي: $\sigma_E = \lambda(Na^+)[Na^+]_E + \lambda(Cl^-)[Cl^-]_E$

لدينا: $[Cl^-]_E = \dfrac{C_1V_a}{V_a + V_{bE}} = \dfrac{10^{-2} \times 20}{(20+10)} = \dfrac{2}{3} \times 10^{-2} mol.L^{-1} = \dfrac{20}{3} mol.m^{-3}$

ولدينا: $[Na^+]_E = \dfrac{C_bV_b}{V_a + V_{bE}} = \dfrac{2 \times 10^{-2} \times 10}{(20+10)} = \dfrac{2}{3} \times 10^{-2} mol.L^{-1} = \dfrac{20}{3} mol.m^{-3}$

ملاحظة: $1 mol / L = 10^3 mol / m^3$.

إذن: $\sigma_E = \left(7,63 \times 10^{-3} \times \dfrac{20}{3}\right) + \left(5 \times 10^{-3} \times \dfrac{20}{3}\right) = 0,084 = 84 mS.m^{-1}$

4ـ قيمة التركيز المولي للمحلول $C_0$ للمحلول $(S_0)$: نعلم أن: $\dfrac{C_0}{C_1} = F = 1000$

إذن: $C_0 = 1000 \times C_1 = 1000 \times 10^{-2} = 10 mol.L^{-1}$

استنتاج قيمة درجة نقاوته $P(\%)$: نعلم أن: $C_0 = \dfrac{10Pd}{M}$ إذن: $P = \dfrac{C_0M}{10 \times d} = \dfrac{10 \times 36,5}{10 \times 1,1} = 33,2\%$.

## الطريقة02:

1ـ المعادلتين النصفيتين للأكسدة والارجاع مع تحديد الثنائيتين $(Ox\ /\ Red)$ الداخلتين في التفاعل:

المعادلة النصفية للأكسدة: $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ الثنائية الموافقة هي: $(Zn^{2+}/Zn)$.

المعادلة النصفية للارجاع: $2H_3O^+ + 2e^- \rightarrow H_2 + 2H_2O$ الثنائية الموافقة هي: $(H_3O^+/H_2)$.

2ـ أ ـ جدول تقدم التفاعل:

| معادلة التفاعل | | $2H_3O^+$ | $+\ Zn$ | $=\ H_2$ | $+\ Zn^{2+}$ | $+2H_2O$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الحالة | التقدم | كمية المادة بـ $mol$. | | | | |
| الابتدائية | $x=0$ | $n_{01}=C_1V$ | $n_{02}$ | $0$ | $0$ | بالزيادة |
| الانتقالية | $x(t)$ | $n_{01}-2x(t)$ | $n_{02}-x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ | |
| النهائية | $x_{max}$ | $n_{01}-2x_{max}$ | $n_{02}-x_{max}$ | $x_{max}$ | $x_{max}$ | |

ب ـ قيمة التقدم الأعظمي $x_{max}$ : من جدول تقدم التفاعل عند الحالة النهائية لدينا: $n_f(H_2)=x_{max}$

ولدينا: $n_f(H_2)=\dfrac{V_f(H_2)}{V_m}$ ومنه: $x_{max}=\dfrac{V_f(H_2)}{V_m}$ .

ومن البيان وعند نهاية التفاعل نقرأ: $V_f(H_2)=5\times5=25mL$ إذن: $x_{max}=\dfrac{25\times10^{-3}}{25}=10^{-3}mol$.

تحديد المتفاعل المحد علما أن التفاعل تام:

من جدول تقدم التفاعل عند الحالة النهائية لدينا: $n_f(Zn)=n_{02}-x_{max}$ حيث: $n_{02}=\dfrac{m_0}{M(Zn)}$

إذن: $n_f(Zn)=\dfrac{m_0}{M(Zn)}-x_{max}$ تـ ع: $n_f(Zn)=\dfrac{0,5}{65,4}-10^{-3}=6,6\times10^{-3}mol\neq0$

وبـما أن التفاعل تام فإن شوارد $(H_3O^+)$ هي المتفاعل المحد.

جـ ـ قيمة كل من $C_1$ للمحلول $(S_1)$ : بـما أن شوارد $(H_3O^+)$ هي المتفاعل المحد فإن: $C_1V-2x_{max}=0$

إذن: $C_1=\dfrac{2x_{max}}{V}=\dfrac{2\times10^{-3}}{200\times10^{-3}}=10^{-2}mol.L^{-1}$.

قيمة $C_0$ للمحلول $(S_0)$:

نعلم أن: $\dfrac{C_0}{C_1}=F=1000$ إذن: $C_0=1000\times C_1=1000\times10^{-2}=10mol.L^{-1}$

استنتاج قيمة درجة النقاوة للمحلول $(S_0)$:

نعلم أن: $C_0=\dfrac{10P\,d}{M}$ إذن: $P=\dfrac{C_0M}{10\times d}=\dfrac{10\times36,5}{10\times1,1}=33,2\%$.

د ـ مقارنة قيمة درجة النقاوة لكل طريقة مع القيمة المدونة على القارورة :

| | الطريقة01 | الطريقة 02 | القيمة المسجلة على القارورة |
|---|---|---|---|
| قيمة $P(\%)$ | $33,2\%$ | $33,2\%$ | $33,2\%$ |

نلاحظ أن: قيمة درجة النقاوة المدونة على القارورة تساوي القيمة المحسوبة لكل طريقة.

نستنتج أن: المحلول $(S_0)$ لحمض كلور الماء $\left(H_3O^+ + Cl^-\right)$ غير مغشوش.

4ـ التعبير عن سرعة التفاعل $v(t)$ بدلالة $\dfrac{dV_{H_2}}{dt}$ : نعلم أن عبارة سرعة التفاعل هي: $v(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$

من جدول تقدم التفاعل عند الحالة الانتقالية نجد: $n_{H_2}(t) = x(t)$ ومنه نجد: $v(t) = \dfrac{dn_{H_2}(t)}{dt}$

ونعلم أن: $n_{H_2}(t) = \dfrac{V_{H_2}(t)}{V_m}$ إذن: $v(t) = \dfrac{1}{V_m} \times \dfrac{dV_{H_2}(t)}{dt}$

حساب قيمة $v(t)$ الأعظمية (أي عند اللحظة $t = 0$ ):

$$v(0) = \frac{1}{V_m} \times \frac{dV_{H_2}(t)}{dt}\bigg|_{t=0} = \frac{1}{25} \times \frac{(25-0)\times 10^{-3}}{(2-0)} = 5\times 10^{-4} mol.min^{-1}$$

5ـ تحديد بيانيا قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ مع التعليل: من جدول تقدم التفاعل عند الحالة الانتقالية نجد:

$n_{H_2}(t) = x(t)$ حيث: $n_{H_2}(t) = \dfrac{V_{H_2}(t)}{V_m}$ أي: $\dfrac{V_{H_2}(t)}{V_m} = x(t)$

لما $t = t_{1/2}$ نجد: $\dfrac{V_{H_2}(t_{1/2})}{V_m} = x(t_{1/2})$ حيث: $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_{\max}}{2}$ أي: $\dfrac{V_{H_2}(t_{1/2})}{V_m} = \dfrac{x_{\max}}{2}$

لما $t = t_f$ (في الحالة النهائية) نجد: $\dfrac{V_f(H_2)}{V_m} = x_{\max}$ ومنه نجد: $\dfrac{V_{H_2}(t_{1/2})}{V_m} = \dfrac{V_f(H_2)}{2V_m}$

إذن: $V_{H_2}(t_{1/2}) = \dfrac{V_f(H_2)}{2}$ حيث: $V_f(H_2) = 25mL$ تـع: $V_{H_2}(t_{1/2}) = \dfrac{25}{2} = 12,5mL$

ومن البيان نقرأ: $t_{1/2} = 1,4\,min$ .