

# Problème d'Optimisation Combinatoires Classiques

## I. MODELISATION:

A. *definitions des variables*

B. *fonction objective et contraintes*

$$\begin{cases} \text{Max}Z = \sum_i^n x_i \\ \text{ou bien} \\ \text{Min}Z = \sum_i^n x_i \\ x_i \text{ entiers positifs} \end{cases} \quad (1)$$

## II. PROBLEME SAC A DOS

A. *classique*

$$\begin{cases} \text{Max}Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (2)$$

$c_i$ : valeur/profit de l'objet  $i$

$x_i$ : variable de décision binaire  $\begin{cases} 1 & \text{objet } i \text{ est choisi} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$a_i$ : cout de l'objet  $i$

$b$ : capacité maximale du cout

B. *fractionnaire*

$$\begin{cases} \text{Max}Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ x_i \text{ entiers positifs} \end{cases} \quad (3)$$

C. *Multi-dimensionnel*

$$\begin{cases} \text{Max}Z = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ \sum_{i=1}^n \dim_i x_i \leq d \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (4)$$

$\dim_i$ : valeur de la dimension supplémentaire

$d$ : capacité maximale de la dimension supplémentaire

D. *multi-knapsack*

$b_1, b_2$ : capacité maximal du cout du sac à dos 1 et 2

$d_1, d_2$ : capacité maximal de la dimension supplémentaire du sac à dos 1 et 2

$$\begin{cases} \text{Max}Z = \sum_{i=1}^{2n} c_{i \bmod (n+1)} x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b_1 \\ \sum_{i=n+1}^{2n} a_i x_i \leq b_2 \\ \sum_{i=1}^n \dim_i x_i \leq d_1 \\ \sum_{i=n+1}^{2n} \dim_i x_i \leq d_2 \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (5)$$

## III. PROBLEME TSP

$$\begin{cases} \text{Min}Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{i=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1 & j = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1, i \neq j}^n x_{ij} = 1 & i = 1, \dots, n \\ \sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q, i \neq j} x_{ij} \geq 1 & \forall Q \\ x_{ij} \in \{0, 1\} & i, j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

$x_{ij}$ : variable de décision binaire  $\begin{cases} 1 & \text{le chemin entre point } i \text{ et point } j \text{ est pris} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$c_{ij}$ : cout de distance entre point  $i$  et point  $j$

## IV. PROBLEME FLP

A. *UFLP (stock à quantité infinie)*

$$\begin{cases} \text{Min}Z = \sum_{j \in J} f_j x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} y_{ij} \\ \sum_{j \in J} y_{ij} = 1 & \forall i \in I \\ y_{ij} \leq x_i & \forall i \in I, \forall j \in J \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in J \\ y_{ij} \in \{0, 1\} & \forall i \in I, \forall j \in J \end{cases} \quad (7)$$

$x_j$ : variable de décision binaire  $\begin{cases} 1 & \text{site } j \text{ ouvre} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$y_{ij}$ : variable de décision binaire  $\begin{cases} 1 & \text{client } i \text{ est satisfait par site } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

$i \in I$ : ensemble des clients

$j \in J$ : ensemble des sites

$c_{ij}$ : cout du site  $j$  au client  $i$

B. CFLP (stock a quantite finie)

$$\begin{cases} \text{Min}Z = \sum_{j \in J} f_i x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} y_{ij} \\ \sum_{j \in J} y_{ij} = d_i & \forall i \in I \\ \sum_{i \in I} y_{ij} \leq q_j x_j & \forall i \in I, \forall j \in J \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in J \\ y_{ij} \geq 0 & \forall i \in I, \forall j \in J \end{cases} \quad (8)$$