

Problème d'Optimisation Combinatoires Classiques

I. MODELISATION:

A. definitions des variables

B. fonction objective et contraintes

$$\begin{cases} MaxZ = \sum_i^n x_i \\ \text{ou bien} \\ MinZ = \sum_i^n x_i \\ x_i \text{ entiers positifs} \end{cases} \quad (1)$$

II. PROBLEME SAC A DOS

A. classique

$$\begin{cases} MaxZ = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (2)$$

c_i : valeur/profit de l'objet i

x_i : variable de decision binaire $\begin{cases} 1 \text{ objet } i \text{ est choisi} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$

a_i : cout de l'objet i

b : capacité maximale du cout

B. fractionnaire

$$\begin{cases} MaxZ = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ x_i \text{ entiers positifs} \end{cases} \quad (3)$$

C. Multi-dimensionnel

$$\begin{cases} MaxZ = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ \sum_{i=1}^n \dim_i x_i \leq d \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (4)$$

\dim_i : valeur de la dimension supplémentaire

d : capacité maximale de la dimesion supplémentaire

D. multi-knapsack

b_1, b_2 : capacité maximal du cout du sac a dos 1 et 2

d_1, d_2 : capacité maximal de la dimesion supplémentaire du sac a dos 1 et 2

$$\begin{cases} MaxZ = \sum_{i=1}^{2n} c_{i \bmod (n+1)} x_i \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b_1 \\ \sum_{i=n+1}^{2n} a_i x_i \leq b_2 \\ \sum_{i=1}^n \dim_i x_i \leq d_1 \\ \sum_{i=n+1}^{2n} \dim_i x_i \leq d_2 \\ x_i \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (5)$$

III. PROBLEME TSP

$$\begin{cases} MinZ = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{i=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1 & j = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1 & i = 1, \dots, n \\ \sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q, i \neq j} x_{ij} \geq 1 & \forall Q \\ x_{ij} \in \{0, 1\} & i, j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

x_{ij} variable de decision binaire $\begin{cases} 1 \text{ le le chemin entre} \\ \text{point } i \text{ et point } j \text{ est pris} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$

c_{ij} : cout de distance entre point i et point j

IV. PROBLEME FLP

A. UFLP (stock a quantite infinie)

$$\begin{cases} MinZ = \sum_{j \in J} f_j x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} y_{ij} \\ \sum_{j \in J} y_{ij} = 1 & \forall i \in I \\ y_{ij} \leq x_j & \forall i \in I, \forall j \in J \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in J \\ y_{ij} \in \{0, 1\} & \forall i \in I, \forall j \in J \end{cases} \quad (7)$$

x_j : variable de decision binaire $\begin{cases} 1 \text{ site } j \text{ ouvre} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$

y_{ij} : variable de decision binaire $\begin{cases} 1 \text{ client } i \text{ est} \\ \text{satisfait par site } j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$

$i \in I$: ensemble des clients

$j \in J$: ensemble des sites

c_{ij} : cout du site j au client i

B. CFLP (stock a quantite finie)

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Min} Z = \sum_{j \in J} f_j x_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} y_{ij} & \\ \sum_{j \in J} y_{ij} = d_i & \forall i \in I \\ \sum_{i \in I} y_{ij} \leq q_j x_j & \forall i \in I, \forall j \in J \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in J \\ y_{ij} \geq 0 & \forall i \in I, \forall j \in J \end{array} \right. \quad (8)$$