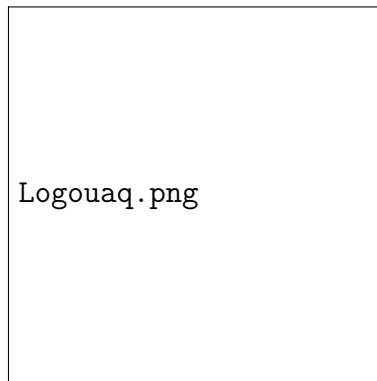


# Universidad Autónoma de Querétaro

FACULTAD DE INGENIERÍA



*Tarea 1: Introducción al análisis numérico*

## Análisis numérico

Autor:  
J.A. Salinas Sánchez  
Enero 2022

# Índice general

# Capítulo 1

## Introducción

Si has oído hablar, previamente, de que el ingenio humano llega a superar al humano mismo; quiero que sepas que las matemáticas no son una excepción. Pues, esa magnífica forma de poner todo lo existente en este universo en una forma elegante y concisa mediante una notación particularmente simple, generalizable a cualquier objeto, fenómeno, concepto, etc; dado que aquéllo representado no es más que la abstracción más profunda de la vital esencia de lo mismo; en ocasiones se vuelve complicado incluso para nosotros. Y más allá de que lo sea de entender, se torna muy difícil o casi imposible de resolver. Por ejemplo, cualquiera con conocimiento en física y matemáticas avanzadas, puede comprender por qué las ecuaciones de Navier-Stokes modelan todo lo que fluye (no sólo líquidos); no obstante, seguimos sin siquiera poder demostrar que existe una solución exacta en tres dimensiones. Y, si crees que es fácil, te reto. Tú ganas un millón de dólares, y los físicos, una vital pista para descifrar los misterios del universo. Todos ganan.

Si bien, buscar maneras resolver exactamente diferentes cosas de las matemáticas, es interesante, entretenido y trascendental; existe multitud de ocasiones en las que urge obtener un resultado, un número, para resolver nuestros problemas. Es justo ahí donde entra el análisis numérico. El análisis numérico es un conjunto de teorías, algoritmos y técnicas desarrolladas en torno a un punto específico: intentar resolver lo aparentemente irresoluble. Por lo que podría decirse que son todos los “truquitos” que los matemáticos, físicos e informáticos nos han brindado para obtener aproximaciones útiles, en lo que intentan encontrar una manera de domar a esas fieras matemáticas.

Como es de suponerse, en el análisis numérico existe gran y plena variedad de herramientas para la resolución de infinidad de problemas matemáticos: desde aproximar cualquier función, resolver ecuaciones de una o varias variables, hasta resolver ecuaciones diferenciales. Justo por eso sabemos que las ecuaciones de Navier-Stokes sí modelan el comportamiento de los fluidos a pesar de no tenerles solución exacta.

Ahora bien, si estás leyendo un documento introductorio al análisis numérico, supongo que sabes qué son las aproximaciones; si no, lo repito: las aproximar es, mediante un método y razonamiento matemático, obtener un valor cercano a un valor buscado para cualquier propósito. Por ejemplo, cuando, basándote en tu conocimiento sobre el precio de los artículos

del mandado, calculas cuánto dinero podrías llegar a necesitar; sin necesidad de que sea el número exacto.

Luego, como estamos hablando de aproximaciones, es muy probable que el valor obtenido difiera del valor esperado, y dependiendo de cuánto sea esta diferencia tomando en cuenta la precisión y la exactitud necesarias para resolver nuestro problema, se decidirá qué tan útil es el valor obtenido. Aquí es donde entra el análisis de errores. El análisis de errores es, básicamente, utilizar diferentes métodos estadísticos para ver cuánto difieren nuestras aproximaciones y qué tan útiles son según esto.

Para entender el análisis de errores, hay que conocer los tipos de errores:

- Error verdadero: error dado por la comparación entre un valor aproximado y el valor exacto.
- Error aproximado: error dado por la comparación entre dos valores aproximados, pues no se tiene el valor exacto.

De éstos, se desprenden otros, dependiendo de su interpretación estadística:

- Error absoluto: es el valor absoluto de la diferencia entre los valores comparados.
- Error relativo: es el valor del error absoluto en razón del valor dado como verdadero (exacto o aproximado). Nos dice qué tan importante es el error obtenido según nuestro propósito.
- Error normalizado: es el error absoluto en proporción a la incertidumbre de los valores comparados. Nos dice si existe congruencia entre dichos valores.

Finalmente, hay que entender que, cuando se trata de computadoras, dada su naturaleza finita, y a la naturaleza finita del humano, habrá errores en las aproximaciones que hagamos. De ahí surgen los siguientes errores:

- Error de truncamiento: el error que surge por recortar cifras desde el lado del humano.
- Error de redondeo: error que surge por el recorte o redondeo de cifras por parte de la máquina, dadas sus limitaciones.

Hay que tener bien en cuenta que hay que diseñar los algoritmos en función de los errores de redondeo, pues, sin importar cuántas cifras uno quiera manejar desde el lado del programador; si la computadora no puede; no vas a poder.

# Capítulo 2

## Actividades

```
1 #ifndef TAREA1_H
2 #define TAREA1_H
3
4
5 #include <iostream>
6 #include <cmath>
7 #include <stdlib.h>
8 #include <stdio.h>
9 #include <math.h>
10 #include <string>
11 #include <queue>
12 #include <stack>
13
14 using namespace std;
15
16 class Tarea1{
17     public:
18         static void BinToDec(string & num);
19         static long double NumDerivative(long double & num);
20         static long double Mepsilon();
21         static long double InfSeries();
22         static long double RAM();
23         static void Polinomio();
24     private:
25         static long double BinToDecfrac(string & num);
26         static long double getnum(long double & num);
27         static long double BinToDecint(string & num);
28         //static vector <long double> NewtonRaphson(long double &
29         prevres, long double & res, vector <long double> & list, int &
30         intentos);
31         static long double NewtonRaphson();
32 };
33
34 #endif
```

```
1 #include "Tarea1.h"
2
3 void Tarea1 :: BinToDec(string & num){
4
5     bool check = true;
6
7     for(int i = 0; i < num.length(); i++){
8         if(!isdigit(num[i])){
9             check = false;
10        }
11    }
12
13    if(!check){
```

```

14     BinToDecfrac(num);
15 }
16 else{
17     BinToDecint(num);
18 }
19
20
21 }
22
23 long double Tarea1 :: BinToDecfrac(string & num){
24
25     stack <long double> stfrac;
26     stack <long double> stint;
27     int i = 0;
28     long double dec = 0;
29
30     while(isdigit(num[i])){
31         stint.push(num[i]);
32         i++;
33     }
34
35     i++;
36
37     while(i < num.length()){
38         stfrac.push(num[i]);
39         i++;
40     }
41
42     i = stfrac.size();
43
44     while(!stfrac.empty()){
45         dec += getnum(stfrac.top())*pow(2,-1*i);
46         i--;
47         stfrac.pop();
48     }
49
50
51     while(!stint.empty()){
52         dec += getnum(stint.top())*pow(2,i);
53         i++;
54         stint.pop();
55     }
56
57     cout << dec << endl;
58     return 0;
59 }
60
61
62 long double Tarea1 :: BinToDecint(string & num){
63
64     int i;
65     stack <long double> stint;
66     long double dec = 0;
67
68     for(i = 0;i < num.length();i++){
69         stint.push(num[i]);
70     }
71
72     for(i = 0;i < stint.size();i++){
73         dec += getnum(stint.top())*pow(2,i);
74     }
75
76     cout << dec << endl;

```

```

77     return 0;
78 }
79
80 long double Tarea1 :: Mepsilon(){
81
82     long double epsilon = 1;
83     long double prevep;
84
85     while(epsilon+1 != 1){
86         prevep = epsilon;
87         epsilon /= 2;
88     }
89
90     cout << "Epsilon: " << prevep << endl;
91     return 0;
92 }
93
94
95
96 long double Tarea1 :: InfSeries(){
97
98     int i;
99     int j=10000;
100    long double s1 = 0;
101    long double s2 = 0;
102
103    for(i = 1; i <= 10000; i++){
104        s1+=1/(pow(i,4));
105        s2+=1/(pow(j,4));
106        j--;
107    }
108
109    int realvalue = pow(M_PI,4)/90;
110
111    cout << "Resultado 1: " << s1 << endl;
112    cout << "Error 1: " << (abs(realvalue-s1)/realvalue)*100 << "%"
113        << endl;
114    cout << "Resultado 2: " << s2 << endl;
115    cout << "Error 2: " << (abs(realvalue-s2)/realvalue)*100 << "%"
116        << endl;
117
118    return 0;
119 }
120
121 long double Tarea1 :: NumDerivative(long double & num){
122
123     long double df=6*num/(pow(1-3*pow(num,2),2));
124
125     cout << df << endl;
126
127     long double Df=((1/(1-3*pow(num+0.0000001,2)))-(1/(1-3*pow(num,2)
128         )))/(0.0000001);
129
130     cout << Df << endl;
131     return 0;
132 }
133
134 long double Tarea1 :: RAM(){
135
136     long double volume = 96000;
137     long double memory = volume/1048576;

```

```

137     cout << "Memoria: " << memory << endl;
138     return 0;
139 }
140
141 void Tarea1 :: Polinomio(){
142     NewtonRaphson();
143     /*long double a = 1;
144     long double b = 1;
145     int c = 0;
146     vector <long double> v = {};
147     NewtonRaphson(a,b,v,c);
148     for(int i = 0; i < v.size(); i++){
149         cout << v[i] << endl;
150     }*/
151 }
152
153 /*vector <long double> Tarea1 :: NewtonRaphson(long double &
154     prevres, long double & res, vector <long double> & list, int &
155     intentos){
156     int grado = 2;
157     int i;
158     bool found = false;
159     if(list.size() == grado || intentos >= grado+1){
160         return list;
161     }
162     else if(abs(prevres-res)<0.00000001){
163         for(i = 0;i < list.size();i++){
164             if(res == list[i]+0.00000001 || res == list[i]-0.00000001){
165                 found = true;
166                 break;
167             }
168         }
169         if(found){
170             intentos++;
171             NewtonRaphson(prevres,res,list,intentos);
172         }
173         else{
174             list.push_back(res);
175             if(prevres-res < 0){
176                 prevres = res;
177                 res += res;
178             }
179             else if(prevres-res > 0){
180                 prevres = res;
181                 res -= res;
182             }
183             intentos++;
184         }
185     }
186
187     res = prevres - (pow(prevres,2)-5000.002*prevres+10)/(2*prevres
188         -5000.002);
189     prevres = res;
190
191     res = prevres - (pow(prevres,2)-5000.002*prevres+10)/(2*prevres
192         -5000.002);
193     NewtonRaphson(prevres,res,list,intentos);
194 }*/
195
196 long double Tarea1 :: NewtonRaphson(){
197     long double prevres = 1;

```



```

196 long double res = 0;
197 int intentos = 0;
198
199 while(abs(prevres - res) > 0.001){
200     res = prevres - (pow(prevres,2)-5000.002*prevres+10)/(2*prevres
201         -5000.002);
202     prevres = res;
203
204     res = prevres - (pow(prevres,2)-5000.002*prevres+10)/(2*
205         prevres-5000.002);
206 }
207 cout << res << endl;
208 }
209
210 long double Tarea1 :: getnum(long double & num){
211     if(num == 48){
212         return 0;
213     }
214     else if(num == 49){
215         return 1;
216     }
217 }

```

```

1 #include "Tarea1.h"
2
3
4 int main(){
5
6     cout << "" << endl;
7     cout << "Problema 3.1" << endl;
8
9     string a = "101101";
10    Tarea1 :: BinToDec(a);
11    a = "110.011";
12    Tarea1 :: BinToDec(a);
13    a ="0.01101";
14    Tarea1 :: BinToDec(a);
15
16    cout << "" << endl;
17    cout << "Problema 3.3" << endl;
18    Tarea1 :: Mepsilon();
19
20    cout << "" << endl;
21    cout << "Problema 3.5" << endl;
22    Tarea1 :: InfSeries();
23
24    cout << "" << endl;
25    cout << "Problema 3.7" << endl;
26    long double b = 0.577;
27    Tarea1 :: NumDerivative(b);
28
29    cout << "" << endl;
30    cout << "Problema 3.9" << endl;
31    Tarea1 :: RAM();
32
33    cout << "" << endl;
34    cout << "Problema 3.11" << endl;
35    Tarea1 :: Polinomio();
36
37    return 0;
38

```

The screenshot shows a Linux desktop environment with the following elements:

- Web Browser:** Displays the Wikibooks page "Using the listings package". The page content includes:
  - Section: 3 References
  - Text: "Using the package `listings` of any programming language is useful also."
  - Text: "To use the package, you need" followed by a code block:
 

```
\usepackage{listings}
```
  - Text: "The `listings` package supports your document the package" followed by a code block:
 

```
\begin{lstlisting}
Put your code here
\end{lstlisting}
```
  - Text: "Another possibility, that is very useful, is to use the package" followed by a code block:
 

```
\lstinputlisting{source_filename.py}
```
- Terminal Window:** Shows the output of a LaTeX compilation. The output includes:
  - Problem 3.1: 63
  - Problem 3.3: 6.375, 0.40625
  - Problem 3.5: Resultado 1: 1.08232, Error 1: 8.23232%, Resultado 2: 1.08232, Error 2: 8.23232%
  - Problem 3.7: 2.35291e+06, 2.35358e+06
  - Problem 3.9: Memoria: 0.0915527
  - Problem 3.11: 0.002
- Document Editor:** Shows the LaTeX source code for the listings package, including the `\usepackage{listings}` and `\begin{lstlisting}` commands.