

# 1 Using Noise to Escape from Local Minima 局所最適解から脱出するために用いるノイズ

シンプルな決定性アルゴリズムは一般的な勾配法の弱点をもつ。大域最適解でない局所最適解に停留してしまう。

これはホップフィールドネットワークの場合には問題にならない。なぜならば、彼のネットワークでは局所最適解は "item" を配置するために用いられるからだ。

もし、システムがいくつかの小さな局所最適解からはじまってその局所最適解に停留する振る舞いを望んで大域最適解を探さない。

その満足する処理を強いるのであれば、しかしながら、現在の入力から大域最適解の (配置 | 設定) を探すその局所最適解から脱出を試みる必要がある。

局所最適解から脱出する単純な方法は高いエネルギーの配置を飛び越えるのを、たまには許すことだ。

この手続きを伴うアルゴリズムは、Metropolis, Rosenbluth, Teller によって紹介された。熱力学システムの平均的な手続きの研究と、満足する問題に適応する

私たちは、並列計算に適した Metropolis algorithm の形式を採用した。もし  $k$  番目の素子の状態で on-off の間のギャップは  $\delta E_k$  ならば、前の状態の組が確率的に  $s_k = 1$  をとっていたかに関わらず、

$$p_k = \frac{1}{1 + \exp(-\Delta E_k/T)} \quad (1)$$

ここで、 $T$  は温度のような振る舞うパラメータだ。

式 (5) の決定的な規則は 2 つのエネルギー状態を持つ部分と同じだ。与えられた温度にともなう熱浴に接する部分のシステムは最終的には熱平衡に到達し、どのような大域状態にあるシステムを発見する確率もボルツマン分布に従うだろう。同様に、この決定則に従うネットワークの素子は最終的に "熱平衡" に到達し、そして、2 つの大域状態の確率に関連して、次のボルツマン分布に従う

$$\frac{P_\alpha}{P_\beta} = e^{-(E_\alpha - E_\beta)/T} \quad (2)$$

ここで、 $P_\alpha$  は大域状態  $\alpha^{th}$  にある確率となり、そして  $E_\alpha$  はその状態のエネルギーをあらわす。

ボルツマン分布はいくつかの美しい数学的な特性をもち、それは情報理論と親密に関係する。とくに、2 つの大域状態の対数確率にある違いは単にエネルギーの違いとなる。(1 の温度)。この関係のシンプルさと「平衡分布は釣り合いに至るまでにたどる経路に独立」という事実はボルツマンマシンを興味深いものになっている。

低温状態においては、低エネルギーに伴った状態に賛同する強いバイアスが存在するが、平衡状態に至るまでには長い時間を要するだろう。高温状態では、そのバイアスはそれほど有利には働かないが、平衡状態には素早く到達するだろう。

このトレードオフを克服する良い方法は高温状態から開始して、徐々に温度を減少させていくことだ。これは物理的な焼きなまし法と一致する (Kirkpatrick, Gelatt, & Vecchi, 1983)。

高温状態では、ネットワークは小さいエネルギーの差を無視するだろう、

そうすることで、大域状態の空間の粗い全体構造を探索し、そして、その粗いレベルで良い (最小値, 極小値, minimum) を探すだろう。

温度が下げられると、小さなエネルギーの違いに反応しはじめるだろう。そして、粗いスケール範囲で、1 つのよりよい (最小値, 極小値, minimum) を発見するだろう。

Kirkpatrick ら (および、その他-et al) は (罰金, 粒子, 良い, 繊細な, fine) 方法を示した。このような探索手法を発見していた。粗い構造の前に

その (罰金, 粒子, 良い, 繊細な, fine) はグラフ分割のような組合せの問題についてとても効果的だ。

and we believe it will also prove useful when trying to satisfy multiple weak constraints, even though it will clearly fail in cases where the best solution corresponds to a minimum that is deep, narrow, and isolated.

同様に、複数の弱い要求を満足するために試みようとするとき

(極小値, 最小値, minimum) が深く (deep), 狭く (narrow), 孤立 (isolate) な最良解と一致する場合であるけれどもそれがつねに役立つと (証明する, 判明する, prove) と信じている。それは明らかに誤っている場合もあるけれども、ここでは最良な解に対応する深く、狭い、分離した最適解である。