2010 年 7 月 2 日
情報システム工学科 塩貝亮宇

A LEARNING ALGORITHM

ボルツマンマシンを定式化するうえで最も興味深い側面は、ネットワーク全体が環境の (基底構造, underlying structure) を (得る,capture)(内部モデル,internal model) を開発するような方法で素子間の結合強度を変化させる定義域に独立した学習アルゴリズムに通じるということだろう。

そのようなアルゴリズムの調査には（Newell,1982)，長い失敗の歴史と多くの人々（とくに人工知能分野）があり, 現在、そのようなアルゴリズムは存在しないものであると信じられている．

より複雑なネットワークへ (向けた, 目的とした,to) シンプルな学習アルゴリズムの一般化を阻止するその主要な技術的障害は次のようなのだ:

興味深い計算能力, ネットワークは入力によって直接に制約されない非線形素子を含まなければならず, そして, そのようなネットワークが誤りをおかしたとき, 多くの結合強度の決定について不可能であるように (思われます,appear).

この'credit-assignment' 問題はパーセプトロンの終焉を導きます. （Minsky Papert, 1968; Rosenblatt, 1961）そのパーセプトロンの収束理論は決定素子の単層の重みを訓練できることを保証するが, そのような素子のネットワークは処理がネットワーク内の全ての素子を使う方法を直接的に指定しないとき、一般化することができない.

'credit-asignment' 問題のこのバージョンはボルツマンマシンの定式化の中で解決できる.

'right stochastic decision rule' を用いることによって, そして,（有限な, 限定された, 限りある,finite）温度においていくつかの' 熱平衡' にいたるまでネットワークを (走らせる, 実行する,run) ことで私たちは数学的にシンプルな大域状態の確率とそのエネルギーとの間に関係に到達した.

環境に対するどんな入力も無しに回路を走らせることで, この関係は式 (6) が与えられる.

なぜならば, エネルギーはその重みの線形関数（Eq1）で

これは大域状態の対数確率と個々の結合強度の間に非常にシンプルな関係を導く.

$$\frac{\partial lnP_\alpha}{\partial w_{ij}} = \frac{1}{T}[s_i^\alpha s_j^\alpha] \tag{1}$$

ここで,s_i^α は α 番目の大域状態にの i 番目の素子の状態. （だから,$s_i^\alpha s_{\rm j}^\alpha$ は i と j の素子はどちらも α）

そして，p'_{ij} はシステムが釣り合ったときに２つの素子 i と j が同時に発火したことを見つけることができた (単なる, 丁度,just) 確率だ.

式 (7) が与えられたとき，大域状態の対数確率を操作することが可能だ.

もし各大域状態 α について必要とされる確率 P_α をその環境が直接的に指定するならば，

それらの確率に到達する重み１組は収束への直接的な方法があり, 存在するどんな組み合わせも提供する.（詳細は、HintonSejnowski,1983a）

しかしながら, これは特別的に興味深い学習の種類ではない.

なぜならば, システムは必要とされる全ての大域状態を与えなければならないからだ.

(内部表現,internal representation) を (使うべき, 使われるべき,should be used)(革新となる問題,central question) は環境によって常に決定されることを意味する.

環境が高階の制約を暗黙的に含むとき興味深い問題がおこり, そして、ネットワークは, それらの制約に効果的な表現となることを (許す, 許可する, 認める,allow) 内部表現を選択しなければならない.

3.1 Modeling the Underlying Structure of an Environment

ボルツマンマシンの素子は２つの機能グループ, 非空の可視素子１組と空集合を持つことの可能な１組の隠れ素子に分割される.

可視素子はネットワークと環境のインターフェースとなる;

訓練中は, 全ての可視素子は環境によって指定された状態に固定される; (訓練が) 完了時の能力についてテストしたとき, どんな可視素子の部分集合であっても固定されるだろう.

その隠れ素子は, 仮に存在しても (if any), 環境によって固定されず,

そして, 可視素子中の 1 対の制約によって表現することのできない

入力ベクトルの集合体 (に属する, の中で,among),

(隠れ素子は) 基礎となる制約の'(説明,explain)' に用いることができる.

隠れ素子は必要とされるだろう, 例えば,

3 つの可視素子の状態に偶数パリティを持つべきだ—対相互作用だけによって強制することのできない規則性

と要求される

可視素子の状態についてより複雑な仮説を表現するために隠れ素子を使えば,

可視素子の間のそのような高階の制約は 1,2 階のオーダーの制約 まで減少させることができる.

各々の環境の入力ベクトルがネットワークを熱平衡へ近づくことを許すのに十分に長く (続く, 持続する, 存続する,persist) と仮定し, そして, 環境ベクトルの (連続, 列, を並べる,) に属して存在するどんな構築物も無視する.

環境の構築物は

全体に渡って v 個の可視素子の状態の確率分布を与えることによって, そのとき指定することができる.

そのネットワークは環境について完全なモデルを持つと言われるだろう.

もし, それが全ての素子を固定させずに熱平衡まで自由に (走らせた,running) ときそれらを (越える, 覆う,over)2^v の状態の同じ確率分布に至ることによって正確な同じ確率分布に至るならば, だから環境からの入力は存在しない.

隠れ素子の数は可視素子の数と比較して指数的に大きくならない限り, それは完全なモデルに到達することは不可能だろう, なぜならば, たとえ、ネットワークが全体的に結合されて $(v+h-1)(v+h)/2$ の重みと可視素子 v と隠れ素子 h の素子の間にある $(v+h)$ のバイアスは環境によって指定される可視素子の状態の 2^v の確率をモデル化するのに (不十分, 足りない,insufficient) だろう.

しかしながら, もし環境の中に規則性があり, そして, ネットワークがそれら規則性を捕えるために隠れ素子を使うのであれば, それは環境の確率分布へ向けて良く適合するだろう.

ネットワークの (内部表現,internal model) と環境の間の相違の情報理論による測度は

$$G = \sum_{\alpha} P(V_\alpha) ln \frac{P(V_\alpha)}{P'(V_\alpha)} \qquad (2)$$

ここで,$P(V_\alpha)$ は, それらの状態が環境により決定されるときの可視素子の α^{th} 状態をとる確率で, $P'(V_\alpha)$ は環境からの入力無しでネットワークを自由に走らせたときに一致する確率.

その G の測定基準, 時折, (asymmetric divergence, 非対称ダイバージェンス) や (情報獲得,information gain)(Kullback, 1959; Renyi, 1962) と呼ばれるものは $P'(V_\alpha)$ によって与えられる分布から $P(V_\alpha)$ によって与えられる分布へ向う距離の測度だ.

その $P'(V_\alpha)$ 項は重みに依存し, そこで, それらの変化によって,G は変わることができる.

G の急勾配を形成するためには, それぞれの個々の重みと関係するものと一緒に G の偏微分を知る必要がある.

非線形ネットワークの (襷掛け,cross-coupled) のほとんどは, この (量, 変数,quantity) で微分することがとても難しく, しかし, 熱平衡状態に停留するシンプルな関係であるため, その G の偏微分は我々のネットワークについて直接的に微分することができる.

その大域状態の確率はそれらのエネルギー (式 6) によって決定され, そして, そのエネルギーは重みによって決定される.(式 1)

G(付録参照) の偏微分のそれらの式を用いることによって,

$$\frac{\partial G}{\partial w_{ij}} = -\frac{1}{T}(p_{ij} - p'_{ij}) \tag{3}$$

ここで p_{ij} はどちらも'on' の状態になった 2 つの素子の平均確率であり, そして, 式 (7) 内での p'_{ij} は環境からの入力を (提示せず, 存在せず,present) (かつ, そして,and) ネットワークを自由に走らせているとき (一致する, 対応する,corresponding) 確率である. (それらの確率は平衡まで測定されなければならない)

この式と式 (7) の間の類似点に (言及する, に注目する, に気付く,note) がそれは変化する重みの単一状態 (single state) の対数確率に影響を与える方法を示す.

G を最小にするため, ネットワークが熱平衡状態にあるとき p_{ij} と p'_{ij} を観測するのに十分な (そして, それ故に,therefore), それら 2 つの確率の間の違いに向けた提案で

$$\delta w_{ij} = \epsilon(p_{ij} - p'_{ij}) \tag{4}$$

ここで,ϵ のスケールは各々の重みの変化のサイズ.

この規則の驚くべき特徴は, それに局所的に通用する情報だけを用いることだ.

重みに依存するこの変化, 2 つの素子がそれに接続したときの振舞い上でだけ, 大域測度の最適化の変化と他の重みの全ての値に依存する各々の重みについて良い値であるけれども。

もし, 隠れ素子が存在しなければ, それは G 空間は凹面 (上側から見たとき) 単純な (急勾配,gradient descent) は貧困な局所最適解に (捕われる, 捕捉される, get trapped) ない (できるように,-ように, so that) 示されるだろう.

隠れ素子と (一緒に, と同意見で, と同時に, のために, がついて,with), しかしながら,

環境ベクトルの確率分布の中では暗黙的な高階オーダーの表現に隠れ素子を用いる別の方法と一致する局所最適解がある。

それらの更に複雑な G 空間を扱ういくつかの技術については次章で議論する.

(かつて, 一度, あるとき,once),G は最小化されたそのネットワークを

環境のなかの規則性を可能な限り掴まえるだろう。

そして, それらの規則性はパフォーマンスが完了したとき強制されるだろう.

ひとつの可能性からの視点はそのネットワーク, 最小化 G の中で, 環境ベクトルの 1 組を生成した (most likely, たいがい) の重みのセットが発見されている.

これは, この最大化された尤度が最小化された G と数学的に同等であることを示す. (Peter Brown, personal communication, 1983)