1 번

a) Swimming at the New Jersey shore is allowed and sharks have been spotted near the shore.
b) If swimming at the New Jersey shore is allowed, sharks won't have been spotted near the shore.
c) If sharks have not been spotted near the shore, swimming at the New Jersey shore is allowed.
d) If swimming at the New Jersey shore is not allowed, sharks have not been spotted near the shore.
e) If swimming at the New Jersey shore is allowed, sharks have not been spotted near the shore, and vise versa.
f) Swimming at the New Jersey shore is not allowed and (swimming at the New Jersey shore is allowed or sharks have not been spotted near the shore)

2 번

a)
Converse: If I stay at home, it will snows tonight
Inverse: If it doesn't snow tonight, I won't stay at home
Contrapositive: If I don't stay at home, it won't snow tonight

b)
Converse: If I go to the beach, it will be a sunny summer day.
Inverse: If it is not a sunny summer day, I will not go to the beach.
Contrapositive: If I don't go to the beach, I won't be a sunny day.

c)
Converse: If I sleep until noon, I will stay up late
Inverse: If I don't stay up late, I will not sleep until noon
Contrapositive: If I didn't sleep until noon, I did not stay up late

3 번

a) 2
b) 2
c) 1

4 번

질문을 아래와 같은 식으로 하면 된다. ‘1+1=2 입니까? AND 이 길이 맞습니까?’ 이런식으로 자명하게 참인 문장과 내가 궁금한 문장을 같이 물어보면 마을사람들이 항상 참을 말하는지, 거짓말을 하는지 몰라도 일관되게만 대답해준다면 맞출 수 있다.

Is 1+1 = 2 and this way leads me to the ruins that I want to visit?

5 번

풀이의 편의를 위해 앨리스를 A, 존을 J, 카를로스를 C, 다이애나를 D 라고 말하겠다.

a) 존이 범인이다.
C 는 D 가 범인이라고 말하고있다.
D 는 C 가 거짓말을 하고있다고 말하고있다.

- A 가 유일하게 진실을 말했다고 가정할경우, A 의 진술에 의해 C 도 범인이지만 J 는 거짓말을 했으므로 J 도 거짓말이여야한다. 이 둘이 모순이어서 A 는 진실을 말하지 않았다.
- J 가 유일하게 진실을 말했다고 가정할경우, J 는 범인이 아니다. A 의 말은 거짓이므로 C 도 범인이 아니다. C 의 말은 거짓이므로 D 도 범인이 아니다. D 의 말은 거짓이므로 C 는 참을 말하고있는것인데, 이는 원 가정에 모순된다.
- C 가 진실을 말했다고 가정할경우 이는 J 의 진술이 거짓이므로 J 가 범인이여야하는데 C 는 D 가 범인이라고 말하고있으므로 모순
- D 만이 진실을 말하고있을경우 J 가 범인이고 어떤 주장도 모순을 일으키지 않는다.

b) 카를로스가 범인이다.

- A 또는 J 만 거짓을 말할경우, C 의 말은 참이여야한다. 근데 D 는 C 의 말이 거짓이라고 하고있으므로 원가정과 모순되어 아니다.

- C 만 거짓을 말할경우, 카를로스는 범인이고 어떤 주장과도 모순이 되지 않는다

- D 만 거짓을 말할경우 A 와 C 의 진술에 의해 C 와 D 가 범인인데 이는 모순이다.

6 번

주어진 식을 아래와 같은 순서대로 변형해보면 두 식이 동치임을 알 수 있다.

- (p -> q) and (p -> r)
- (!p or q) and (!p or r) ('->' 연산자의 정의)
- !p and (q and r) (분배법칙의 역)
- p -> (q and r) ('->' 연산자의 정의)

7 번

NAND operator 로 AND, OR, NOT 연산자를 모두 만들 수 있다

- NOT p = p NAND p
- x AND y = NOT (x NAND y) = (x NAND y) NAND (x NAND y)
- x OR y = NOT ((NOT x) AND (NOT y)) = (NOT x) NAND (NOT y) = (x NAND x) NAND (y NAND y)

8 번

When (p, q, r) = (true, true, false)
p NAND (q NAND r) = false
(p NAND q) NAND r = true
그래서 양쪽의 결과가 달라져서 두 식은 동치가 아니다.

9 번

a) false
b) true
c) false

d) true

10번

a) All drivers do obey the speed limit.
b) Everyone in this class does have a good attitude.

11번

- 항상 참이 되는 경우: 원소 수가 4개 이상인 모든 집합이 해당된다.
- 항상 거짓이 되는경우: 원소 수가 4개 미만 1개 이상인 모든 집합이 해당된다.

12번

for ∀a∀b∀c∀d∀e, a∈R, b∈R, c∈R, d∈R, e∈R
∃x,y and x != y such that
ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 and ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + e = 0

13번

- Simplification from (2) 가 틀렸다. 'p or q'가 참이라고 'p', 'q' 각각이 항상 참은 아니기때문이다.
- Universal generalization from (3), (5)가 틀렸다. P(x)가 특정 c에 대해 성립한다고, 모든 x에 대해 성립하지는 않기때문이다.

14번

1. ∀x(P(x) -> (Q(x) and S(x))) and ∀x(P(x) and R(x)) ... Premise
2. ∀x(P(x) -> (Q(x) and S(x))) ... Simplification from 1
3. ∀x(P(x) and R(x)) ... Simplification from 1
4. P(a) -> (Q(a) and S(a)) for arbitrary a
   ... Universal Instantiation from 2
5. P(a) and R(a) for arbitrary a ... Universal Instantiation from 3
6. P(a) for arbitrary a ... Simplification from 5
7. R(a) for arbitrary a ... Simplification from 5
8. Q(a) and S(a) for arbitrary a ... Modus ponens from 4, 6

9. S(a) for arbitrary a ... Simplification from 8
10. R(a) and S(a) for arbitrary a ... Conjunction from 7, 9
11. ∀x(R(x) and S(x)) ... Universal generalization from 10

15 번
증명하고자 하는 명제는 아래와 같다:

$n \in Z$ and $n^3 + 5$ is odd → n is even ….. i

a) 원명제의 대우명제는 아래와 같다

n is odd → $n \notin Z$ or $n^3 + 5$ is even …. ii

이를 n 이 홀수인경우와 아닌경우로 나눠서 풀자

1. n 이 홀수인경우
   A. n^3도 홀수이고 n^3+5은 짝수이므로 대우명제 ii는 참이고 원명제 i또한 참이다.
2. n 이 홀수가 아닌경우, 가정 n is odd 가 성립하지 않으므로, 대우명제 ii 는 참이고, 원명제 i 또한 참이다.

b) 원명제의 결과를 뒤집어서, 아래를 가정해보자.

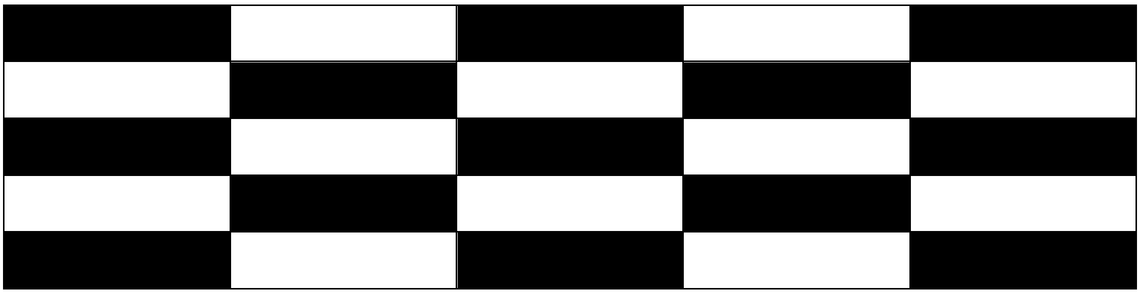
$n \in Z$ and $n^3 + 5$ is odd → n is odd ... iii

$n^3 + 5$ 가 홀수일경우, n^3 은 짝수이다. ... iv
하지만 가정에 의해 n 은 홀수이므로 n^3 은 홀수이다. ... v
iv 와 v 가 서로 모순이므로, 원 명제의 귀류명제인 iii 는 거짓이다.
그러므로 원명제 i 는 성립한다.

16 번
n = 8 일경우, $n^{1/3}$ 인 2 는 무리수가 아니다. 이러한 반례에 의해, 원 명제는 성립하지 않는다.

17 번

5x5 체커보드의 세 코너가 빈 상태로 있으려면 아래의 경우같아여야한다.
체커보드의 귀퉁이가 검정색인 경우라고 가정해보자. 흰색이라고 가정해도 차이는 없다.



세 코너가 빈상태려면, 체커보드에서 10 개의 검은칸이 차있어야하고,
12 개의 흰칸이 차있어야한다. 하지만 도미노는 항상 1 개의 검은칸과 1 개의 흰칸으로 이루어져있다. 그래서 도미노를 둘로 잘라서 검은색만 추가로 두개를 놓지 않는이상, 이런경우는 불가능하다.