



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Tarea 3: Redes complejas y epidemias

Salma Annette Rodríguez Muñoz



Proyecto 1

El modelo de Barabási-Albert original considera que la probabilidad de conexión es proporcional a k_i , el número de conexiones existentes de un nodo. En esta versión modificada, la probabilidad es:

$$\Pi(k_i) = C(k_i)^\alpha$$

donde C es una constante de normalización, y α controla la intensidad del enlace preferencial.

Haz la imagen de una red de 5,000 nodos (utilizando el programa yEd o cualquier otro que te guste) utilizando $\alpha = 0.5$. Haz la gráfica de la $P(k)$ para una red con 100,000 nodos o más.

En la Figura 1, se presenta un pequeño número de nodos exhiben un gran número de conexiones (grado) en comparación con la mayoría de nodos que se conectan con pocos otros nodos. Esta característica indica que la red no es homogénea, y resalta la presencia de líderes o nodos influyentes dentro de la red. La distribución del grado sigue una tendencia típicamente asociada a la ley de potencia, es decir, la probabilidad de que un nodo tenga un grado k disminuye rápidamente a medida que k aumenta. Esto sugiere que, aunque hay algunos nodos con alta conectividad, la mayoría tiene un grado bajo.

La existencia de nodos de alto grado implica que la propagación de información o la difusión de enfermedades pueden ser altamente eficaces si se dirigen a estos nodos hubs. Estrategias como campañas de vacunación pueden beneficiar de enfocarse en estos nodos para maximizar su efectividad. Las redes libre de escala son a menudo más resilientes a ataques aleatorios, pero vulnerables a ataques dirigidos a sus nodos hubs.

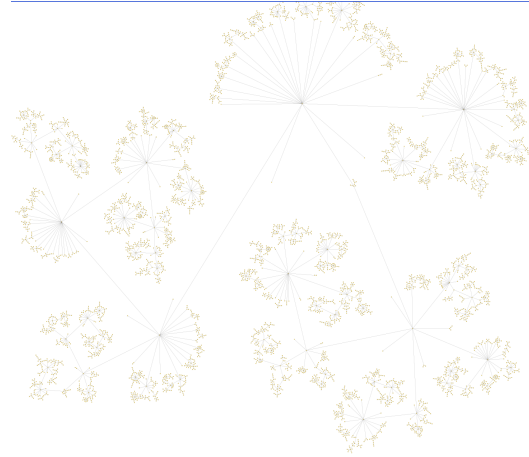


Figura 1: Red para $\alpha = 0.5$

Para la Figura 2, $P(k)$ tiene un comportamiento que se asemeja a una ley de potencia, ya que hay muchos nodos con grados bajos y unos pocos con grados altos. Los grados más bajos (cerca de 0) tienen una frecuencia notablemente alta, lo que sugiere que la mayoría de los nodos en la red tienen pocas conexiones. Sin embargo, algunos nodos llegan a tener un número considerablemente mayor de conexiones (por ejemplo, hasta 250), indicando la existencia de hubs que destacan en la red.

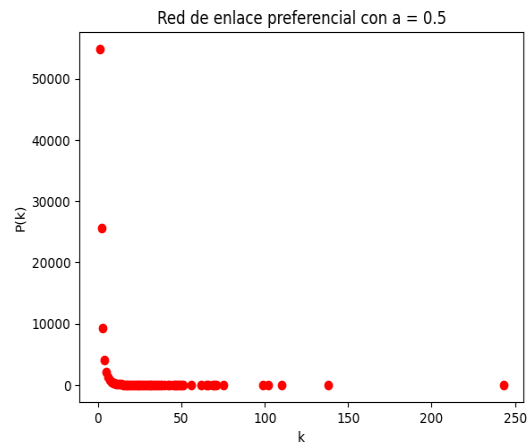


Figura 2: Red de 100,000 nodos.

Lo mismo que en el inciso anterior, pero ahora con $\alpha = 1.5$

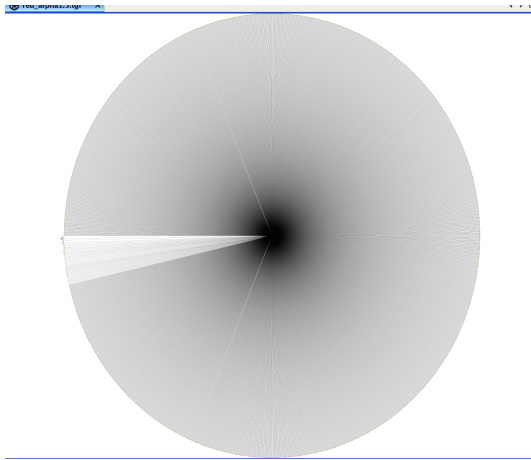


Figura 3: Red para $\alpha = 1.5$

Este caso revela una red con una clara jerarquía que destaca un nodo central hiperconectado, con muchos nodos adyacentes dependiendo de él para sus conexiones.

Dado que muchos nodos dependen del nodo central para la conectividad, la propagación de información o enfermedades puede ser muy eficaz si se dirige al nodo central. Sin embargo, esta estructura también podría hacer a la red vulnerable; si el nodo central se ve afectado o eliminado, podría generar un colapso en gran parte de la conectividad de la red.

Para la distribución, no se obtuvo la gráfica. Sin embargo, se evidencia que la red está dominada por un solo nodo hiperconectado que crea un gran desbalance en la conectividad. La interacción de nodos adyacentes entre sí es mínima, ya que al estar más enfocada en el nodo central, se pueden considerar conexiones marginales entre ellos. Este comportamiento subraya la importancia de identificar y observar cómo este nodo central afecta el flujo de información y la robustez de la red en su conjunto.

Proyecto 2

Ecuación fundamental:

$$S + S^* + I + V = 1$$

Para cada modelo analizado, ¿cuál es la fracción V_c de personas vacunadas con la cual

se alcanza la inmunidad de rebaño?

En la Fig.4 muestra la relación entre la fracción de la población vacunada y la prevalencia de la infección en dos tipos de redes: Erdős-Rényi y Barabási-Albert, utilizando dos estrategias de vacunación (aleatoria y dirigidas a superpropagadores).

A medida que aumenta la fracción de la población vacunada, la prevalencia de la infección disminuye. Esto es consistente con la expectativa de que vacunar a una mayor proporción de la población reduce el número de susceptibles disponibles para la infección. Por otra parte, a partir de la mitad del rango de vacunación, se observa un cambio notable en la prevalencia.

Observamos un cambio de fase donde pequeñas variaciones en la fracción de vacunados (especialmente entre 0.2 y 0.5) producen cambios grandes en la prevalencia de la infección. Esto puede indicar un umbral crítico en la vacunación que es necesario alcanzar para que se controle o elimine la infección en la red.

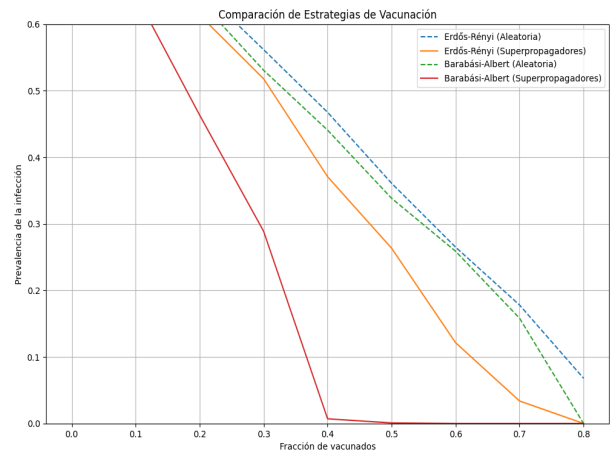


Figura 4: Gráfica comparativa.

Vamos a centrarnos en la Fig. 5 una comparación de la prevalencia estacionaria de la infección en una red de Barabási-Albert (BA) en función de la fracción de población vacunada.

La caída en prevalencia es menos pronunciada, lo que sugiere que este enfoque puede ser menos efectivo, especialmente a fracciones más bajas de vacunados. Por otro lado, la caída en la prevalencia es más pronunciada, indicando que focalizar la vacunación en nodos clave (superpropagadores) es una

estrategia más efectiva para controlar la infección.

La gráfica muestra claramente un cambio de fase donde, al alcanzar una cierta fracción de vacunación (alrededor del 0.2 a 0.5), la prevalencia de la infección disminuye significativamente. Esto es importante para identificar un umbral crítico en la estrategia de vacunación.

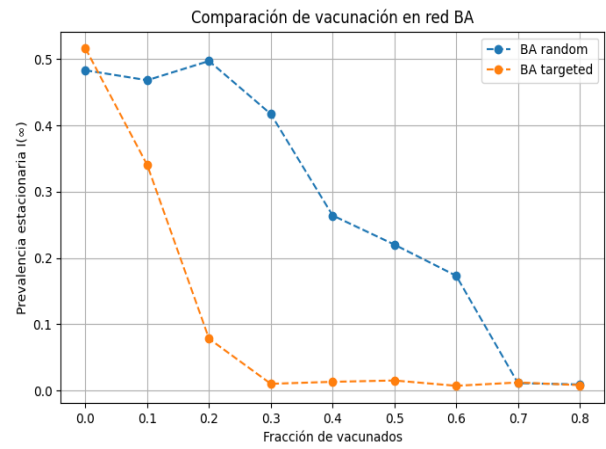


Figura 5: Gráfica comparativa red BA.