

# Análise de sinais, atividade computacional 4

Nícolas Hecker Silva, Ra: 186132, n186132@dac.unicamp.br

## 1 Carregando o áudio

O primeiro passo do experimento computacional foi carregar o trecho da música Numb do Linkin Park e transformá-lo em mono, ou seja, realizar a média entre os dois canais de áudio. Existiam 1501083 amostras em uma frequência de  $44100\text{Hz}$ , totalizando 34 segundos de música.

Utilizando a transformada rápida de fourier na função "espectro" dada, foi possível apresentar o espectro de frequências presentes nesse trecho de música e expressá las entre 0 e  $2\pi$  como na imagem 1.

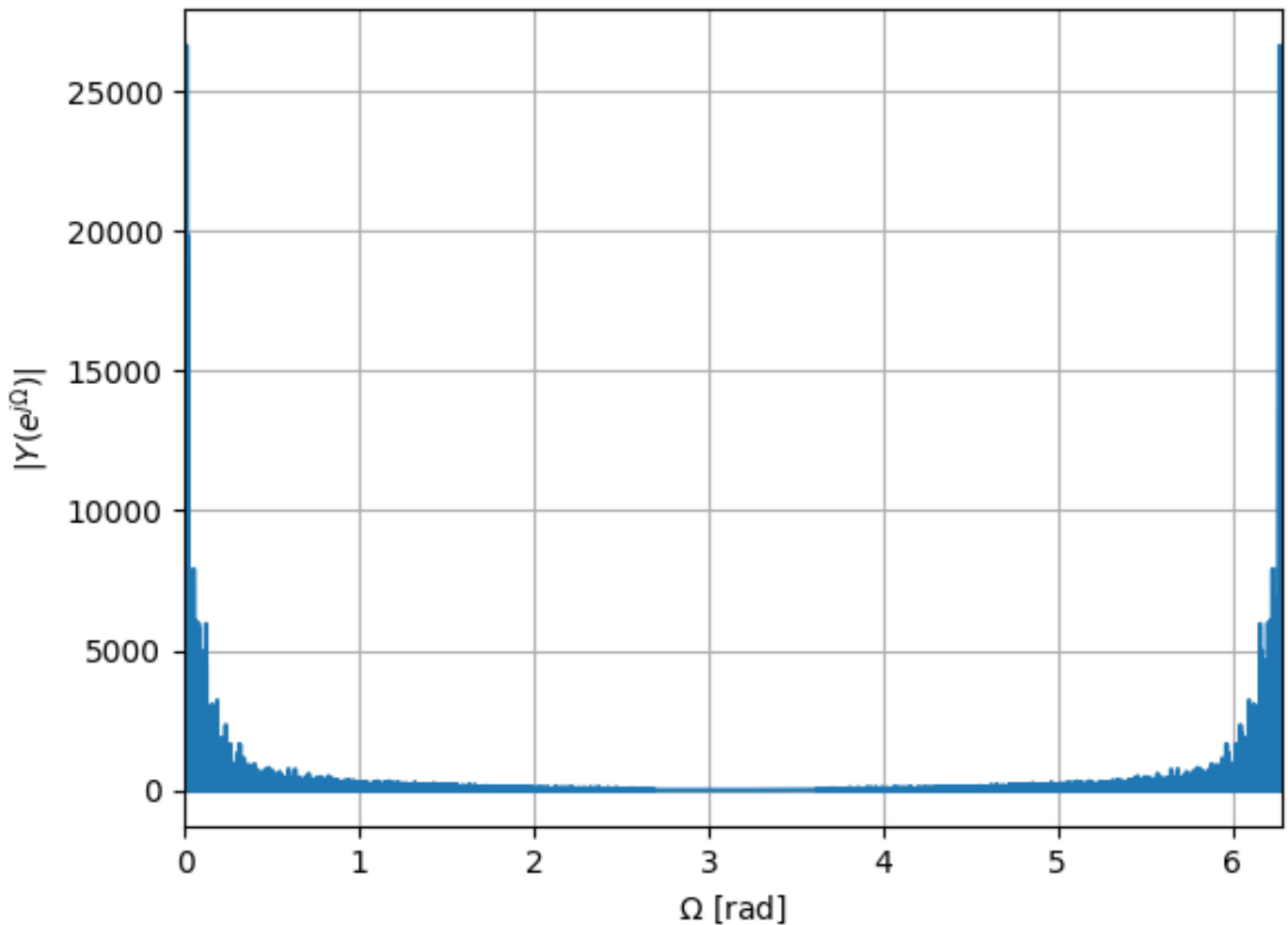


Figure 1: Espectro das frequências do trecho da música Numb. O espectro é simétrico sobre o eixo  $x = \pi$ , pois as frequências estão representadas de 0 a  $\pi$  e ele é replicado depois disso, mostrando seus valores negativos.

## 2 Reduzindo a amostragem

Nessa etapa, as amostras foram reduzidas em  $M = 6$  (M representa o fator da redução de amostras) da seguinte forma: para cada conjunto de 6 amostras, apenas a primeira foi mantida, enquanto as outras foram descartadas. Para realizar

essa tarefa foi utilizada a transformação de list comprehension no vetor numpy. O resultado do espectro é mostrado na figura 2

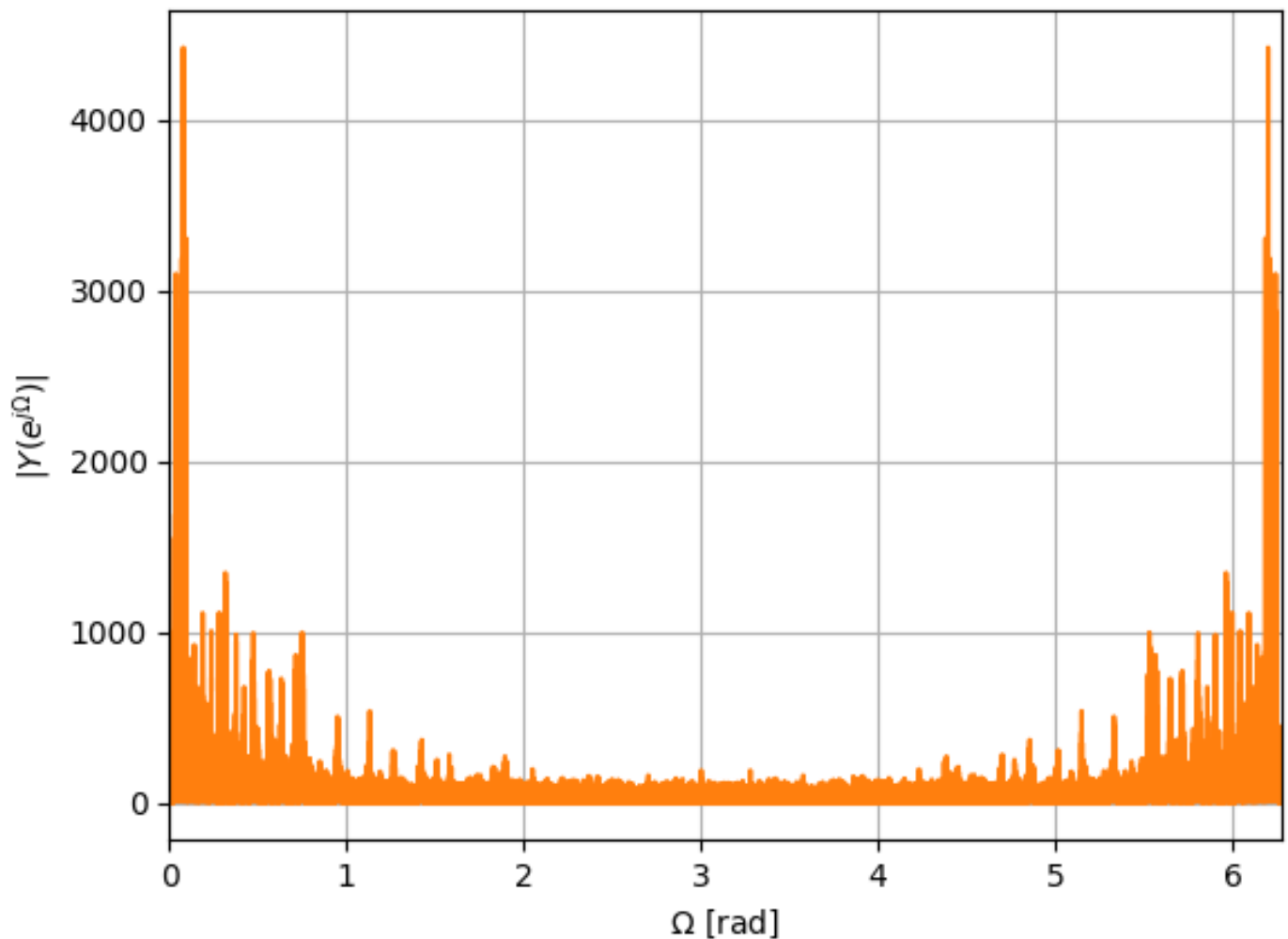


Figure 2: Espectro de frequências sub amostrados com  $M = 6$  do áudio original. A cada 6 amostras, apenas a primeira é copiada.

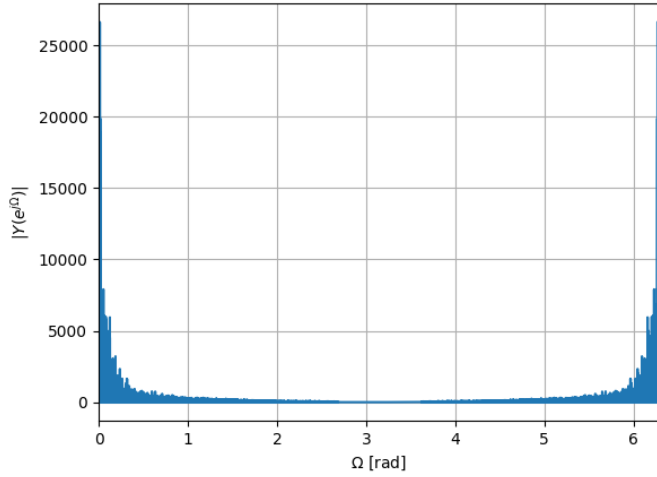
Também foi realizado essa compressão para diversos valores de  $M$ , como mostrado na figura 3 para identificar o comportamento para valores diferentes de  $M$ .

Os trechos foram então ouvidos para mostrar como esses sons ficaram para o ouvido humano. Não é possível mostrar como eles ficaram nesse PDF, por isso é necessário a visualização do notebook entregue junto a atividade ou através do repositório no github <https://github.com/salocinrevenge/sinais/>. O primeiro áudio apresentado é o áudio original como forma de comparar com os demais. O segundo foi feito uma redução de  $M = 3$ , e o áudio ficou mais fraco e com uma certa dificuldade de ouvir a música, semelhante a caixas de som com baixa qualidade. Para o terceiro foi feita a redução de  $M = 6$  e uma diferença grande pode ser ouvida no som, sendo uma música bem desagradável e ruidosa. Por fim foi mostrada a redução com  $M = 12$ , um som completamente ruidoso e com o volume ainda menor. Ainda é possível verificar a presença da música ao fundo, mas claramente muito danificada. A diminuição do volume pode ser vista nos picos mais altos dos espectros da figura 3.

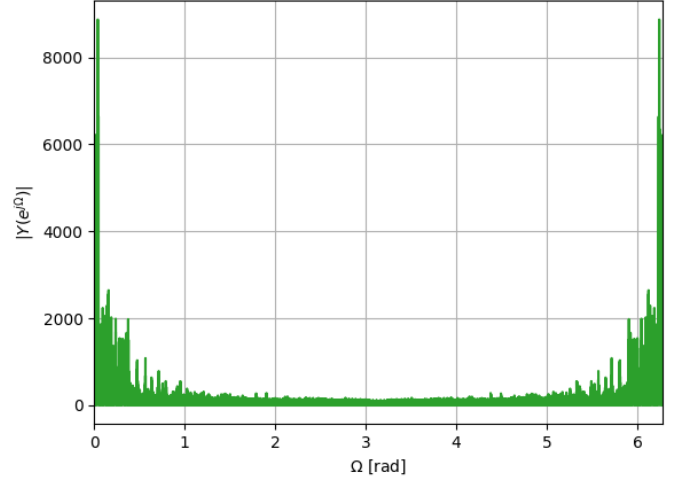
Observando os espectros, foi possível verificar que os picos ficam bem instáveis e a presença deles cresce em todo o espectro, tornando o som bem ruidoso. É possível verificar também que há uma sobreposição ao centro, com a parte positiva indo de encontro a parte negativa, o que evidencia o aliasing.

### 3 Janela de Kaiser

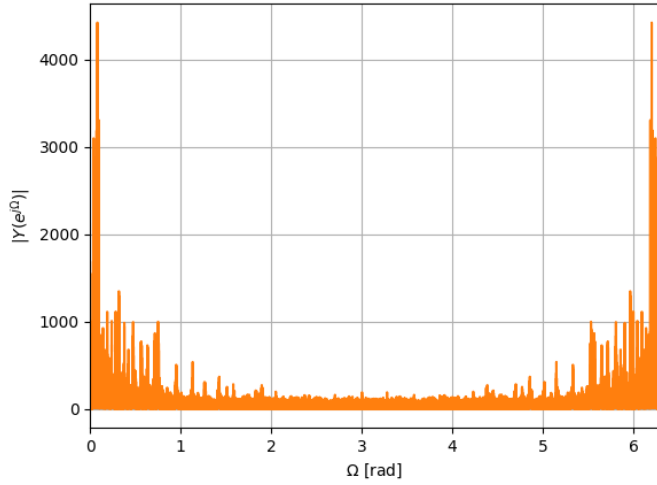
Para tentar reduzir o aliasing na subamostragem, será usado um filtro passa-baixas, construído através da janela de Kaiser. Para isso, foi passado a função Kaiser e o espectro dela foi plotado com 3 diferentes parâmetros no conjunto de



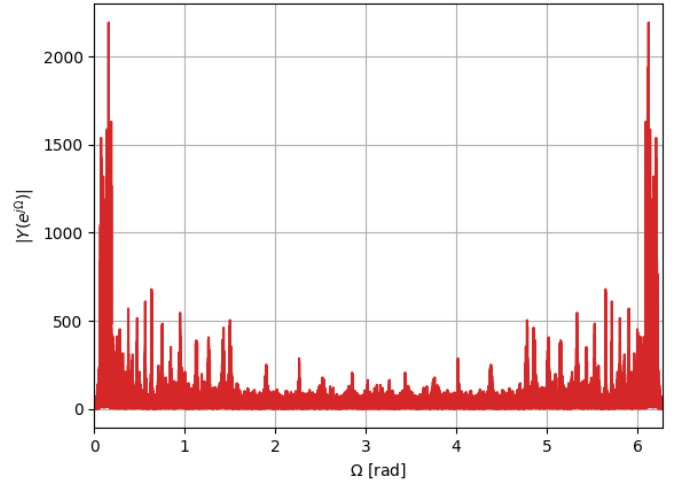
(a) Trecho original da música sem redução das amostras



(b) Trecho com redução das amostras por  $M = 3$ , ou seja, apenas  $\frac{1}{3}$  das amostras foi mantida.



(c) Trecho com redução das amostras por  $M = 6$ , ou seja, apenas  $\frac{1}{6}$  das amostras foi mantida.



(d) Trecho com redução das amostras por  $M = 12$ , ou seja, apenas  $\frac{1}{12}$  das amostras foi mantida.

Figure 3: Trechos da música com diferentes reduções de amostras.

figuras 4, vale lembrar novamente que os gráficos estão espelhados mostrando os valores negativos após o valor de  $x = \pi$ .

Como forma de entender melhor o funcionamento desse filtro, o valor da frequência de rejeição  $\omega_r$  foi mantido constante em 2, enquanto o valor da frequência de passagem  $\omega_p$  variou no seguinte vetor:  $[0.1, 0.4, 0.7, 1.1, 1.3, 1.6, 1.99]$ . Dessa forma é possível ver apenas a influencia do valor de  $\omega_p$ . Assim, foi produzido as imagens em 5. Nesses imagens é possível verificar que para  $\omega_p$  maiores, o gráfico leva mais tempo para começar a decair, e quanto mais próximo de  $\omega_r$ , mais abrupta é a decida.

Em seguida, foi realizado o oposto: o valor da frequência de rejeição  $\omega_r$  variou nos seguintes valores:  $[0.11, 0.4, 0.7, 1.1, 1.3, 1.6, 1.99]$ , enquanto o valor da frequência de passagem  $\omega_p$  ficou fixo em 0,1. Dessa forma é possível ver apenas a influência do valor de  $\omega_r$ . Assim, foi produzido as imagens em 6. Aqui foi possível verificar que o valor de  $\omega_r$  define onde a decida se encerra. Dessa forma, valores menores fazem com que a diferença entre os parâmetros seja pequena e a descida seja abrupta, enquanto para valores de  $\omega_r$  maiores, a curva fica mais suave.

Por fim, ambos os valores foram variados de forma a manter constante a diferença entre eles: o valor da frequência de rejeição  $\omega_r$  variou nos seguintes valores:  $[0.11, 0.21, 0.41, 0.81, 1.61, 2.1, 3.1]$ , enquanto o valor da frequência de passagem  $\omega_p$  variou nos valores  $[0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 1.6, 2, 3]$ . Dessa forma é possível ver a influência das diferenças entre os parâmetros. Assim, foi produzido as imagens em 7.

Aplicando a janela de Kaiser para a frequência de passagem 0.45 e de rejeição 0.5 e para a frequência de passagem 1.6 e de rejeição 1.61 na figura 8

Após a aplicação da janela de Kaiser, foi realizado a redução de amostras  $M = 6$  e o resultado foi mostrado na figura 9.

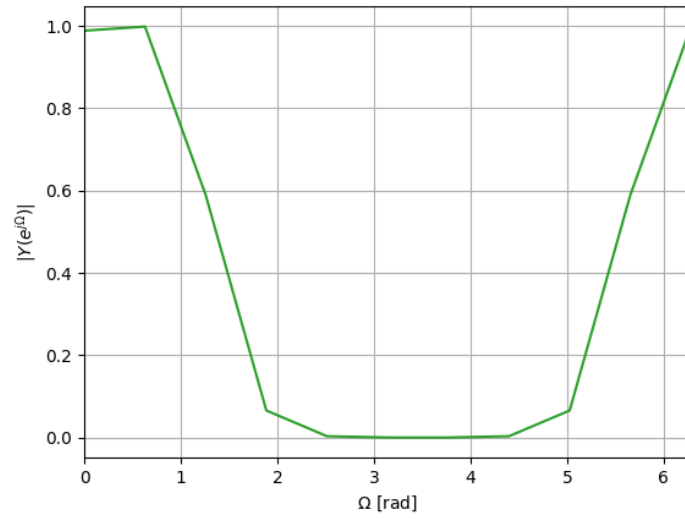
O resultado foi um áudio levemente menos danificado que o áudio original sem filtragem. Ainda assim, a remoção de amostras danificou de forma considerável o resultado.

## 4 Eletroencefalograma

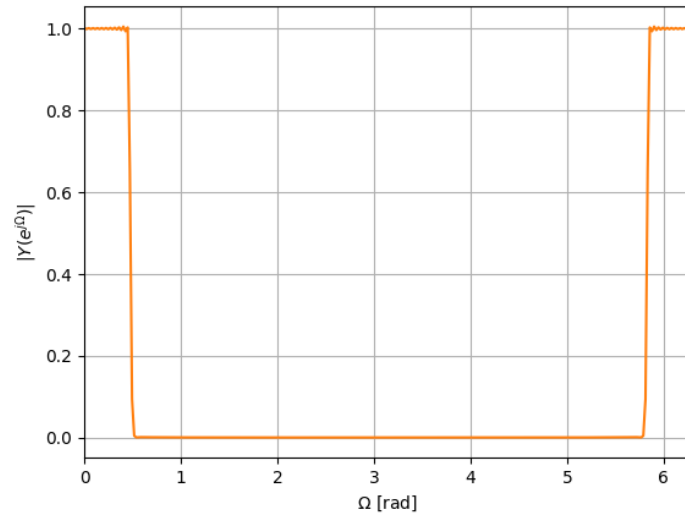
Para encontrar a frequência de sinais observados pelo indivíduo, é possível realizar uma transformada de fourier 10 e observar os picos mais proeminentes.

A partir das expressões e da análise do gráfico, foi possível encontrar o pico da direita 2849.5389415778436 localizado na frequência angular 6.0233 e o pico da esquerda 2849.538941577843, um pico menor por conta de aproximações nas expressões, localizado na frequência angular 0.2641. A posição  $k$  desse pico é 63. Como há 1500 amostras, essa posição equivale a 4,2% do total. Como a amostragem foi feita com uma frequência de 250 amostras por segundo, temos que  $250 \cdot 0.042 = 10.5$  como descrito na expressão 4. Portanto, o sinal observado possui frequência  $10,5Hz$

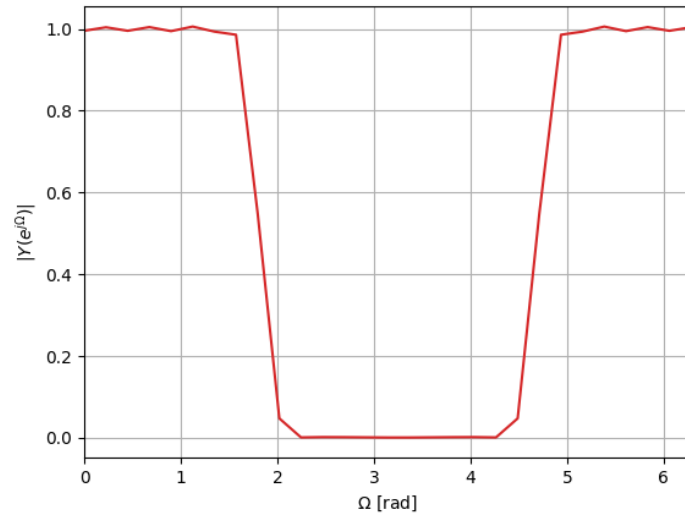
$$\frac{f_s \cdot k}{N} \implies \frac{250 \cdot 63}{1500} = 10.5$$



(a) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.45 e frequência de rejeição 2

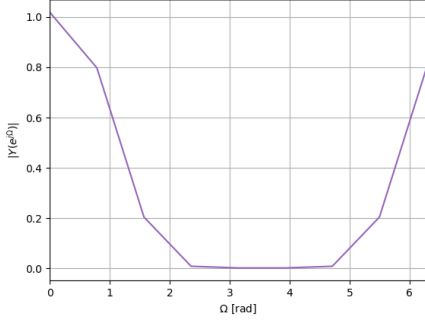


(b) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.45 e frequência de rejeição 0.5

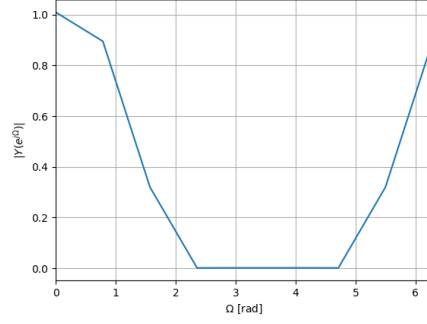


(c) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.5 e frequência de rejeição 2

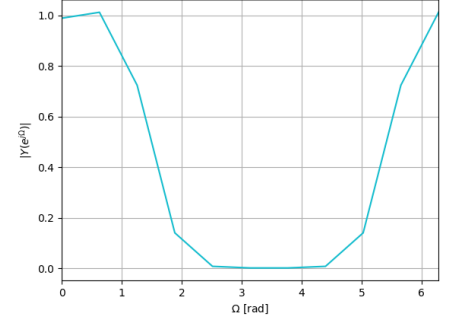
Figure 4: Três conjuntos de frequências para verificar a capacidade do filtro janela de Kaiser.



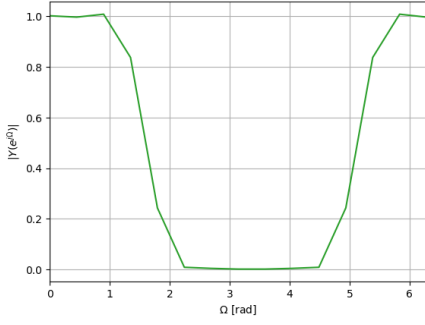
(a) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 2



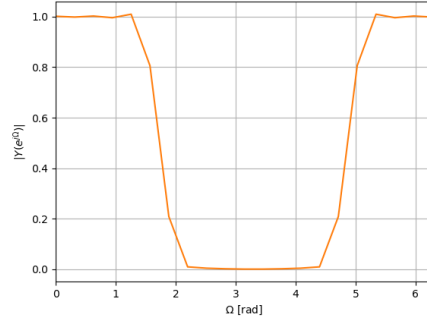
(b) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.4 e frequência de rejeição 2



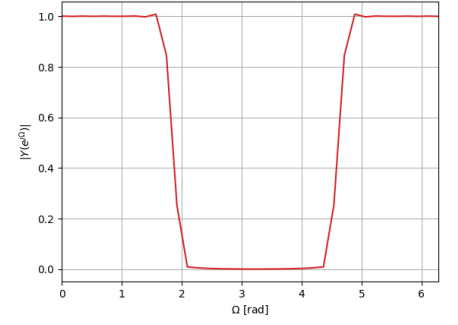
(c) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.7 e frequência de rejeição 2



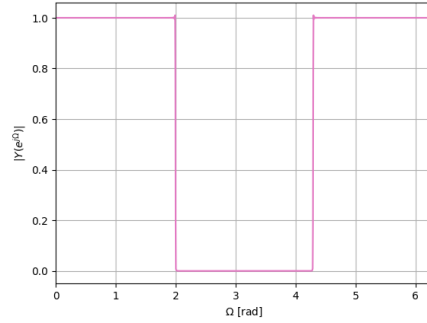
(d) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 1 e frequência de rejeição 2



(e) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.3 e frequência de rejeição 2

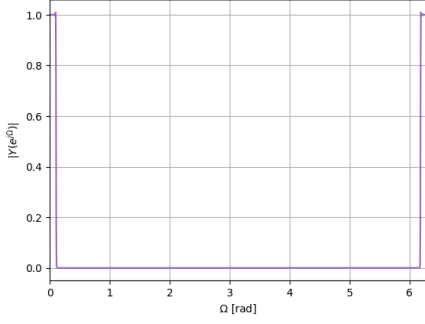


(f) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.6 e frequência de rejeição 2

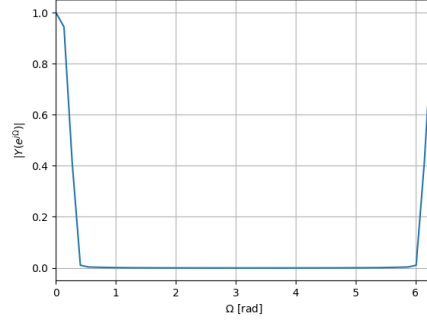


(g) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.99 e frequência de rejeição 2

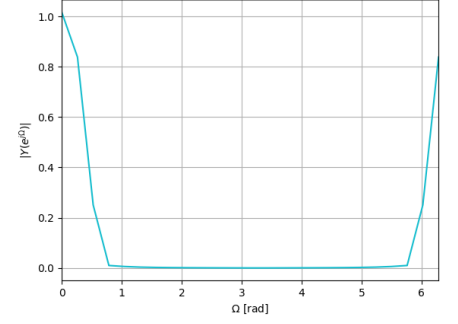
Figure 5: Teste variando apenas  $\omega_p$  e mantendo  $\omega_r$  fixo.



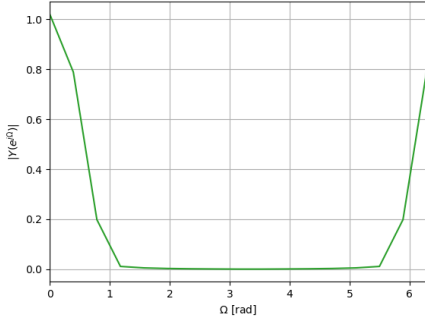
(a) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 0.11



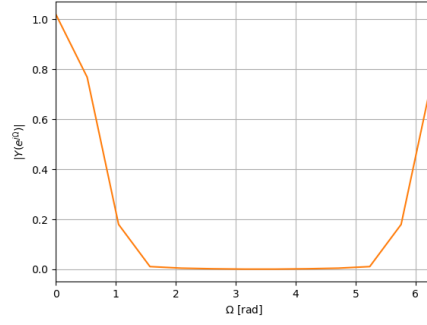
(b) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 0.4



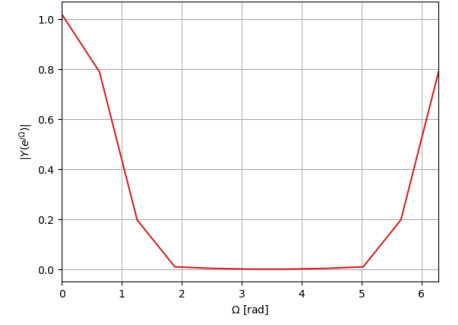
(c) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 0.7



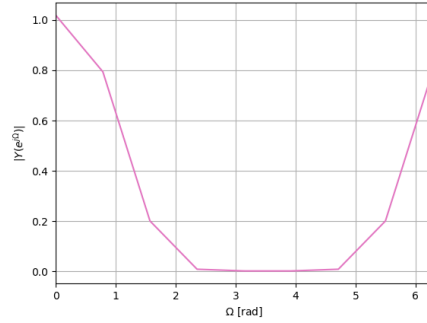
(d) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 1



(e) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 1.3

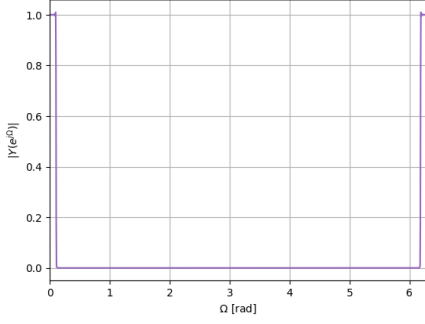


(f) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 1.6

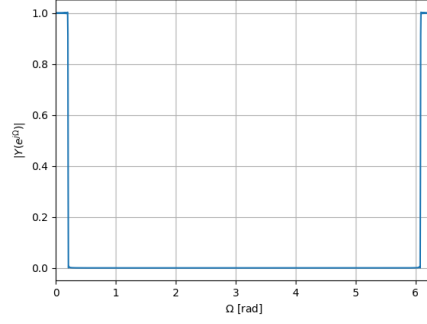


(g) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 1.99

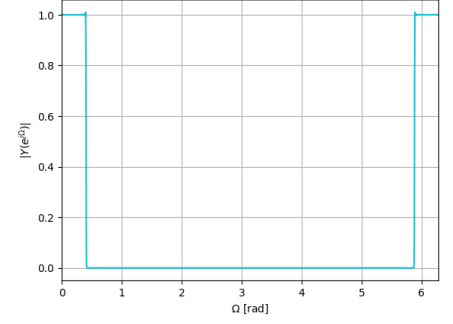
Figure 6: Teste variando apenas  $\omega_r$  e mantendo  $\omega_p$  fixo.



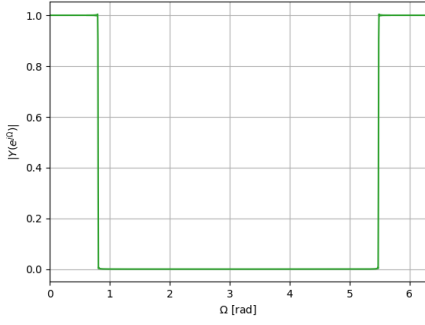
(a) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.1 e frequência de rejeição 0.11



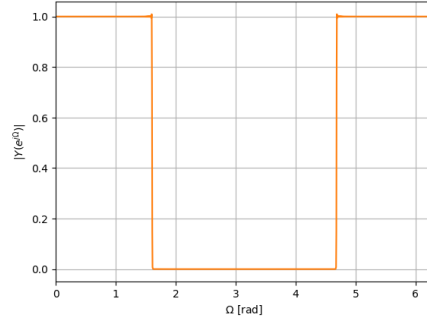
(b) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.2 e frequência de rejeição 0.21



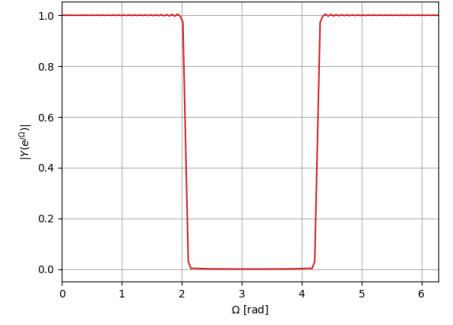
(c) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.4 e frequência de rejeição 0.41



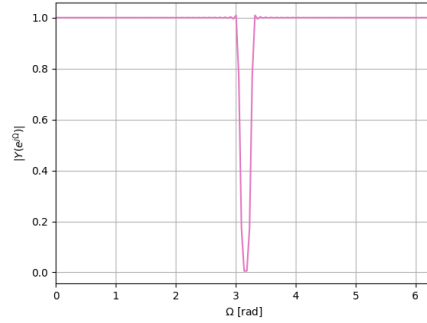
(d) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.8 e frequência de rejeição 0.81



(e) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.6 e frequência de rejeição 1.61



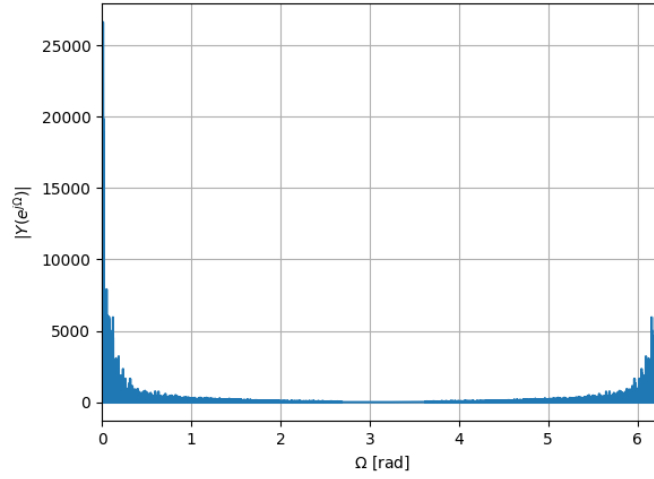
(f) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 2 e frequência de rejeição 2.1



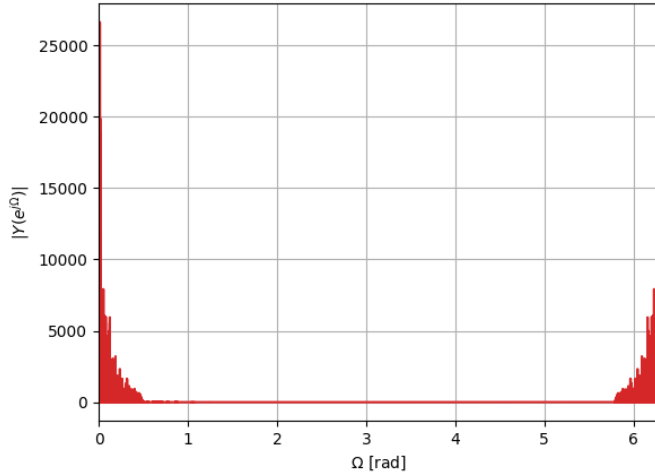
(g) Filtro da janela de Kaiser com frequência de passagem de 3 e frequência de rejeição 3.1

Figure 7: Teste variando  $\omega_p$  e  $\omega_r$ , mas mantendo a diferença entre eles em 0,01.

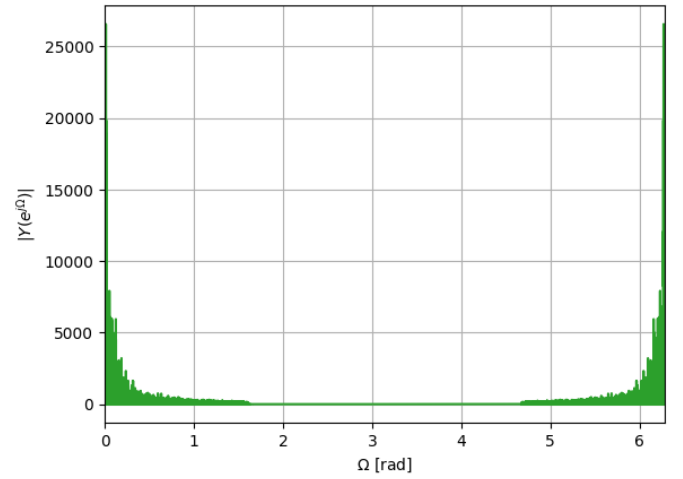




(a) Frequência original do áudio

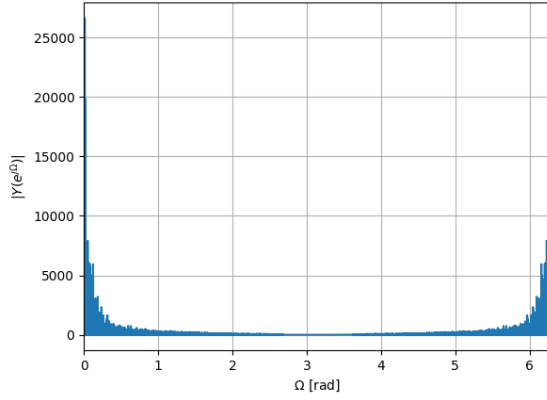


(b) Frequência do áudio filtrado pela janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.45 e frequência de rejeição 0.5. Essa filtragem destrói amostras de altas frequências, alterando de forma significativa o áudio, mas mantendo as suas principais características.

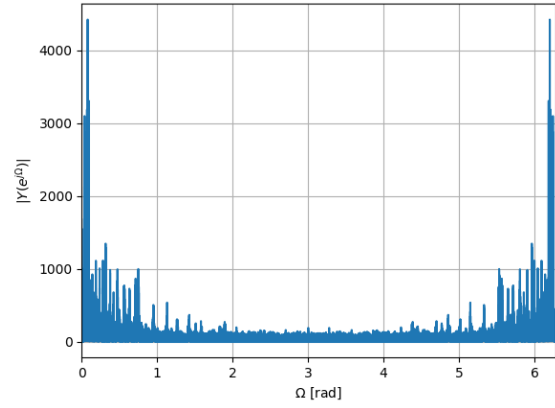


(c) Frequência do áudio filtrado pela janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.6 e frequência de rejeição 1.61. Essa filtragem não apresenta perda de informação significativa no áudio original.

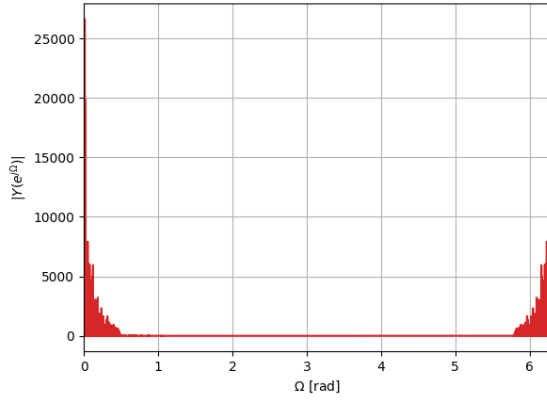
Figure 8: Filtragem do áudio original com dois conjuntos de valores diferentes para a janela de Kaiser.



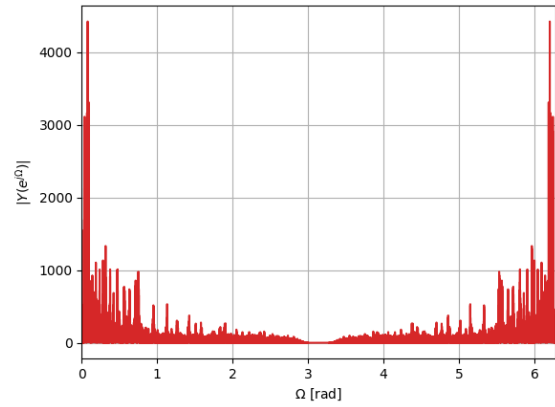
(a) Frequência original do áudio



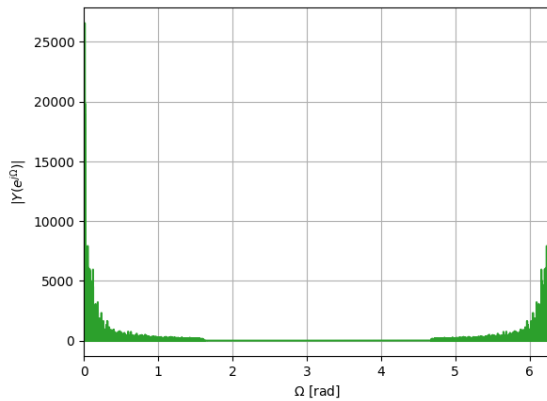
(b) Frequência do áudio com redução de amostras com  $M=6$ . Há muita perda de informação e aliasing.



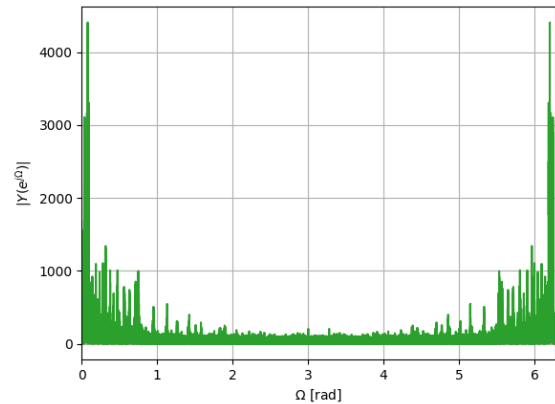
(c) Frequência do áudio filtrado pela janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.45 e frequência de rejeição 0.5.



(d) Frequência do áudio filtrado pela janela de Kaiser com frequência de passagem de 0.45 e frequência de rejeição 0.5 e sofrendo redução de amostras para  $M = 6$ . É possível perceber que o aliasing foi evitado pela ausência de sobreposição próximo a  $\pi$ . Isso fez com que o áudio não sofresse distorções em certos fonemas com frequências altas, mas ainda abafou muito o áudio.



(e) Frequência do áudio filtrado pela janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.6 e frequência de rejeição 1.61



(f) Frequência do áudio filtrado pela janela de Kaiser com frequência de passagem de 1.6 e frequência de rejeição 1.61 e sofrendo redução de amostras por  $M = 6$ . O filtro não evitou aliasing tendo fonemas de altas frequências distorcidos e o som continuou abafado.

Figure 9: Resultados da redução de amostras  $M = 6$  após a filtragem.

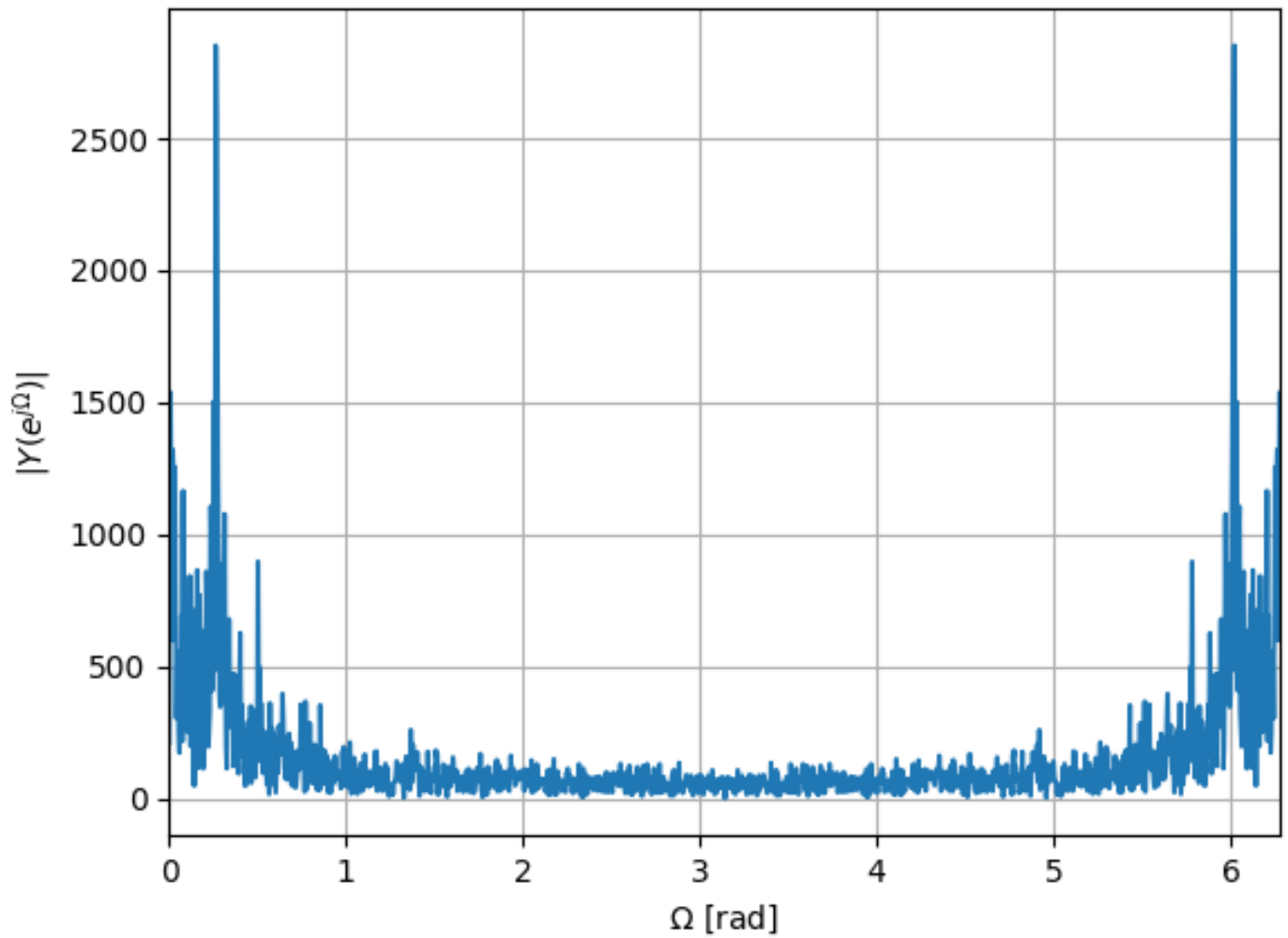


Figure 10: Espectrograma do eletroencefalograma em radianos. É possível ver dois picos, uma vez que a transformada é definida de 0 a  $\pi$  e de  $\pi$  a  $2\pi$  é mostrado a parte negativa da transformada, uma vez que o sinal é real. Dessa forma, o pico desejado é o mais a esquerda.