Aéro 1 — Ma 123 — Analyse numérique (2020-2021)
TP 4

1 Programmation des méthodes

Question 1

Programmer une fonction `Dichotomie(f,a0,b0,epsilon)` qui calcule et affiche les termes des suites (a_n) et (b_n) construites par la méthode de dichotomie à partir de a_0 et b_0.

Le calcul s'arrêtera lorsque $|b_n - a_n| \leq \epsilon$.

Le programme affichera aussi le nombre d'itérations calculées.

Utiliser cette fonction pour résoudre quelques unes des équations des TP2 et TP3 (on sélectionnera au moins 3 équations).

Question 2

Programmer une fonction `Secante(f,x0,x1,epsilon,Nitermax)` qui calcule et affiche les termes de la suite (x_n) construite par la méthode de la sécante à partir de x_0 et x_1.

Le calcul s'arrêtera lorsque $|x_n - x_{n-1}| \leq \epsilon$, ou lorsque le nombre d'itérations maximum est atteint.

Le programme affichera aussi le nombre d'itérations calculées et la valeur de $|x_n - x_{n-1}|$.

Utiliser cette fonction pour résoudre quelques unes des équations des TP2 et TP3 (on sélectionnera au moins 3 équations).

2 Comparaison des méthodes

On voudrait comparer les quatre méthodes étudiées pour la résolution d'une même équation avec des conditions similaires. On veut étudier la vitesse de convergence, en représentant graphiquement l'évolution des erreurs commises à chaque itération, c'est-à-dire les valeurs de $e_n = |x_n - \alpha|$ successives, où α est la solution calculée de l'équation.

Question 1

Reprendre les fonctions écrites pour les quatre méthodes pour que soient stockées dans des listes Python : liste des n, liste des x_n, liste des e_n. Ces trois listes seront rendues par les fonctions. [Remarque : dans le cas de la dichotomie, on prendra a_n pour x_n].

Question 2

On considère l'équation $2x = 1 + \sin x$ dont on sait qu'elle a une solution qu'on notera α dans l'intervalle $[0, 1]$.

On peut résoudre l'équation avec les quatre méthodes dans les conditions suivantes :

1. Méthode du point fixe : on considère $g(x) = \dfrac{1 + \sin x}{2}$ et on pose $x_0 = 0$.
2. Méthode de dichotomie : on considère $f(x) = 2x - (1 + \sin x)$ et on pose $a_0 = 0$, $b_0 = 1$.
3. Méthode de Newton : avec le même f, on considère $x_0 = 0$.
4. Méthode de la sécante : avec le même f, on considère $x_0 = 0$ et $x_1 = 1$.

Représenter graphiquement l'évolution des erreurs $e_n = |x_n - \alpha|$ pour les différentes méthodes pour résoudre cette situation. (Pour la méthode de dichotomie, on utilisera $|a_n - \alpha|$).

On utilisera une échelle logarithmique en ordonnées. (Pour ce faire, on pourra utiliser la fonction `semilogy` de `matplotlib.pyplot`).

Question 3

Faire la même comparaison avec quelques équations de votre choix, que l'on pourra sélectionner parmi les équations proposées dans les TP précédents, ou d'autres.