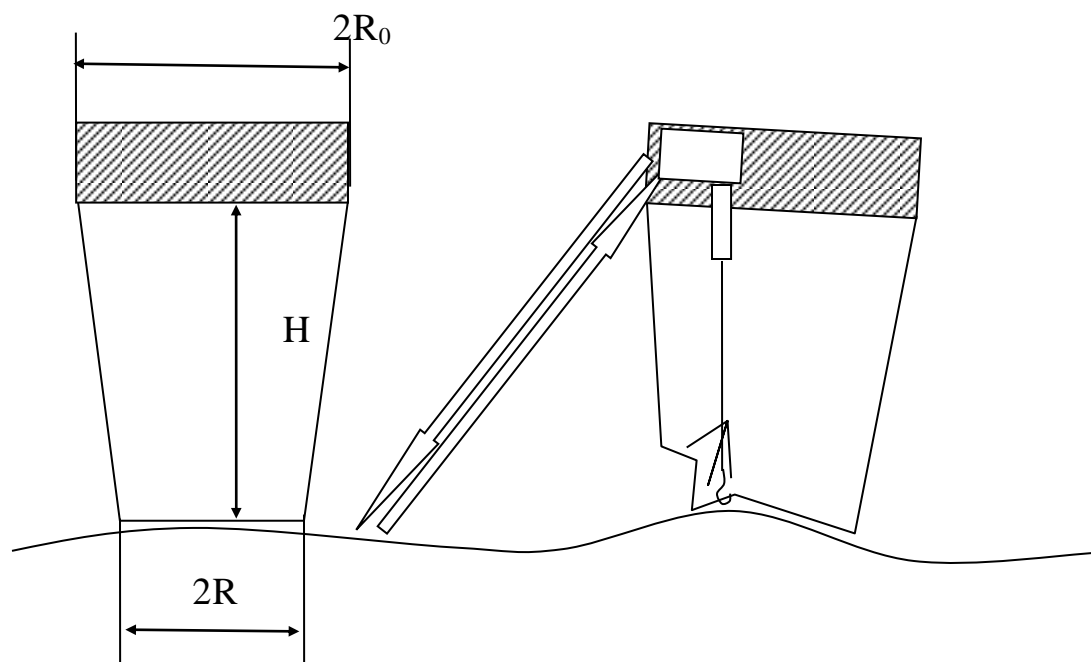


**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОСТАНОВОК
ПОДРОБНЫХ 3D МОДЕЛЕЙ ЮБКИ ДЛЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ
ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ОПТИМИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ПО
ПОВЕРХНОСТЯМ С НЕРОВНОСТЯМИ, РАСЧЕТА
ЭФФЕКТИВНОГО ЗАЗОРА «ГРУНТ-ОГРАЖДЕНИЕ», ПОДЛОМА,
ЗАТЯГИВАНИЯ И ПОВРЕЖДЕНИЯ ГИБКОГО ОГРАЖДЕНИЯ**



Многие проблемы в построении судов на воздушной подушке связаны с нелинейными свойствами гибкого ограждения. Для схемы Бертена известных данных о поведении конусообразных ограждений недостаточно для создания качественно новых конструктивных схем.

В частности, указанные ограждения не всегда удовлетворительно ведут себя на волнах и при движении по поверхностям с неровностями рельефом (возможны подлом, затягивание и повреждение гибкого ограждения).

Эффективным решением здесь может явиться адаптивное автоматическое управление формой и размерами конусообразных ограждений путем применения сервоприводов с учётом набегающего

рельефа с помощью дальномеров: по данным о приближении препятствия с учётом динамики аппарата, гибкого ограждения и сервоприводов вычисляются управляющие команды на двигатели исполнительного устройства, которое вовремя меняет геометрию гибкого ограждения из условия максимально возможного сохранения малого зазора между краем гибкого ограждения и подстилающей поверхностью. Такие ранее недоступные системы становятся возможными в связи с прогрессом в вычислительной технике и робототехнике.

Для ускорения и удешевления разработки таких систем управления, как и для проверки других технических решений, целесообразно применение математического моделирования динамики гибкого ограждения при движении по рельефу, предпочтительно в составе комплексной модели аппарата в целом.

Для подготовки к решению указанных проблем проводится разработка математических постановок подробных 3D моделей юбки гибкого ограждения.

Пусть имеется поверхность, например, усеченный суженный конус с верхним основанием радиуса R_0 , нижним основанием радиуса R_1 и высотой H . Внутри конуса нагнетается давление $P_{int} = P_{int}(t)$. Конус движется вдоль ландшафта, заданного функцией $S = S(r)$. Если конус касается ландшафта, то на него действует сила трения, препятствующая движению. Конус сделан из мнущегося практически нерастяжимого материала. Внешнее давление – P_0 .

Выделим точку M на поверхности. Окружим ее элементарной площадью $d\sigma$. Направим из точки M внешний нормальный единичный вектор \vec{n}_0 . На эту площадку действуют следующие силы:

1. Сила давления $d\vec{F}_P$
2. Сила трения $d\vec{F}_{Tr}$

3. Сила тяжести $d\vec{F}_g$
4. Сила сопротивления изгибу $d\vec{F}_t$
5. Силы растяжения-сжатия $d\vec{F}_s$

Сила тяжести

$$d\vec{F}_g = \rho h d\sigma$$

здесь ρ – плотность материала (например, для резины $\rho \approx 1.3 \cdot 10^3$ кг/м³), $h \approx 10^{-2}$ м – толщина, $d\sigma$ естественно выбрать равной площади ячейки Дирихле для данного узла, в данном случае равной

$$d\sigma = (\Delta z_{10} + \Delta z_{20}) (\Delta y_{10} + \Delta y_{20})/4,$$

где $\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta z_1, \Delta z_2$ – длины «горизонтальных» и «вертикальных» рёбер, связывающих данный расчётный узел с противоположными соседними.

Характерные для гибких ограждений судов на воздушной подушке оболочки практически нерастяжимы, т.е. модуль растяжения можно считать практически бесконечным. Однако для вычислений удобно ввести модельный эффективный конечный модуль упругости и соответствующую силу упругости $d\vec{F}_y$, действующую в направлении рёбер-соседей, причём каждая её составляющая, соответствующая данному ребру, пропорциональна растяжению этого ребра.

Подобные приёмы часто используются в вычислительной математике: например, в практически несжимаемой жидкости задают нефизичную эффективную небольшую сжимаемость, при решении стационарных задач рассчитывают динамику переходного процесса до установления стационара с

эффективной инерционностью среды, и т.п. Тогда применимы более традиционные подходы вычислительной математики.

Значение эффективных параметров выбирают из компромисса между временем расчёта и точностью результатов.

Запишем уравнение

$$dm \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = d\mathbf{F}_p + d\mathbf{F}_{mp} + d\mathbf{F}_g + d\mathbf{F}_t + d\mathbf{F}_y$$

$$\rho d\sigma \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = (P_{int} - P_0) d\sigma \cdot \mathbf{n}^0 + \rho d\sigma \cdot \mathbf{g} + d\mathbf{F}_{mp} + d\mathbf{F}_t + d\mathbf{F}_y ,$$

где ρ – удельная масса (на единицу площади), \mathbf{x} – радиус-вектор точки поверхности конуса.

Если точка M не лежит на рельефе S , то $dF_{Tp} = 0$, иначе

$$d\mathbf{F}_{mp} = (P_{int} - P_0) d\sigma \cdot \boldsymbol{\tau}.$$

Сила сопротивления изгибу есть суперпозиция из двух сил

$$d\mathbf{F}_t = k_{hor} (\mathbf{T}_{hor,-}(\mathbf{x}) + \mathbf{T}_{hor,+}(\mathbf{x})) + k_{vert} (\mathbf{T}_{ver,-}(\mathbf{x}) + \mathbf{T}_{ver,+}(\mathbf{x}))$$

Здесь k – коэффициент, характеризующий жесткость окрестности данного узла (в частности, сопротивление изгибу), $\mathbf{T}(\mathbf{x})$ – крутящая сила (в зависимости от индексов действующая в горизонтальном и вертикальном направлениях, по и против часовой стрелки). Крутящая сила вычисляется через кривизну. Кривизна направлена к центру кривизны, определённого по положению трех соответствующих узлов шаблона, и равна по модулю обратному радиусу кривизны.

Для связи сил и изгибающих моментов рассмотрим брус, образованный, например, «вертикальными» ребрами, связывающими данный расчётный узел с противоположными соседними. Пусть к этим трём узлам приложены силы, параллельные прямой, проходящей через данный расчётный узел и центр кривизны в «вертикальном» направлении. Из баланса этих сил и моментов следует, что изгибающий момент в данной точке

$$M_{\text{vert}} = k_{\text{vert}} (C_{\text{vert}}(\mathbf{x})) \Delta z'_1 \Delta z'_2 / (\Delta z'_1 + \Delta z'_2),$$

здесь $\Delta z'_1, \Delta z'_2$ – плечи сил у соседних узлов относительно данного узла. С другой стороны, известно (см., например, [Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1974. – 560 с.]), что момент при изгибе бруса связан с кривизной как

$$(C_{\text{vert}}(\mathbf{x})) = M_{\text{vert}} / (E J),$$

где E – модуль Юнга, например, для резины $E \approx 10^7$ Па; J – момент инерции сечения в соответствующем направлении. Для плоского сечения

$$J = bh^3/12,$$

где h – толщина гибкой оболочки, например, порядка 10^{-2} м; b – ширина «бруса», в данном случае можно считать, что

$$b = (\Delta y_1 + \Delta y_2)/2,$$

где $\Delta y_1, \Delta y_2$ – длины «горизонтальных» рёбер, связывающих данный расчётный узел с противоположными соседними. Из вышеприведённых формул следует

$$k_{\text{vert}} = E (\Delta y_1 + \Delta y_2)/2 (h^3/12) (\Delta z'_1 + \Delta z'_2) / (\Delta z'_1 \Delta z'_2).$$

Аналогично определяется k_{hor} . Анизотропию материала гибкой оболочки (например, при направленном локальном армировании) можно учесть путём введения различных локальных E и/или J в различных направлениях.

Граничные условия сверху задаются для конуса положением центра нагнетателя (он же центр основания конуса, нагнетатель считаем плоским) и

ориентацией (3 числа, например, углы Эйлера). Поскольку конус жестко закреплен с нагнетателем, то положение верхнего основания относительно центра нагнетателя постоянно (ГУ Дирихле). Граничные условия снизу обусловлены отсутствием нормальной к границе составляющей силы изгиба (ГУ Неймана). Также следует отметить, если расчетная поверхность 'проникает' сквозь рельеф, то та часть поверхности, которая 'проникла', просто 'кладется' на рельеф. При этом начинает действовать сила трения.

В работе предполагается использовать 3 системы координат:

1. Декартова ДСК 1 – для определения рельефа
2. Цилиндрическая ЦСК – для определения недеформированного состояния конуса.
3. Декартова ДСК 2 - на каждом временном шаге центр координат будет совпадать с центром нагнетателя, ось z направлена вдоль оси нагнетателя вверх и в общем случае может отклоняться от вертикальной оси в ДСК 1. Понадобится матрица преобразования между координатами (смещение и вращение).