Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

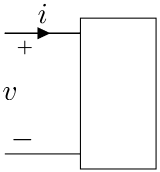
Tema 8: Potencia en alterna

Contenidos

- Potencia instantánea y media
- Potencia activa y reactiva
- Potencia compleja y aparente
- Factor de potencia
- Teorema de Boucherot
- Corrección del factor de potencia
- Medida de potencia
- Teorema de la máxima transferencia de potencia

Potencia instantánea

Calculamos la potencia instantánea $p(t)$ considerando criterio consumidor



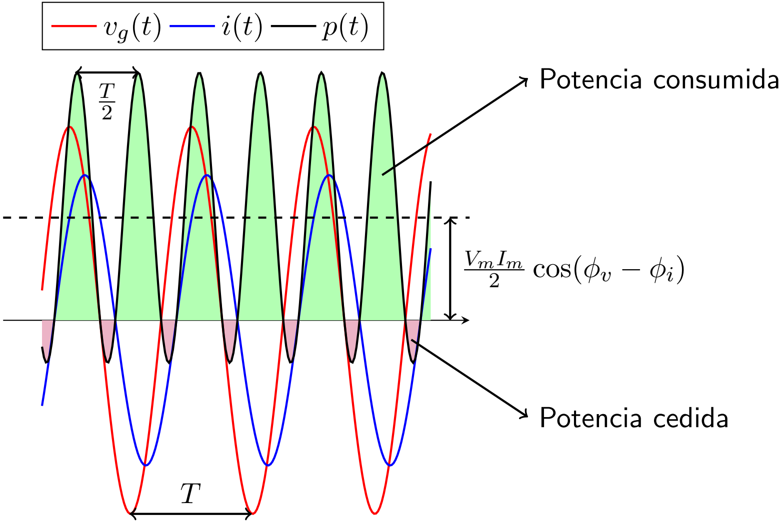
$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$$
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$$

La potencia instantánea es el producto de tensión e intensidad

$$\begin{aligned}
p(t) &= v(t)i(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v) I_m \cos(\omega t + \phi_i) \\
&= \left[\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b) + \cos(a-b)\right)\right] = \\
&= \underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i)}_{\text{Término sinusoidal}} + \underbrace{\frac{V_m I_m}{2}\cos(\phi_v - \phi_i)}_{\text{Término constante}}
\end{aligned}$$

Potencia instantánea

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \phi_v - \phi_i) + \frac{V_m I_m}{2}\cos(\phi_v - \phi_i)$$

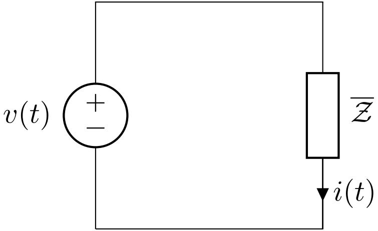


Potencia instantánea

- La potencia instantánea es la suma de una constante (potencia media) más una función sinusoidal (potencia fluctuante)
- La potencia instantánea tiene el doble de frecuencia que la señal tensión e intensidad
- La potencia instantánea puede ser consumida o generada para un mismo elemento dependiendo del instante temporal

Potencia instantánea

Determina la expresión de la potencia instantánea consumida por la impedancia $\overline{\mathcal{Z}} = 2\underline{/30^\circ}$ [Ω] para $v(t) = 4\sqrt{2}\cos(wt + 60)$ [V]



$\overline{\mathcal{V}} = 4\underline{/60^\circ}$ [V] $\qquad \overline{\mathcal{I}} = \frac{\overline{\mathcal{V}}}{\overline{\mathcal{Z}}} = \frac{4\underline{/60^\circ}}{2\underline{/30^\circ}} = 2\underline{/30^\circ}$ [A]

$i(t) = 2\sqrt{2}\cos(wt + 30)$ [A]

$$p(t) = v(t)i(t) = 4\sqrt{2}\cos(wt + 60)2\sqrt{2}\cos(wt + 30) =$$

$$= 16\frac{1}{2}(\cos(2wt + 90) + \cos(30)) = 6{,}92 + 8\cos(2wt + 90) \text{ [W]}$$

Potencia media

La potencia media se define como el valor medio de la potencia instantánea en un periodo

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt$$

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \phi_v + \phi_i) + \frac{V_m I_m}{2}\cos(\phi_v - \phi_i)dt$$

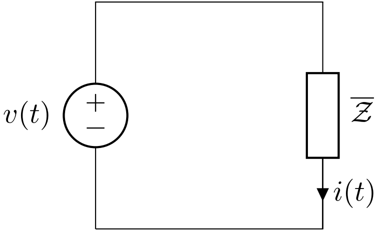
$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\phi_v - \phi_i) = \frac{V\sqrt{2}I\sqrt{2}}{2}\cos(\phi_v - \phi_i) = VI\cos(\phi_v - \phi_i)$$

La potencia media (también denominada potencia activa) puede ser transformada en trabajo útil (energía mecánica, lumínica, térmica, química, etc.)

¿Cuánto vale la potencia media consumida por una bobina? ¿Y por un condensador?

Potencia media

Determina la potencia media consumida por la impedancia $\overline{\mathcal{Z}} = 2\underline{/30^\circ}$ [Ω] para $v(t) = 4\sqrt{2}\cos(wt + 60)$ [V]



$$i(t) = 2\sqrt{2}\cos(wt + 30) \text{ [A]}$$

$$p(t) = 6{,}92 + 8\cos(2wt + 90) \text{ [W]}$$

$$P = 6{,}92 \text{ [W]}$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos(\phi_v - \phi_i) = \frac{4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}}{2}\cos(30) = 6{,}92 \text{ [W]}$$

Potencia aparente y factor de potencia

La potencia aparente (S) se define como el producto de la tensión e intensidad eficaces y se mide en voltiamperios [VA]

$$S = VI$$

La potencia media/activa se puede calcular como

$$P = S\cos(\phi_v - \phi_i) = S\cos\phi$$

El factor de potencia es la relación entre potencia activa y aparente

$$\cos\phi = \frac{P}{S}$$

El factor de potencia da una medida de la capacidad de una carga de absorber potencia activa y transformarla en trabajo útil

¿Cuánto vale el factor de potencia de una resistencia? ¿Y de una bobina? ¿Y de un condensador?

Potencia compleja y potencia reactiva

La potencia compleja no es un fasor y se define como

$$\overline{\mathcal{S}} = \overline{\mathcal{V}}\overline{\mathcal{I}}^*$$

Usando $\overline{\mathcal{V}} = V\underline{/\phi_v}$ y $\overline{\mathcal{I}} = I\underline{/\phi_i}$

$$\overline{\mathcal{S}} = V\underline{/\phi_v} I\underline{/-\phi_i} = VI\underline{/\phi_v - \phi_i} = \underbrace{VI\cos(\phi_v - \phi_i)}_{P} + j\underbrace{VI\sin(\phi_v - \phi_i)}_{Q}$$

$$\overline{\mathcal{S}} = P + jQ$$

La reactiva se mide en voltiamperios reactivos [VAr] y se define como

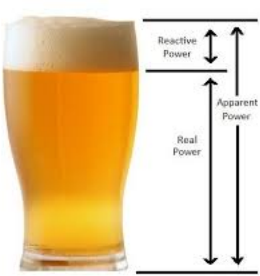
$$Q = VI\sin\phi$$

La potencia reactiva no sirve para realizar un trabajo útil.

¿Cuánto vale la potencia reactiva de una resistencia? ¿Y de una bobina? ¿Y de un condensador?

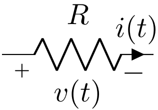
Potencia activa y reactiva

- La potencia activa es igual a la potencia media, que es la potencia útil para realizar un trabajo (energía calorífica, mecánica, etc.)
- La potencia reactiva es una potencia flutuante que no es capaz de realizar un trabajo útil
- La potencia reactiva es necesaria para crear campos magnéticos en bobinas y campos eléctricos en condensadores. Los campos eléctricos de las bobinas son fundamentales para el funcionamiento de máquinas eléctricas



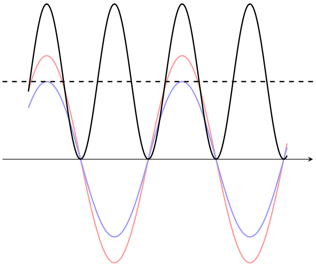
Potencia activa y reactiva (cont)

- Resistencia



$$v(t) = 2\cos 6t$$
$$i(t) = 1{,}5\cos 6t$$

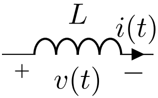
$$P = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\cos(0-0) = 1{,}5 \text{ [W]} \qquad Q = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\sin(0-0) = 0 \text{ [var]}$$



Una resistencia no consume ni cede potencia reactiva

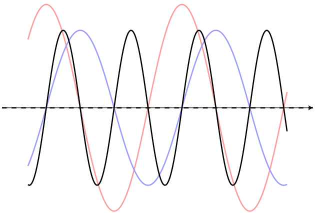
Potencia activa y reactiva (cont)

- Bobina



$$v(t) = 2\cos 6t$$
$$i(t) = 1{,}5\cos(6t - 90^\circ)$$

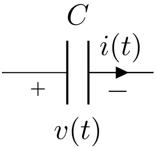
$$P = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\cos(0+90) = 0 \text{ [W]} \qquad Q = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\sin(0+90) = 1{,}5 \text{ [var]}$$



Una bobina no consume potencia activa pero sí consume potencia reactiva

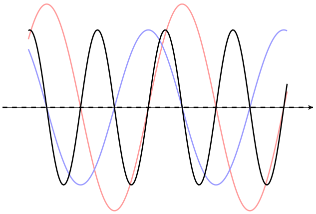
Potencia activa y reactiva (cont)

- Condensador



$$v(t) = 2\cos 6t$$
$$i(t) = 1{,}5\cos(6t + 90^\circ)$$

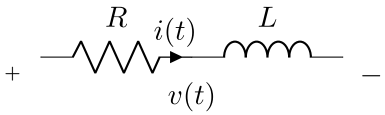
$$P = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\cos(0 - 90) = 0 \ \text{[W]} \qquad Q = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\sin(0 - 90) = -1{,}5 \ \text{[var]}$$



Un condensador no consume potencia activa y cede potencia reactiva

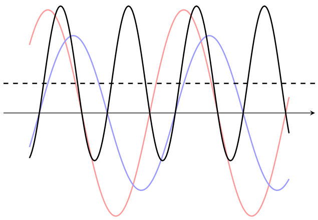
Potencia activa y reactiva (cont)

- Bobina y resistencia



$$v(t) = 2\cos 6t$$
$$i(t) = 1{,}5\cos(6t - 67{,}5^\circ)$$

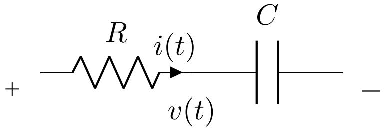
$$P = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\cos(0{+}67{,}5) = 0{,}57 \text{ [W]} \quad Q = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\sin(0{+}67{,}5) = 1{,}38 \text{ [var]}$$



Una bobina y una resistencia consume potencia activa y reactiva

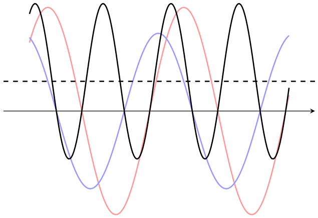
Potencia activa y reactiva (cont)

- Condensador y resistencia



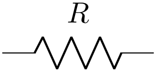
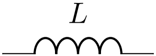
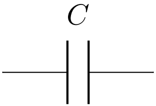
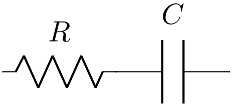
$$v(t) = 2\cos 6t$$
$$i(t) = 1{,}5\cos(6t + 67{,}5^\circ)$$

$$P = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\cos(0-67{,}5) = 0{,}57 \text{ [W]} \quad Q = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1{,}5}{\sqrt{2}}\sin(0-67{,}5) = -1{,}38 \text{ [var]}$$

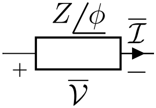


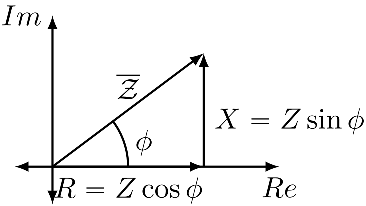
Un condensador y una resistencia consume potencia activa y cede reactiva

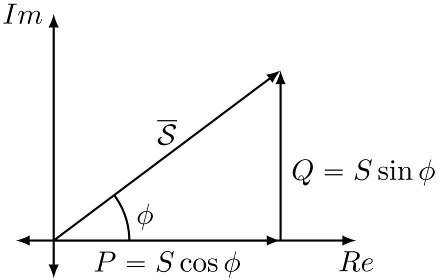
Potencia activa y reactiva (cont)

	$\phi = 0^\circ$	$P > 0$	$Q = 0$
	$\phi = 90^\circ$	$P = 0$	$Q > 0$
	$\phi = -90^\circ$	$P = 0$	$Q < 0$
	$0^\circ < \phi < 90^\circ$	$P > 0$	$Q > 0$
	$-90^\circ < \phi < 0^\circ$	$P > 0$	$Q < 0$

Triángulos de impedancia y potencia







$$\overline{\mathcal{Z}} = R + jX$$

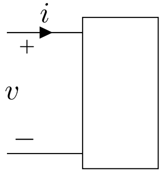
$$\overline{\mathcal{S}} = P + jQ$$

Potencia activa y reactiva (cont)

- Supongamos que tenemos dos remeros, uno de los remeros representa a la tensión, y otro a la intensidad.
- Si ambos reman perfectamente sincronizados, la canoa avanzará rápidamente en línea recta (potencia reactiva nula).
- Si ambos no reman sincronizadamente, la canoa dará tumbos de lado a lado y avanzará más lentamente (potencia reactiva mayor que cero).
- La potencia reactiva no debe entenderse como una potencia tal cual, sino que indica el desfase entre tensión e intensidad.

Ejercicio 8-1

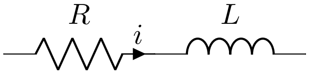
Rellena la tabla para distintos valores de señales de tensión e intensidad



$v(t)$ [V]	$i(t)$ [A]	P [W,con]	Q [var,con]
$10 \cdot \alpha \cos(100t)$	$\beta \cos(100t)$	a)	b)
$10 \cdot \gamma \cos(100t + 5 \cdot \delta^\circ)$	$\epsilon \cos(100t)$	c)	d)
$10 \cdot \eta \cos(100t - 5 \cdot \theta^\circ)$	$-\kappa \cos(100t)$	e)	f)
$10 \cdot \lambda \cos(100t)$	$\alpha \cos(100t + 5 \cdot \beta^\circ)$	g)	h)
$10 \cdot \gamma \cos(100t)$	$\delta \sin(100t - 5 \cdot \epsilon^\circ)$	i)	j)

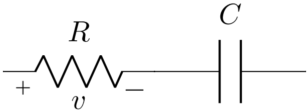
Ejercicio 8-2

Calcula la potencia activa y reactiva consumida por cada circuito



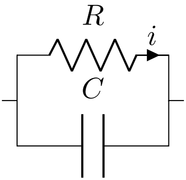
$i(t) = \alpha \cos(100 \cdot \beta t + 10 \cdot \gamma^\circ)$ [A]

a) P [W,con] b) Q [var,con]



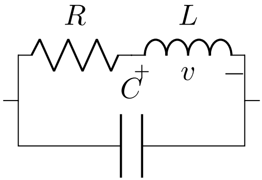
$v(t) = 10 \cdot \beta \cos(100 \cdot \alpha t + 10 \cdot \gamma^\circ)$ [V]

c) P [W,con] d) Q [var,con]



$i(t) = \beta \cos(100 \cdot \gamma t + 10 \cdot \alpha^\circ)$ [A]

e) P [W,con] f) Q [var,con]

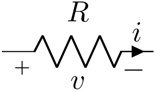


$v(t) = 10 \cdot \alpha \cos(100 \cdot \gamma t + 10 \cdot \beta^\circ)$ [V]

g) P [W,con] h) Q [var,con]

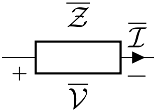
Datos: $R = \delta$ $[\Omega]$, $L = \lambda$ [mH], $C = 0{,}1 \cdot \eta$ [mF]

- Potencia en continua



$$P = Ri^2 = \frac{v^2}{R}$$

- Potencia en alterna



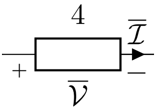
$$\overline{\mathcal{Z}} = R + jX = Z\angle\phi \quad \overline{\mathcal{V}} = V\angle 0 \quad \overline{\mathcal{V}} = \overline{\mathcal{Z}}\overline{\mathcal{I}} \quad \overline{\mathcal{I}} = \frac{\overline{\mathcal{V}}}{\overline{\mathcal{Z}}}$$

$$\overline{\mathcal{S}} = \overline{\mathcal{V}}\overline{\mathcal{I}}^* = \overline{\mathcal{Z}}\overline{\mathcal{I}}\overline{\mathcal{I}}^* \implies \boxed{\overline{\mathcal{S}} = \overline{\mathcal{Z}}I^2}$$

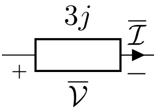
$$\overline{\mathcal{S}} = \overline{\mathcal{V}}\overline{\mathcal{I}}^* = \overline{\mathcal{V}}\left(\frac{\overline{\mathcal{V}}}{\overline{\mathcal{Z}}}\right)^* = \frac{V\angle 0 V\angle 0}{\overline{\mathcal{Z}}^*} \implies \boxed{\overline{\mathcal{S}} = \frac{V^2}{\overline{\mathcal{Z}}^*}}$$

Potencia aparente y potencia compleja (cont)

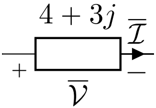
Calculamos las potencias usando la intensidad eficaz $|\overline{\mathcal{I}}| = 2$ [A]



$$P = R|\overline{\mathcal{I}}|^2 = 4(2)^2 = 16 \text{ [W]}$$



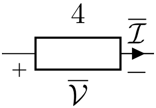
$$Q = X|\overline{\mathcal{I}}|^2 = 3(2)^2 = 12 \text{ [var]}$$



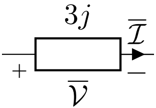
$$P = R|\overline{\mathcal{I}}|^2 = 4(2)^2 = 16 \text{ [W]}$$

$$Q = X|\overline{\mathcal{I}}|^2 = 3(2)^2 = 12 \text{ [var]}$$

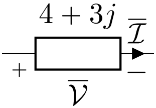
Calculamos las potencias usando la tensión eficaz $|\overline{\mathcal{V}}| = 12$ [V]



$$P = \frac{|\overline{\mathcal{V}}|^2}{R} = \frac{12^2}{4} = 36 \text{ [W]}$$



$$Q = \frac{|\overline{\mathcal{V}}|^2}{X} = \frac{12^2}{3} = 48 \text{ [var]}$$



$$\cancel{P = \frac{|\overline{\mathcal{V}}|^2}{R} = \frac{12^2}{4} = 36 \text{ [W]}}$$

$$\cancel{Q = \frac{|\overline{\mathcal{V}}|^2}{X} = \frac{12^2}{3} = 48 \text{ [var]}}$$

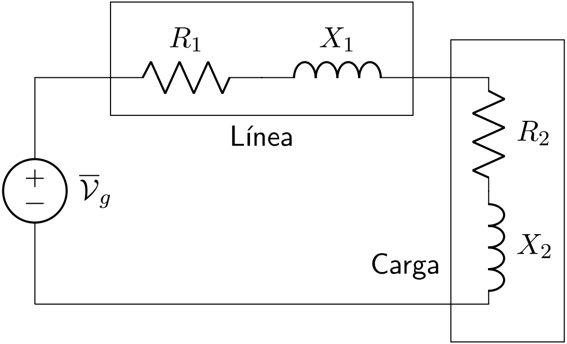
$$\overline{\mathcal{S}} = \frac{|\overline{\mathcal{V}}|^2}{\overline{\mathcal{Z}}^*} = \frac{12^2}{4 - 3j} = 23{,}04 + j17{,}28$$

$$P = 23{,}04 \text{ [W]} \qquad Q = 17{,}28 \text{ [var]}$$

Ejercicio 8-3

Calcula la potencia activa y reactiva consumidas por la línea y la carga, así como el correspondiente factor de potencia. Calcula la potencia activa y reactiva suministrada por la fuente y su factor de potencia.

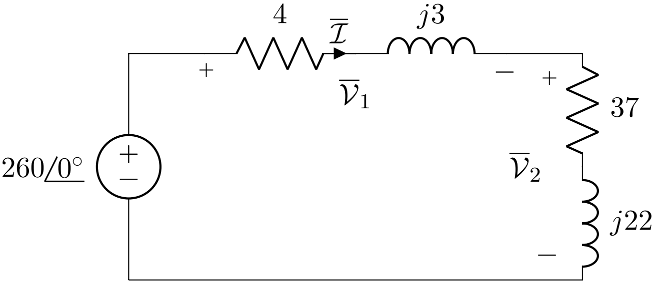
a) P_1 [W,con]
b) Q_1 [var,con]
c) $\cos\phi_1$
d) P_2 [W,con]
e) Q_2 [var,con]
f) $\cos\phi_2$
g) P_g [W,gen]
h) Q_g [var,gen]
i) $\cos\phi_g$



Datos:

$$\overline{\mathcal{V}}_g = (200 + 10\cdot\lambda)\underline{/0^\circ}\ [\mathrm{V}]$$
$$R_1 = \kappa\ [\Omega]$$
$$X_1 = \theta\ [\Omega]$$
$$R_2 = 30 + \eta\ [\Omega]$$
$$X_2 = (20 + \epsilon)\ [\Omega]$$

1) Resuelvo el circuito en alterna usando fasores por mallas, nudos, etc.



$$\overline{\mathcal{I}} = \frac{260\angle 0^\circ}{4 + j3 + 37 + j22} = 5{,}41\angle{-31{,}37^\circ}\ \text{[A]}$$

$$\overline{\mathcal{V}}_1 = (4 + j3)\overline{\mathcal{I}} = 27{,}07\angle 5{,}49^\circ\ \text{[V]}$$

$$\overline{\mathcal{V}}_2 = (37 + j22)\overline{\mathcal{I}} = 233{,}07\angle{-0{,}64^\circ}\ \text{[V]}$$

Solución 8-3 (cont)

2) Calculo la potencia compleja de cada elemento como $\overline{\mathcal{S}} = \overline{\mathcal{V}\mathcal{I}}^*$

$$\overline{\mathcal{S}}_1 = \overline{\mathcal{V}}_1\overline{\mathcal{I}}^* = 27{,}07\underline{/5{,}49^\circ}\,5{,}41\underline{/31{,}37^\circ} = 146{,}57\underline{/36{,}87^\circ} =$$

$$= 117{,}26 + j87{,}97 \text{ [VA]} \Longrightarrow \begin{cases} P_1 = 117{,}26 \text{ [W,con]} \\ Q_1 = 87{,}94 \text{ [var,con]} \end{cases}$$

$$\overline{\mathcal{S}}_2 = \overline{\mathcal{V}}_2\overline{\mathcal{I}}^* = 233{,}07\underline{/-0{,}64^\circ}\,5{,}41\underline{/31{,}37^\circ} = 1261{,}90\underline{/30{,}74^\circ} =$$

$$= 1084{,}65 + j644{,}93 \text{ [VA]} \Longrightarrow \begin{cases} P_2 = 1084{,}65 \text{ [W,con]} \\ Q_2 = 644{,}93 \text{ [var,con]} \end{cases}$$

$$\overline{\mathcal{S}}_g = \overline{\mathcal{V}}_g\overline{\mathcal{I}}^* = 260\underline{/0^\circ}\,5{,}41\underline{/31{,}37^\circ} = 1407{,}72\underline{/31{,}37^\circ} =$$

$$= 1201{,}91 + j732{,}87 \text{ [VA]} \Longrightarrow \begin{cases} P_g = 1201{,}91 \text{ [W,gen]} \\ Q_g = 732{,}87 \text{ [var,gen]} \end{cases}$$

Solución 8-3 (cont)

3) Calculo el factor de potencia como $\cos\phi = \frac{P}{S}$

$$\cos\phi_1 = \frac{117{,}26}{146{,}57} = 0{,}80 \text{ (inductivo)}$$
$$\cos\phi_2 = \frac{1084{,}65}{1261{,}90} = 0{,}86 \text{ (inductivo)}$$
$$\cos\phi_g = \frac{1201{,}91}{1407{,}72} = 0{,}85 \text{ (inductivo)}$$

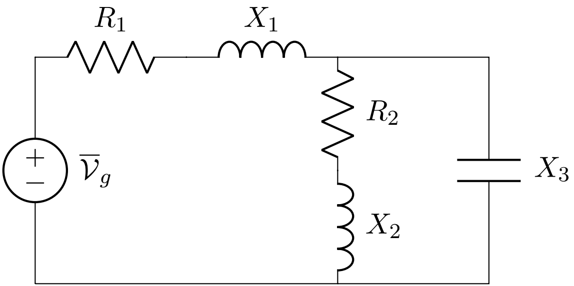
Los factores de potencia también se pueden calcular usando únicamente las impedancias (recuerda los triángulos semejantes)

$$\cos\phi_1 = \frac{4}{\sqrt{4^2+3^2}} = 0{,}80 \text{ (inductivo)}$$
$$\cos\phi_2 = \frac{37}{\sqrt{37^2+22^2}} = 0{,}86 \text{ (inductivo)}$$
$$\cos\phi_g = \frac{4+37}{\sqrt{(4+37)^2+(3+22)^2}} = 0{,}85 \text{ (inductivo)}$$

Ejercicio 8-4

Calcula la potencia activa y reactiva consumidas por las tres impedancias del circuito. Calcula la potencia activa y reactiva suministrada por la fuente y su factor de potencia. Calcula el factor de potencia de dos maneras diferentes.

a) P_1 [W,con]
b) Q_1 [var,con]
c) $\cos\phi_1$
d) P_2 [W,con]
e) Q_2 [var,con]
f) $\cos\phi_2$
g) P_3 [W,con]
h) Q_3 [var,con]
i) $\cos\phi_3$
j) P_g [W,gen]
k) Q_g [var,gen]
l) $\cos\phi_g$



Datos:

$\overline{\mathcal{V}}_g = (200 + 10\cdot\lambda)\underline{/0^\circ}$ [V]

$R_1 = \kappa$ [Ω]

$X_1 = \theta$ [Ω]

$R_2 = 30 + \eta$ [Ω]

$X_2 = (20 + \epsilon)$ [Ω]

$X_3 = -(100 + \delta)$ [Ω]

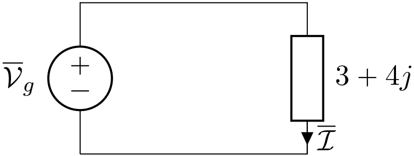
Ejercicio 8-4 (cont)

Los circuitos de los ejercicio 8-3 y 8-4 son prácticamente iguales. La única diferencia es el condensador colocado en paralelo con la carga. Compara las potencias activas y reactivas consumidas por las impedancias y generadas por las fuente. ¿Qué conclusión sacas de los resultados?

	Ejercicio 8-3	Ejercicio 8-4
P_1 [W,con]		
Q_1 [var,con]		
P_2 [W,con]		
Q_2 [var,con]		
P_3 [W,con]		
Q_3 [var,con]		
P_g [W,gen]		
Q_g [var,gen]		

Obtener impedancia usando potencia

Obtener la potencia activa consumida por la impedancia y su factor de potencia si $|\overline{\mathcal{V}}_g| = 100$V.



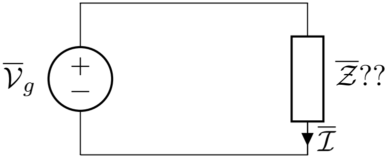
$$\cos\phi = \cos\arctan(4/3) = 0{,}6\text{(ind)}$$

$$|\overline{\mathcal{I}}| = \frac{|\overline{\mathcal{V}}_g|}{|\overline{\mathcal{Z}}|} = \frac{100}{\sqrt{3^2+4^2}} = 20\text{A}$$

$$P = |\overline{\mathcal{V}}_g||\overline{\mathcal{I}}|\cos\phi = 1200\text{W}$$

Obtener impedancia usando potencia

Obtener el valor de la impedancia si consume 1500 W con un factor de potencia inductivo de 0.8 y $|\overline{\mathcal{V}}_g| = 100$V.



$$\cos\phi = 0{,}8(\text{ind}) \implies \phi = 36{,}86^\circ$$

$$P = |\overline{\mathcal{V}}_g||\overline{\mathcal{I}}|\cos\phi \implies |\overline{\mathcal{I}}| = \frac{P}{|\overline{\mathcal{V}}_g|\cos\phi} = \frac{1500}{100\cdot 0{,}8} = 18{,}75A$$

$$|\overline{\mathcal{Z}}| = \frac{|\overline{\mathcal{V}}_g|}{|\overline{\mathcal{I}}|} = \frac{100}{18{,}75} = 5{,}33\Omega$$

$$\overline{\mathcal{Z}} = 5{,}33\underline{/36{,}86^\circ} = 4{,}27 + 3{,}2j$$

Obtener impedancia usando potencia

La tensión eficaz en una impedancia es de 100 V. Determina el valor de la impedancia $\overline{\mathcal{Z}} = R + jX$ para cada uno de los supuestos.

$P = 1800$ [W]

$\cos\phi = 0{,}75$ (cap)

a) R b) X

$P = 1800$ [W]

$Q = 500$ [var,con]

c) R d) X

$P = 800$ [W]

$Q = 1500$ [var,gen]

e) R f) X

$S = 1000$ [VA]

$\cos\phi = 0{,}5$(ind)

g) R h) X

$S = 1000$ [VA]

$Q = 500$ [var,gen]

i) R j) X

$\overline{\mathcal{S}} = 1200 - 200j$ [VA]

k) R l) X

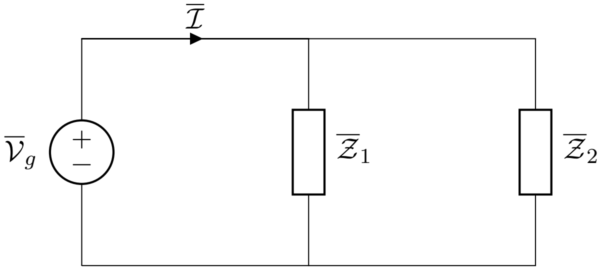
Ejercicio 8-5

Para el circuito de alterna de la figura calcula

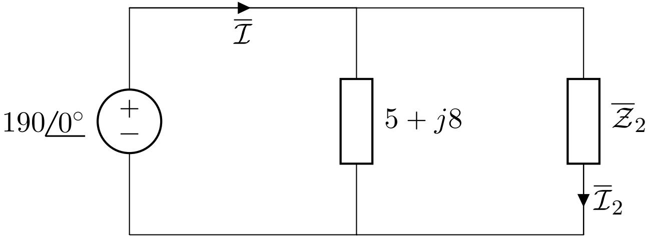
a) $|\overline{\mathcal{I}}|$ [A]

b) P_g [W,gen]

c) Q_g [var,gen]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 100 + 10 \cdot \alpha$ [V], $\overline{\mathcal{Z}}_1 = \beta + j\gamma$ [Ω], $P_2 = 1000 \cdot \delta$ [W,con], $\cos\phi_2 = 0{,}1 \cdot \epsilon$ (inductivo)



Para calcular el valor de $\overline{\mathcal{Z}}_2$ hacemos

$$P_2 = S_2 \cos\phi_2 \implies S_2 = \frac{P_2}{\cos\phi_2} = \frac{1000}{0{,}2} = 5000 \text{ [VA]}$$

$$\overline{\mathcal{S}}_2 = S_2\cos\phi_2 + jS_2\sin\phi_2 = 1000 + j4898{,}98 \text{ [VA]}$$

$$\overline{\mathcal{S}}_2 = \overline{\mathcal{V}}_g\overline{\mathcal{I}}_2^* \implies \overline{\mathcal{I}}_2 = \frac{\overline{\mathcal{S}}_2^*}{\overline{\mathcal{V}}_g^*} = \frac{1000 - j4898{,}98}{190\underline{/0^\circ}} = 26{,}32\underline{/-78{,}46^\circ} \text{ [A]}$$

$$\overline{\mathcal{Z}}_2 = \frac{\overline{\mathcal{V}}_g}{\overline{\mathcal{I}}_2} = \frac{190\underline{/0^\circ}}{26{,}32\underline{/-78{,}46^\circ}} = 7{,}22\underline{/78{,}46^\circ} \text{ [}\Omega\text{]}$$

A continuación resolvemos el circuito

$$\overline{\mathcal{I}} = \frac{\overline{\mathcal{V}}_g}{\overline{\mathcal{Z}}_1 || \overline{\mathcal{Z}}_2} = 45{,}73\underline{/-69{,}60^\circ} \text{ [A]}$$

$$\overline{\mathcal{S}}_g = \overline{\mathcal{V}}_g \overline{\mathcal{I}}^* = 190\underline{/0^\circ} 45{,}73\underline{/69{,}60^\circ} = 3028{,}09 + j8143{,}92 \text{ [VA,gen]}$$

$$P_g = 3028{,}09 \text{ [W,gen]}$$

$$Q_g = 8143{,}92 \text{ [var,gen]}$$

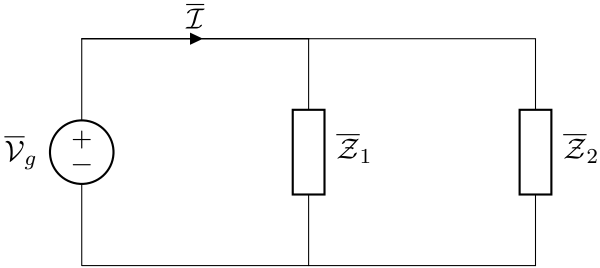
Ejercicio 8-6

Para el circuito de alterna de la figura calcula

a) $|\overline{\mathcal{I}}|$ [A]

b) P_g [W,gen]

c) Q_g [var,gen]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 100 + 10 \cdot \alpha$ [V], $P_1 = 1000 \cdot \kappa$ [W,con], $\cos\phi_1 = 0{,}1 \cdot \lambda$ (capacitivo), $P_2 = 1000 \cdot \epsilon$ [W,con], $\cos\phi_2 = 0{,}1 \cdot \delta$ (inductivo)

Teorema de Boucherot

- La suma de potencias activas generadas en un circuito es igual a la suma de potencias activas consumidas

$$\boxed{\sum_k P_k = 0}$$

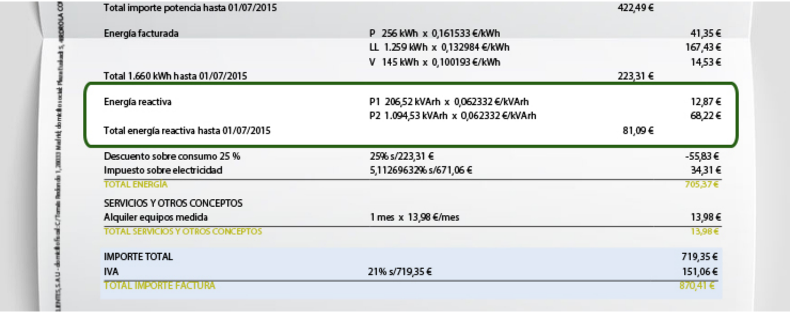
- La suma de potencias reactivas generadas en un circuito es igual a la suma de potencias reactivas consumidas

$$\boxed{\sum_k Q_k = 0}$$

- Comprueba que este teorema se cumple en tus resultados de los ejercicios 8-3 y 8-4

Corrección del factor de potencia

Muchas empresas con maquinaria eléctrica pagan por el consumo de potencia reactiva



Total importe potencia hasta 01/07/2015		422,49 €	
Energía facturada	P 256 kWh x 0,161533 €/kWh		41,35 €
	LL 1.259 kWh x 0,132984 €/kWh		167,43 €
	V 145 kWh x 0,100193 €/kWh		14,53 €
Total 1.660 kWh hasta 01/07/2015		223,31 €	
Energía reactiva	P1 206,52 kVArh x 0,062332 €/kVArh		12,87 €
	P2 1.094,53 kVArh x 0,062332 €/kVArh		68,22 €
Total energía reactiva hasta 01/07/2015		81,09 €	
Descuento sobre consumo 25 %	25% s/223,31 €		-55,83 €
Impuesto sobre electricidad	5,11269632% s/671,06 €		34,31 €
TOTAL ENERGÍA			705,37 €
SERVICIOS Y OTROS CONCEPTOS			
Alquiler equipos medida	1 mes x 13,98 €/mes		13,98 €
TOTAL SERVICIOS Y OTROS CONCEPTOS			13,98 €
IMPORTE TOTAL			719,35 €
IVA	21% s/719,35 €		151,06 €
TOTAL IMPORTE FACTURA			870,41 €

Hay catálogos de baterías de condensadores para compensar reactiva

"PHICAP_400 V" 3/4

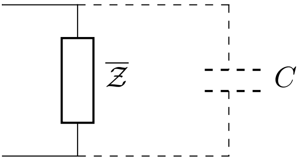
400 V

armario	KVAr/400 V (50 Hz)	escalones	Interruptor (*)	dimens. (mm) H x A x P	kg	código	P.V.P.	P.V.P. suplemento (S)
M 225_01	112,5	12,5+4x25	OPCIONAL	1150 x 435 x 260	49	P145011240*	1.791 €	285 €
	125	2x12,5+2x25+50			53	P145012540*	1.986 €	285 €
	137,5	12,5+5x25			55	P145013740*	2.061 €	285 €
M 225_02	150	2x12,5+25+2x50		1250 x 640 x 260	58	P145015040*	2.447 €	321 €
	175	25+3x50			61	P145017540*	2.505 €	321 €
S 500_03	200	2x25+3x50	OPCIONAL	1660 x 500 x 436	112	P155020040*	3.760 €	514 €
	225	25+4x50			114	P155022540*	3.958 €	514 €
	250	2x25+4x50			118	P155025040*	4.307 €	514 €
	275	25+5x50			120	P155027540*	4.608 €	514 €
	300	2x25+5x50			121	P155030040*	4.886 €	514 €
S 600	325	25+6x50	OPCIONAL	1660 x 600 x 480	172	P165032540*	5.086 €	648 €
	350	2x25+6x50			178	P165035040*	5.505 €	648 €
	375	25+7x50			185	P165037540*	5.812 €	648 €
	400	2x25x7x50			190	P165040040*	6.266 €	821 €
	425	25+8x50			192	P165042540*	6.432 €	821 €
	450	2x25+8x50			198	P165045040*	6.691 €	821 €
S 800_01	425	25+8x50	OPCIONAL	2070 x 800 x 600	216	P185042540 *	7.233 €	821 €
	450	2x25+8x50			218	P185045040*	7.512 €	821 €
	475	25+9x50			219	P185047540*	7.836 €	821 €
	500	2x25+9x50			221	P185050040*	8.055 €	821 €
	525	25+10x50			224	P185052540*	8.259 €	933 €
	550	2x25+10x50			228	P185055040*	8.532 €	933 €
	575	25+11x50			231	P185057540*	8.727 €	933 €
	600	12x50			236	P185060040*	8.925 €	933 €
	650	50+6x100			408	P185065040*	10.487 €	1.296 €

Corrección del factor de potencia (cont)

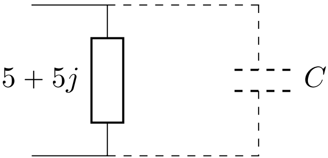
- Los ejercicios 8-3 y 8-4 muestran que conectar un condensador en paralelo con una carga reduce el módulo de la intensidad y las pérdidas en la línea
- Corregir el fdp de una instalación es un problema muy importante porque
  - Los contadores eléctricos miden el módulo de la intensidad
  - Reduce las pérdidas en las líneas
  - Contribuye al mejor aprovechamiento de las líneas
- En la mayoría de los casos, las cargas son inductivas (máquinas eléctricas del ascensor, por ejemplo)
- Se suelen instalar bancos de condensadores para compensar la reactiva de dichas cargas y acercar el factor de potencia resultante a la unidad
- Determinar la capacidad del condensador que da lugar a un determinado fdp de la carga depende únicamente de cuestiones constructivas

Calcula la capacidad de un condensador (C [μF]) a colocar en paralelo con la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}$ para que el factor de potencia (inductivo) resultante sea $\cos\phi' = 0{,}9 + 0{,}01 \cdot \alpha$.



Datos: $\overline{\mathcal{Z}} = \beta + j\beta$ [Ω], $f = 50$ [Hz]

Solución 8-7



Para resolver este ejercicio simplemente sustituimos en la fórmula

$$\cos\phi' = 0{,}99 \implies \phi' = 8{,}10^\circ$$

$$\overline{\mathcal{Z}}_{eq} = Z\underline{/8{,}10^\circ} \implies \overline{\mathcal{Y}}_{eq} = \frac{1}{Z}\underline{/-8{,}10^\circ}$$

$$\overline{\mathcal{Z}} = 5 + 5j\ [\Omega] \implies \overline{\mathcal{Y}} = 0{,}1 - 0{,}1j[\mathsf{S}]$$

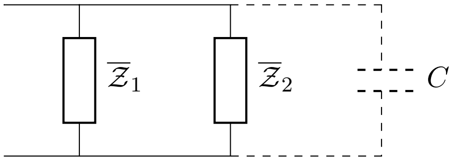
$$\overline{\mathcal{Y}}_C = \omega C j[\mathsf{S}]$$

$$\overline{\mathcal{Y}}_{eq} = \overline{\mathcal{Y}} + \overline{\mathcal{Y}}_C = 0{,}1 + j(\omega C - 0{,}1)$$

$$\mathrm{tg}(-8{,}10^\circ) = \frac{\omega C - 0{,}1}{0{,}1} \implies C = 272{,}95\ [\mu\mathsf{F}]$$

Ejercicio 8-8

Calcula la capacidad de un condensador (C [μF]) a colocar en los terminales A y B para que el factor de potencia (inductivo) resultante sea $\cos\phi' = 0{,}9 + 0{,}01 \cdot \gamma$



Datos: $\overline{\mathcal{Z}}_1 = \delta + j10 \cdot \epsilon$ [Ω], $\overline{\mathcal{Z}}_2 = \eta + j10\theta$ [Ω], $f = 50$ [Hz]

Ejercicio 8-9

Calcula la capacidad de un condensador (C [μF]) a colocar en paralelo con la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}_C$ para que el factor de potencia (inductivo) resultante sea $\cos\phi' = 0{,}9 + 0{,}01 \cdot \alpha$. Calcula

a) $|\overline{\mathcal{I}}_L|$ [A]

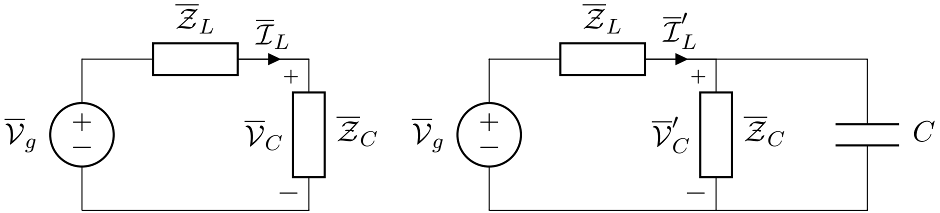
b) $|\overline{\mathcal{V}}_C|$ [V]

c) P_L [W,con]

d) $|\overline{\mathcal{I}}'_L|$ [A]

e) $|\overline{\mathcal{V}}'_C|$ [V]

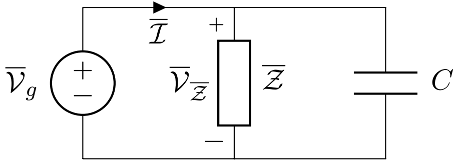
f) P'_L [W,con]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = (100 + 10 \cdot \gamma)\underline{/0^\circ}$ [V], $\overline{\mathcal{Z}}_L = 0{,}1 \cdot \delta + j0{,}1 \cdot \epsilon$ [Ω], $\overline{\mathcal{Z}}_C = \beta + j\beta$ [Ω], $f = 50$ [Hz]

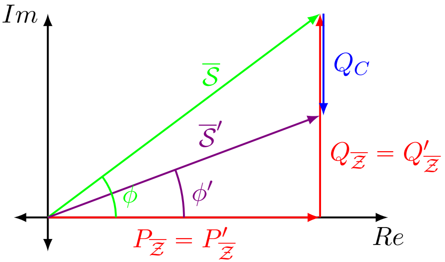
Corrección del factor de potencia

Para $|\overline{\mathcal{V}}_g| = 220$ [V], $\overline{\mathcal{Z}} = 6 + 8j$ [Ω], $f = 50$ [Hz], determina $P_{\overline{\mathcal{Z}}}$ [W,con], $Q_{\overline{\mathcal{Z}}}$ [var,con], P_C [W,con], Q_C [var,con], P_g [W,gen], Q_g [var,gen], $\cos\phi_g$ (ind/cap), $|\overline{\mathcal{I}}|$ [A]



C [μF]	$P_{\overline{\mathcal{Z}}}$	$Q_{\overline{\mathcal{Z}}}$	P_C	Q_C	P_g	Q_g	$\cos\phi_g$	$\lvert\overline{\mathcal{I}}\rvert$
150								
200								
250								
300								

¿Cuánto es el valor de Q_C que daría lugar a $Q_g = 0$? ¿Qué valor del condensador C sería necesario para generar esa potencia reactiva?



$\overline{\mathcal{S}}$ → Potencia compleja de la carga original
$\overline{\mathcal{S}}'$ → Potencia compleja de la carga compensada

La potencia reactiva generada por un condensador se calcula como

$$Q_C = \frac{|\overline{\mathcal{V}}_{\overline{\mathcal{Z}}}|^2}{X_c} = \frac{|\overline{\mathcal{V}}_{\overline{\mathcal{Z}}}|^2}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C |\overline{\mathcal{V}}_{\overline{\mathcal{Z}}}|^2 = 2\pi f C |\overline{\mathcal{V}}_{\overline{\mathcal{Z}}}|^2$$

Por trigonometría, también obtenemos que

$$Q_C = P_{\overline{\mathcal{Z}}} \operatorname{tg} \phi - P_{\overline{\mathcal{Z}}} \operatorname{tg} \phi' = P_{\overline{\mathcal{Z}}} (\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \phi')$$

Igualando ambas expresiones obtenemos:

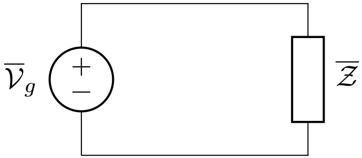
$$C = \frac{P_{\overline{\mathcal{Z}}} (\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \phi')}{2\pi f |\overline{\mathcal{V}}_{\overline{\mathcal{Z}}}|^2}$$

Ejercicio 8-10

Calcula la capacidad de la batería de condensadores (C [μF]) a colocar en paralelo con la carga para que el fdp resultante sea

a) $0{,}9 + 0{,}01 \cdot \delta$ (ind)

b) $0{,}9 + 0{,}01 \cdot \delta$ (cap)



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 200 + 10 \cdot \alpha$ [V], $P = \beta$ [kW,con], $\cos\phi = 0{,}5 + 0{,}01 \cdot \gamma$ (ind), $f = 50$ [Hz]

Solución 8-10

Simplemente aplico la fórmula:

$$\cos\phi = 0{,}58 \implies \operatorname{tg}\phi = 1{,}4045$$
$$\cos\phi' = 0{,}91 \text{ (ind)} \implies \operatorname{tg}\phi' = 0{,}4556$$
$$C = \frac{P(\operatorname{tg}\phi - \operatorname{tg}\phi')}{2\pi f V^2} = \frac{5000(1{,}4045 - 0{,}4556)}{2\pi 50(290)^2} = 179{,}57\ [\mu\text{F}]$$

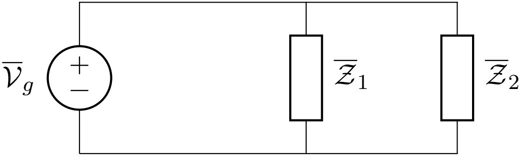
Aplico otra vez la fórmula:

$$\cos\phi = 0{,}58 \implies \operatorname{tg}\phi = 1{,}4045$$
$$\cos\phi' = 0{,}91 \text{ (cap)} \implies \operatorname{tg}\phi' = -0{,}4556$$
$$C = \frac{P(\operatorname{tg}\phi - \operatorname{tg}\phi')}{2\pi f V^2} = \frac{5000(1{,}4045 + 0{,}4556)}{2\pi 50(290)^2} = 352{,}01\ [\mu\text{F}]$$

Mucho cuidado al usar el arco coseno de la calculadora!!

Ejercicio 8-11

Calcula la capacidad de la batería de condensadores (C [μF]) a colocar en paralelo con las cargas $\overline{\mathcal{Z}}_1$ y $\overline{\mathcal{Z}}_2$ para que el fdp resultante de dichas cargas y el condensador sea $0{,}9 + 0{,}01 \cdot \theta$ (ind).



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = (200 + 10 \cdot \lambda)\underline{/10\kappa^\circ}$ [V], $P_1 = \epsilon$ [kW,con], $Q_1 = \delta$ [kvar,con], $P_2 = \gamma$ [kW,con], $\cos\phi_2 = 0{,}5 + 0{,}01 \cdot \beta$ (ind), $f = 50$ [Hz]

Ejercicio 8-12

Sabiendo que la fuente absorbe reactiva, calcula

a) $|\overline{\mathcal{I}}_1|$ [A]

b) R [Ω]

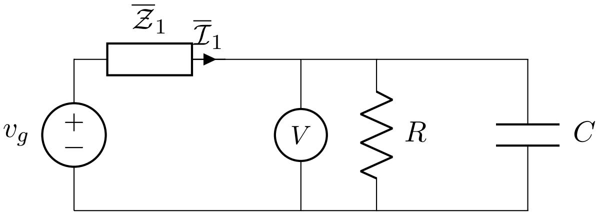
c) C [μF]

d) $\mathrm{Re}(\overline{\mathcal{Z}}_1)$ [Ω]

e) $\mathrm{Im}(\overline{\mathcal{Z}}_1)$ [Ω]

f) L [mH]

L = inductancia de una bobina a colocar en paralelo con R y C para que el fdp de resistencia, condensador y bobina sea igual a 1.

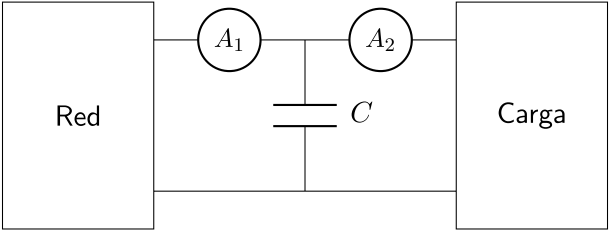


Datos: $v_g(t) = (300 + 10 \cdot \alpha) \cos(100\pi t)$ [V], $V = 200 + 5 \cdot \alpha$ [V], $P_{R+C} = 4$ [kW,con], $\cos \phi_{R+C} = 0{,}8$, $P_g = 4 + 0{,}1 \cdot \gamma$ [kW,gen]

Ejercicio 8-13

Una red infinita ($200 + 10 \cdot \lambda$ [V], $f = 50$ [Hz]) alimenta a una carga de carácter inductivo como se muestra en la figura. Determina la potencia activa y reactiva absorbidas por la carga (P,Q) así como la capacidad del condensador (C') a colocar en paralelo con la carga para que el conjunto del nuevo condensador y la carga tenga factor de potencia unidad. Dibuja el diagrama fasorial sin y con el nuevo condensador C'.

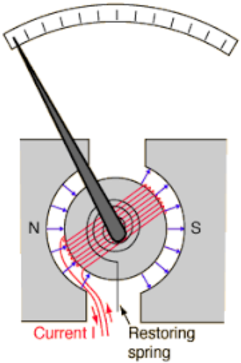
a) P [W,con] b) Q [var,con] c) C' [μF]



Datos: $C = 3 + 0{,}1 \cdot \kappa$ [μF], $A_1 = 0{,}5 + 0{,}01 \cdot \theta$ [A], $A_2 = 0{,}5 + 0{,}01 \cdot \eta$ [A]

Medida de potencia

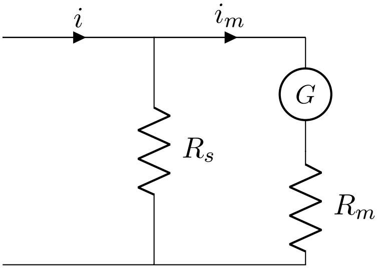
- Un galvanómetro es un instrumento que mide la corriente eléctrica
- El par (y por tanto el ángulo de giro) es proporcional a la intensidad
- El galvanómero lleva asociado una polaridad
- La resistencia de la bobina no es nula, lo que influencia la medida



Medida de potencia (cont)

- Un amperímetro es un instrumento que mide la corriente eléctrica
- El amperímetro reduce la influencia de la resistencia de la bobina usando una resistencia shunt R_s de valor muy muy pequeño (cortocircuito)
- La relación entre la intensidad que se desea medir y la que circula por el galvanómetro es

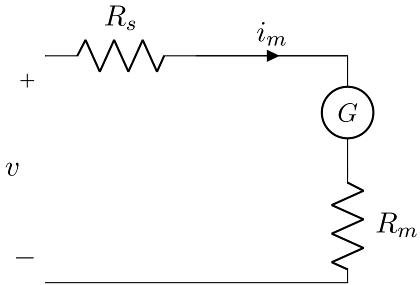
$$i = \frac{R_s + R_m}{R_s} i_m$$



Medida de potencia (cont)

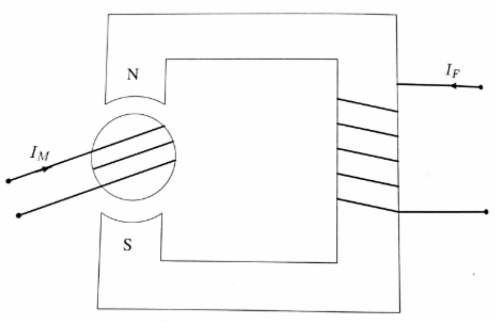
- Un voltímetro es un instrumento que mide la tensión eléctrica
- Para reducir la caída de tensión en la bobina del galvanómetro, un voltímetro incluye una resistencia muy elevada en serie (circuito abierto)
- La relación entre la tensión que se desea medir y la intensidad que circula por el galvanómetro es

$$v = (R_s + R_m)i_m$$



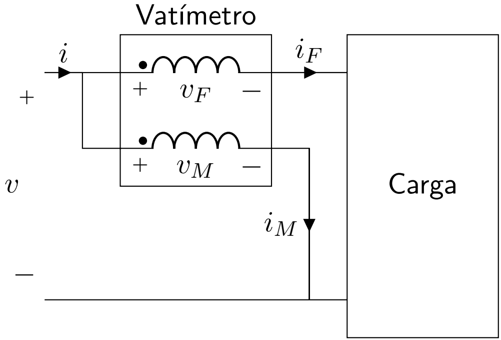
Medida de potencia (cont)

- El vatímetro es un instrumento electrodinámico para medir la potencia eléctrica
- Constructivamente es igual que el galvanómetro, pero el imán permanente ha sido sustituido por un electroimán
- Consta de una bobina móvil y una bobina fija
- El desplazamiento de la aguja es proporcional al producto $I_M \cdot I_F$



Medida de potencia (cont)

- La resistencia de la bobina fija es muy baja
- La resistencia de la bobina móvil es muy alta

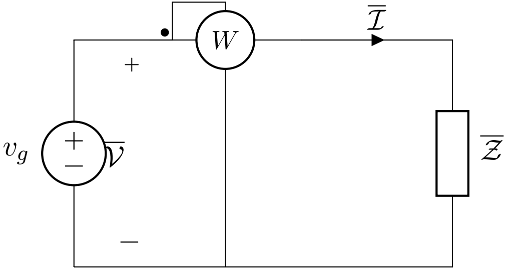


$$v_M = v \qquad i_M \approx 0 \qquad i_M \propto v \qquad i_F \approx i \qquad v_F \approx 0$$

- La aguja mide $i_F \cdot i_M \propto v \cdot i$, que es justamente la potencia
- El vatímetro multiplica las señales
- En alterna el vatímetro mide el valor medio de $v(t)i(t)$

Medida de potencia (cont)

La representación de un vatímetro en un circuito es la siguiente:



$$\overline{\mathcal{V}} = V\underline{/\phi_v}$$
$$\overline{\mathcal{I}} = I\underline{/\phi_i}$$

- Los puntos indican los terminales correspondientes de las bobinas. El vatímetro de la figura medirá

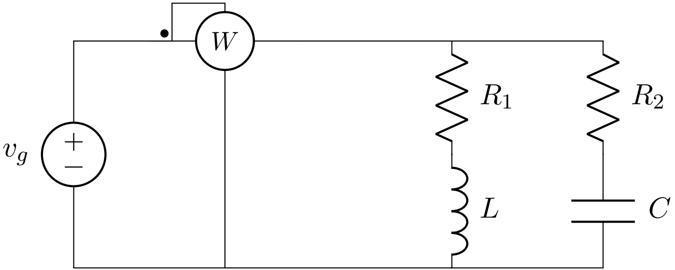
$$W = VI\cos(\phi_v - \phi_i)$$

- Si $\cos(\phi_v - \phi_i) < 0$, un vatímetro analógico no medirá nada
- El vatímetro mide el consumo de potencia activa “aguas abajo”

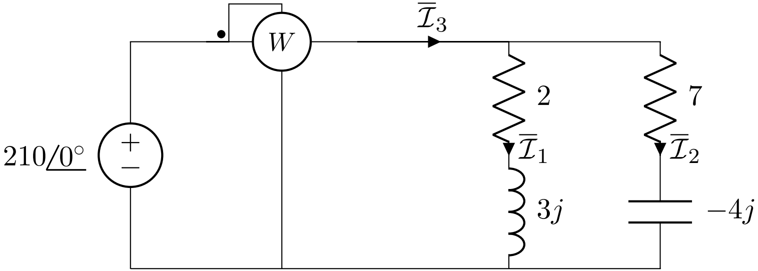
Ejercicio 8-14

Calcula la potencia activa consumida por cada resistencia (P_1,P_2) y la medida del vatímetro (W)

a) P_1 [W,con] b) P_2 [W,con] c) W [W]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = (200 + 10 \cdot \delta)\underline{/0^\circ}$ [V], $R_1 = \epsilon$ [Ω], $R_2 = \eta$ [Ω], $X_L = \theta$ [Ω], $X_C = -\kappa$ [Ω]



$$\overline{\mathcal{I}}_1 = \frac{210}{2+3j} = 58{,}24\angle -56{,}30° \text{ [A]}$$

$$\overline{\mathcal{I}}_2 = \frac{210}{7-4j} = 26{,}05\angle 29{,}74° \text{ [A]}$$

$$\overline{\mathcal{I}}_3 = \overline{\mathcal{I}}_1 + \overline{\mathcal{I}}_2 = 65{,}42\angle -32{,}90° \text{ [A]}$$

$$P_1 = 2(58{,}24)^2 = 6783{,}80 \text{ [W,con]}$$

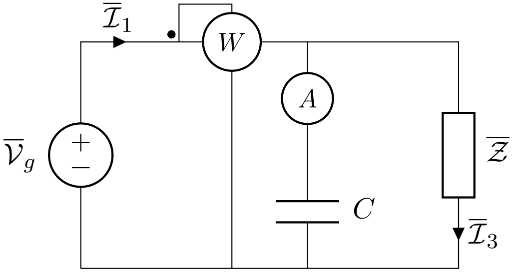
$$P_2 = 7(26{,}05)^2 = 4750{,}22 \text{ [W,con]}$$

$$W = 210 \cdot 65{,}42 \cos(0+32{,}90) = 11534{,}87 \text{ [W]}$$

Ejercicio 8-15*

Sabiendo que el fdp de la carga es igual a la unidad y las lecturas de los instrumentos de medida determina

a) $|\overline{\mathcal{I}}_3|$ [A] b) $|\overline{\mathcal{I}}_1|$ [A] c) $\mathrm{Re}(\overline{\mathcal{Z}})$ [Ω] d) $\mathrm{Im}(\overline{\mathcal{Z}})$ [Ω]

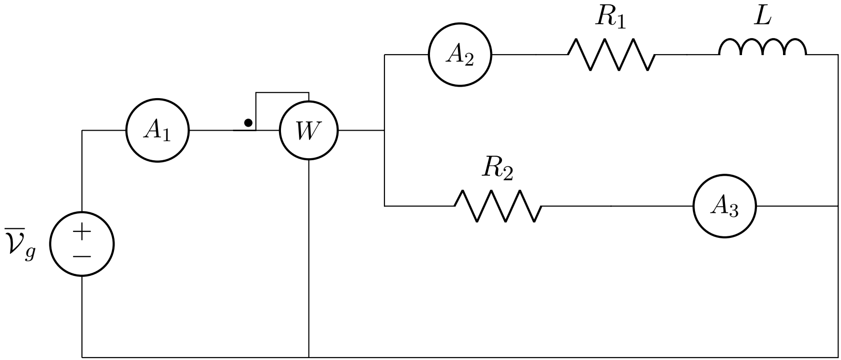


Datos: $|\overline{\mathcal{V}}_g| = 200 + 10 \cdot \epsilon$ [V], $A = 10 \cdot \theta$ [A], $W = 2000 \cdot \theta + 100 \cdot \theta \cdot \epsilon$ [W]

Ejercicio 8-16*

Para las lecturas de los instrumentos de medida determina

a) R_1 [Ω] b) R_2 [Ω] c) L [mH] d) W [W]

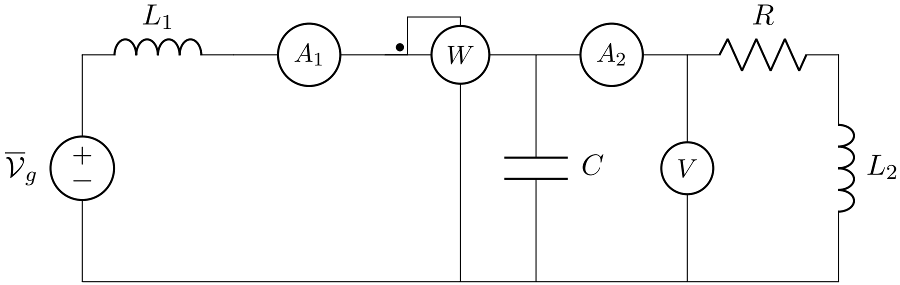


Datos: $|\overline{\mathcal{V}}_g| = 200 + 10\beta$ [V], $A_1 = 15 + 0{,}5 \cdot \gamma + \delta + \epsilon$ [A], $A_2 = 10 + \delta$ [A], $A_3 = 10 + \epsilon$ [A], $f = 50$ [Hz]

Ejercicio 8-17*

Para las lecturas de los instrumentos de medida calcula R, C, L_1, L_2.

a) R [Ω] b) C [μF] c) L_1 [mH] d) L_2 [mH]



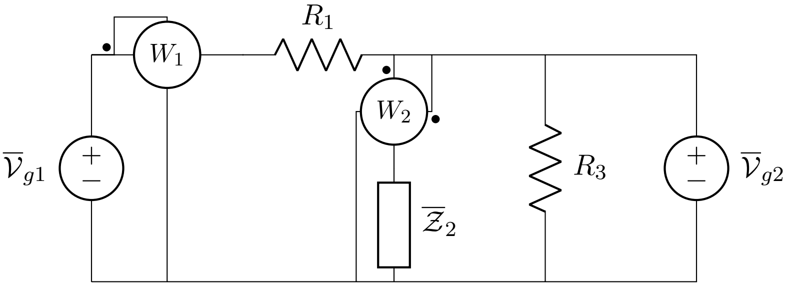
Datos: $|\overline{\mathcal{V}}_g| = 100 + 20 \cdot \alpha$ [V], $A_1 = \theta$ [A], $A_2 = 1{,}2 \cdot \theta$ [A], $W = 100 \cdot \theta + 10 \cdot \alpha \cdot \theta$ [W], $V = 100 + 10 \cdot \alpha$ [V], $f = 50$ [Hz]

Ejercicio 8-18*

Para el circuito de la figura, calcula la lectura de los dos vatímetros

a) W_1 [W]

b) W_2 [W]

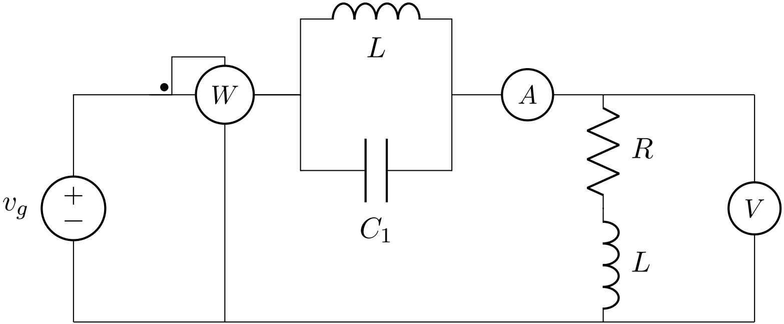


Datos: $\overline{\mathcal{V}}_{g1} = 200 + 10 \cdot \alpha \underline{/0^\circ}$ [V], $\overline{\mathcal{V}}_{g2} = 50 + \beta \underline{/0^\circ}$ [V], $R_1 = 40 + \gamma$ [Ω], $R_3 = 40 + \delta$ [Ω], $\overline{\mathcal{Z}}_2 = \epsilon + j\eta$ [Ω]

Ejercicio 8-19

Sabiendo que la fuente absorbe potencia reactiva determina R, L y C_1 y la capacidad de la batería de condensadores C_2 en paralelo con R y L para que el factor de potencia de los tres elementos sea igua a la unidad

a) R [Ω] b) L [mH] c) C_1 [μF] d) C_2 [μF]

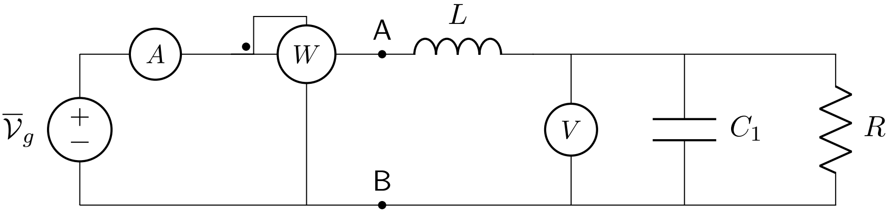


Datos: $V_g = 200 + 10 \cdot \eta$ [V], $f = 50$ [Hz], $V = 200 + 10 \cdot \eta$ [V], $A = 40 + 2 \cdot \eta$ [A], $W = 800(10 + \eta)$ [W]

Ejercicio 8-20

Dadas las lecturas de los instrumentos de medida, calcula los valores de R, L, C_1. Una vez conocidos dichos valores, determina la capacidad de un condensador C_2 a colocar entre A y B para que la fuente suministre solo potencia activa. Calcula la nueva lectura del amperímetro A' una vez conectado el condensador C_2. Dibuja los diagramas fasoriales con y sin el condensador C_2

a) R [Ω] b) C_1 [μF] c) L [mH] d) C_2 [μF] e) A' [A]

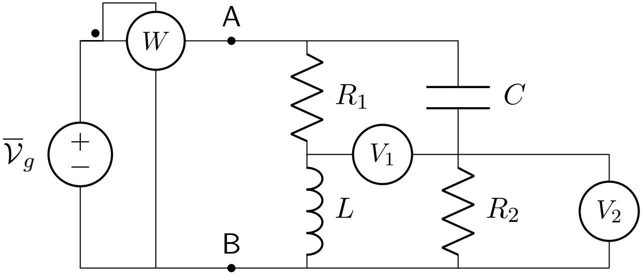


Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 200 + 10 \cdot \lambda$ [V], $f = 50$ [Hz], $A = 15 + \kappa$ [A], $V = 150 + 10 \cdot \lambda$ [V], $W = 1000 + 50 \cdot \lambda + 100 \cdot \kappa$ [W]

Ejercicio 8-21

Dadas las lecturas de los instrumentos de medida y sabiendo que el circuito entre A y B es puramente resistivo, calcula

a) R_1 [Ω] b) R_2 [Ω] c) L [mH] d) C [μF]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 100 + 10 \cdot \epsilon$ [V], $f = 50$ [Hz], $W = 500 + 10 \cdot \delta$ [W], $V_1 = 0$ [V], $V_2 = 50 + 10 \cdot \epsilon$ [V]

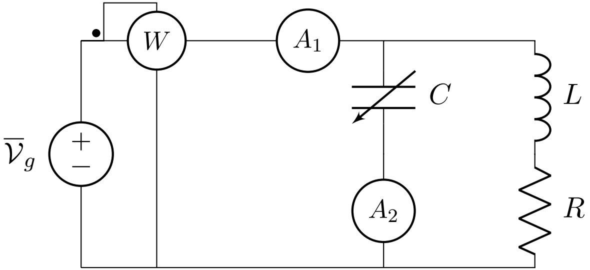
Ejercicio 8-22

Existe una capacidad del condensador C para la que se cumple que:

- La lectura del amperímetro A_1 es mínima
- La lectura de A_1 es el doble de la lectura de A_2
- La lectura del vatímetro es $W = 200 + 10 \cdot \delta$ [W]

Calcula

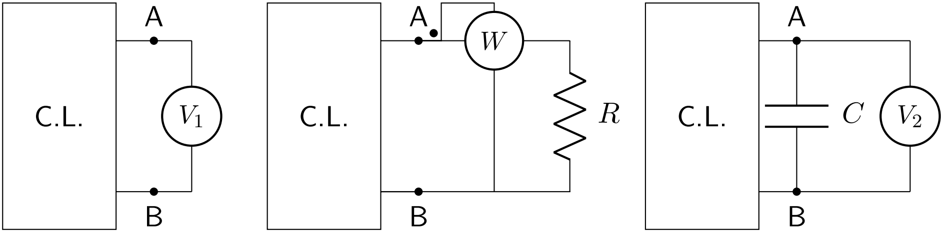
a) C [μF]   b) L [mH]   c) R [Ω]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 100 + 10 \cdot \gamma$ [V], $f = 50$ [Hz]

Ejercicio 8-23

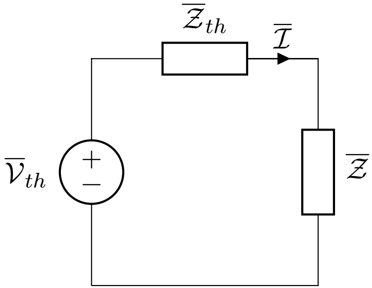
El circuito lineal de la figura está formado únicamente por bobinas, condensadores y fuentes sinusoidales de 50 [Hz]. Dadas las lecturas de los instrumentos de medida, calcula el valor del condensador C [μF].



Datos: $V_1 = 200 + 10 \cdot \alpha$ [V], $W = 4000 \cdot (10 + \alpha)$ [W], $R = 1$ [Ω], $V_2 = 400 + 10 \cdot \beta$ [V]

Teorema de la máxima transferencia de potencia

Calcular el valor de la impedancia que maximiza el consumo de potencia activa P.



$$\overline{\mathcal{Z}}_{th} = R_{th} + jX_{th}$$
$$\overline{\mathcal{Z}} = R + jX$$

$$\overline{\mathcal{I}} = \frac{\overline{\mathcal{V}}_{th}}{R_{th} + jX_{th} + R + jX} \qquad |\overline{\mathcal{I}}| = \frac{|\overline{\mathcal{V}}_{th}|}{\sqrt{(R + R_{th})^2 + (X + X_{th})^2}}$$

$$P = R|\overline{\mathcal{I}}|^2 = \frac{V_{th}^2 \cdot R}{(R + R_{th})^2 + (X + X_{th})^2}$$

Teorema de la máxima transferencia de potencia (cont)

1) R y X variables (caso más general)

$$\frac{\partial P}{\partial X} = 0 \implies \frac{-V_{th}^2 R \cdot 2(X + X_{th})}{\left((R + R_{th})^2 + (X + X_{th})^2\right)^2} = 0 \implies \boxed{X = -X_{th}}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \implies \frac{V_{th}^2 \left((R + R_{th})^2 + (X + X_{th})^2\right) - 2(R + R_{th})V_{th}^2 R}{\left((R + R_{th})^2 + (X + X_{th})^2\right)^2} = 0 \implies$$

$$(R + R_{th})^2 + (X + X_{th})^2 - 2(R + R_{th})R = 0 \implies$$

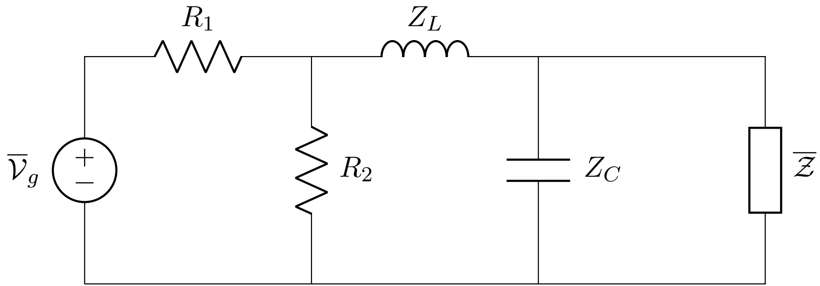
$$(R + R_{th})(R + R_{th} - 2R) = 0 \implies \boxed{R = R_{th}}$$

$$P^{\text{máx}} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}}$$

$$\left.\begin{array}{l} R = R_{th} \\ X = -X_{th} \end{array}\right\} \overline{Z} = \overline{Z}_{th}^*$$

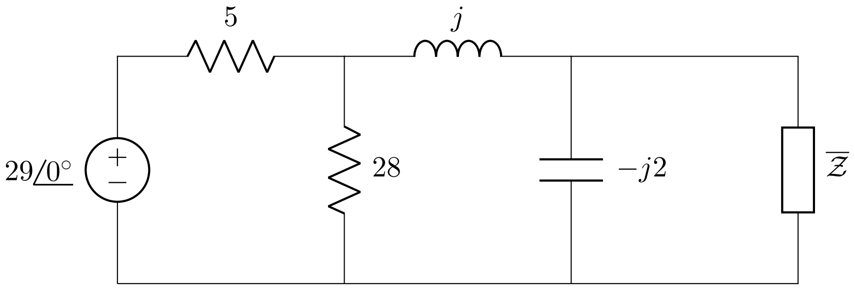
Determina la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}$ que consumiría la máxima potencia activa y el valor de dicha potencia.

a) $\mathrm{Re}(\overline{\mathcal{Z}})$ $[\Omega]$ b) $\mathrm{Im}(\overline{\mathcal{Z}})$ $[\Omega]$ c) $P^{\text{máx}}$ [W]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = (20+\alpha)\underline{/0^\circ}$ [V], $R_1 = \beta$ $[\Omega]$, $R_2 = 10+\gamma$ $[\Omega]$, $Z_L = j\delta$ $[\Omega]$, $Z_C = -j\epsilon$ $[\Omega]$

Solución 8-24



Calculamos la tensión e impedancia Thevenin:

$$\overline{\mathcal{Z}}_{th} = ((5||28) + j)||(-2j) = 0{,}89 - j1{,}79 \ [\Omega]$$

$$\overline{\mathcal{V}}_{th} = (-2j)\frac{28}{28 + j - 2j}\frac{29\underline{/0^\circ}}{5 + (28||(j - 2j))} = 11{,}29\underline{/-76{,}73^\circ} \text{ [V]}$$

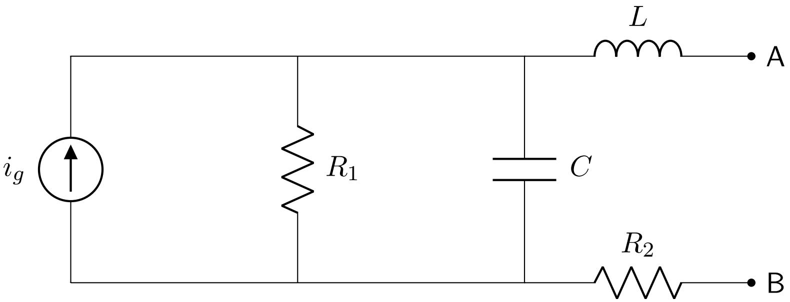
$$\overline{\mathcal{Z}} = \overline{\mathcal{Z}}_{th}^{*} = 0{,}89 + j1{,}79 \ [\Omega]$$

$$P^{\text{máx}} = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{11{,}29^2}{4 \cdot 0{,}89} = 35{,}68 \text{ [W]}$$

Ejercicio 8-25

Determina la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}$ que conectada entre A y B consumiría la máxima potencia activa y el valor de dicha potencia.

a) $\mathrm{Re}(\overline{\mathcal{Z}})$ $[\Omega]$ b) $\mathrm{Im}(\overline{\mathcal{Z}})$ $[\Omega]$ c) $P^{\text{máx}}$ [W]



Datos: $i_g(t) = \lambda \cos(100 \cdot \kappa t)$ [A], $R_1 = 10 + \theta$ $[\Omega]$, $R_2 = \eta$ $[\Omega]$, $C = \epsilon$ $[\mu\text{F}]$, $L = \delta$ [mH]

Teorema de la máxima transferencia de potencia (cont)

1) R y X variables

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial R} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial X} &= 0\end{aligned}\right\} \implies \overline{\mathcal{Z}} = \overline{\mathcal{Z}}_{th}^{*}$$

2) R constante y X variable

$$\frac{\partial P}{\partial X} = 0 \implies X = -X_{th}$$

3) R variable y X constante

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \implies R = \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X)^2}$$

4) Z variable y ϕ constante

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = 0 \implies Z = |\overline{\mathcal{Z}}_{th}|$$

Teorema de la máxima transferencia de potencia (cont)

1) G y B variables

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\partial P}{\partial G}=0\\ \frac{\partial P}{\partial B}=0\end{array}\right\} \implies \overline{\mathcal{Y}}=\overline{\mathcal{Y}}_{th}^{*}$$

2) G constante y B variable

$$\frac{\partial P}{\partial B}=0 \implies B=-B_{th}$$

3) G variable y B constante

$$\frac{\partial P}{\partial G}=0 \implies G=\sqrt{G_{th}^{2}+(B_{th}+B)^{2}}$$

4) Y variable y ϕ constante

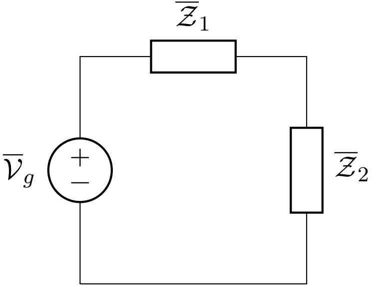
$$\frac{\partial P}{\partial Y}=0 \implies Y=|\overline{\mathcal{Y}}_{th}|$$

Ejercicio 8-26

Determina el valor de R para que la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}_2$ consuma la máxima potencia activa y el valor de dicha potencia.

a) R [Ω]

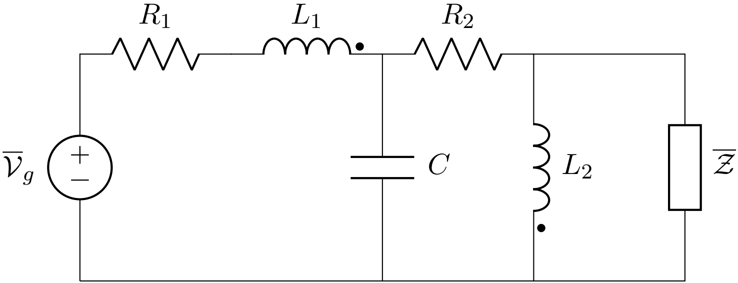
b) $P^{\text{máx}}$ [W]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = (20+\gamma)\underline{/0^\circ}$ [V], $\overline{\mathcal{Z}}_1 = \delta + j\epsilon$ [Ω], $\overline{\mathcal{Z}}_2 = R - j\eta$ [Ω]

Ejercicio 8-27

Determina el valor de R [Ω] para que la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}$ consuma la máxima potencia activa.



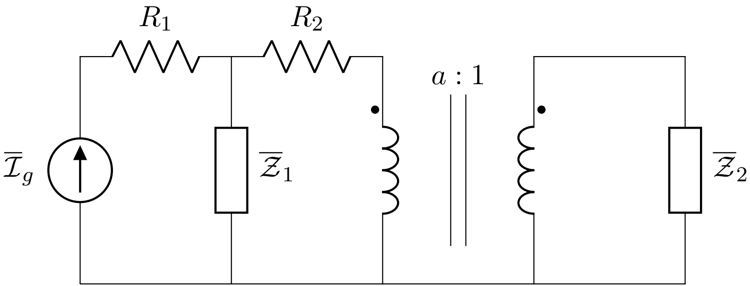
Datos: $R_1 = \theta$ [Ω], $R_2 = \kappa$ [Ω], $L_1 = \lambda$ [mH], $L_2 = \alpha$ [mH], $k = 0{,}8$, $C = \beta$ [mF], $\overline{\mathcal{Z}} = R + j\gamma$ [Ω], $f = 50$ [Hz]

Ejercicio 8-28

Determina la relación del transformador ideal a para que la impedancia $\overline{\mathcal{Z}}_2$ consuma la máxima potencia activa y el valor de dicha potencia.

a) a

b) $P^{\text{máx}}$ [W]



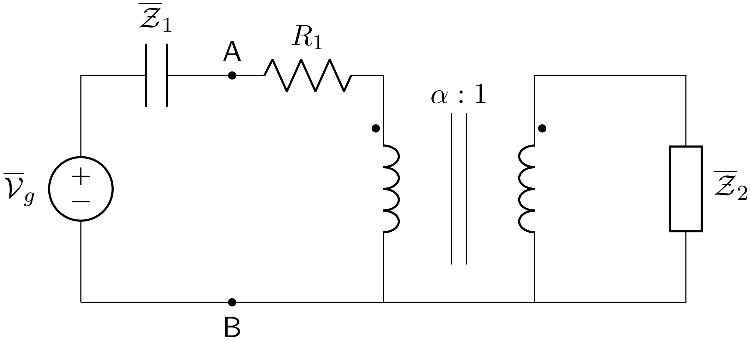
Datos: $\overline{\mathcal{I}}_g = \gamma\underline{/0^\circ}$ [A], $R_1 = \delta$ $[\Omega]$, $R_2 = \epsilon$ $[\Omega]$, $\overline{\mathcal{Z}}_1 = \eta + j(10 + \theta)$ $[\Omega]$, $\overline{\mathcal{Z}}_2 = \kappa + j\lambda$ $[\Omega]$

Ejercicio 8-29

Calcula el valor de la resistencia R a colocar entre A y B para que dicha resistencia consuma la máxima potencia activa así como el valor de dicha potencia.

a) R [Ω]

b) $P^{\text{máx}}$ [W]



Datos: $\overline{\mathcal{V}}_g = 10 \cdot \beta \underline{/0^\circ}$ [V], $\overline{\mathcal{Z}}_1 = -j\gamma$ [Ω], $R_1 = \delta$ [Ω], $\overline{\mathcal{Z}}_2 = \epsilon + j\eta$ [Ω]

Fallos que implican un 0 en el ejercicio de alterna

1) Sumar módulos de tensiones/intensidades o potencias aparentes
2) Impedancia de una resistencia con parte imaginaria
3) Impedancia de una bobina/condensador con parte real
4) Desfase entre tensión e intensidad de resistencia diferente a 0°
5) Desfase entre tensión e intensidad de bobina diferente a $+90^\circ$
6) Desfase entre tensión e intensidad de condensador diferente a -90°
7) Desfase entre tensión e intensidad de impedancia $> 90^\circ$ o $< -90^\circ$
8) Resistencia consumiendo o cediendo potencia reactiva
9) Bobina consumiendo activa o cediendo activa/reactiva
10) Condensador consumiendo activa/reactiva o cediendo activa