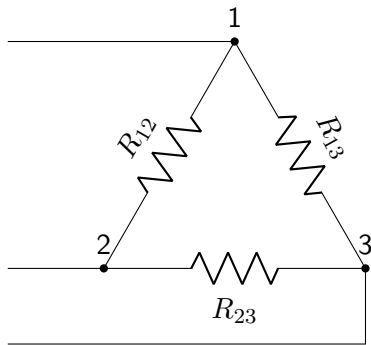


Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

Tema 3: Elementos de la teoría de circuitos (II)

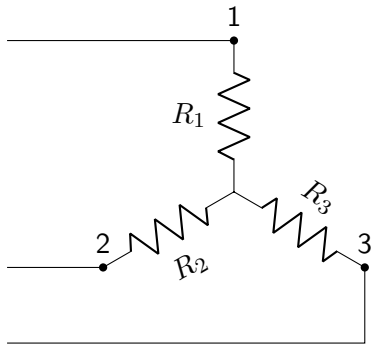
- Transformación estrella-triángulo
- Fuentes reales
- Máxima transferencia de potencia
- Circuitos equivalentes
- Transformación de fuentes reales
- Traslación fuentes ideales
- Fuentes dependientes

Transformación estrella-triángulo



$$R_{ij} = R_i + R_j + \frac{R_i R_j}{R_k}$$

$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

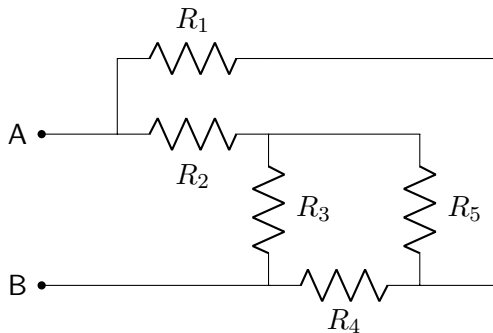


$$R_j = \frac{R_{ij} R_{jk}}{R_{ij} + R_{jk} + R_{ki}}$$

$$R_Y = \frac{R_{\Delta}}{3}$$

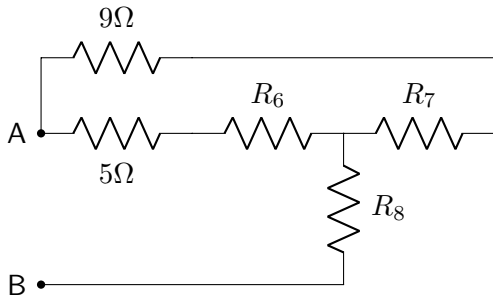
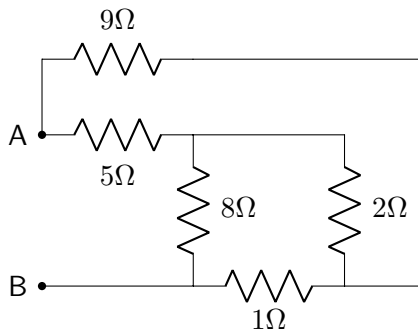
Ejercicio 3-1

Calcula la resistencia equivalente entre los terminales A y B



Datos: $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \beta[\Omega]$, $R_3 = \gamma[\Omega]$, $R_4 = \delta[\Omega]$, $R_5 = \epsilon[\Omega]$

Solución 3-1



$$R_6 = \frac{8 \cdot 2}{8 + 2 + 1} = 1,45\Omega$$

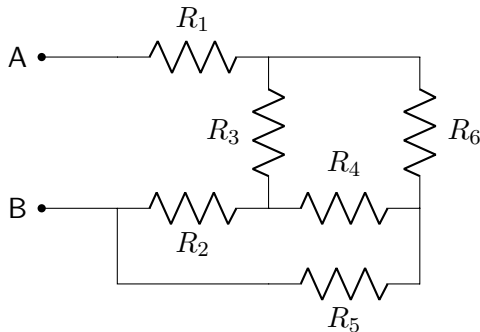
$$R_7 = \frac{2 \cdot 1}{8 + 2 + 1} = 0,18\Omega$$

$$R_8 = \frac{8 \cdot 1}{8 + 2 + 1} = 0,72\Omega$$

$$R_{eq} = R_8 + (9 + R_7) || (5 + R_6) = 4,5\Omega$$

Ejercicio 3-2

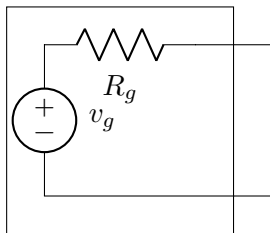
Calcula la resistencia equivalente entre los terminales A y B



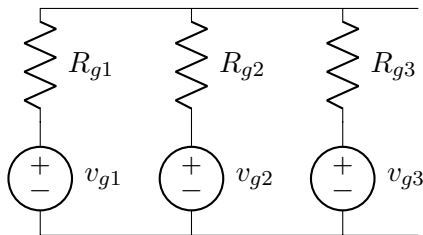
Datos: $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \beta[\Omega]$, $R_3 = \gamma[\Omega]$, $R_4 = \delta[\Omega]$, $R_5 = \epsilon[\Omega]$,
 $R_6 = \eta[\Omega]$

Fuente real tensión

Una fuente de tensión real se modela como una fuente de tensión ideal en serie con una resistencia



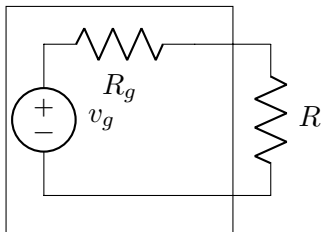
Pueden conectarse en paralelo aún con $v_{g1} \neq v_{g2} \neq v_{g3}$



Ejercicio 3-3

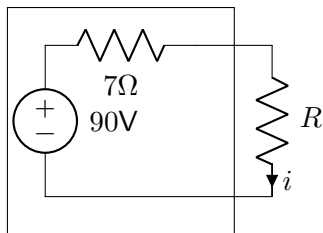
Calcula la potencia cedida por la fuente real de tensión para los siguientes valores de R y determina para cuál de estos valores esta potencia se hace máxima:

- a) $R = \beta[\Omega]$
- b) $R = \beta + \eta[\Omega]$
- c) $R = \theta + \lambda[\Omega]$
- d) $R = \delta[\Omega]$
- e) $R = \eta[\Omega]$
- f) $R = \kappa + \eta[\Omega]$
- g) $R = \gamma[\Omega]$
- h) $R = \alpha + \beta[\Omega]$
- i) $R = \epsilon[\Omega]$
- j) Valor de R que hace que la fuente real ceda la máxima potencia



Datos: $v_g = 10 \cdot \alpha[\text{V}]$, $R_g = \eta[\Omega]$

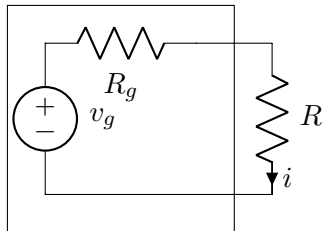
Solución 3-3



$R[\Omega]$	$i[\text{A}]$	$P[\text{W}]$
5		
12		
9		
1		
7		
11		
8		
14		
2		

Máxima transferencia de potencia

¿Valor de R la potencia cedida por la fuente de tensión real sea máxima?



$$i = \frac{v_g}{R_g + R}$$

$$P = Ri^2 = R \left(\frac{v_g}{R_g + R} \right)^2$$

Calculamos el máximo de P derivando con respecto a R e igualando a 0

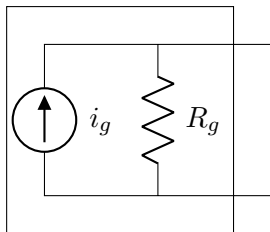
$$\frac{\partial P}{\partial R} = \left(\frac{v_g}{R_g + R} \right)^2 + R \cdot 2 \left(\frac{v_g}{R_g + R} \right) \frac{-v_g}{(R_g + R)^2} = \frac{(R_g - R)v_g^2}{(R_g + R)^3}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \implies R = R_g$$

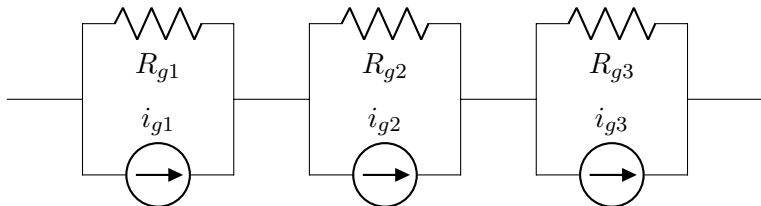
$$P^{\text{máx}} = R_g \left(\frac{v_g}{R_g + R_g} \right)^2 = \frac{v_g^2}{4R_g}$$

Fuente real intensidad

Una fuente de intensidad real se modela como una fuente de intensidad ideal en paralelo con una resistencia

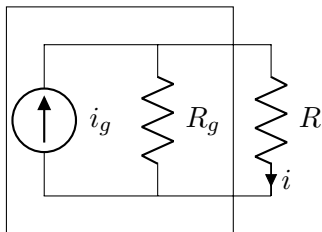


Las fuentes reales de intensidad pueden conectarse en serie aún con $i_{g1} \neq i_{g2} \neq i_{g3}$



Máxima transferencia de potencia (cont)

¿Valor de R la potencia cedida por la fuente de intensidad real sea máxima?



$$i = i_g \frac{R_g}{R_g + R}$$

$$P = Ri^2 = R \left(\frac{i_g R_g}{R_g + R} \right)^2$$

Calculamos el máximo de P derivando con respecto a R e igualando a 0

$$\frac{\partial P}{\partial R} = \left(\frac{i_g R_g}{R_g + R} \right)^2 + R \cdot 2 \left(\frac{i_g R_g}{R_g + R} \right) \frac{-i_g R_g}{(R_g + R)^2} = \frac{(R_g - R)(i_g R_g)^2}{(R_g + R)^3}$$

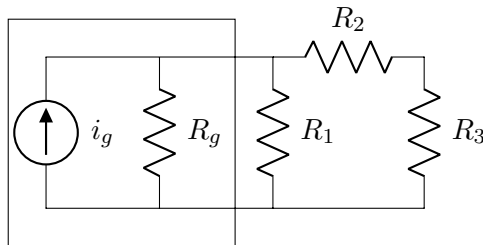
$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \implies R = R_g$$

$$P^{\text{máx}} = R_g \left(\frac{i_g R_g}{R_g + R_g} \right)^2 = \frac{i_g^2 R_g}{4}$$

Ejercicio 3-4

Para el circuito de la figura calcula:

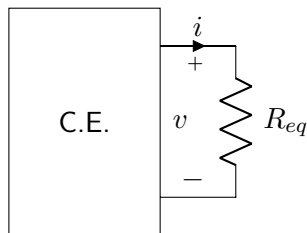
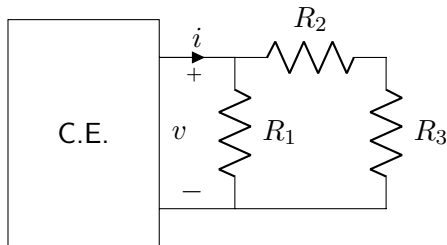
- a) El valor de R_2 para que la potencia transferida por la fuente real de intensidad sea máxima [Ω]
- b) El valor de la potencia consumida por R_2 [W]



Datos: $i_g = 10 \cdot \alpha$ [A], $R_g = 4$ [Ω], $R_1 = 6$ [Ω], $R_3 = \kappa$ [Ω]

Circuitos equivalentes

- Circuito equivalente de uno dado es otro ficticio que, visto desde sus terminales, se COMPORTA igual que el dado
- El circuito equivalente NO es igual que el original: tan sólo su comportamiento hacia el exterior es igual que el del original

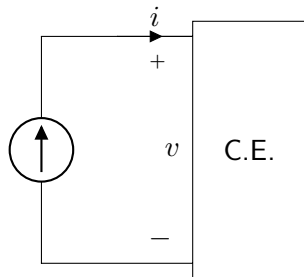
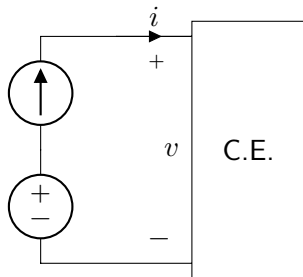
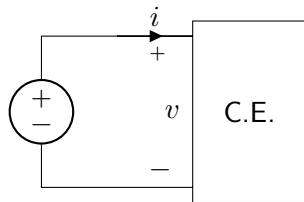
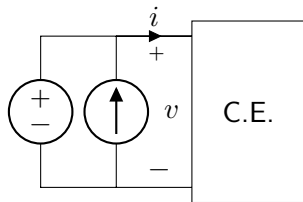


$$R_{eq} = R_1 || (R_2 + R_3)$$

- La relación entre la tensión v y la intensidad i es la misma en ambos circuitos

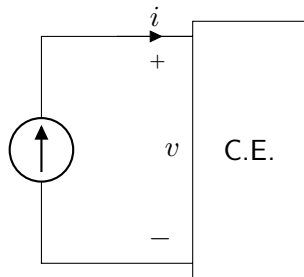
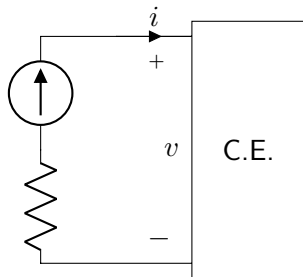
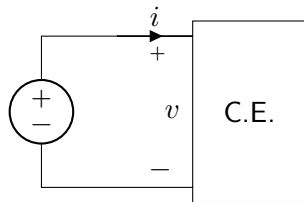
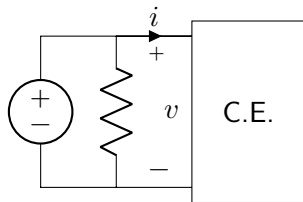
Circuitos equivalentes (cont)

Los siguientes circuitos son equivalentes. Esto no significa que hayamos eliminado ninguna fuente del circuito

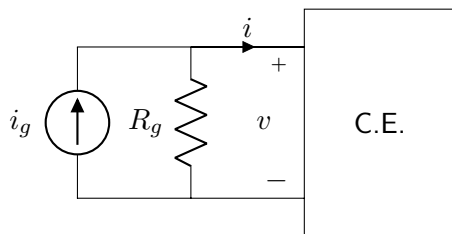
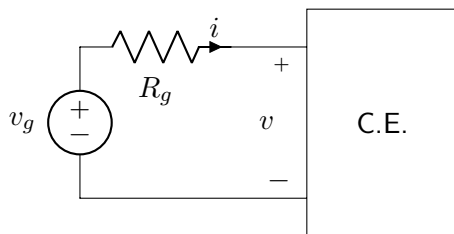


Circuitos equivalentes (cont)

Los siguientes circuitos son equivalentes. Esto no significa que hayamos eliminado ninguna resistencia del circuito



Transformación de fuentes reales



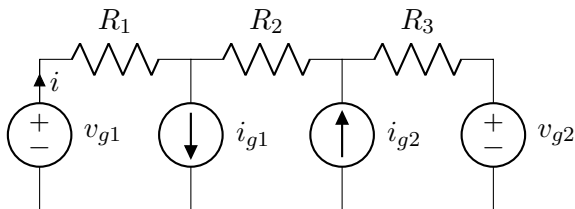
$$v_g = R_g \cdot i + v \implies i = \frac{v_g}{R_g} - \frac{v}{R_g}$$

$$v = R_g(i_g - i) \implies i = i_g - \frac{v}{R_g}$$

$$\boxed{\frac{v_g}{R_g} = i_g \implies v_g = R_g i_g}$$

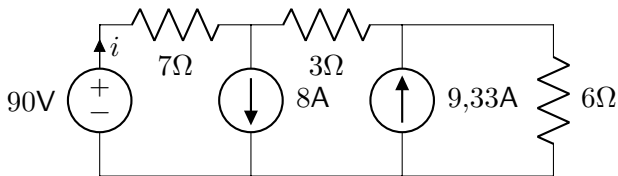
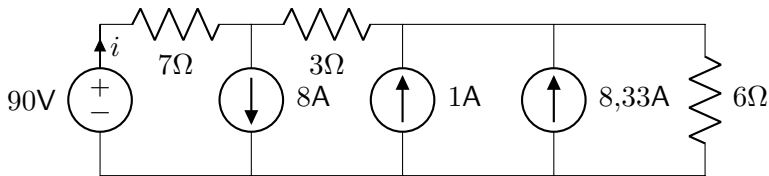
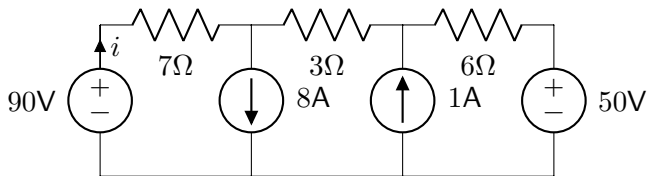
Ejercicio 3-5

Para el circuito de la figura, calcula i usando transformaciones de fuentes reales

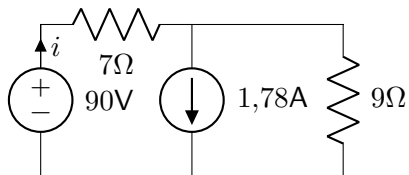
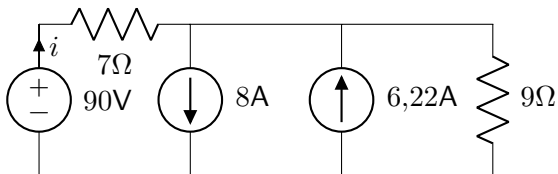
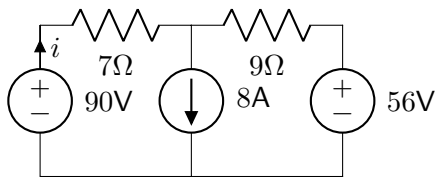


Datos: $v_{g1} = 10 \cdot \alpha [\text{V}]$, $v_{g2} = 10 \cdot \beta [\text{V}]$, $i_{g1} = \gamma [\text{A}]$, $i_{g2} = \delta [\text{A}]$, $R_1 = \eta [\Omega]$, $R_2 = \theta [\Omega]$, $R_3 = \lambda [\Omega]$

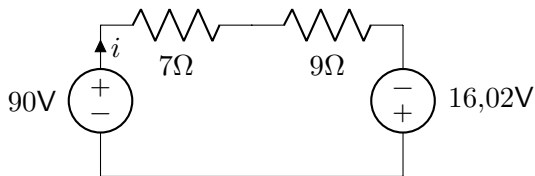
Solución 3-5



Solución 3-5 (cont)



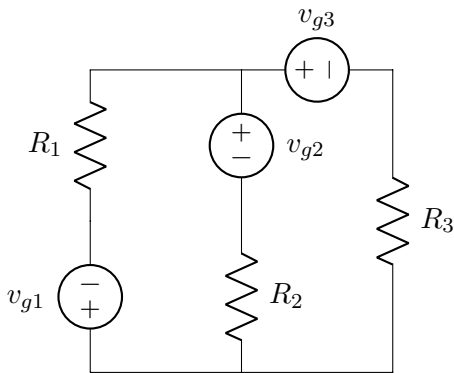
Solución 3-5 (cont)



$$i = \frac{90 + 16,02}{7 + 9} = 6,63[\text{A}]$$

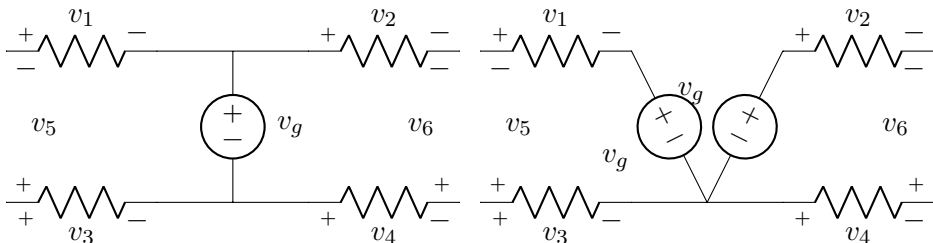
Ejercicio 3-6

Para el circuito de la figura, calcula la potencia [W] consumida por R_3 usando transformación de fuentes



Datos: $v_{g1} = 10 \cdot \alpha [\text{V}]$, $v_{g2} = 10 \cdot \beta [\text{V}]$, $v_{g3} = 10 \cdot \gamma [\text{V}]$, $R_1 = \eta [\Omega]$, $R_2 = \theta [\Omega]$, $R_3 = \lambda [\Omega]$

Traslación fuente ideal tensión



El balance de tensiones en cada malla es equivalente

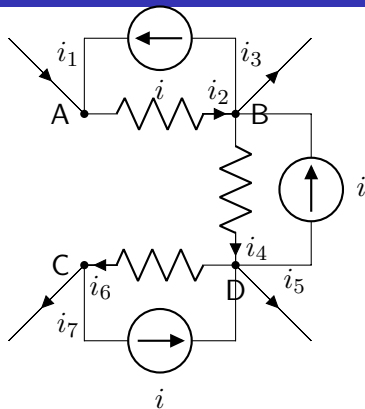
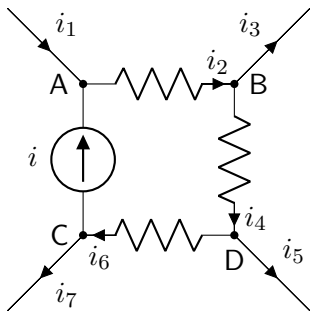
$$v_5 + v_1 + v_g = v_3$$

$$v_g + v_4 + v_6 = v_2$$

$$v_5 + v_1 + v_g = v_3$$

$$v_g + v_4 + v_6 = v_2$$

Traslación fuente ideal intensidad



El balance de intensidades en cada nudo es equivalente

$$A \rightarrow i_1 + i = i_2$$

$$B \rightarrow i_2 = i_3 + i_4$$

$$C \rightarrow i_6 = i + i_7$$

$$D \rightarrow i_4 = i_5 + i_6$$

$$A \rightarrow i_1 + i = i_2$$

$$B \rightarrow i_2 + \cancel{i} = i_3 + i_4 + \cancel{i}$$

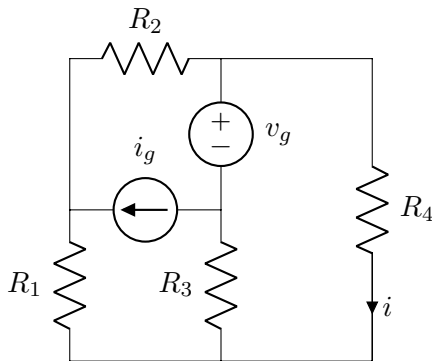
$$C \rightarrow i_6 = i + i_7$$

$$D \rightarrow i_4 + \cancel{i} = i_5 + i_6 + \cancel{i}$$

Ejercicio 3-7

Usa traslación y conversión de fuentes para calcular:

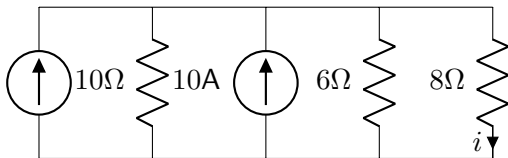
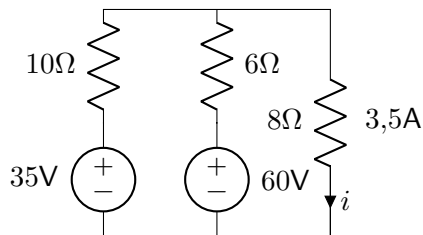
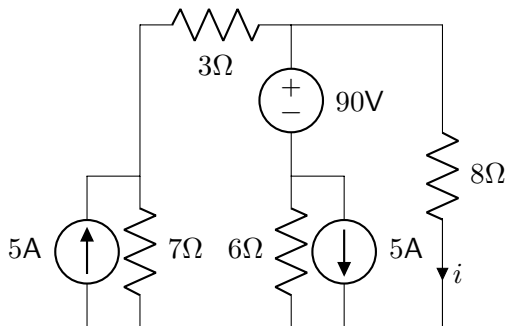
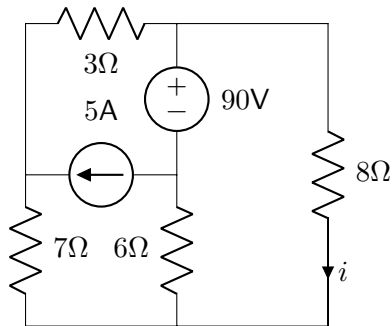
- a) Intensidad i [A]
- b) Potencia cedida por la fuente de intensidad [W]
- c) Potencia cedida por la fuente de tensión [W]



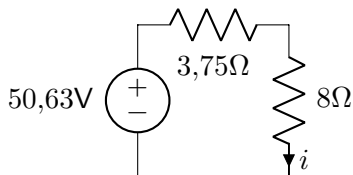
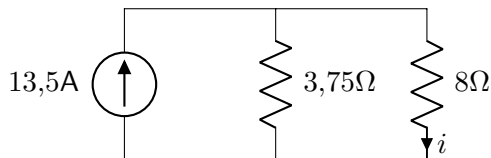
Datos:

$$v_g = 10 \cdot \alpha [\text{V}], i_g = \beta [\text{A}], R_1 = \eta [\Omega], R_2 = \theta [\Omega], R_3 = \lambda [\Omega], R_4 = \gamma [\Omega]$$

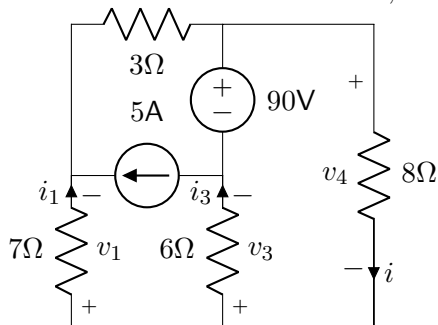
Solución 3-7



Solución 3-7 (cont)



$$i = \frac{50,63}{3,75 + 8} = 4,31[\text{A}]$$



$$v_4 = 34,48[\text{V}]$$

$$v_3 = 55,52[\text{V}]$$

$$i_3 = 9,25[\text{A}]$$

$$i_1 = -4,94[\text{A}]$$

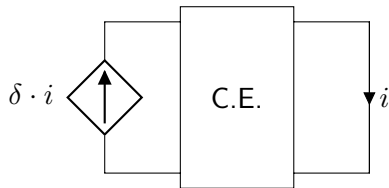
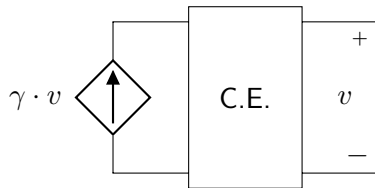
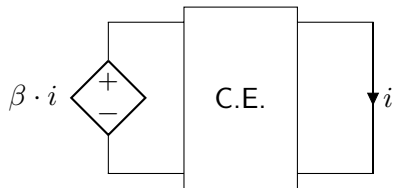
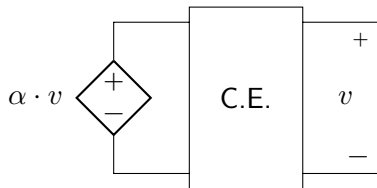
$$v_1 = -34,58[\text{V}]$$

$$P_{5A} = 450,5[\text{W}]$$

$$P_{90V} = 382,5[\text{W}]$$

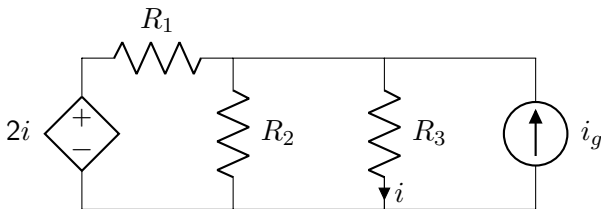
Fuentes dependientes

La tensión o intensidad es proporcional a la tensión o intensidad de otra parte del circuito



Ejercicio 3-8

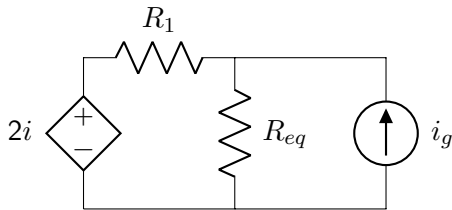
Para el circuito de la figura, calcula la intensidad i [A]



Datos: $i_g = \gamma[\text{A}]$, $R_1 = \eta[\Omega]$, $R_2 = \theta[\Omega]$, $R_3 = \lambda[\Omega]$

Solución 3-8

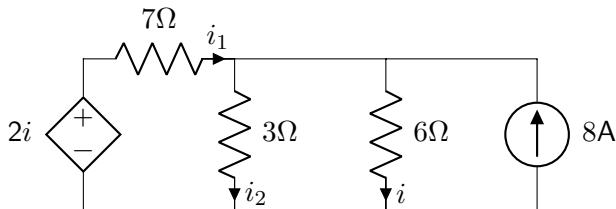
La primera opción puede ser calcular resistencia equivalente



Sin embargo, en el circuito de arriba ya no aparece i , y por lo tanto no podemos resolverlo

Solución 3-8 (cont)

Lo que tenemos que hacer es plantear las ecuaciones de Kirchhoff:

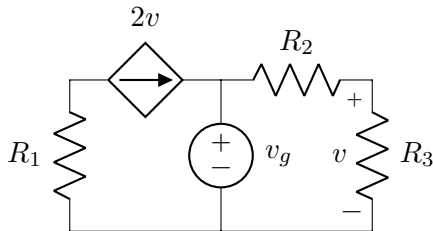


$$\left. \begin{aligned} i_1 + 8 &= i_2 + i \\ 2i &= 7i_1 + 3i_2 \\ 2i &= 7i_1 + 6i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} i = 2,24[\text{A}] \\ i_1 = -1,28[\text{A}] \\ i_2 = 4,48[\text{A}] \end{cases}$$

También se puede resolver usando conversión de fuentes!!

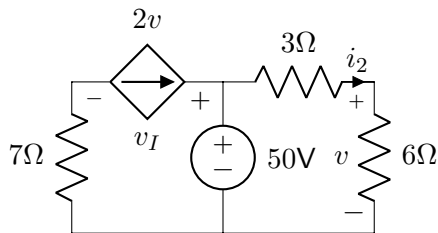
Ejercicio 3-9

Para el circuito de la figura, calcula la potencia cedida por la fuente dependiente de intensidad [W]



Datos: $v_g = 10 \cdot \beta [\text{V}]$, $R_1 = \eta [\Omega]$, $R_2 = \theta [\Omega]$, $R_3 = \lambda [\Omega]$

Solución 3-9



$$i_2 = \frac{50}{3 + 6} = 5,56[\text{A}]$$

$$v = 33,33[\text{V}]$$

$$v_I = 50 + 7 \cdot 2 \cdot 33,33 = 516,67[\text{V}]$$

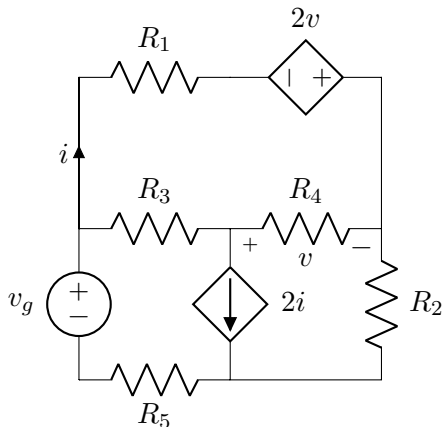
$$P_I = 34441[\text{W}]$$

Ejercicio 3-10

Usando las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm calcula:

a) i [A]

b) v [V]

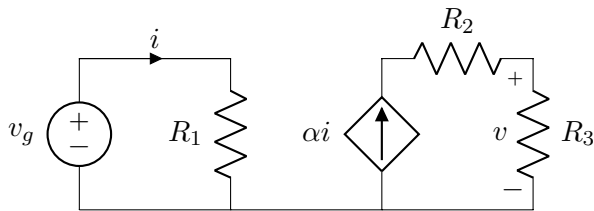


Datos:

$$v_g = 10 \cdot \delta [\text{V}], R_1 = \alpha [\Omega], R_2 = \beta [\Omega], R_3 = \gamma [\Omega], R_4 = \epsilon [\Omega], R_5 = \lambda [\Omega]$$

Ejercicio 3-11

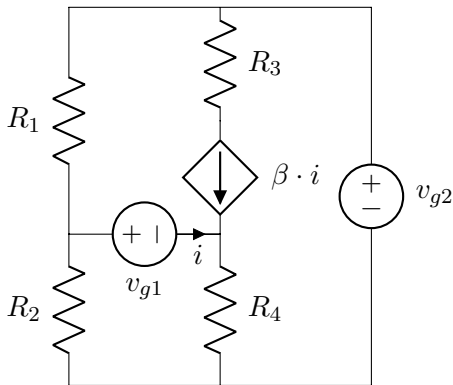
Para el circuito de la figura, calcula la tensión v [V] usando las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm



Datos: $v_g = 10 \cdot \beta$ [V], $R_1 = \eta$ [Ω], $R_2 = \theta$ [Ω], $R_3 = \lambda$ [Ω]

Ejercicio 3-12

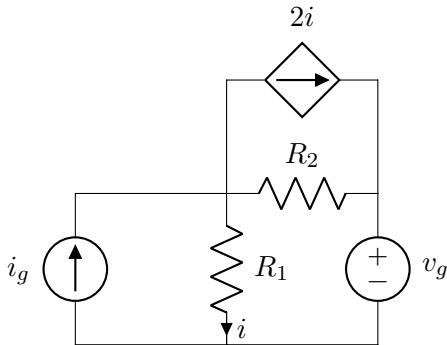
Para el circuito de la figura, calcula la intensidad i [A] usando las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm



Datos: $v_{g1} = 10 \cdot \alpha$ [V], $v_{g2} = 10 \cdot \delta$ [V], $R_1 = \eta$ [Ω], $R_2 = \theta$ [Ω], $R_3 = \lambda$ [Ω], $R_4 = \gamma$ [Ω]

Ejercicio 3-13

Para el circuito de la figura, calcula la tensión v_g [V] usando las leyes de Kirchhoff y la ley de Ohm



Datos: $i = \delta[\text{A}]$, $i_g = \alpha[\text{A}]$, $R_1 = \beta[\Omega]$, $R_2 = \gamma[\Omega]$