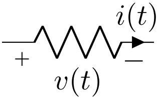
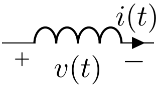
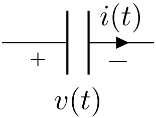
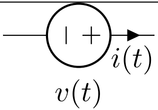
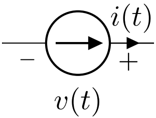
Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

Tema 2: Elementos de la teoría de circuitos

Contenidos

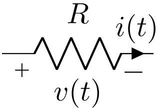
- Elementos básicos
- Ley de Ohm
- Resistencias en serie. Divisor de tensión
- Resistencias en paralelo. Divisor de intensidad
- Fuentes ideales

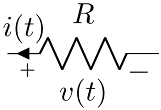
Elementos básicos

Resistencia (R)		$v(t) = Ri(t)$
Bobina (L)		$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$
Condensador (C)		$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$
Fuente tensión		$v(t)$ conocida $i(t)$ incógnita
Fuente intensidad		$v(t)$ incógnita $i(t)$ conocida

Resistencia. Ley de Ohm

- La resistencia (R) se mide en Ohmios ($\Omega = V/A$)
- La conductancia (G) es la inversa de la resistencia ($G = 1/R$) y se mide en Siemens ($S = 1/\Omega$)
- La ley de Ohm depende del criterio!!!





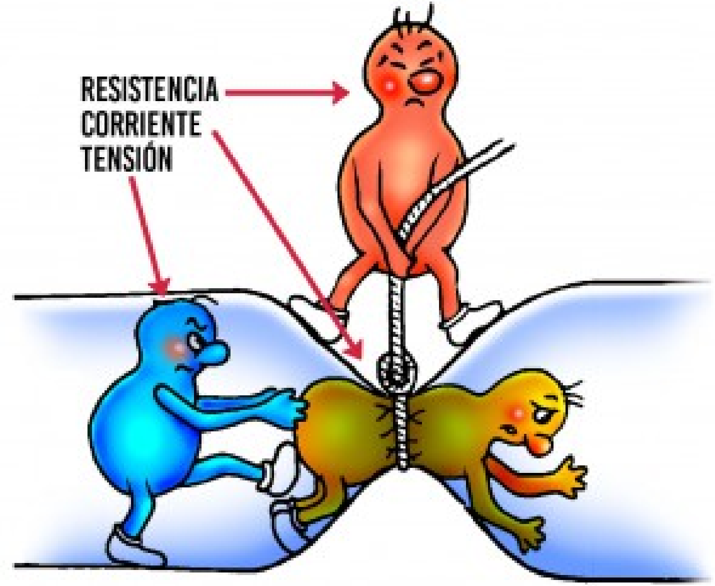
$$v(t) = Ri(t) \qquad i(t) = Gv(t)$$
$$p(t) = v(t)i(t) = Ri^2(t)$$
$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

$$v(t) = -Ri(t) \qquad i(t) = -Gv(t)$$
$$p(t) = v(t)i(t) = -Ri^2(t)$$
$$p(t) = v(t)i(t) = -\frac{v^2(t)}{R}$$

- Una resistencia siempre consume potencia (Efecto Joule)

> ❓ ¿Qué representa $R = \infty$? ¿Y $R = 0$?

Resistencia. Ley de Ohm (cont)

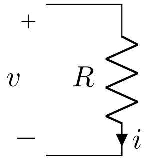


Ejercicio 2-1

Dado el circuito de la figura, calcula:

a) La intensidad i [A]

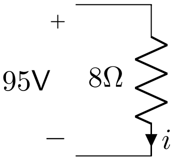
b) La potencia consumida por la resistencia [W]



Datos: $v = 10 \cdot \alpha + \beta$ [V], $R = \gamma$ [Ω]

Solución 2-1

Calcula la intensidad i y la potencia consumida por la resistencia



$$\text{a) } i = \frac{v}{R} = \frac{95}{8} = 11{,}88 \text{ A}$$
$$\text{b) } p = Ri^2 = 8 \cdot 11{,}88^2 = 1129{,}08 \text{ W}$$

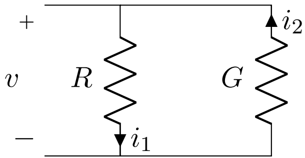
Ejercicio 2-2

Dado el circuito de la figura, calcula:

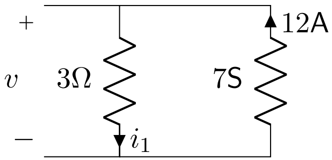
a) La tensión v [V]

b) La intensidad i_1 [A]

c) La potencia total consumida por las dos resistencias [W]



Datos: $i_2 = 10 \cdot \delta + \epsilon$ [A], $G = \eta$ [S], $R = \theta$ [Ω]



a) $v = \dfrac{-12}{7} = -1{,}71$ V

b) $i_1 = \dfrac{-1{,}71}{3} = -0{,}57$ A

c) $P = \dfrac{1}{7}12^2 + 3 \cdot 0{,}57^2 = 21{,}55$ W

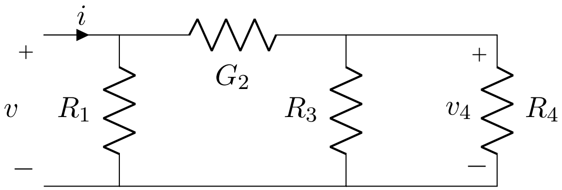
Ejercicio 2-3

Dado el circuito de la figura, calcula:

a) La tensión v [V]

b) La intensidad i [A]

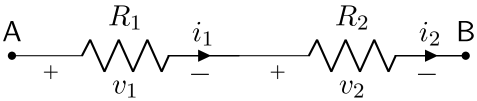
c) La potencia total consumida por las cuatro resistencias [W]



Datos: $R_1 = \lambda[\Omega], G_2 = \kappa$ [S], $R_3 = \alpha[\Omega], R_4 = \delta[\Omega]$, $v_4 = 10 \cdot \beta$ [V]

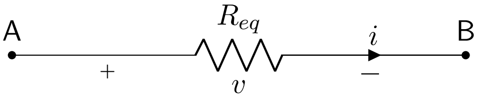
Resistencias en serie

Dos resistencias están en serie si están atravesadas por la misma intensidad



$$i_1 = i_2$$
$$v_1 = R_1 i_1$$
$$v_2 = R_2 i_2$$

¿Cuál es el valor de R_{eq} que hace que la relación entre la tensión y la intensidad vista desde lo terminales A y B sea la misma en ambos casos?

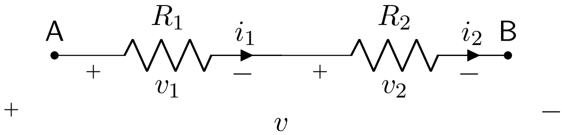


$$i = i_1 = i_2$$
$$v = v_1 + v_2$$
$$v = R_{eq} i$$

$$R_{eq} i = v = v_1 + v_2 = R_1 i_1 + R_2 i_2 = (R_1 + R_2) i \implies R_{eq} = R_1 + R_2$$

Divisor de tensión

Determina v_1 y v_2 en función de v, R_1 and R_2



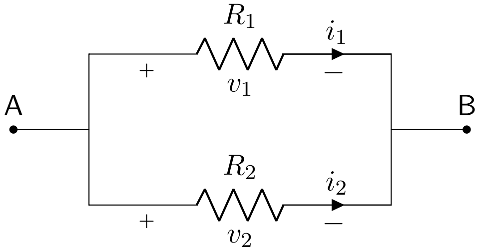
$$i_1 = i_2 = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

$$v_1 = R_1 i_1 = R_1 \frac{v}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v$$

$$v_2 = R_2 i_2 = R_2 \frac{v}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

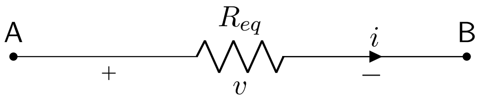
Resistencias en paralelo

Dos resistencias están en paralelo si están sometidas a la misma tensión



$$v_1 = v_2$$
$$v_1 = R_1 i_1$$
$$v_2 = R_2 i_2$$

¿Cuál es el valor de R_{eq} que hace que la relación entre la tensión y la intensidad vista desde lo terminales A y B sea la misma en ambos casos?

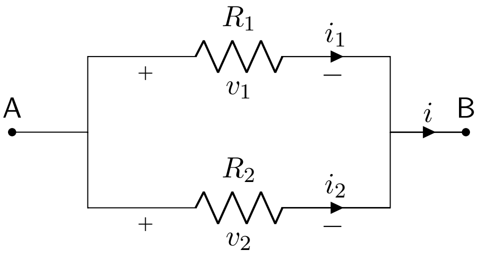


$$v = v_1 = v_2$$
$$i = i_1 + i_2$$
$$v = R_{eq} i$$

$$\frac{v}{R_{eq}} = i = i_1 + i_2 = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} = v\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \implies \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Divisor de intensidad

Determina i_1 y i_2 en función de i, R_1 and R_2

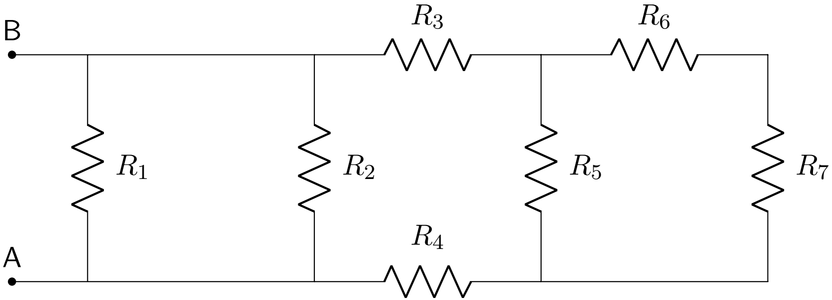


$$v_1 = v_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

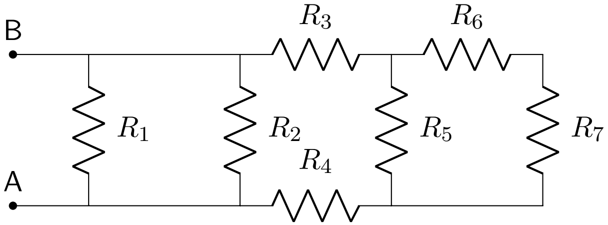
$$i_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Serie, paralelo y el más allá



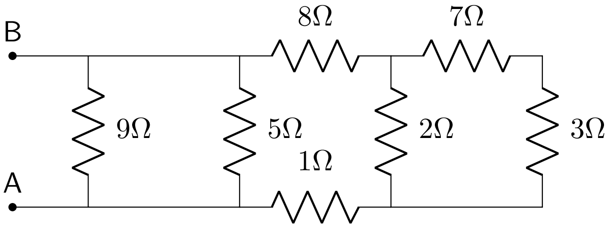
Ejercicio 2-4

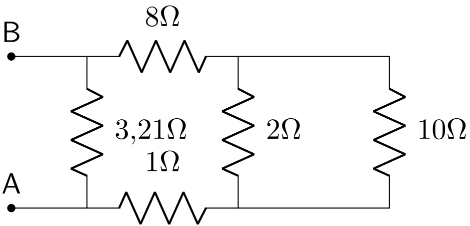
Calcula la resistencia equivalente vista desde los terminales A y B

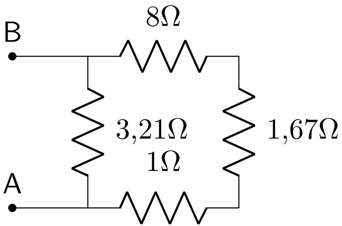


Datos: $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \beta[\Omega]$, $R_3 = \gamma[\Omega]$, $R_4 = \delta[\Omega]$, $R_5 = \epsilon[\Omega]$, $R_6 = \eta[\Omega]$, $R_7 = \theta[\Omega]$

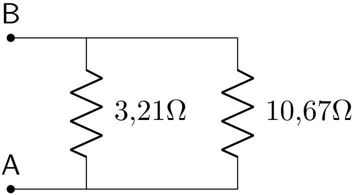
Solución 2-4

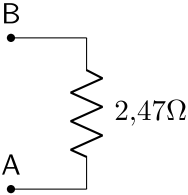






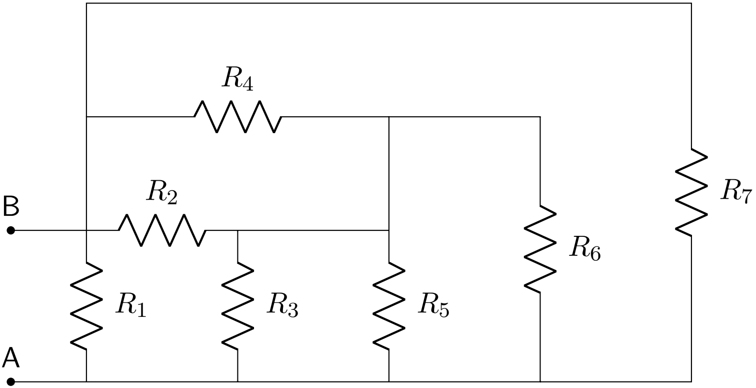
Solución 2-4 (cont)





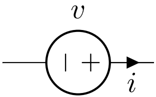
$$R_{AB} = 2{,}47\Omega$$

Calcula la resistencia equivalente vista desde los terminales A y B

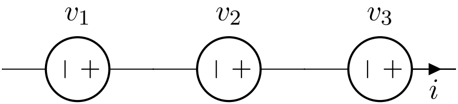


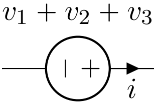
Datos: $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \beta[\Omega]$, $R_3 = \gamma[\Omega]$, $R_4 = \delta[\Omega]$, $R_5 = \epsilon[\Omega]$, $R_6 = \eta[\Omega]$, $R_7 = \theta[\Omega]$

- Tensión v conocida e intensidad i incógnita del circuito

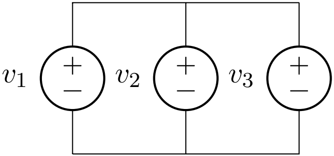


- Asociación en serie





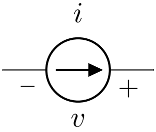
- Asociación en paralelo



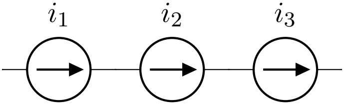
Solo tiene sentido si $v_1 = v_2 = v_3$

Fuente de intensidad ideal

- Intensidad i conocida y tensión v incógnita del circuito

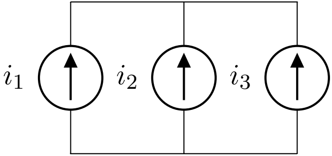


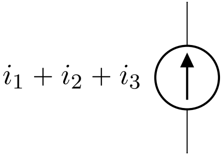
- Asociación en serie



Solo tiene sentido si $i_1 = i_2 = i_3$

- Asociación en paralelo

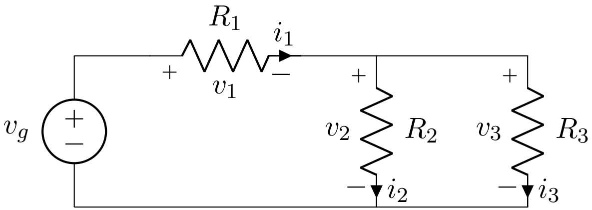




Ejercicio 2-6

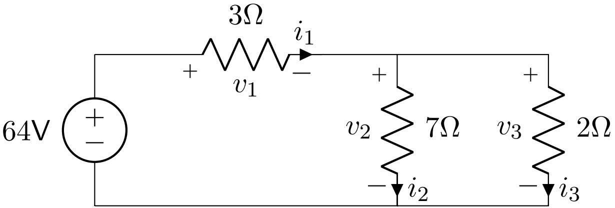
Para el circuito de la figura, calcula:

a) v_1 [V]
b) v_2 [V]
c) v_3 [V]
d) i_1 [A]
e) i_2 [A]
f) i_3 [A]
g) P_{R1} [W,con]
h) P_{R2} [W,con]
i) P_{R3} [W,con]
j) P_{vg} [W,gen]

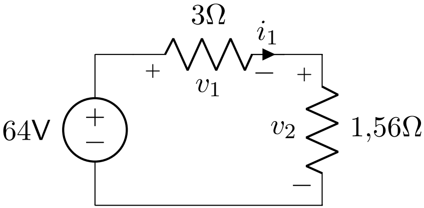


Datos: $v_g = 10 \cdot \lambda + \kappa[\mathrm{V}], R_1 = \theta[\Omega], R_2 = \eta[\Omega], R_3 = \epsilon[\Omega]$

Solución 2-6



En primer lugar transformamos el circuito



$$i_1 = \frac{64}{3 + 1{,}56} = 14{,}04 \text{ A}$$

$$v_1 = 3 \cdot 14{,}04 = 42{,}11 \text{ V}$$

$$v_2 = v_3 = 1{,}56 \cdot 14{,}04 = 21{,}89 \text{ V}$$

Solución 2-6 (cont)

Las intensidades por la rama en paralelo las podemos calcular haciendo

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2} = \frac{21{,}89}{7} = 3{,}13 \text{ A}$$
$$i_3 = \frac{v_3}{R_3} = \frac{21{,}89}{2} = 10{,}95 \text{ A}$$

Las potencias consumidas por las resistencias son:

$$P_{R1} = R_1 i_1^2 = 3 \cdot 14{,}04^2 = 591{,}36 \text{ W}$$
$$P_{R2} = R_2 i_2^2 = 7 \cdot 3{,}13^2 = 68{,}58 \text{ W}$$
$$P_{R3} = R_3 i_3^2 = 2 \cdot 10{,}95^2 = 239{,}81 \text{ W}$$

La potencia generada por la fuente de tensión es:

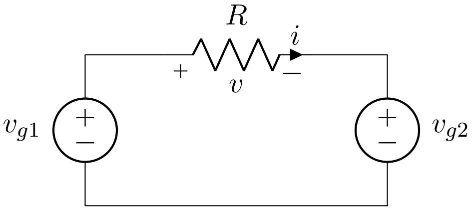
$$P_{vg} = 64 \cdot i_1 = 64 \cdot 14{,}04 = 898{,}56 \text{ W}$$

La suma de las potencias consumidas por la resistencias es igual a la generada por la fuente de tensión (balance de potencias ok)

Ejercicio 2-7

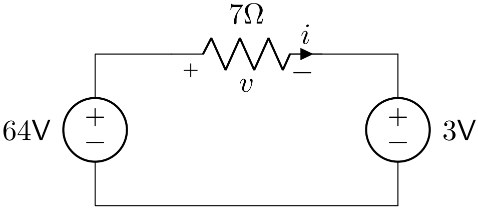
Pare el circuito de la figura, calcula:

a) v [V]
b) i [A]
c) P_R [W] (con)
d) P_{g1} [W] (gen)
e) P_{g2} [W] (gen)



Datos: $v_{g1} = 10 \cdot \lambda + \kappa$[V], $v_{g2} = \theta$[V], $R = \eta[\Omega]$

Solución 2-7



$$64 = v + 3 \implies v = 61 \text{ V}$$

$$i = \frac{61}{7} = 8{,}71 \text{ A}$$

$$P_{7\Omega} = 7 \cdot 8{,}71^2 = 531{,}05 \text{ W (consumida)}$$

$$P_{64V} = 64 \cdot 8{,}71 = 557{,}44 \text{ W (generada)}$$

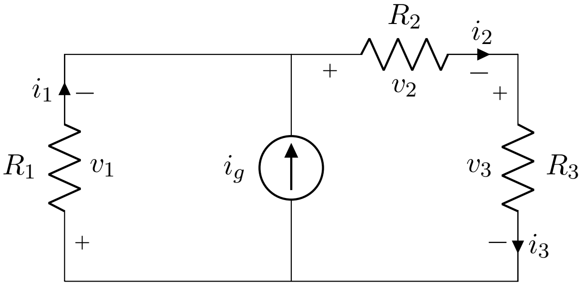
$$P_{3V} = 3 \cdot 8{,}71 = 26{,}13 \text{ W (consumida)}$$

Las fuentes de tensión e intensidad pueden generar o consumir potencia

Ejercicio 2-8

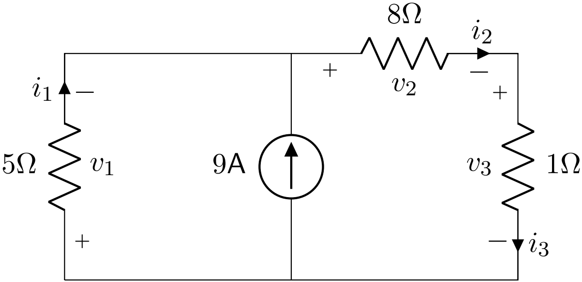
Para el circuito de la figura, calcula:

a) i_1 [A]
b) i_2 [A]
c) i_3 [A]
d) v_1 [V]
e) v_2 [V]
f) v_3 [V]
g) P_{R1} [W,con]
h) P_{R2} [W,con]
i) P_{R3} [W,con]
j) P_{ig} [W,gen]



Datos: $i_g = \alpha[\text{A}], R_1 = \beta[\Omega], R_2 = \gamma[\Omega], R_3 = \delta[\Omega]$

Solución 2-8



$$i_1 = \frac{v_1}{5}$$

$$i_2 = i_3 = \frac{-v_1}{8+1}$$

$$i_1 + 9 = i_2 \implies \frac{v_1}{5} + 9 = \frac{-v_1}{9} \implies v_1 = -28{,}93\ \mathrm{V}$$

Solución 2-8 (cont)

$$i_1 = \frac{-28{,}93}{5} = -5{,}79 \text{ A}$$

$$i_2 = i_3 = \frac{28{,}93}{9} = 3{,}21 \text{ A}$$

$$v_2 = 8 \cdot i_2 = 8 \cdot 3{,}21 = 25{,}68 \text{ V}$$

$$v_3 = 1 \cdot i_3 = 1 \cdot 3{,}21 = 3{,}21 \text{ V}$$

$$P_{9A} = 28{,}93 \cdot 9 = 260{,}37 \text{ W,gen}$$

$$P_{5\Omega} = -28{,}93 \cdot -5{,}79 = 167{,}50 \text{ W,con}$$

$$P_{8\Omega} = 25{,}68 \cdot 3{,}21 = 82{,}43 \text{ W,con}$$

$$P_{2\Omega} = 3{,}21 \cdot 3{,}21 = 10{,}30 \text{ W,con}$$

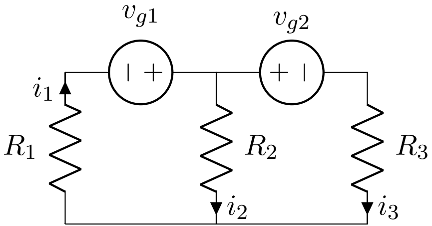
Ejercicio 2-9

Para el circuito de la figura, calcula:

a) i_1 [A]

b) i_2 [A]

c) i_3 [A]



Datos: $v_{g1} = 10 \cdot \eta[\text{V}], v_{g2} = 10 \cdot \beta[\text{V}], R_1 = \alpha[\Omega], R_2 = \epsilon[\Omega], R_3 = \delta[\Omega]$

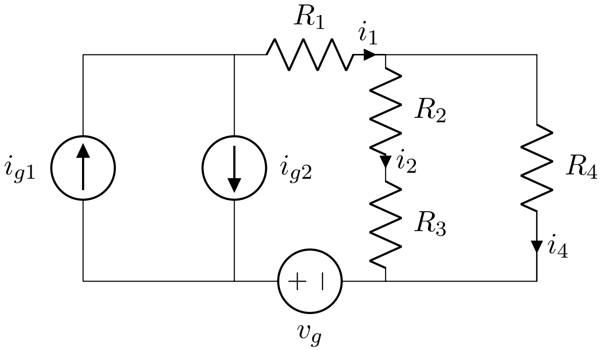
Ejercicio 2-10

Para el circuito de la figura, calcula:

a) i_1 [A]

b) i_2 [A]

c) i_4 [A]



Datos: $i_{g1} = 10 \cdot \eta$[A], $i_{g2} = \beta$[A], $v_g = 10 \cdot \theta$[V], $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \epsilon[\Omega]$, $R_3 = \delta[\Omega]$, $R_4 = \gamma[\Omega]$

Ejercicio 2-11

Para el circuito de la figura, calcula:

a) i_1 [A]

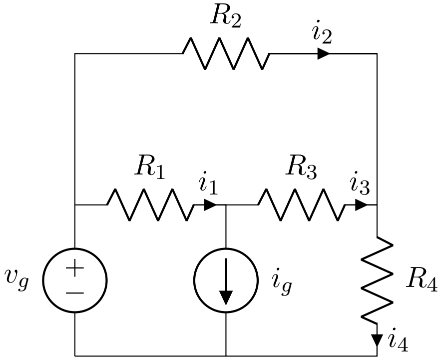
b) i_2 [A]

c) i_3 [A]

d) i_4 [A]

e) P_{vg} [W,gen]

f) P_{ig} [W,gen]



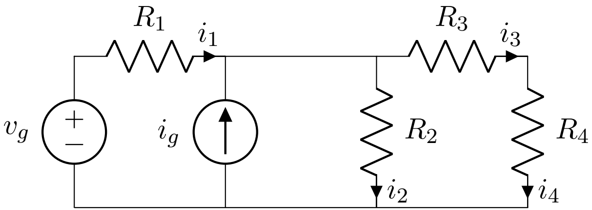
Datos:

$i_g = 10 \cdot \beta$[A], $v_g = 10 \cdot \eta$[V], $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \epsilon[\Omega]$, $R_3 = \delta[\Omega]$, $R_4 = \gamma[\Omega]$

Ejercicio 2-12

Para el circuito de la figura, calcula:

a) i_1 [A]
b) i_2 [A]
c) i_3 [A]
d) i_4 [A]
e) P_{vg} [W,gen]
f) P_{ig} [W,gen]
g) P_{R1} [W,con]
h) P_{R2} [W,con]
i) P_{R3} [W,con]
j) P_{R4} [W,con]



Datos:

$i_g = 10 \cdot \beta$[A], $v_g = 10 \cdot \eta$[V], $R_1 = \alpha[\Omega]$, $R_2 = \epsilon[\Omega]$, $R_3 = \delta[\Omega]$, $R_4 = \gamma[\Omega]$