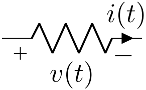
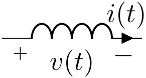
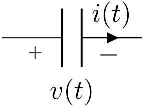
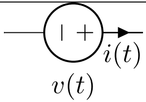
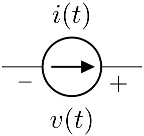
Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

Tema 6: Elementos de la teoría de circuitos (III)

Contenidos

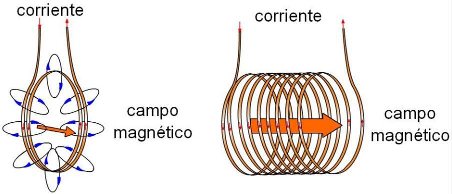
- Bobina
- Condensador
- Acoplamiento magnético
- Bobinas acopladas
- Transformador ideal

Elementos básicos

Resistencia (R)		$v(t) = Ri(t)$
Bobina (L)		$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$
Condensador (C)		$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$
Fuente tensión		$v(t)$ conocida $i(t)$ incógnita
Fuente intensidad		$v(t)$ incógnita $i(t)$ conocida

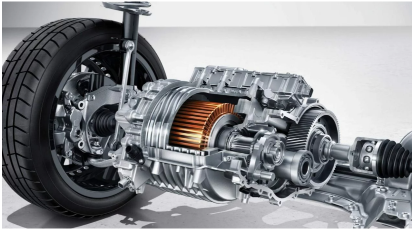
Bobina

- Hilo metálico alrededor de un núcleo (magnético o no)
- Ley de Ampere: una corriente eléctrica (variable) produce un campo magnético (variable)
- Ley de Faraday: un campo magnético variable crea una tensión inducida
- Su comportamiento está relacionado con campos magnéticos
- Se demostró que la tensión inducida es proporcional al ratio de variación de la corriente



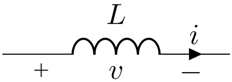
Aplicaciones Principales de una Bobina

- **Transformadores:**
  - Las bobinas son parte fundamental de los transformadores, los cuales convierten la energía entre diferentes niveles de voltaje.
- **Motores Eléctricos y Generadores:**
  - Las bobinas son componentes clave en motores y generadores, ya que convierten la energía eléctrica en energía mecánica, y viceversa.
- **Filtros de Frecuencia:**
  - Se utilizan en circuitos de radio y televisión para bloquear o permitir el paso de ciertas frecuencias.



Bobina (cont)

- L es el coeficiente de autoinducción (se mide en Henrios (H) y depende de la geometría de la bobina y las características magnéticas)



$$v = L\frac{di}{dt}$$

- Para i constante, $v = 0 \rightarrow$ cortocircuito
- La intensidad no puede cambiar de bruscamente (función continua)
- La intensidad se calcula como $i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)dt$
- La potencia se calcula como $P(t) = v(t)i(t) = Li(t)\frac{di}{dt}$
- La energía almacenada se calcula como

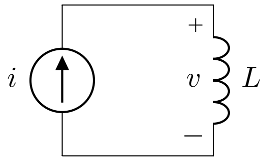
$$w(t) = \int_{t_0}^{t} p(t)dt = \int_{t_0}^{t} Li(t)\frac{di}{dt}dt = \frac{1}{2}L\left(i^2(t) - i^2(t_0)\right)$$

- Si $i(t_0) = 0$ la energía se calcula como $w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$

Ejercicio 6-1

La fuente genera una corriente igual a cero para $t < 0$ y un pulso $10 \cdot \delta \cdot t \cdot e^{-\beta t}$ para $t > 0$. Determina la expresión de la tensión en bornas de la bobina $v(t)$, dibuja la forma de onda de corriente y tensión, y calcula

a) $i(t = \frac{2}{\beta}\text{s})$ [A]
b) $v(t = \frac{2}{\beta}\text{s})$ [V]
c) Energía almacenada $t = \frac{2}{\beta}\text{s}$ [mJ]
d) Instante t (en segundos) en el que la corriente es máxima
e) Instante t (en segundos) en el que la tensión es máxima
f) Instante t (en segundos) en el que la tensión cambia de polaridad



Datos: $L = 100 \cdot \delta$ mH

Solución 6-1

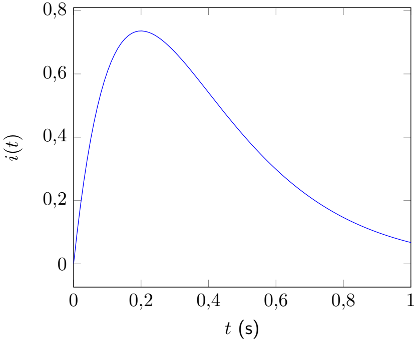
$$i(t) = 10te^{-5t}, t > 0 \qquad L = 100\text{mH}$$

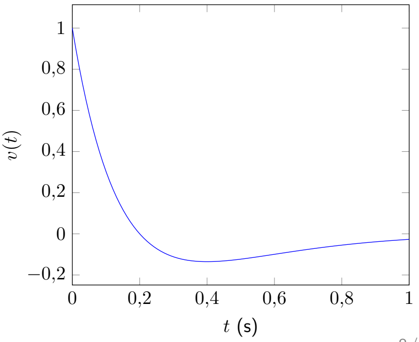
$$v(t) = L\frac{di}{dt} = 0{,}1 \cdot 10\left(e^{-5t} - 5te^{-5t}\right) = e^{-5t}(1 - 5t)$$

$$i(t = 0{,}4) = 10 \cdot 0{,}4 \cdot e^{-5 \cdot 0{,}4} = 0{,}54 \text{ [A]}$$

$$v(t = 0{,}4) = e^{-5 \cdot 0{,}4}(1 - 5 \cdot 0{,}4) = -0{,}14 \text{ [V]}$$

$$w(t = 0{,}4) = 0{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}54^2 = 14{,}58 \text{ [mJ]}$$





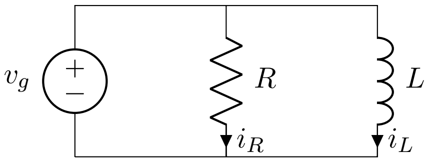
Ejercicio 6-2

Para el circuito de la figura determina las expresiones $i_R(t)$ y $i_L(t)$ para $t > 0$ suponiendo que $i_L = 0$ para $t \leqslant 0$. Dibuja las funciones $v_g(t)$ y $i_L(t)$ para $t > 0$ y calcula

a) $i_R(t = \frac{2}{\beta})$ [A]

b) $i_L(t = \frac{2}{\beta})$ [A]

c) $w_L(t = \frac{2}{\beta})$ [mJ]

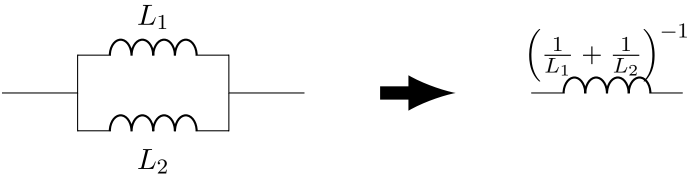


Datos: $R = \gamma[\Omega], L = 100 \cdot \delta$ [mH], $v_g = \begin{cases} 0, t \leqslant 0 \\ 2 \cdot \alpha \cdot te^{-\beta \cdot t}, t > 0 \end{cases}$

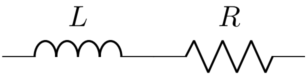
Bobina (cont)

- Bobinas en serie

- Bobinas en paralelo

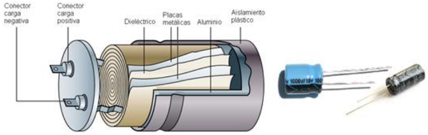


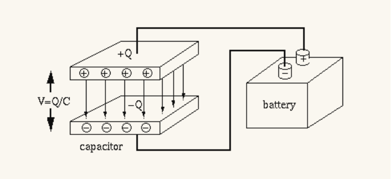
- Bobina real



Condensador

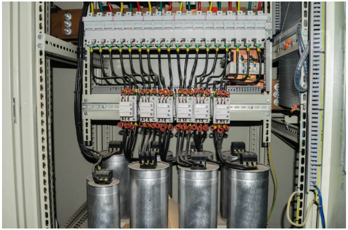
- Está compuesto de dos conductores separados por un aislante o material dieléctrico
- Puede almacenar carga eléctrica (como las baterías)
- Su comportamiento está basado en fenómenos asociados con campos eléctricos
- Se demostró que la corriente es proporcional al ratio de variación de la tensión





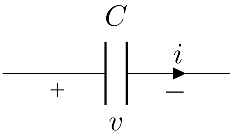
Aplicaciones Principales de un Condensador

- **Corrección del Factor de Potencia:**
  - Mejora la eficiencia energética de sistemas eléctricos compensando la energía reactiva.
- **Almacenamiento de Energía:**
  - Usados en fuentes de alimentación, estabilizadores y sistemas de backup de energía (UPS).
- **Filtros de Frecuencia:**
  - Se utilizan para eliminar ruidos y estabilizar señales en circuitos de audio y radiofrecuencia.



Condensador (cont)

- C es la capacidad (se mide en Faradios (F) y depende de la geometría del condensador y las características del material dieléctrico)



$$i = C\frac{dv}{dt}$$

- Para v constante, $i = 0 \rightarrow$ circuito abierto
- La tensión no puede cambiar de bruscamente (función continua)
- La tensión se calcula como $v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt$
- La potencia se calcula como $P(t) = v(t)i(t) = Cv(t)\frac{dv}{dt}$
- La energía almacenada se calcula como

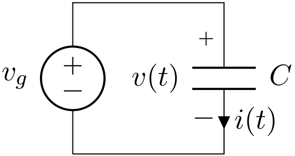
$$w(t) = \int_{t_0}^{t} p(t)dt = \int_{t_0}^{t} Cv(t)\frac{dv}{dt}dt = \frac{1}{2}C\left(v^2(t) - v^2(t_0)\right)$$

- Si $v(t_0) = 0$ la energía se calcula como $w(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t)$

Ejercicio 6-3

Dado el circuito de la figura determina y dibuja $v(t)$ y $i(t)$ y calcula

a) $v(t = \frac{\delta}{2}s)$ [V] b) $i(t = \frac{\delta}{2}s)$ [μA] c) $w(t = \frac{\delta}{2}s)$ [μJ]



$$\text{Datos: } C = \frac{\beta}{10}\ [\mu\text{F}], v_g = \begin{cases} 0, t \leqslant 0s \\ \kappa \cdot t, 0 \leqslant t \leqslant \delta s \\ \kappa e^{-(t-\delta)}, t \geqslant \delta s \end{cases} \quad [\text{V}]$$

Solución 6-3

$$C = 0{,}5 \text{ [}\mu\text{F]}$$

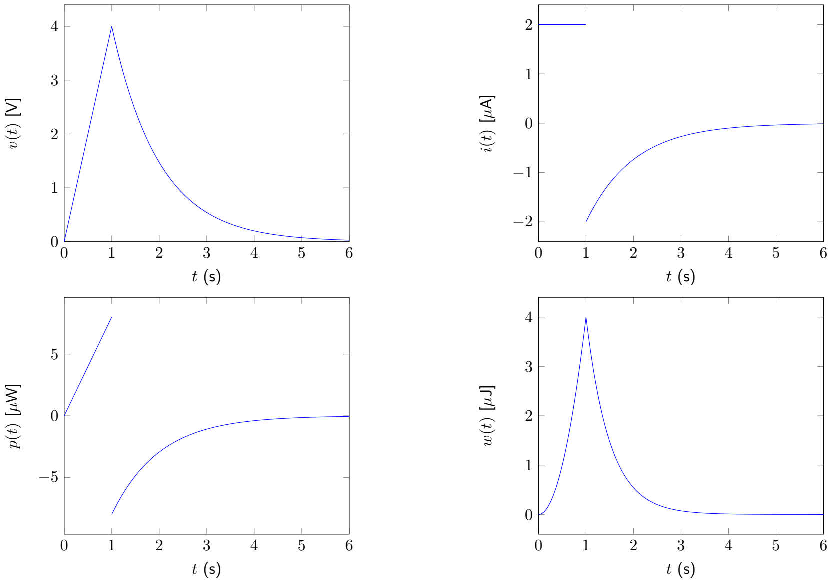
$$v(t) = \begin{cases} 0, t \leqslant 0s \\ 4 \cdot t, 0 \leqslant t \leqslant 1s \\ 4e^{-(t-1)}, t \geqslant 1s \end{cases} \quad \text{[V]} \qquad i(t) = \begin{cases} 0, t \leqslant 0s \\ 2, 0 \leqslant t \leqslant 1s \\ -2e^{-(t-1)}, t \geqslant 1s \end{cases} \quad [\mu\text{A}]$$

$$v(t = 0{,}5s) = 2 \text{ [V]}$$

$$i(t = 0{,}5s) = 2 \text{ [}\mu\text{A]}$$

$$w(t = 0{,}5s) = \frac{1}{2}Cv^2 = 1 \text{ [}\mu\text{J]}$$

Solución 6-3 (cont)

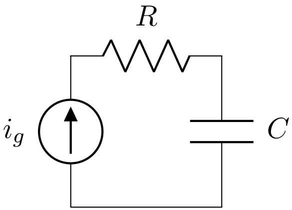


Ejercicio 6-4

Para el circuito de la figura calcula

a) $w_c(t = \frac{1}{\beta})$ [mJ]

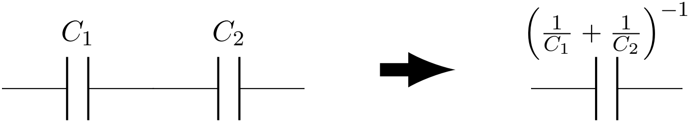
b) $P_{ig}(t = \frac{1}{\beta})$ [mW,gen]



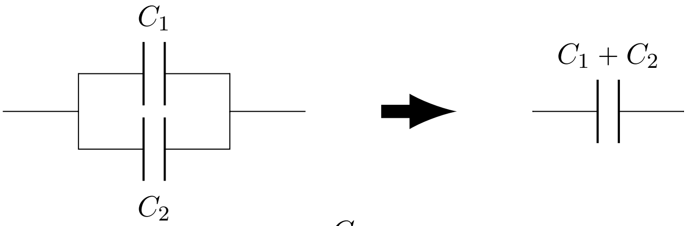
Datos: $C = \gamma$ [mF], $R = \delta[\Omega], i_g = \begin{cases} 0, t \leqslant 0 \\ \alpha e^{-\beta \cdot t}, t > 0 \end{cases}$ [A]

Condensador (cont)

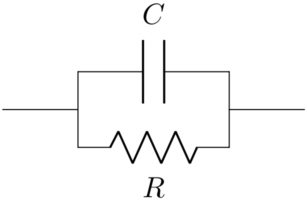
- Condensadores en serie



- Condensadores en paralelo



- Condensador real

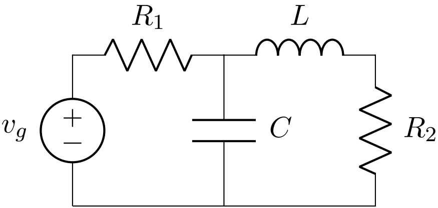


Ejercicio 6-5

El circuito de la figura lleva en operación un tiempo suficientemente largo. Calcula

a) la energía total almacenada en el circuito [mJ]

b) la potencia suministrada por la fuente [W,gen]

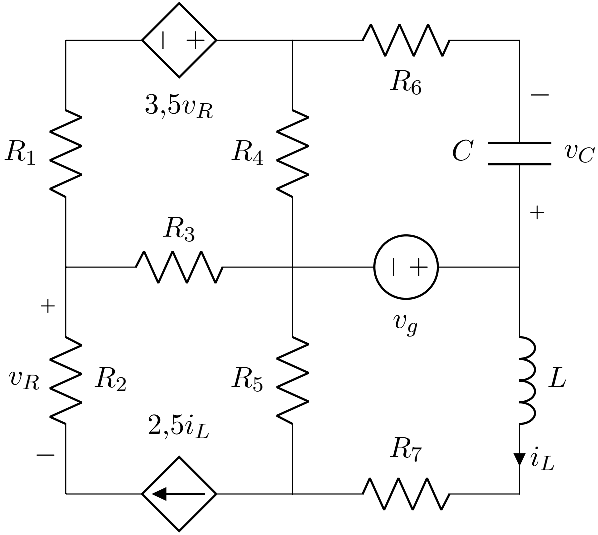


Datos:
$v_g = 10 \cdot \theta$ [V], $R_1 = 10 \cdot \epsilon [\Omega]$, $R_2 = 10 \cdot \kappa [\Omega]$, $L = 10 + \lambda$ [mH], $C = \beta$ [μF]

Ejercicio 6-6

Para el circuito en corriente continua de la figura determina:

a) v_g [V]
b) v_R [V]
c) i_L [A]
d) $P_{3{,}5v_R}$ [W,gen]
e) P_{v_g} [W,gen]
f) $P_{2{,}5i_L}$ [W,gen]
g) w_L [J]



Datos: $R_1 = \gamma[\Omega], R_2 = \alpha[\Omega], R_3 = \eta[\Omega], R_4 = \beta[\Omega], R_5 = \kappa[\Omega], R_6 = \theta\Omega], R_7 = \lambda[\Omega], L = \epsilon$ [H], $C = 1 + \frac{\epsilon}{10}$ [F], $v_C = 20 + \kappa$ [V]

Ejercicio 6-7

Resuelve el circuito de la figura usando el método de nudos y calcula:

a) i [A]

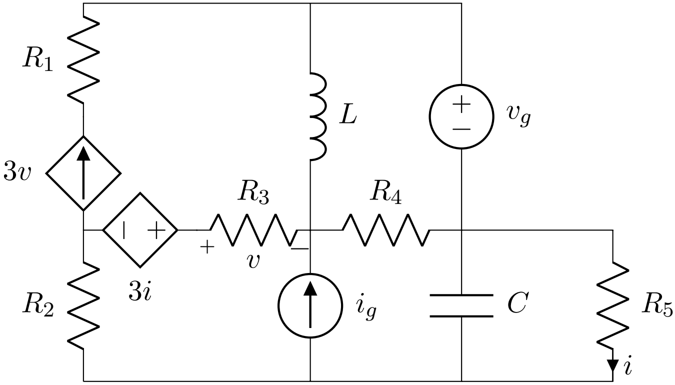
b) v [V]

c) P_{3v} [W,gen]

d) P_{3i} [W,gen]

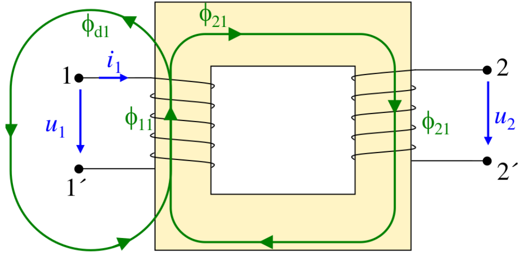
e) w_L [J]

f) w_C [J]



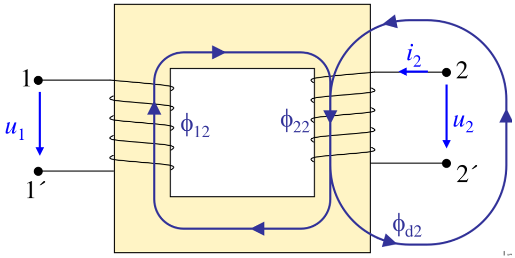
Datos: $v_g = \kappa$ [V], $i_g = \epsilon$ [A], $R_1 = \epsilon$ [Ω], $R_2 = \delta$ [Ω], $R_3 = \delta$ [Ω], $R_4 = \epsilon$ [Ω], $R_5 = \kappa$ [Ω], $L = \theta$ [mH], $C = \alpha$ [μF]

Acoplamiento magnético

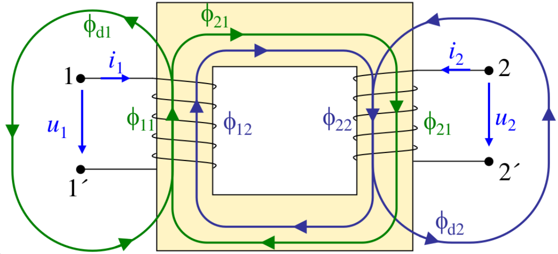


- La intensidad variable i_1 crea un flujo magnético variable Φ_{11}
- Dicho flujo magnético variable induce una tensión en la bobina 1 $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$ donde L_1 es el coeficiente de autoinducción de la bobina 1
- Parte del flujo creado por la bobina 1 atraviesa la bobina 2 (Φ_{21})
- Este flujo magnético variable también crea una tensión inducida en la bobina 2 $u_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$ donde M_{21} es el coeficiente de inducción mutua

Acoplamiento magnético (cont)



- La intensidad variable i_2 crea un flujo magnético variable Φ_{22}
- Dicho flujo magnético variable induce una tensión en la bobina 2 $u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$ donde L_2 es el coeficiente de autoinducción de la bobina 2
- Parte del flujo creado por la bobina 2 atraviesa la bobina 1 (Φ_{12})
- Este flujo magnético variable también crea una tensión inducida en la bobina 1 $u_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$ donde M_{12} es el coeficiente de inducción mutua



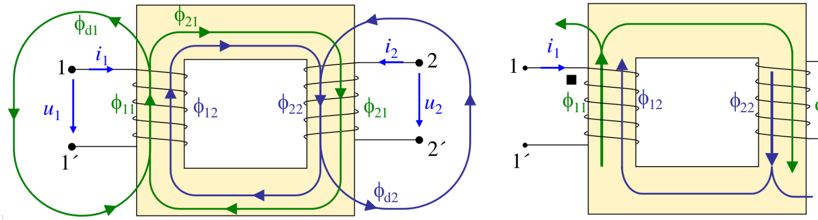
- Aplicando superposición obtenemos:

$$\begin{aligned} u_1 &= L_1\frac{di_1}{dt} + M_{12}\frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= M_{21}\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} \end{aligned} \Longrightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 & M_{12} \\ M_{21} & L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix}$$

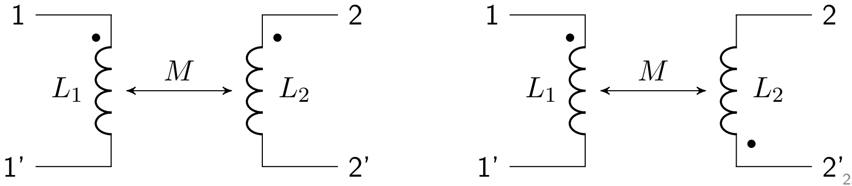
- $M_{12} = M_{21} = M = k\sqrt{L_1 L_2}$, con $0 \leqslant k \leqslant 1$ coeficiente de acoplamiento

Terminales correspondientes

Pareja de terminales tales que al inyectar corrientes por ellos producen flujos magnéticos en el mismo sentido



- En la figura de la izquierda, los terminales correspondientes son 1 y 2
- En la figura de la derecha, los terminales correspondientes son 1 y 2'
- Sus circuitos equivalentes en dos dimensiones serían

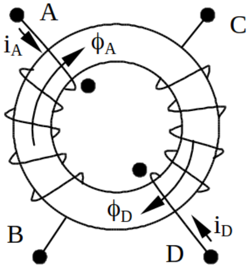


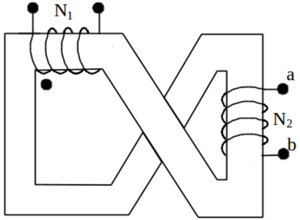
Terminales correspondientes (cont)

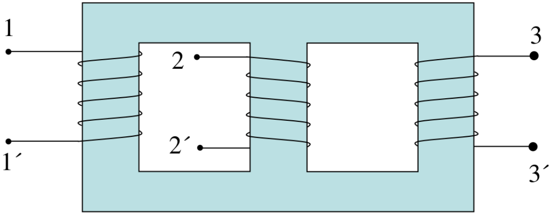
¿Cómo determinar terminales correspondientes?

1) Seleccionar un terminal de la bobina 1 y marcarlo con un punto
2) Asignar una corriente entrante por el terminal marcado
3) Determinar la dirección del flujo magnético (regla mano derecha)
4) Seleccionar un terminal de la bobina 2 y asignar una corriente entrante
5) Determinar la dirección del flujo magnético (regla mano derecha)
6) Si los flujos van en el mismo sentido, marcar el terminal seleccionado de la bobina 2 con un punto
7) Si los flujos van en sentido contrario, marcar con un punto el terminal no seleccionado de la bobina 2

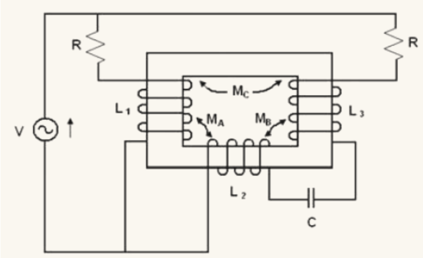
Terminales correspondientes (cont)

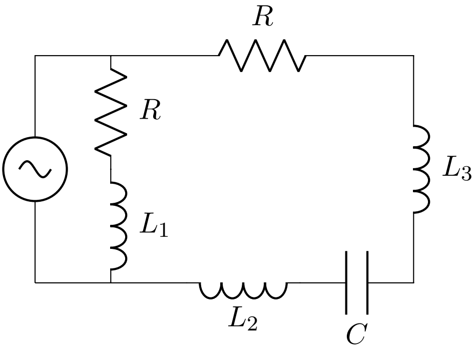






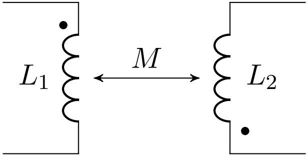
A partir del circuito en tres dimensiones, dibuja las terminales correspondientes del dibujo en dos dimensiones





Bobinas acopladas magnéticamente

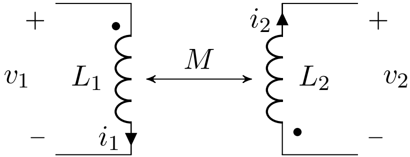
Pasos para determinar la tensión en bobinas acopladas magnéticamente



$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

k es el coeficiente de acoplamiento y varía entre 0 y 1

1) Elige arbitrariamente el sentido de las intensidades y las tensiones de las bobinas



Bobinas acopladas magnéticamente (cont)

2) Escribe la siguiente ecuación matricial sin signos

$$\begin{pmatrix} \boxed{s_1} v_1 \\ \boxed{s_2} v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +L_1 & \boxed{s_{12}} M_{12} \\ \boxed{s_{12}} M_{21} & +L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix}$$

3) Determina los signos como sigue:

$s_1 \rightarrow +$ si v_1 y i_1 tienen el mismo sentido y $-$ en otro caso

$s_2 \rightarrow +$ si v_2 y i_2 tienen el mismo sentido y $-$ en otro caso

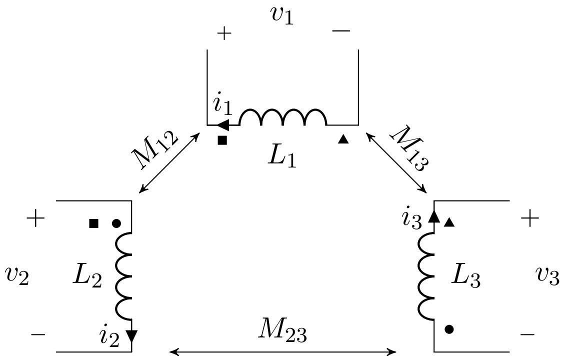
$s_{12} \rightarrow +$ si i_1 y i_2 entran o salen de terminales correspondientes

$-$ si i_1 sale por un terminal correspondiente y i_2 entra, o viceversa.

4) Comprueba que la matriz resultante es simétrica

5) Si es necesario multiplica algunas filas por -1 para obtener las ecuaciones en la forma deseada

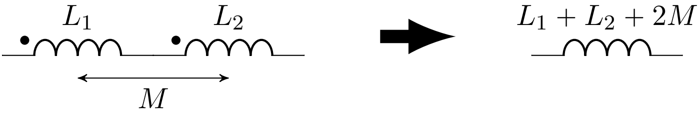
Determina las expresiones de v_1, v_2 y v_3 (Contesta aquí)



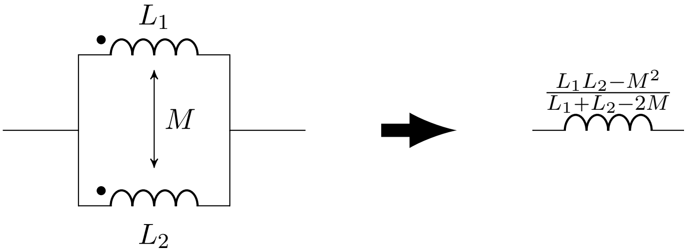
$$\begin{pmatrix} \boxed{s_1} v_1 \\ \boxed{s_2} v_2 \\ \boxed{s_3} v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +L_1 & \boxed{s_4} M_{12} & \boxed{s_5} M_{13} \\ \boxed{s_6} M_{21} & +L_2 & \boxed{s_7} M_{23} \\ \boxed{s_8} M_{31} & \boxed{s_9} M_{32} & +L_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} di_1/dt \\ di_2/dt \\ di_3/dt \end{pmatrix}$$

Bobinas acopladas magnéticamente (cont)

- Bobinas acopladas en serie

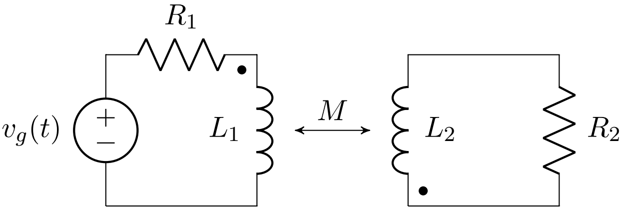


- Bobinas en paralelo

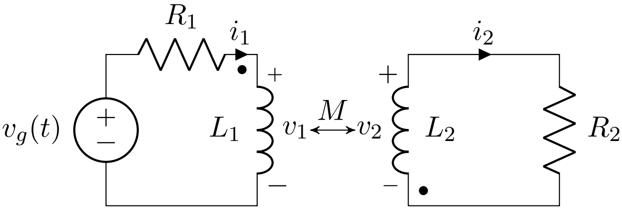


Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Escribe el sistema de ecuaciones diferenciales del siguiente circuito



1) Elegimos arbitrariamente sentidos de tensión e intensidades de las bobinas



Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente (cont)

2) Escribimos las ecuaciones de las bobinas como hemos hecho anteriormente

$$v_1 = +L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$v_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

3) Planteamos las ecuaciones de malla

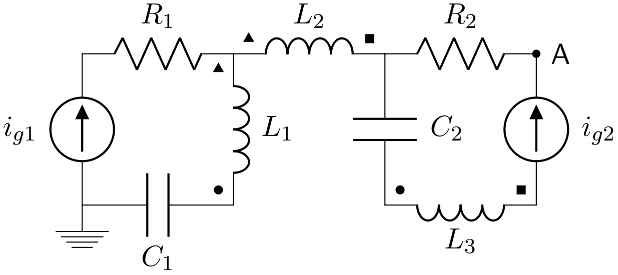
$$v_g(t) = R_1 i_1 + v_1$$
$$v_2 = R_2 i_2$$

4) Sustituimos las tensiones de las bobinas acopladas

$$v_g(t) = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$
$$-L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = R_2 i_2$$

Ejercicio 6-8

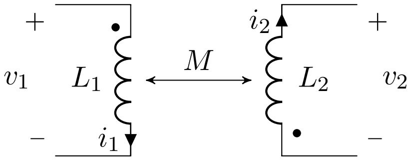
Sabiendo que el coeficiente de acoplamiento de las bobinas es $0{,}5$, calcula la tensión [V] en el nudo A para $t = 1$s. La energía inicial almacenada en el circuito es nula.



Datos: $i_{g1} = \sin 2\pi t$ [A], $i_{g2} = \sin \pi t$ [A], $R_1 = \alpha$ [Ω], $R_2 = \beta$ [Ω], $L_1 = \gamma$ [H], $L_2 = \delta$ [H], $L_3 = \epsilon$ [H], $C_1 = \eta$ [F], $C_2 = \theta$ [F]

Potencia en bobinas acopladas

Para determinar la energía almacenada en bobinas acopladas hacemos:



1) Calculamos la expresión de la potencia consumida por todas las bobinas

$$p(t) = v_1 i_1 - v_2 i_2$$

2) Sustituimos las expresiones de las tensiones

$$p(t) = \left(+L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}\right) i_1 - \left(-L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}\right) i_2$$

Potencia en bobinas acopladas (cont)

3) Calculamos la energía haciendo la integral

$$w(t) = \int_{t_0}^{t} p(t)dt = \int_{t_0}^{t} \left(L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} + M \left(i_1 \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{di_1}{dt} \right) \right) dt =$$

$$\frac{1}{2} L_1 \left(i_1^2(t) - i_1^2(t_0) \right) + \frac{1}{2} L_2 \left(i_2^2(t) - i_2^2(t_0) \right) + M \left(i_1(t) i_2(t) - i_1(t_0) i_2(t_0) \right)$$

Si $i_1(t_0) = i_2(t_0) = 0$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t) + M i_1(t) i_2(t)$$

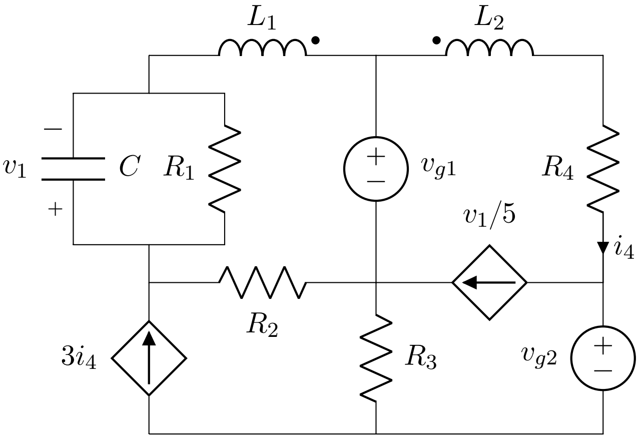
4) El signo de los términos correspondientes a las auto inductancias en siempre positivo

5) El signo correspondiente a la inductancia mutua es $+$ si i_1 y i_2 entran o salen de terminales correspondientes y $-$ en otro caso (mismo signo que el s_{12} de la matriz!!)

Ejercicio 6-9*

Las fuentes del circuito son de corriente continua. El coeficiente de acoplamiento es $k = 0{,}8$. Resuelve usando mallas y calcula:

a) v_1 [V] b) i_4 [A] c) w_C [J] d) $w_{L_1+L_2}$ [J]



$v_{g1} = 10 + \alpha$ [V]

$v_{g2} = 20 + \beta$ [V]

$R_1 = \gamma$ [Ω]

$R_2 = \delta$ [Ω]

$R_3 = \epsilon$ [Ω]

$R_4 = \eta$ [Ω]

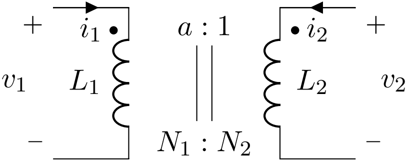
$C = \theta$ [F]

$L_1 = \kappa$ [H]

$L_2 = \lambda$ [H]

Transformador ideal

- Está formado por dos bobinas acopladas magnéticamente con N_1 y N_2 espiras, respectivamente
- La relación de transformación se define como $a = \frac{N_1}{N_2}$
- El coeficiente de acoplamiento entre las bobinas es la unidad $k = 1$
- El coeficiente de autoinducción es infinito $L_1 = L_2 = \infty$
- Para esas condiciones se demuestra que



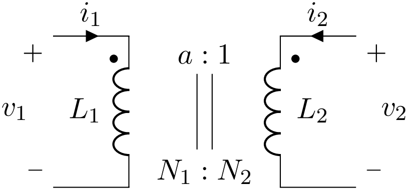
$$a = \frac{v_1}{v_2}$$

- No hay pérdidas de potencia, es decir, la potencia de entrada del primario es igual a la potencia de salida del secundario

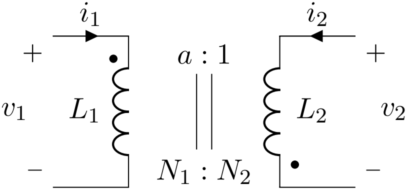
$$v_1(t)i_1(t) = -v_2(t)i_2(t) \implies \frac{v_1}{v_2} = -\frac{i_2}{i_1} = a$$

- Los transformadores solo tienen sentido si hay variación del flujo magnético con respecto al tiempo

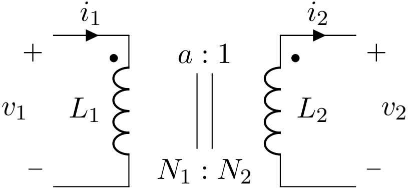
Transformador ideal (cont)



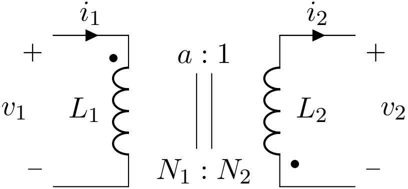
$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{-i_2}{i_1}$$



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{-v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}$$



$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{-v_1}{v_2} = \frac{-i_2}{i_1}$$

Ejercicio 6-10

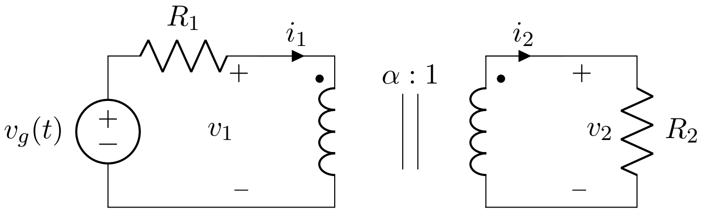
Para el circuito de la figura calcula las siguientes intensidades en [mA]

a) $i_1(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \beta \sin t$

b) $i_2(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \beta \sin t$

c) $i_1(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \epsilon \cdot e^t$

d) $i_2(t = \frac{\pi}{2})$ con $v_g(t) = \epsilon \cdot e^t$



Datos: $R_1 = \gamma$ [Ω], $R_2 = \delta$ [Ω]

Solución 6-10

1) Escribimos las ecuaciones del transformador ideal

$$\frac{v_1}{v_2} = 9 \qquad\qquad \frac{i_2}{i_1} = 9$$

2) Escribimos las dos ecuaciones de malla

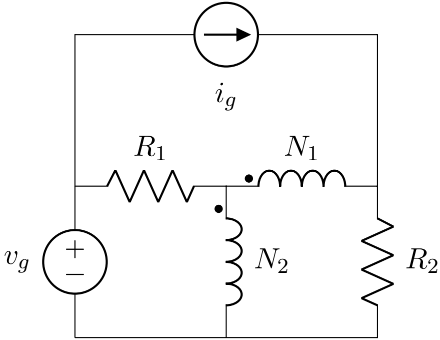
$$\begin{aligned} v_g &= R_1 i_1 + v_1 \implies 5\sin t = 8i_1 + v_1 \\ v_2 &= R_2 i_2 \implies v_2 = 1i_2 \end{aligned}$$

3) Resolvemos el sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 56{,}18\sin t \text{ [mA]} \\ i_2(t) &= 505{,}62\sin t \text{ [mA]} \end{aligned}$$

Ejercicio 6-11

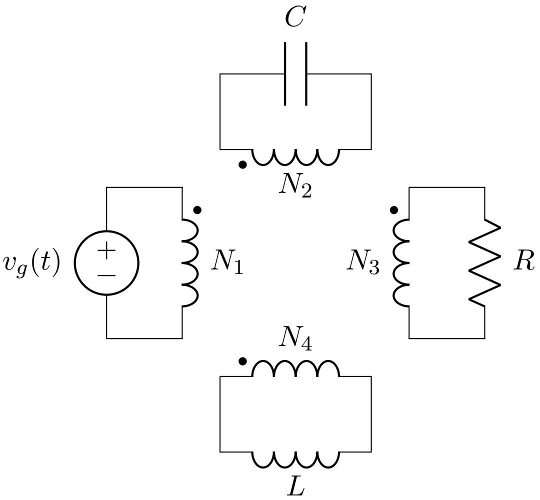
Las bobinas acopladas de la figura forman un transformador ideal, con una relación de transformación $a = \frac{N_1}{N_2} = \theta$. Calcula la potencia consumida [W] por las dos resistencias del circuito para $t = \alpha$ s.



Datos: $v_g(t) = \beta \sin^2 t, i_g(t) = \gamma \sin^2 t, R_1 = \delta\ [\Omega], R_2 = \epsilon\ [\Omega]$

Ejercicio 6-12

Las cuatro bobinas forman un transformador ideal. Calcula la potencia cedida por la fuente para $t = 1$s.



$N_1 = 100 \cdot \alpha$

$N_2 = 100 \cdot \beta$

$N_3 = 100 \cdot \gamma$

$N_4 = 100 \cdot \delta$

$v_g(t) = 1 - e^{-t}$

$R = \epsilon$ [Ω]

$C = 0{,}1 \cdot \eta$ [F]

$L = \theta$ [H]