

Adott egy görbe két parabola harmadfokú blendeléséből:

$$C(d) = \left(P_1 + dT_1 + \frac{d^2}{2}Q_1 \right) H(d) + \left(P_2 + (1-d)T_2 + \frac{(1-d)^2}{2}Q_2 \right) H(1-d),$$

ez alapján az első derivált

$$\begin{aligned} C'(d) &= (T_1 + dQ_1) H(d) + \left(P_1 + dT_1 + \frac{d^2}{2}Q_1 \right) H'(d) \\ &\quad - (T_2 + (1-d)Q_2) H(1-d) \\ &\quad - \left(P_2 + (1-d)T_2 + \frac{(1-d)^2}{2}Q_2 \right) H'(1-d) \end{aligned}$$

és a második derivált

$$\begin{aligned} C''(d) &= Q_1 H(d) + 2(T_1 + dQ_1) H'(d) + \left(P_1 + dT_1 + \frac{d^2}{2}Q_1 \right) H''(d) \\ &\quad + Q_2 H(1-d) + 2(T_2 + (1-d)Q_2) H'(1-d) \\ &\quad + \left(P_2 + (1-d)T_2 + \frac{(1-d)^2}{2}Q_2 \right) H''(1-d), \end{aligned}$$

ahonnan

$$\begin{aligned} C''(0) &= Q_1 + P_1 H''(0) + \left(P_2 + T_2 + \frac{1}{2}Q_2 \right) H''(1) \\ &= Q_1 + 6(P_2 - P_1) + 6T_2 + 3Q_2 =: Q_1 - 6P_1 + \chi_2. \end{aligned}$$

A görbe görbülete a 0 paraméternél

$$\kappa = \frac{\|T_1 \times C''(0)\|}{\|T_1\|^3},$$

és mi változtatni tudjuk a parabola görbületét:

$$\hat{\kappa} = \frac{\|T_1 \times Q_1\|}{\|T_1\|^3}.$$

Kérdés: Hogyan adjuk meg $\hat{\kappa}$ -t, hogy teljesüljön $\kappa = \kappa_0$, ahol κ_0 egy előre definiált görbületi érték.

Legyen a koordinátarendszerünk olyan, hogy $P_1 = (0, 0)$, $T_1 = (2\alpha d, 0)$ és $Q_1 = (-4\alpha d + 2d, 2h)$. Ez megfelel egy olyan parabolának, melynek a Bézier-kontrollpontjai rendre a $(0, 0)$, $(\alpha d, 0)$ és (d, h) koordinátákra esnek. Ekkor

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\|(2\alpha d, 0) \times ((-4\alpha d + 2d, 2h) + \chi_2)\|}{\|(2\alpha d, 0)\|^3} \\ &= \frac{2\alpha d(2h + \chi_2^y)}{(2\alpha d)^3} = \frac{2h + \chi_2^y}{4\alpha^2 d^2}, \end{aligned}$$

ahol χ_2^y a χ_2 vektor y -koordinátája a fenti koordinátarendszerben. Ebből

$$h := \frac{4\alpha^2 d^2 \kappa_0 - \chi_2^y}{2}.$$