

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**



# **Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PT TUYÊN TÍNH**

**ThS. LÊ HOÀNG TUẤN**

D  
A  
T  
A  
S  
O  
T

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

Ký hiệu  $F$  = trường số  $Q$  (hoặc  $R$ , hoặc  $C$ )

## MA TRẬN – MATRIX - MATRICE

☞ Định nghĩa một ma trận kích thước ( $m \times n$ ) trên  $F$  là 1 bảng số

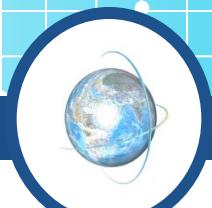
chữ nhật có m dòng và n cột như sau

$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$\otimes$	$a_{1n}$	☞ dòng 1
$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$\otimes$	$a_{2n}$	☞ dòng 2
$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$\otimes$	$a_{3n}$	☞ dòng 3
$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	$\otimes$	
$a_{m1}$	$a_{m2}$	$a_{m3}$	$\otimes$	$a_{mn}$	☞ dòng m

cột 1    cột 2    cột 3    cột n

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## MA TRẬN – MATRIX - MATRICE

□ với  $a_{ij} \in$  trường  $F$  ( $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ )

□ viết gọn

$$A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}}$$

□ khi  $m=n$  thì  $A$  gọi là ma trận vuông cấp  $n$  trên  $F$ , và viết gọn là

$$A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$$

□ ký hiệu

$M_{m \times n}(F)$  = tập hợp tất cả các ma trận cấp  $(m \times n)$  trên  $F$

$M_n(F)$  = tập hợp tất cả các ma trận vuông cấp  $n$  trên  $F$

Đ  
A  
I  
S  
O  
-

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## MA TRẬN – MATRIX - MATRICE

Ví dụ

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2/5 & 8 & 0 \\ 11/7 & -1 & 4 & -15 \\ 6 & 5 & -10/3 & 4/9 \end{pmatrix} \in M_{3 \times 4}(Q) \subset M_{3 \times 4}(R)$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 \\ -9/5 \\ i \ln 3 \\ e \end{pmatrix} \in M_{4 \times 1}(C)$$

$$B = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 2/7 & -8 \\ -1 & \ln 3 & 0 \\ \sqrt[5]{11} & -9 & \sin 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 7+2i & -3 & 0 & \pi + i\sqrt{5} & 4/9 \end{pmatrix} \in M_{1 \times 5}(C)$$

D  
A  
I  
S  
O  
L  
U  
T  
I  
O  
N  
S

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## MA TRẬN ZERO

☞ Là ma trận có tất cả các hệ số đều = 0 , ký hiệu

$$\mathbf{O}_{m \times n}$$

$$\mathbf{O}_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{O}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

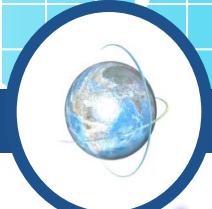
□ Ví dụ

## CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG CHO MA TRẬN

□ Có 3 phép biến đổi sơ cấp trên dòng cho ma trận

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG CHO MA TRẬN

### 👉 PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG LOẠI 1

👉 nhân dòng thứ (i) với số  $c \neq 0$  ( $c \in F$ )

$$A \xrightarrow{(i) \rightarrow c(i)} A'$$

□ Ví dụ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2) \rightarrow -3/7(2)} A' = \left( \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array} \right)$$

D  
A  
I  
S  
O  
T

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG CHO MA TRẬN

### ✿ PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG LOẠI 2

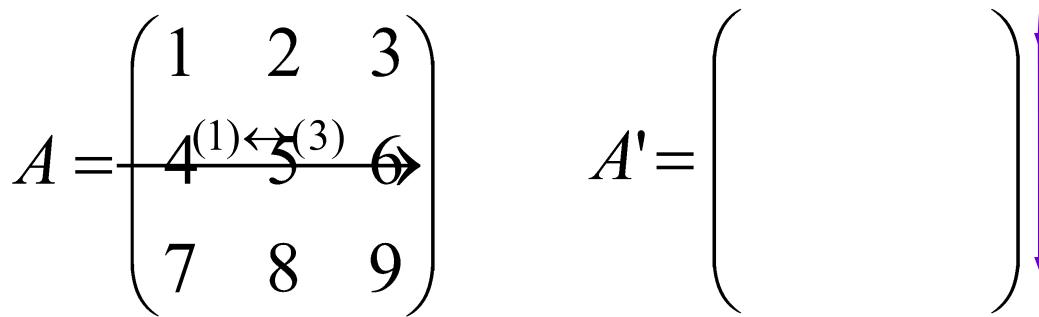
☞ hoán vị dòng thứ (i) với dòng thứ (j)

$$A \xrightarrow{(i) \leftrightarrow (j)} A'$$

□ Ví dụ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad A' = \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$$

(1)↔(3)



# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG CHO MA TRẬN

### ❷ PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP TRÊN DÒNG LOẠI 3

☞ thay dòng (i) bằng [dòng (i) + c.dòng (j)]

$$A \xrightarrow{(i) \rightarrow [(i) + c(j)]} A'$$

$$c \neq 0 \quad (c \in F)$$

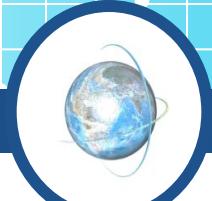
□ Ví dụ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad A' = \left( \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array} \right)$$

(3)  $\xrightarrow{(3) - 5(2)}$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

- Một hệ pttt gồm m phương trình và n ẩn số trên  $F$  là 1 hệ pt có dạng

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

(\*)

, trong đó  $a_{ij}$  và  $b_i$  ( $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ ) là các hằng số cho trước

$x_1, x_2, \dots, x_n$  là n ẩn số cần tìm

$$ax + by + c = 0$$

( tuyến tính  $\Leftrightarrow$  các ẩn số ở dạng bậc 1 và có tính chất đường thẳng )

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

□ Đặt

$$A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n}}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \otimes \\ x_n \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \otimes \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$AX = B$$

( dạng tích ma trận )

☞ thì hệ pt (\*) được viết gọn thành 2  
dạng

$(A | B)$  ( dạng ma trận hóa )

D  
A  
I  
S  
O  
L  
U  
T  
I  
O  
N

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



# HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

## Ví dụ xét hệ pttt

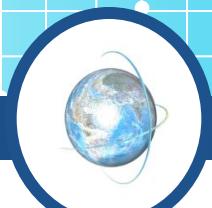
$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 - 7x_2 + (9/11)x_3 - 6x_4 - (2/7)x_5 = 0 \\ 4x_5 - \pi x_1 + 8x_4 - (\ln 3)x_2 = -3 \\ 8x_3 + x_5 - 2x_2 + (\sin 2)x_4 = \sqrt[7]{2} \\ ex_4 - x_1 + 9x_5 + (10/3)x_3 = 1 \end{array} \right.$$

## dạng ma trận hóa

# hiểu ngầm

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

☞ dạng tích ma trận

, với

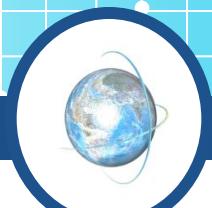
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 9/11 & -6 & -2/7 \\ -\pi & -\ln 3 & 0 & 8 & 4 \\ 0 & -2 & 8 & \sin 2 & 1 \\ -1 & 0 & 10/3 & e & 9 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = B$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ \sqrt[7]{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## NGHIỆM CỦA 1 HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Xét hệ pttt

$$AX = B$$

Ta nói bộ số

$$(c_1, c_2, \dots, c_n)$$

là 1 nghiệm ( 1 lời giải ) của hệ

nếu tất cả các pt của hệ đều được thỏa khi ta thay  
thế

$$x_1 = c_1, x_2 = c_2, \dots, x_n = c_n$$

Lưu ý chỉ có đúng 1 trong 3 trường hợp sau xảy ra cho 1 hệ pttt

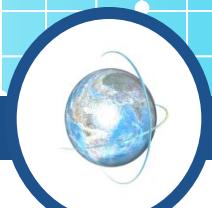
👍 TH1: hệ vô nghiệm

✌ TH2: hệ có nghiệm duy nhất

👌 TH3: hệ có vô số nghiệm

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## NGHIỆM CỦA 1 HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Ví dụ

a/ hệ  $\sqrt{5}x = -2 \quad (F = R)$

có 1 nghiệm  $x = -2 / \sqrt{5}$

b/ hệ  $0x = \pi \quad (F = R) \quad$  vô nghiệm

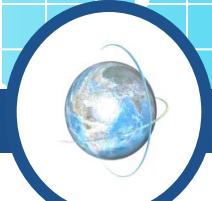
c/ hệ  $0x = 0 \quad (F = R) \quad$  có nghiệm  $x$  thực tùy  
ý ( vô số nghiệm )

d/ hệ  $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 5x + y = -7 \end{cases} \quad (F = Q)$

có nghiệm duy nhất  $x = -1, y = -2$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## NGHIỆM CỦA 1 HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Ví dụ

e/ hệ

$$\begin{cases} 7x + 4y = 5 & (1) \\ -14x - 8y = 2 & (2) \end{cases}$$

$\longleftrightarrow^{(2) \rightarrow (2)+2(1)}$

$$\begin{cases} 7x + 4y = 5 \\ 0x + 0y = 12 \end{cases}$$

vô nghiệm

f/ hệ

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 & (1) \\ 9x - 15y = 3 & (2) \end{cases}$$

$\longleftrightarrow^{(2) \rightarrow (2)-3(1)}$

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$

hằng đúng

nghiệm

$$\begin{cases} y = a \\ x = \frac{5a+1}{3} \end{cases}$$

a hữu tỷ tùy ý

D  
A  
I  
S  
O  
L  
E

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HỆ PTTT THUẦN NHẤT

☞ Là hệ có dạng

$$AX = \mathbf{0}$$

( nghĩa là  $b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$  )

□ Dễ thấy hệ này có 1 nghiệm là

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$$



( nghiệm tâm thường

)

□ Hệ thuần  
nhất

có nghiệm duy nhất

vô số nghiệm

( nghiệm duy nhất )

$$x = y = 0$$

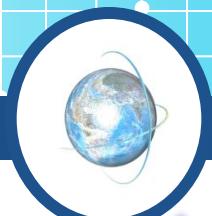
( giải )

Vd a/ hệ

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x + 5y = 0 \\ 7x - \pi y = 0 \end{cases}$$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HỆ PTTT THUẦN NHẤT

Ví dụ      b/ hệ       $\{2x - 7y + 8z = 0\}$

$$\begin{array}{c} F = C \\ \hline \text{giải} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \text{nghiệ} \\ m \end{array}$$

$$\begin{cases} y = a, z = b \\ x = \frac{7a - 8b}{2} \quad (\text{a,b phức tùy ý}) \end{cases}$$

vô số nghiệm

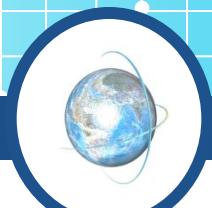
## PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PTTT

Khi giải 1 hệ pttt trên  $F$  (dạng ma trận hóa) ta có thể sử dụng các phép biến đổi sơ cấp trên dòng mà không làm thay đổi tập hợp nghiệm của hệ

ĐẠI SỐ

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## PHƯƠNG PHÁP GAUSS-JORDAN

□ Xét 1 hệ pttt có m phương trình và n ẩn số, trên  $F$

viết dưới dạng ma trận hóa  $(A | B)$

□ Ta thực hiện các bước sau đây

☞ Dùng các phép biến đổi sơ cấp trên dòng thích hợp để xây dựng

trong ma trận A các cột chuẩn

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$

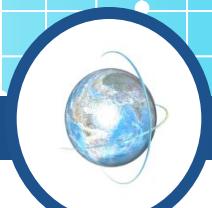
$$E_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$

theo thứ tự

( từ trái qua phải )

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## PHƯƠNG PHÁP GAUSS-JORDAN

- quá trình chuẩn hóa các cột phải tuân thủ 2 nguyên tắc

👉 Khi đang xây dựng cột chuẩn

$$E_k$$

thì không được làm biến đổi

các cột chuẩn

$$E_1, E_2, \dots, E_{k-1}$$

trước đó

👉 Nếu tại cột đang xét

không xây dựng được

$$E_k$$

thì ta chuyển qua cột kế cận bên phải

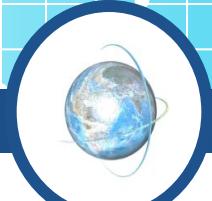
☞ Quá trình chuẩn hóa các cột sẽ kết thúc khi ta đã xét xong

cột cuối cùng của ma trận A

☞ Có đúng 1 trong 3 trường hợp sau xảy ra

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## PHƯƠNG PHÁP GAUSS-JORDAN

👉 Khi đang chuẩn hóa các cột, nếu có thể biến đổi dòng nào đó

TH1:

về dạng

$$(0 \quad 0 \quad \ddots \quad 0 | a) \quad , \text{ với } a \neq 0$$

☞ thì hệ **VÔ  
NGHIỆM**

D  
A  
I  
S  
O  
T  
E

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## PHƯƠNG PHÁP GAUSS-JORDAN



khi chuẩn hóa xong các cột, ta được hệ có dạng

TH2:

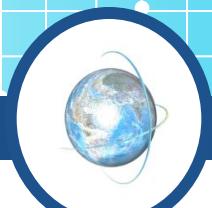
n  
cột  
chuẩn  
liên  
tiếp  
nhau

1	0	0	⊗	0	0	$c_1$
0	1	0	⊗	0	0	$c_2$
0	0	1	⊗	0	0	$c_3$
⊗	⊗	⊗	⊗	0	0	⊗
0	0	0	⊗	1	0	$c_{n-1}$
0	0	0	⊗	0	1	$c_n$
0	0	0	⊗	0	0	0
⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗	⊗
0	0	0	⊗	0	0	0

các dòng zero có thể  
có hoặc không có

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## PHƯƠNG PHÁP GAUSS-JORDAN

☞ Hệ có **NGHIỆM DUY NHẤT**

$$x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, \dots, x_n = c_n$$

⚠️ khi chuẩn hóa xong các cột, ta thu được  $r$  cột chuẩn

TH3:

$E_1, E_2, \dots, E_r$  ( $r < n$ ) xen kẽ với

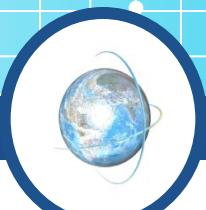
$(n - r)$  cột không chuẩn hóa được

☞ hệ có **VÔ SỐ NGHIỆM** như sau

- Các ẩn ứng với các cột không chuẩn hóa được là ẩn tự do, lấy giá trị tùy ý trên  $F$ , có  $(n - r)$  ẩn như vậy

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## PHƯƠNG PHÁP GAUSS-JORDAN

- ☐ Các ẩn còn lại (ứng với các cột chuẩn hóa được) được tính theo các ẩn tự do nhờ các pt không tâm thường ở hệ cuối cùng

## NHẬN BIẾT 1 CỘT CÓ CHUẨN HÓA ĐƯỢC HAY KHÔNG

- ☐ Ta muốn chuẩn hóa cột

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \otimes \\ u_{k-1} \\ \otimes \\ u_k \\ u_{k+1} \\ \otimes \\ u_m \end{pmatrix}$$

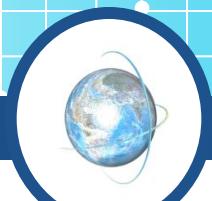
không được dùng để tạo 1 cho  $E_k$

được dùng để tạo 1 cho  $E_k$

$$E_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## NHẬN BIẾT 1 CỘT CÓ CHUẨN HÓA ĐƯỢC HAY KHÔNG



TH1:

nếu  $u_k = u_{k+1} = \dots = u_m = 0$  ☞ không thể chuẩn hóa

$U$  thành  $E_k$



TH2:

nếu có (ít nhất) 1 số  $\neq 0$  trong các số  $u_k, u_{k+1}, \dots, u_m$

thì chuẩn hóa được  $U$  thành  $E_k$

□ Ví dụ

a/

$$U = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -7 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\hspace{10em}} E_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

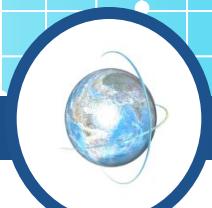
KL:  $U$  không thể chuẩn hóa

thành  $E_5$

D  
A  
I  
S  
O  
T

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## NHẬN BIẾT 1 CỘT CÓ CHUẨN HÓA ĐƯỢC HAY KHÔNG

Ví  
dụ

b/  $V = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -8 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 7 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\hspace{10em}} E_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

KL: V chuẩn hóa được thành  $E_5$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT

□ Ví dụ (nghiệm duy nhất) : giải hệ sau trên  $R$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6$$

☞ viết dưới dạng ma trận hóa, ta có

$$\left( \begin{array}{cccc|c} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ \end{array} \right) \longrightarrow \left( \begin{array}{c|c} & \\ & \\ & \\ & \\ \end{array} \right)$$

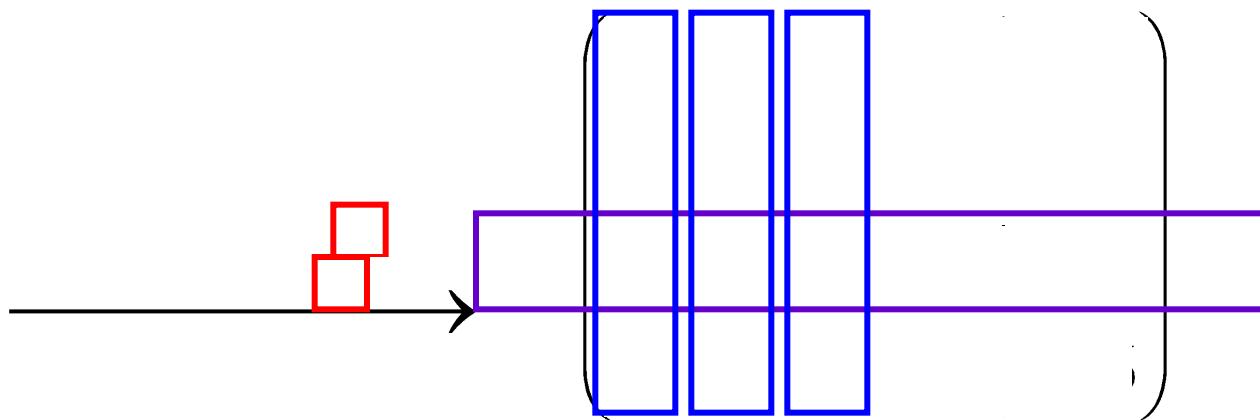
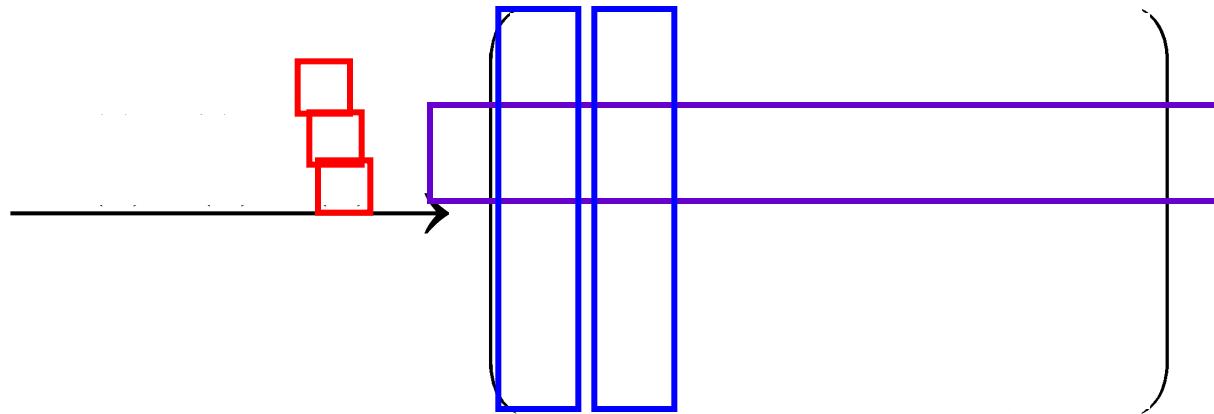


Đ  
A  
I  
S  
O  
T

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT

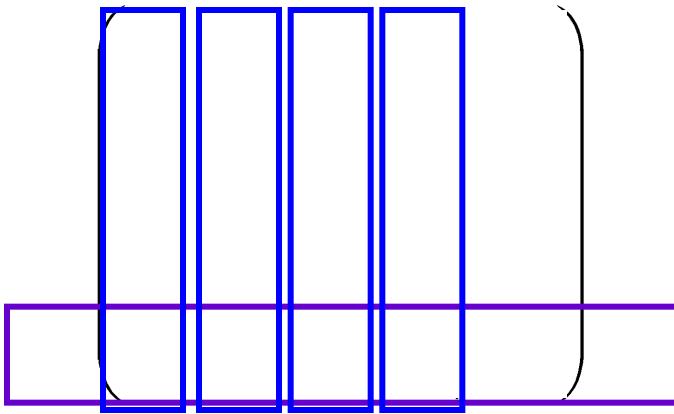
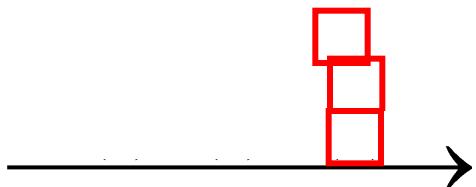


Đ  
A  
I  
S  
O  
-

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT



Viết lại hệ cuối cùng

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = -1 \\ x_4 = -2 \end{cases}$$

( nghiệm duy nhất )



D  
A  
I  
S  
O  
-

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT

Ví dụ ( vô nghiệm ) : giải hệ sau trên  $Q$

$$\left( \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right) \longrightarrow$$

$$\left( \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right) \longrightarrow$$

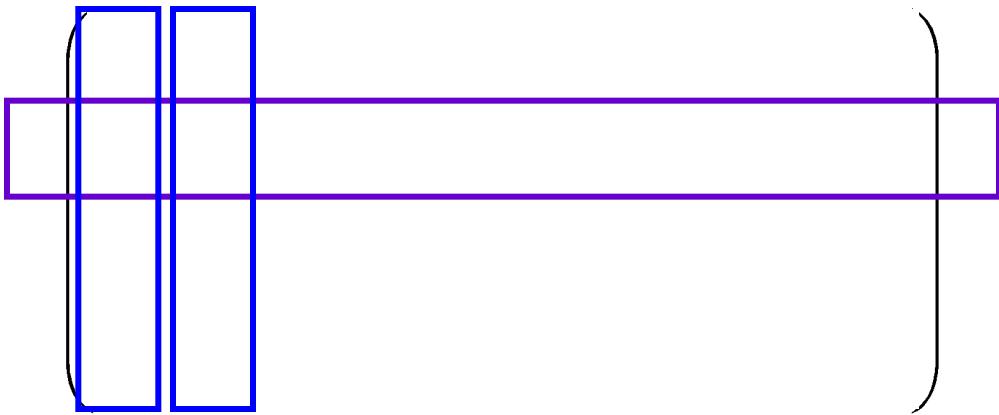


D  
A  
I  
S  
O  
S  
T  
E

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT



$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 | 4 \end{array} \right)$$

hệ vô nghiệm

D  
A  
I  
S  
O  
R  
E



# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT

Ví dụ ( vô số nghiệm ) : giải hệ sau trên  $Q$

$$\left( \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right)$$

Để giải hệ  
trên  $Q$



)

→

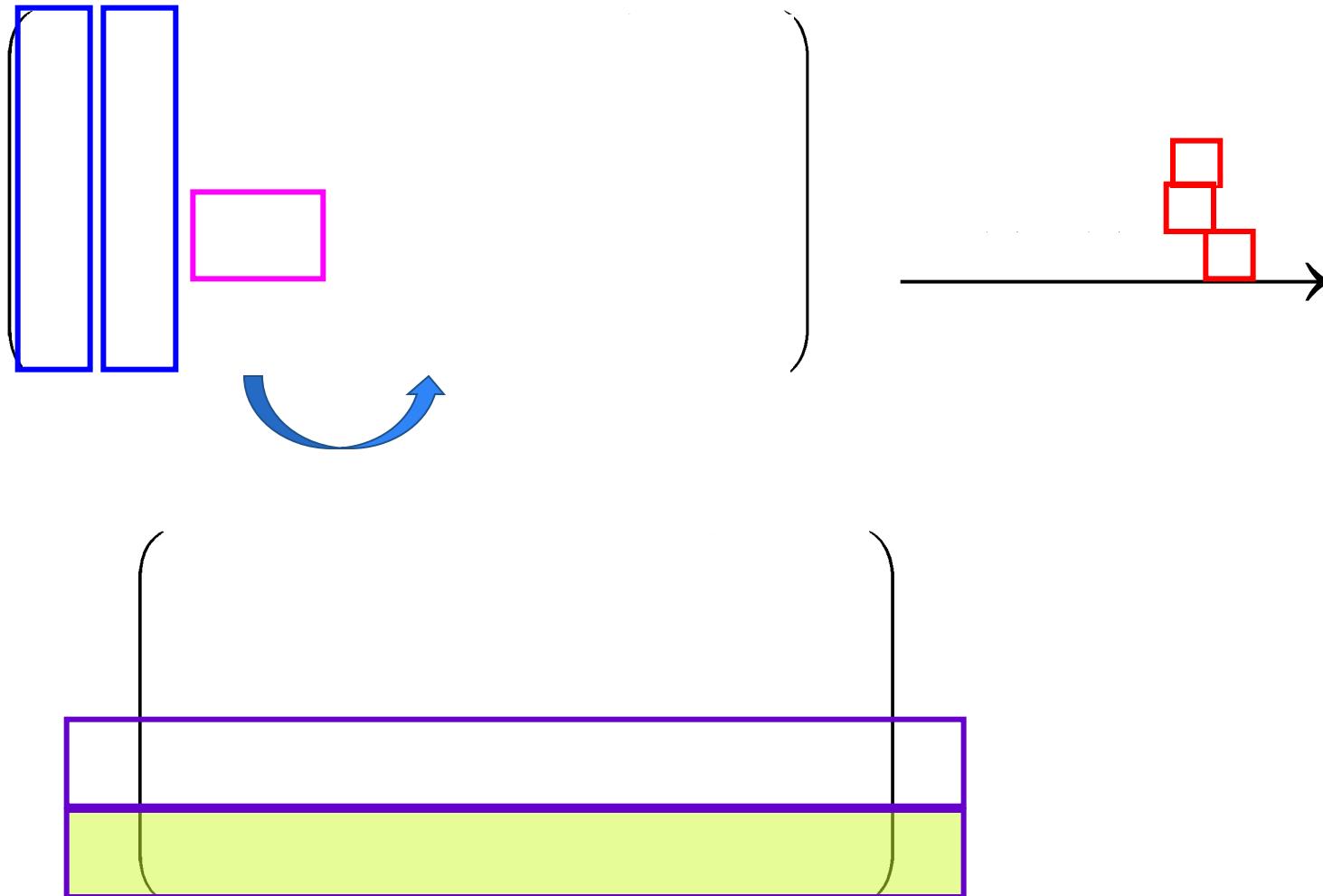
D  
A  
I  
S  
O  
S  
T  
E



# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT



# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>

## GIẢI HỆ PTTT

- Lúc này hệ có thể được viết lại là

{

- Nghiệm ( vô số nghiệm )

(a,b hữu tỷ tùy ý)

( do cột 3 và cột 5 không chuẩn hóa được )

$$\begin{cases} x_3 = a, x_5 = b \\ x_1 = -a + \frac{7b}{6} + \frac{5}{6} \\ x_2 = a + \frac{5b}{6} - \frac{5}{6} \\ x_4 = \frac{b}{3} + \frac{2}{3} \end{cases}$$



Đ  
A  
I  
S  
O  
-

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## CÁC CỘT BÁN CHUẨN

- Dạng tổng quát của m cột bán chuẩn ( mỗi cột có m dòng )

là

$$E'_1 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$

tùy ý,  $\neq 0$ , trên  $F$

$$E'_2 = \begin{pmatrix} b \\ c \\ 0 \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E'_3 = \begin{pmatrix} d \\ e \\ f \\ 0 \\ \otimes \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$E'_m = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \otimes \\ u_{m-1} \\ u_m \end{pmatrix}$$

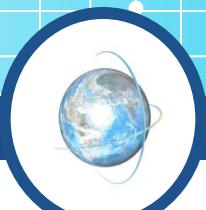
$$b, c, e, \otimes, u_1, u_2, \otimes, u_{m-1}$$

là các số tùy ý trên  $F$

Đ  
A  
I  
S  
O  
L  
E

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## CÁC CỘT BÁN CHUẨN

- Lưu ý các cột chuẩn cũng là các cột bán chuẩn đặc biệt
- Ví dụ viết 5 cột bán chuẩn cấp 5

$$E'_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E'_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E'_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ \pi \\ -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

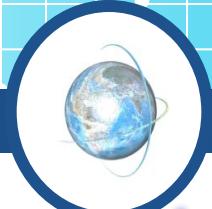
$$E'_4 = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \\ \sqrt[4]{5} \\ \ln 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E'_5 = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 1 \\ 0 \\ \sin 1 \end{pmatrix}$$

D  
A  
I  
S  
O  
L  
T

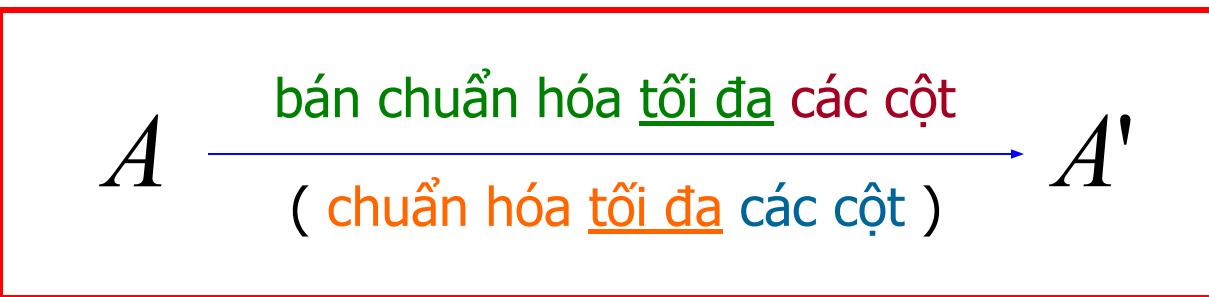
# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HẠNG CỦA MỘT MA TRẬN

- Xét ma trận  $A \in \mathbb{M}_{m \times n}(F)$ , thì



- Ta nói  $A'$  là dạng bậc thang của ma trận  $A$

- Đặt  $r(A) = \text{hạng}$  của  $A = \underline{\text{số dòng khác zero}}$  của  $A'$

# Chương 2 – MA TRẬN & HỆ PTTT

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin – ĐHQG Tp.HCM – <http://www.uit.edu.vn>



## HẠNG CỦA MỘT MA TRẬN

Ví dụ

a/

$$A_{4 \times 5} \xrightarrow{\text{bán chuẩn hóa tối đa}} \begin{pmatrix} -5 & 2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = A'$$

☞  $A'$  có 3 dòng khác zero   $r(A) = 3$

b/

$$B_{3 \times 5} \xrightarrow{\text{bán chuẩn hóa tối đa}} \begin{pmatrix} 0 & 2/5 & -6 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = B'$$
  
$$r(B) = 3$$