TP 547- Princípios de Simulação de Sistemas de Comunicação

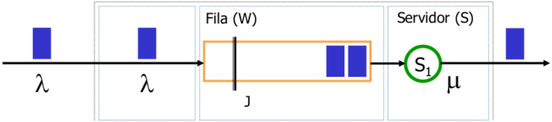
Prof. Samuel Baraldi Mafra

Instituto Nacional de Telecomunicações

Sistema de filas com um servidor e buffer finito

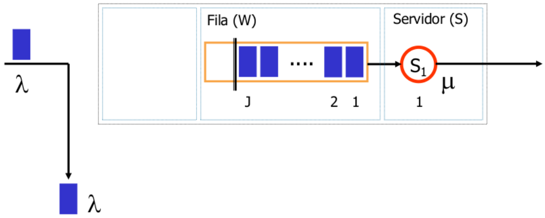
Sistema de Fila com Servidor Único e Buffer Finito

- O que acontece a um sistema M/M/1, se limitarmos o tamanho do buffer a no máximo J elementos?
- Teremos um sistema M/M/1/J/J+1/∞/FCFS.
- Antes do sistema atingir a sua capacidade total, todo tráfego submetido é acomodado no sistema:

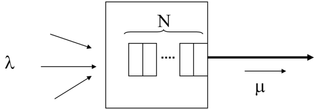


Sistema de Fila com Servidor Único e Buffer Finito

- Quando o sistema atinge a sua capacidade total, todo o tráfego submetido ao sistema é desviado para fora do sistema:



Caracterização da fila M/M/1/N



- Processo de Chegada Markoviano;
- Processo de atendimento Markoviano;
- Número de servidores: 1;
- Número de locais de espera: J;
- Numero de elementos no sistema: N=J+1;

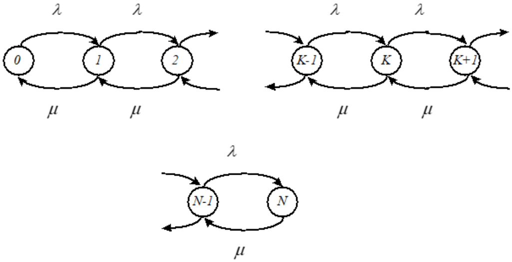
Cálculos de interesse

- Tempo médio de permanência no sistema;
- Número médio de clientes no sistema.
- Probabilidade de bloqueio para um dado tamanho de buffer
- Tamanho de buffer para uma dada probabilidade de bloqueio

Probabilidade de cada estado

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}$$

$$P_k = \rho^k \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}$$



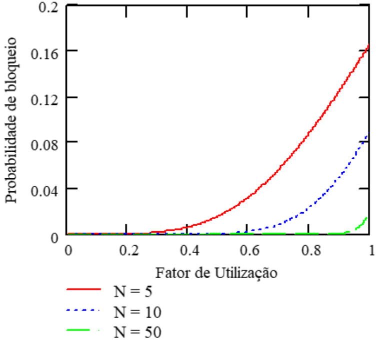
Probabilidade de Bloqueio

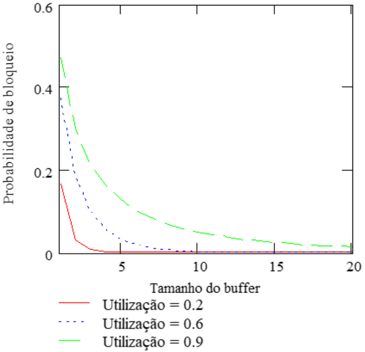
- A taxa média de chegada no sistema depende do estado atual do sistema.
- Se o sistema estiver em qualquer estado até N, a taxa média será λ.
- Portanto, a taxa média de entrada será λ, com probabilidade $1 - P_B$, onde P_B é a probabilidade de que o sistema esteja bloqueado.

$$P_b = \rho^N \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}$$

- Quando houverem N elementos no sistema, qualquer novo pacote será bloqueado.

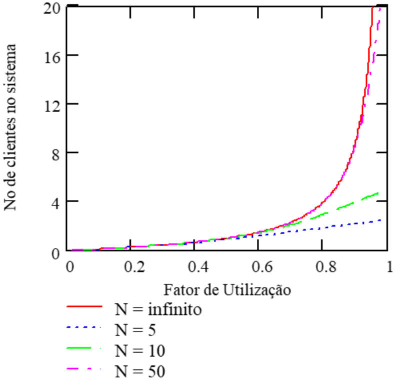
Probabilidade de Bloqueio





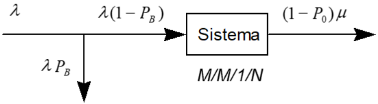
Número médio de elementos no sistema

$$E[q] = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}}$$



Tempo médio de permanência no sistema

$$E[t_q] = \frac{E[q]}{(1 - P_b)\lambda}$$



Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$N = 6$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$N = 6$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$N = 6$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

$$L = 128 * 8 = 1024 \text{ bits}$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$\mu = \frac{C}{L} = \frac{256000}{1024} = 250 \text{ pc/s}$$

$$N = 6$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

$$L = 128 * 8 = 1024 \text{ bits}$$

$$C = 256000 \text{ bps}$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$\mu = \frac{C}{L} = \frac{256000}{1024} = 250 \text{ pc/s}$$

$$N = 6$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{200}{250} = 0.8$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

$$L = 128 * 8 = 1024 \text{ bits}$$

$$C = 256000 \text{ bps}$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$\mu = \frac{C}{L} = \frac{256000}{1024} = 250 \text{ pc/s}$$

$$N = 6$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{200}{250} = 0.8$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

$$P_b = \rho^N \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} = 0.0663$$

$$L = 128 * 8 = 1024 \text{ bits}$$

$$C = 256000 \text{ bps}$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$\mu = \frac{C}{L} = \frac{256000}{1024} = 250 \text{ pc/s}$$

$$N = 6$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{200}{250} = 0.8$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

$$P_b = \rho^N \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} = 0.0663$$

$$L = 128 * 8 = 1024 \text{ bits}$$

$$E[q] = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}} = 2.1424 \text{ pacotes}$$

$$C = 256000 \text{ bps}$$

Um comutador de pacotes recebe em média 200 pacotes/segundo, cada um com um comprimento médio de 128 bytes. O comutador possui uma única linha de saída com capacidade de 256 kbps. Considere um buffer com 5 posições na fila, qual a probabilidade de bloqueio, número médio de elementos e tempo médio no sistema?

$$N = 6$$

$$\lambda = 200 \text{ pc/s}$$

$$L = 128 * 8 = 1024 \text{ bits}$$

$$C = 256000 \text{ bps}$$

$$\mu = \frac{C}{L} = \frac{256000}{1024} = 250 \text{ pc/s}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{200}{250} = 0.8$$

$$P_b = \rho^N \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} = 0.0663$$

$$E[q] = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1-\rho^{N+1}} = 2.1424 \text{ pacotes}$$

$$E[t_q] = \frac{E[q]}{(1-P_b)\lambda} = 0.0115 \text{ segundos}$$

Filas M/G/1

Fila M/G/1 Distribuição Geral do Tempo de Serviço

- As chegadas seguem uma distribuição de Poisson com média λ;
- A distribuição do tempo de serviço é genérica com média $\frac{1}{\mu}$:
  - Exponencial;
  - Uniforme;
  - Geométrica.

Numero Médio de Clientes no Sistema

$$\begin{aligned} E\{q\} &= \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2\sigma^2}{2[1-\rho]} \\ &= \frac{\rho}{1-\rho}\left[1 - \frac{\rho}{2}(1-\mu^2\sigma^2)\right]. \end{aligned}$$

Onde σ^2 representa a variância do tempo de serviço.

Exemplos de aplicação
a)Caso exponencial

$$E\{T_s\} = \frac{1}{\mu}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\mu^2} \longrightarrow 1 - \mu^2\sigma^2 = 0$$

$$E\{q\} = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$E\{T_q\} = \frac{E\{q\}}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Exemplos de aplicação
b)Para pacotes de tamanho fixo

$$E\{T_s\} = \frac{1}{\mu}$$

$$\sigma^2 = 0$$

$$E\{q\} = \frac{\rho}{1-\rho}(1 - \frac{\rho}{2})$$

Menor que no caso M/M/1.

$$E\{q\} = \rho + \frac{\rho^2 + \lambda^2\sigma^2}{2[1-\rho]}$$

$$\begin{aligned}
E\{T_q\} &= \frac{E\{q\}}{\lambda} \\
&= \frac{1}{\mu} + \frac{\frac{\lambda}{\mu^2} + \lambda\sigma^2}{2[1-\rho]} \\
&= \underbrace{\frac{1}{\mu}}_{E\{T_s\}} + \underbrace{\frac{\frac{\lambda}{\mu^2}\left(1+\mu^2\sigma^2\right)}{2[1-\rho]}}_{E\{T_w\}}
\end{aligned}$$

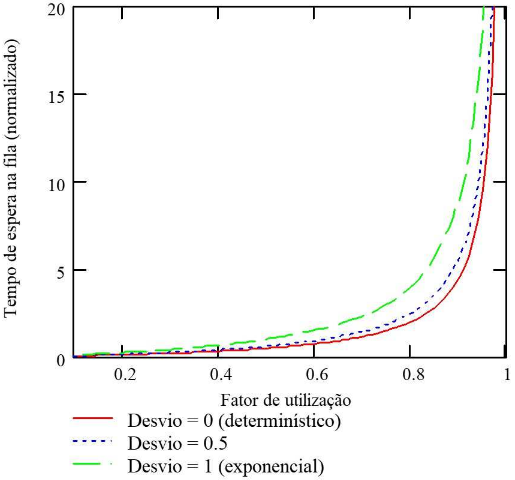
Teorema de Pollaczek-Khintchine

$$
\begin{aligned}
E\{w\} &= \lambda E\{T_w\} \\
&= \frac{\frac{\lambda^2}{\mu^2}\left(1+\mu^2\sigma^2\right)}{2[1-\rho]} \\
&= \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}\left(1+\left[\frac{\sigma_{ts}}{E(T_s)}\right]^2\right) \\
&= \frac{\lambda^2 E(T_s^2)}{2(1-\rho)}
\end{aligned}
$$

$$
E\{T_w\} = \frac{E\{w\}}{\lambda} = \frac{\lambda E(T_s^2)}{2(1-\rho)}
$$

Onde $E(T_s^2)$ é a média quadrática do tempo de serviço.

Fila M/G/1-Tempo de fila



Desvio=Desvio Padrão/Valor médio do tempo de serviço$=\frac{\sigma_{ts}}{E(T_s)}$.

Exercicio

Seja um concentrador com chegada de pacotes poissonianos de taxa 3 pacotes/seg. e com pacotes de tamanho fixo igual a 10 bits. A capacidade C da linha é de 120 bits/seg.
a) Supondo uma fila infinita, determine o número e o tempo médio de permanência dos pacotes no concentrador.
b) Compare com a fila M/M/1 (λ= 3 pacotes/seg., Tamanho médio = 10 bits)