

# TP 547- Princípios de Simulação de Sistemas de Comunicação

Prof. Samuel Baraldi Mafra



# Amostragem por importância: Importance Sampling

- Quando escolhemos  $p(x)$  com a distribuição uniforme, a informação acerca do integrando,  $f(x)$  não é usada para selecionar as amostras ;
- Algumas partes de  $f(x)$  contribuem mais para o valor do integral: aquelas onde o valor de  $f(x)$  é maior;
- Se  $p(x)$  tem uma forma similar a  $f(x)$ , então as amostras ficarão localizadas, com maior probabilidade, nas partes mais importantes do domínio.

# Amostragem por importância: Importance Sampling

- Para calcular a integral  $I = \int_a^b f(x)dx$ , fazemos a seguinte modificação:

$$I = \int_a^b f(x)dx = I = \int_a^b f(x) \frac{g(x)}{g(x)} dx = E_g \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right].$$

- $g(x)$  deve ser escolhida de forma que  $\int_a^b g(x)dx = 1$ .

# Amostragem por importância: Importance Sampling - Exemplo

- Calcular a integral:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

- Para  $g(x)$  escolhe-se uma função exponencial com PDF  $g(x) = Ae^{-x}$ .
- Calcular  $A$ :

$$\int_0^1 Ae^{-x} dx = 1$$

$$A(1 - e^{-x})|_{x=0}^1 = 1$$

$$A(1 - e^{-1} - 1 + e^0) = 1$$

$$A = \frac{1}{1 - e^{-1}}$$

# Amostragem por importância: Importance Sampling - Exemplo

$$g(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-1}}$$

$$I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2}}{\frac{e^{-x}}{1 - e^{-1}}} g(x) dx = E_g \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]$$

## Algoritmo

Gerar  $n$  números aleatórios  $Y$  com a distribuição  $g(x) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-1}}$ .

Calcular  $X = \left( \frac{e^{-Y^2}}{\frac{e^{-Y}}{1 - e^{-1}}} \right)$ .

Calcular a média desses valores.

file: importance.ipynb

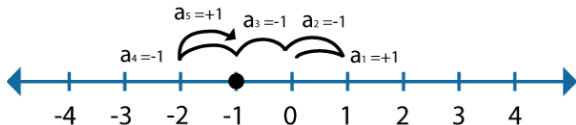
# Amostragem por importância: Importance Sampling - Exemplo

- Calcular a integral:

$$I = \int_1^4 (x + 2)dx$$

# Passeio Aleatório: Random Walk

O passeio aleatório é um modelo estocástico usado para descrever a trajetória de uma partícula, que pode se mover a cada instante a partir de um ponto  $x$ , para um de seus vizinhos,  $x + 1$  ou  $x - 1$ , ao acaso, por exemplo para o caso 1D.



Para  $p = \frac{1}{2}$ . Quão distante em média estará a partícula após  $N$  passos?

Qual é o desvio padrão?

# Passeio Aleatório: Random Walk

O caminho traçado por uma molécula conforme ela viaja em um líquido ou um gás, o caminho de um animal buscando alimento, comportamento de supercordas, o preço flutuante de ações e da situação financeira de um jogador pode ser aproximada por modelos de passeio aleatório.



O valor médio do distanciamento da partícula após  $N$  passos é dado por:

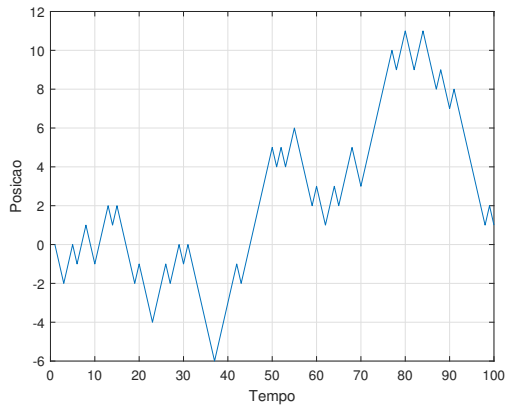
$$\bar{x} = (p - q)N.$$

A variância do distanciamento é dada por:

$$Var(x) = 4Npq.$$

Para  $p = q$ ,  $\bar{x} = 0$  e  $Var(x) = N$ . O desvio padrão é  $\sqrt{N}$ .

## Exemplo de percurso



file: randomwalk.ipynb