TP 547- Princípios de Simulação de Sistemas de Comunicação

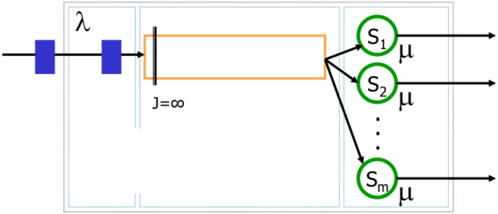
Prof. Samuel Baraldi Mafra

Inatel
Instituto Nacional de Telecomunicações

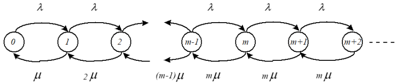
Filas com m servidores

Sistema de Fila com Vários Servidores e Buffer Infinito

- O que acontece a um sistema M/M/1, se aumentarmos o número de servidores e mantermos a fila infinita?
- Teremos um sistema $M/M/m/\infty/\infty/\infty/FCFS$ ou simplesmente M/M/m.



Fila M/M/m - m servidores com buffer infinito



- Processo de Chegada Markoviano;
- Processo de atendimento Markoviano;
- Número de servidores: m;
- Número de locais de espera: infinito;

Cálculos de interesse

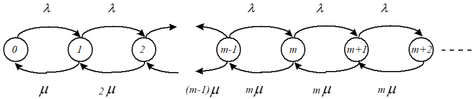
- Tempo médio de permanência no sistema;
- Número médio de clientes no sistema.
- Tempo médio no sistema para uma quantidade de servidores
- Quantidade de servidores ótimo para um dado tempo limite no servidor.

Probabilidade de cada estado

$$P_k = \begin{cases} \frac{\rho^k}{k!} P_0 & k \leq m \\ \frac{\rho^k}{m! m^{k-m}} P_0 & k \geq m. \end{cases}$$

$$\frac{\rho}{m} < 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!(1-\frac{\rho}{m})}}$$



Número médio de elementos na fila e tempos médios na fila e sistema

$$E[W] = \frac{P_0 \rho^m}{m!} \frac{\frac{\rho}{m}}{(1 - \frac{\rho}{m})^2}$$

$$E[t_w] = \frac{E[W]}{\lambda}$$

$$E[t_q] = E[t_w] + E[t_s]$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$m = 5$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$m = 5$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$m = 5$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

$$\mu = \frac{1}{ts} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cl/min}$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

$$m = 5$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

$$\mu = \frac{1}{ts} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cl/min}$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$m = 5$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

$$\mu = \frac{1}{ts} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cl/min}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!(1-\frac{\rho}{m})}} = 0.0130$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

$$m = 5$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!(1-\frac{\rho}{m})}} = 0.0130$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

$$E[W] = \frac{P_0 \rho^m}{m!} \frac{\frac{\rho}{m}}{(1 - \frac{\rho}{m})^2} = 2.216 \text{ clientes}$$

$$\mu = \frac{1}{ts} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cl/min}$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$m = 5$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

$$\mu = \frac{1}{ts} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cl/min}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!(1-\frac{\rho}{m})}} = 0.0130$$

$$E[W] = \frac{P_0 \rho^m}{m!} \frac{\frac{\rho}{m}}{(1-\frac{\rho}{m})^2} = 2.216 \text{ clientes}$$

$$E[t_w] = \frac{E[W]}{\lambda} = 2.77 \text{ minutos}$$

Exemplo

Um banco possui 5 caixas. Cada cliente leva em média 5 minutos para ser atendido, com distribuição exponencial. A taxa de chegada de clientes no banco é de 48 clientes/hora. Qual o tempo médio de permanência de um cliente no banco?

$$m = 5$$

$$\lambda = 48/60 = 0.8 \text{ cl/min}$$

$$\mu = \frac{1}{ts} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ cl/min}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^m}{m!(1-\frac{\rho}{m})}} = 0.0130$$

$$E[W] = \frac{P_0 \rho^m}{m!} \frac{\frac{\rho}{m}}{(1-\frac{\rho}{m})^2} = 2.216 \text{ clientes}$$

$$E[t_w] = \frac{E[W]}{\lambda} = 2.77 \text{ minutos}$$

$$E[t_q] = E[t_w] + E[t_s] = 7.77 \text{ minutos}$$

Considerando um sistema M/M/2/∞/∞/∞/FIFO, com $\lambda = 60$ pacotes/seg. e μ=37,5 pacotes/seg., determine:

- O tempo médio de serviço.
- A utilização.
- A probabilidade do sistema estar vazio.
- O número médio de elementos esperando na fila.
- O tempo médio de permanência na fila.
- O tempo médio de permanência no sistema.
- O número médio de elementos no sistema.