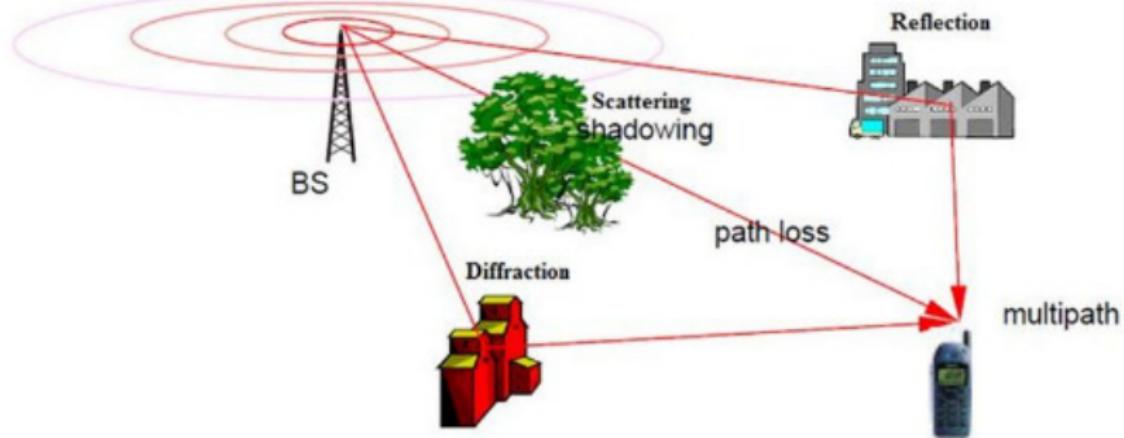


# TP 547- Princípios de Simulação de Sistemas de Comunicação

Prof. Samuel Baraldi Mafra

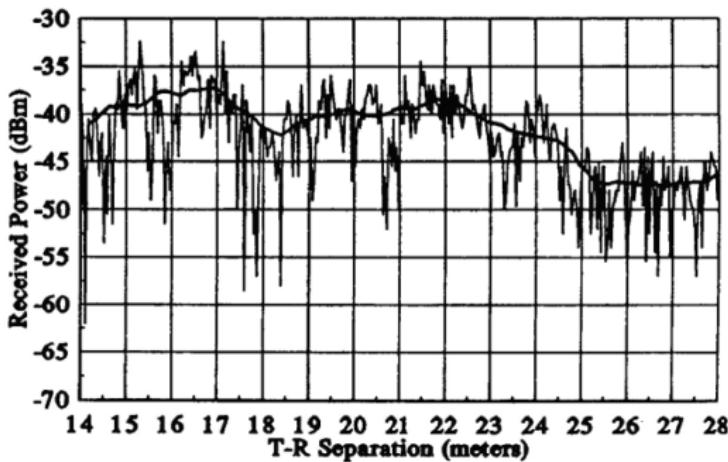


# Fading

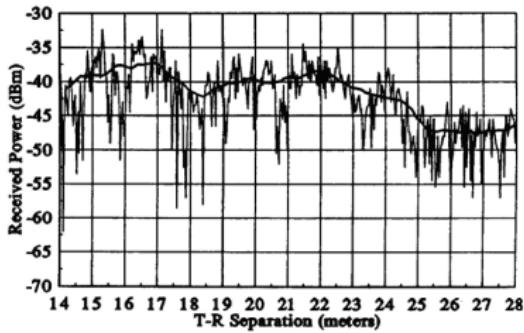


## Larga Escala vs Pequena Escala

- Perda de percurso (path loss): descreve a potência média recebida  $\overline{P}_r$ ;
- Desvanecimento (fading): descreve o comportamento da potência instantânea recebida  $P_r$ .



- Quando um móvel se desloca, mesmo em distâncias muito pequenas, a potência instantânea do sinal pode sofrer flutuações;
- A razão disso são os multipercursos: O sinal recebido é a soma (construtiva/destrutiva) de diversas contribuições com fases distintas;
- A potência do sinal recebido pode variar consideravelmente.



## Fatores físicos ligados aos multipercursos:

- Presença de objetos refletores e “espalhadores” no canal.
- Movimento relativo entre o transmissor e o receptor.
- Movimento relativo entre os objetos presentes no canal e o transmissor e/ou receptor.
- Largura de faixa do sinal transmitido em relação à largura de faixa do canal.

## Tipos de desvanecimento

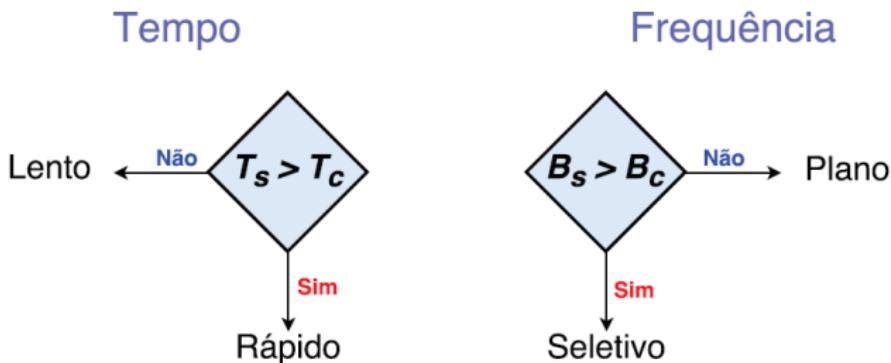
- Desvanecimento rápido;
- Desvanecimento lento;
- Desvanecimento plano;
- Desvanecimento seletivo em frequência.

## Tipos de desvanecimento

A qual tipo de desvanecimento a comunicação estará sujeita?

Para sabermos se o desvanecimento será plano ou seletivo/lento ou rápido, precisamos comparar as características do sinal transmitido às características do canal.

## Tipos de desvanecimento



Em que:

- $T_c$ : Tempo de coerência do canal
- $B_c$ : Banda de coerência do canal

- $T_s$ : Tempo de símbolo do sinal
- $B_s$ : Largura de banda do sinal

## Desvanecimento rápido/lento

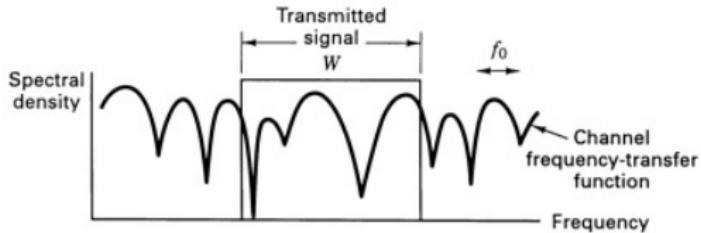
### Desvanecimento rápido

O canal varia durante a transmissão de um único símbolo (seletivo no tempo)  $T_s > T_c$

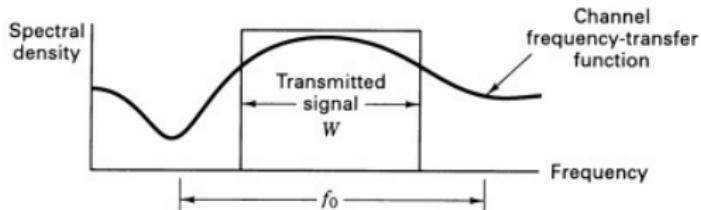
### Desvanecimento lento

O canal pode ser assumido constante durante alguns intervalos de símbolo  $T_s \ll T_c$

# Desvanecimento plano/seletivo



(a) Typical frequency-selective fading case ( $f_0 < W$ )



(b) Typical flat-fading case ( $f_0 > W$ )

## Desvanecimento Rayleigh

- O desvanecimento de Rayleigh pode ser um modelo útil em centros de cidade fortemente construídos, onde não há linha de visada entre o transmissor e o receptor, com muitos prédios e outros objetos que atenuam, refletem, refratam e difratam o sinal.

$$f(x) = \frac{2x}{\Omega} e^{-x^2/\Omega}, \quad x \geq 0 \quad (1)$$

Funções em Python: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.rayleigh.html>

## Desvanecimento Rice

- Um canal de desvanecimento do tipo Rice pode ser descrito por dois parâmetros:  $K$  e  $\Omega$ .
- O desvanecimento do tipo Rice ocorre quando um dos caminhos, tipicamente uma linha de sinal de visada ou alguns sinais fortes de reflexão, é muito mais forte que os outros.

## Desvanecimento Rice

- No desvanecimento do tipo Rice, o ganho de amplitude é caracterizado por uma distribuição do tipo Rice.

$$f(x) = \frac{2(K+1)x}{\Omega} \exp\left(-K - \frac{(K+1)x^2}{\Omega}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega}}x\right), \quad (2)$$

- $K$  é a razão entre a potência na componente de linha de visada (LOS) e a das componentes sem linha de visada (NLOS).
- $I_0$  é a função de Bessel modificada de ordem zero.
- Se  $K = 0$  Rice fica igual a Rayleigh

# Desvanecimento Nakagami- $m$

## Desvanecimento Nakagami- $m$

- A distribuição Nakagami ou a distribuição Nakagami- $m$  é uma distribuição de probabilidade relacionada à distribuição Gama.
- A família de distribuições Nakagami possui dois parâmetros: um parâmetro de forma  $m \geq 1/2$  e um segundo parâmetro de média  $\Omega > 0$ .
- O desvanescimento Nakagami- $m$  consegue descrever melhor diferentes cenários.

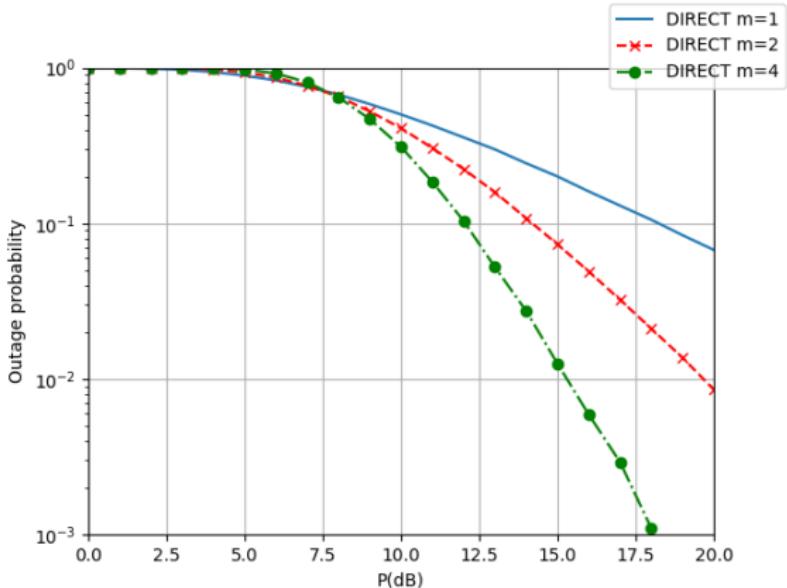
$$f(x) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)\Omega^m} x^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\Omega}x^2\right), \\ \forall x \geq 0. \quad (m \geq 1/2, \text{ and } \Omega > 0) \quad (3)$$

- Para  $m = 1$  é igual a Rayleigh, para  $m \gg 1$  é menos severa (inclui LOS) e para  $0.5 < m < 1$  é mais severa que Rayleigh.

Funções em Python: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.nakagami.html>

Outage probability Probabilidade do receptor não decodificar a mensagem enviada pois a informação mútua está abaixo de um limiar.

$$O = \Pr\left\{\log_2\left(1 + \frac{P|h|^2}{N_0}\right) < R\right\} \quad (4)$$



código:outnak.py

# Transmissão de banda passante



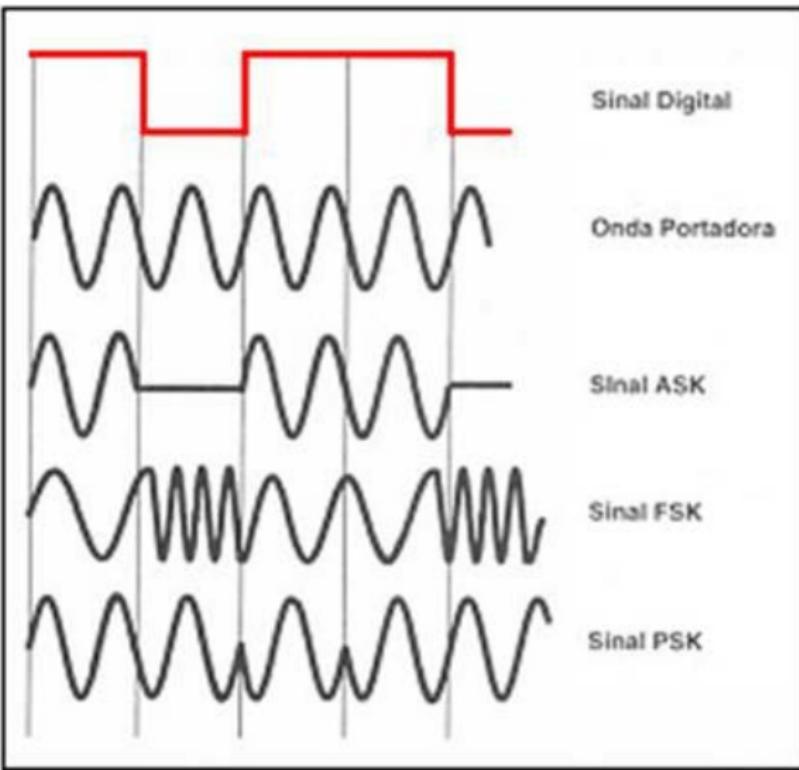
- A transmissão de banda passante é adequada para canais de comunicação cuja resposta de frequência normalmente tem um efeito de resposta de banda passante, como canais sem fio.



- Alguns canais de banda base também podem transportar formas de onda de banda passante, geralmente com portadoras de frequência moderada a baixa.
- Um exemplo típico é o cabo de par trançado quando usado para transmitir sinais de modems de banda de voz.

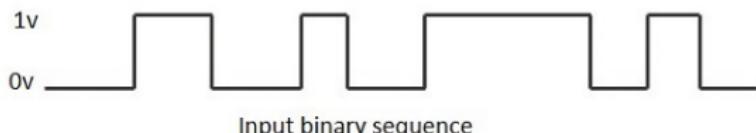
Quando o sinal de modulação é digital, chamamos o processo de geração de modulação digital. As três formas básicas de modulação usadas na transmissão de sinais digitais são:

- modulação por chaveamento de amplitude - ASK;
- modulação por chaveamento de frequência - FSK;
- modulação por chaveamento da fase-PSK.



## MODULAÇÃO EM AMPLITUDE POR CHAVEAMENTO ASK

- Tipo de modulação de amplitude que representa os dados binários na forma de variações na amplitude de um sinal.
- Qualquer sinal modulado possui uma portadora de alta frequência. O sinal binário, quando ASK modulado, fornece um valor zero para a entrada Low enquanto fornece a saída da portadora para a entrada High .

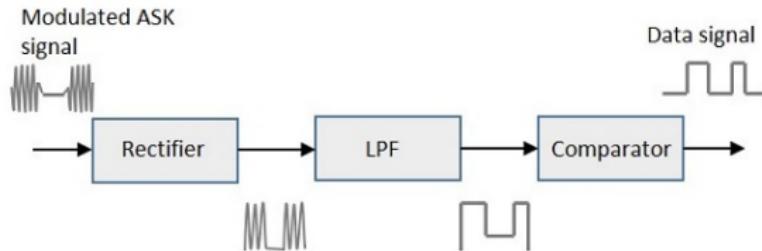
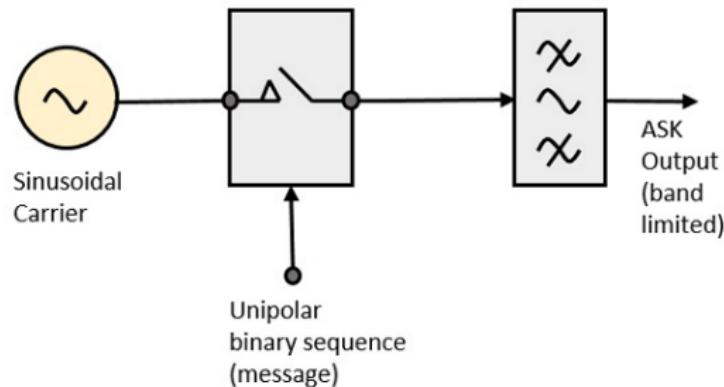


Input binary sequence



ASK Modulated output wave

### ASK Generation method



Asynchronous ASK detector

## MODULAÇÃO EM FREQUÊNCIA POR CHAVEAMENTO - FSK

- O processo de modulação FSK (Frequency shift-keying), consiste em variar a frequência da onda portadora em função do sinal modulante, no presente caso, o sinal digital a ser transmitido. Este tipo de modulação pode ser considerado equivalente a modulação em FM para sinais analógicos.
- A amplitude da onda portadora modulada é mantida constante durante todo o processo da modulação; quando ocorrer a presença de um nível lógico "1" no sinal digital, a frequência da portadora é modificada para poder ser depois compreendida no processo de demodulação.

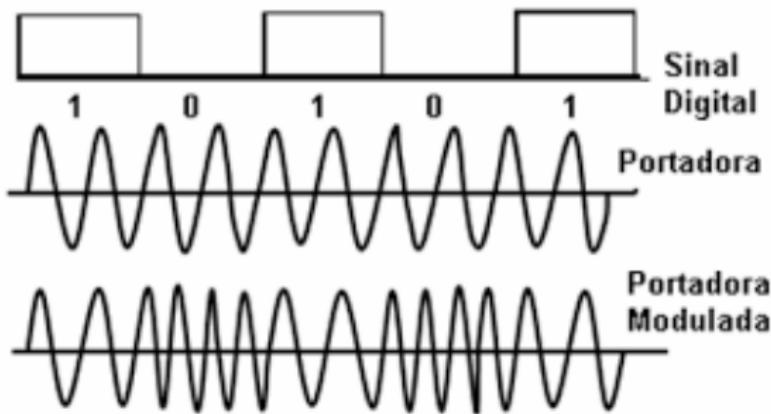
- A frequência resultante transmitida será a frequência da onda portadora  $f_p$  diminuída de uma frequência de desvio  $f_d$ . Matematicamente a onda resultante modulada será:

$$f_r = f_p - f_d .$$

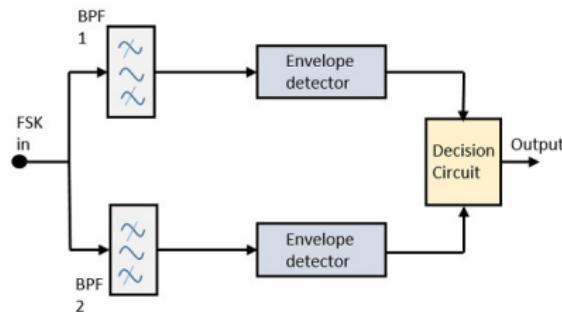
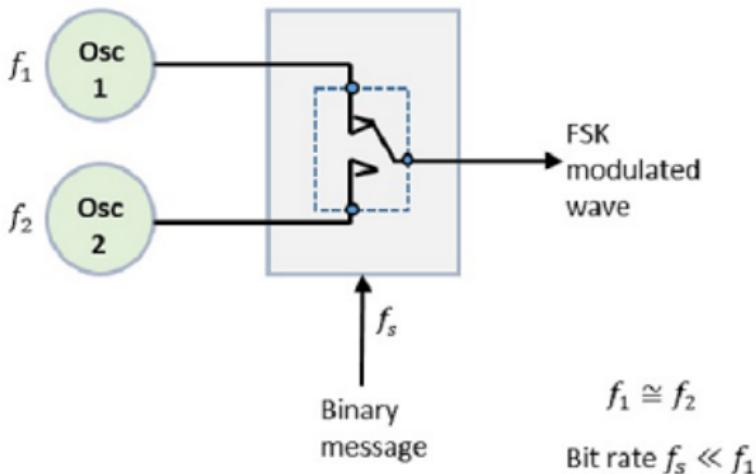
- Se registrada a ocorrência de um nível lógico "0" no sinal digital, a frequência resultante aplicada será a frequência da onda portadora acrescida da frequência de desvio:

$$f_r = f_p + f_d .$$

### Modulação FSK



## FSK Transmitter



## Análise de espaço de sinais

## Referências para estudo:

- Caps. 5 e 6 do livro "Digital Transmission A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm" do Prof. Dayan;

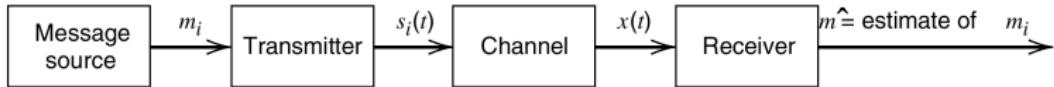
- Modelo de sistema de transmissão genérico (fonte digital):
  - Uma fonte de mensagem transmite 1 símbolo a cada  $T$  segundos;
  - Os símbolos pertencem a um alfabeto  $M(m_1, m_2, \dots, m_M)$ :
    - Binário - símbolos são 0 e 1;
    - PCM quaternário - os símbolos são 00, 01, 10, 11.



## Análise de espaço de sinais

- A geração de símbolos (mensagem) é probabilística, com probabilidades a priori  $p_1, p_2, \dots, p_M$ .
- Símbolos são igualmente prováveis Portanto, a probabilidade de o símbolo  $m_i$  ser emitido é dada por:

$$p_i = 1/M. \quad (5)$$



- O transmissor recebe o símbolo (dados)  $m_i$  (saída da fonte de mensagem digital) e o codifica em um sinal distinto  $s_i(t)$ .
- O sinal  $s_i(t)$  ocupa todo o slot  $T$  atribuído ao símbolo  $m_i$ .
- $s_i(t)$  é um sinal de energia com valor real (sinal com energia finita):

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt. \quad (6)$$

- Canal sem distorção;
- O ruído do canal  $w(t)$  é um processo de ruído gaussiano branco com média zero - AWGN
  - Ruído aditivo;
  - O sinal recebido pode ser expresso como:

$$x(t) = s_i(t) + w(t). \quad (7)$$

com  $0 \leq t \leq T$  e  $i = 0, 1, 2, \dots, M$ .

- O receptor observa o sinal recebido  $x(t)$  por um período de tempo  $T$  segundos;
- Faz uma estimativa do sinal transmitido  $s_i(t)$  (eq. Símbolo  $m_i$ ).
- O processo é estocástico:
  - Presença de ruído;
  - Erros.

$$P_e = \sum_{i=1}^M p_i p(\hat{m} \neq m_i | m_i) \quad (8)$$

## Análise de espaço de sinais

- Espaço de sinais: Representações vetoriais de  $M$  sinais em um espaço ortogonal  $N$ -dimensional;
- Por que precisamos de um espaço de sinal?
  - É um meio de converter sinais em vetores e vice-versa;
  - É um meio de calcular a energia dos sinais e as distâncias euclidianas entre os sinais.
- Por que estamos interessados em distâncias euclidianas entre sinais?
  - Para fins de detecção: O sinal recebido é transformado em um vetor recebido;
  - O sinal que tem a distância mínima ao sinal recebido é estimado como o sinal transmitido.

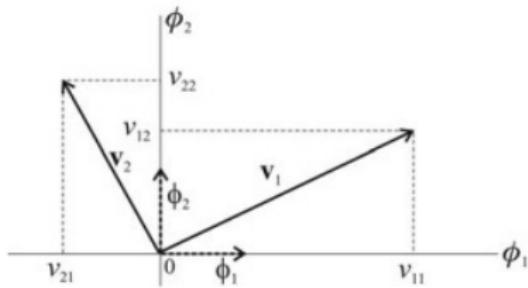
## Revisão: Álgebra linear

- A representação geométrica dos sinais, também chamada representação de espaço de sinal, é construída com base na teoria das combinações lineares;
- Vamos definir um espaço euclidiano  $N$ -dimensional abrangido por  $N$  eixos ortogonais.
- Bases ortonormais: Vamos também definir um conjunto de vetores de base ortogonais  $\phi_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , normalizado no sentido de que eles têm comprimento unitário.

- Qualquer vetor  $\mathbf{v}_i, i = 1, 2, \dots, M$  no espaço Euclidiano pode ser gerado pela combinação linear:

$$\mathbf{v}_i = \sum_{j=1}^N v_{ij} \phi_j. \quad (9)$$

onde os coeficientes  $v_{ij}$  correspondem à projeção do  $i$ -ésimo vetor no  $j$ -ésimo vetor de base.

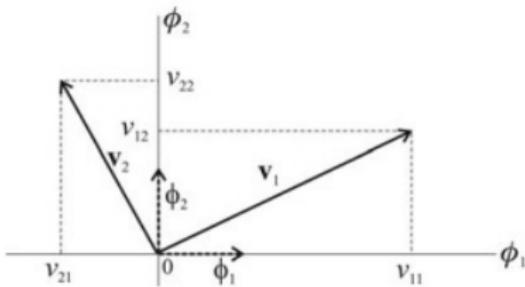


- Os valores de  $v_{ij}$  podem ser determinados pelo produto escalar (ou produto interno) entre  $\mathbf{v}_i$  e  $\phi_j$ , ou seja,:

$$v_{ij} = \mathbf{v}_i^T \phi_j. \quad (10)$$

- O valor absoluto  $\|\mathbf{v}_i\|$  é dado por:

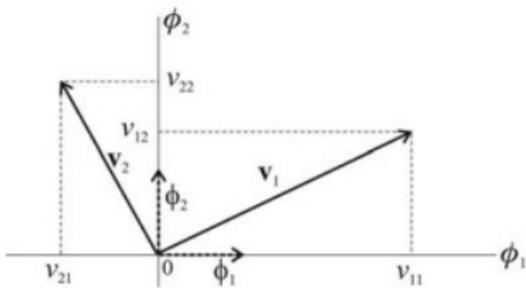
$$\|\mathbf{v}_i\| = \sqrt{\sum_{j=0}^N v_{ij}^2} = \sqrt{\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i} \quad (11)$$



- Dados dois vetores  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$ , o ângulo entre os vetores  $\Theta$  é dado por:

$$\cos(\Theta) = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_1\| \|\mathbf{v}_2\|}. \quad (12)$$

Quando  $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = 0$ , os dois vetores são ortogonais.

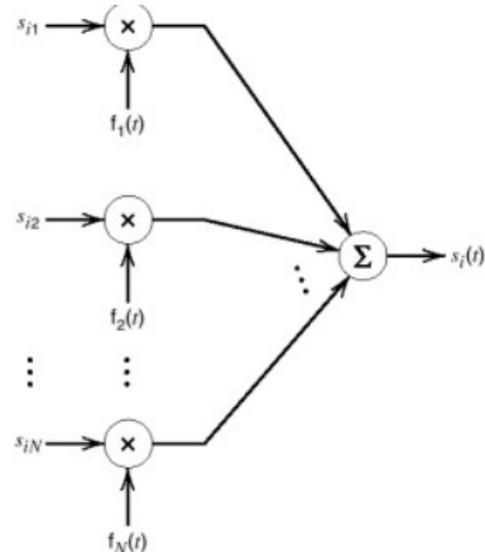


## Representação geométrica de sinais

- Representa qualquer conjunto de  $M$  sinais de energia  $s_i(t)$  como combinações lineares de  $N$  funções de base ortogonal, em que  $N \leq M$
- Sinais de energia de valor real  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$ , cada um com duração  $T$  segundos:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t), \quad (13)$$

com  $0 \leq t \leq T$  e  
 $i = 0, 1, 2, \dots, M.$



## Representação geométrica de sinais

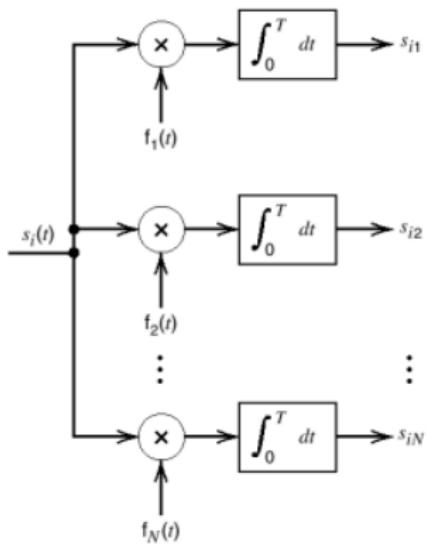
- Coeficientes obtidos pelo produto escalar das funções:

$$s_{ij} = \int_0^T s_i \phi_j(t) dt. \quad (14)$$

A correlação no domínio do tempo é correspondente ao produto escalar no domínio vetorial.

- Funções base:

$$\int_0^T \phi_i(t) \phi_j(t) dt = \delta_{ij}$$
$$= \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad . \quad (15)$$

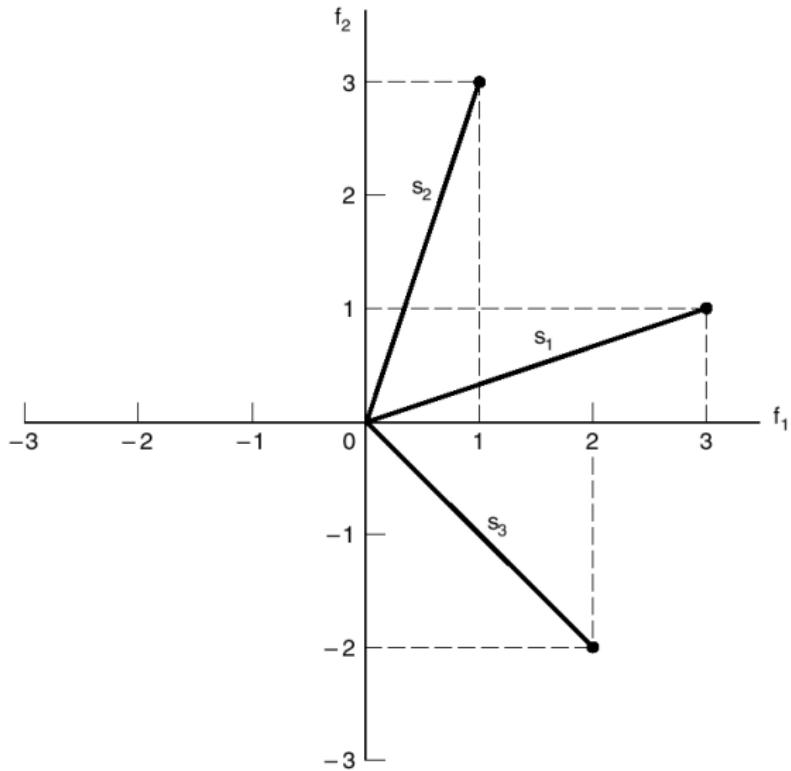


## Representação geométrica de sinais

- O conjunto de coeficientes pode ser visto como um vetor N-dimensional, denotado por  $s_i$ ;
- Cada sinal no conjunto  $s_i(t)$  é completamente determinado pelo vetor de seus coeficientes:

$$s_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \\ \vdots \\ \vdots \\ s_{iN} \end{bmatrix} \quad (16)$$

com  $i = 0, 1, 2, \dots, M$ .



Qual é a relação entre a representação vetorial de um sinal e seu valor de energia?

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt. \quad (17)$$

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t), \quad (18)$$

$$E_i = \int_0^T \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t) \sum_{k=1}^N s_{ik} \phi_k(t) dt. \quad (19)$$

$$E_i = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N s_{ij} s_{ik} \int_0^T \phi_j(t) \phi_k(t) dt. \quad (20)$$

$$E_i = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N s_{ij} s_{ik} \int_0^T \phi_j(t) \phi_k(t) dt. \quad (21)$$

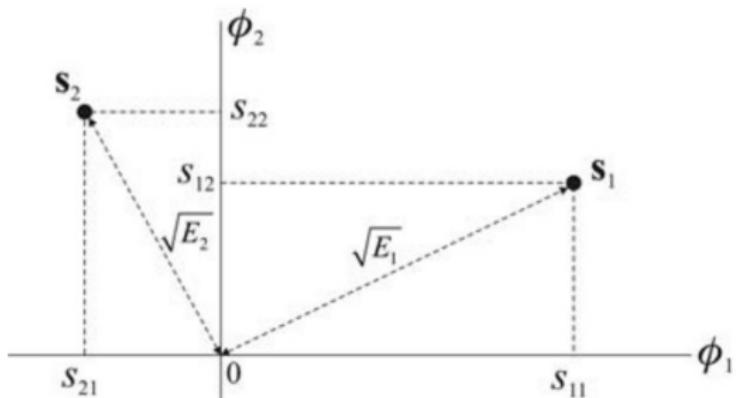
Lembrando:

$$\int_0^T \phi_i(t) \phi_j(t) dt = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (22)$$

. Então:

$$E_i = \sum_{j=1}^N s_{ij} s_{ij} = \sum_{j=1}^N s_{ij}^2 = \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i = \|\mathbf{s}_i\|^2. \quad (23)$$

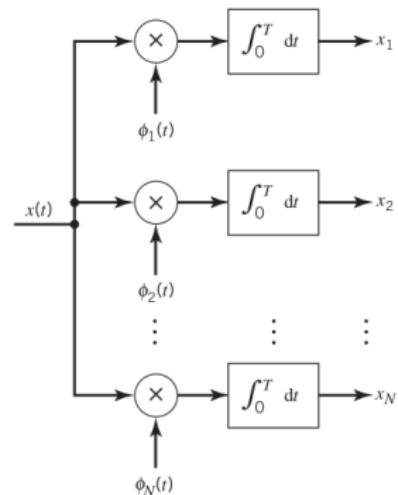
A distância entre qualquer vetor de sinal e a origem das coordenadas é igual à raiz quadrada da energia de sinal correspondente:



Conversão do Canal AWGN Contínuo em um Canal vetorial:

$$x(t) = s_i(t) + w(t), \quad \begin{cases} 0 \leq t \leq T \\ i = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (24)$$

onde  $s_i(t)$  é o sinal transmitido,  $w(t)$  é uma amostra do processo de ruído gaussiano branco  $W(t)$  de densidade espectral média zero e densidade espectral de potência  $N_0/2$



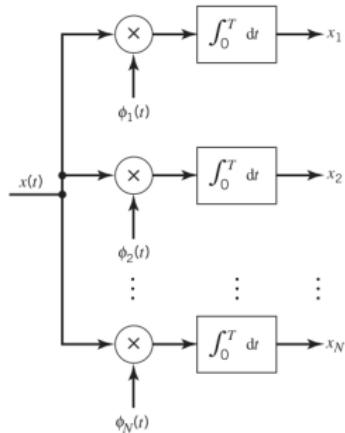
Conversão do Canal AWGN Contínuo em um Canal vetorial:

$$x_j(t) = \int_0^T x(t) \phi_j(t) dt \\ = s_{ij} + w_j, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

$s_{ij}$ , é o componente determinístico de  $x_j$  devido ao sinal transmitido  $s_i(t)$  e  $w_j$  é a amostra de uma variável aleatória  $W_j$  devido ao canal ruído  $w(t)$ .

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt \quad (26)$$

$$w_j = \int_0^T w(t) \phi_j(t) dt$$

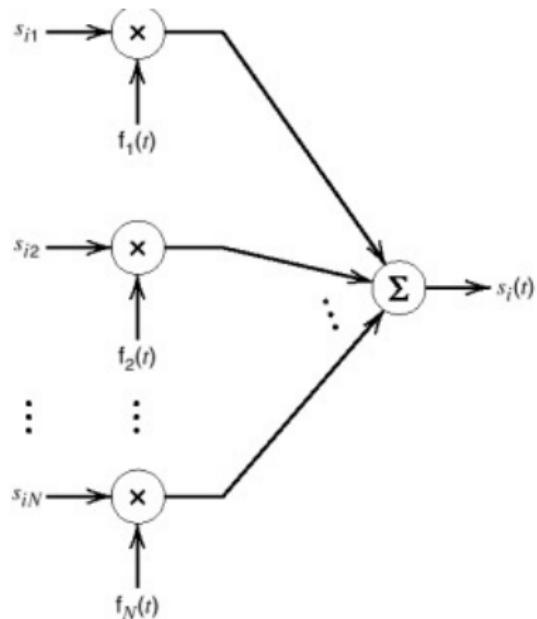


## Problemática de detecção de sinal

Dado o vetor de observação  $\mathbf{x}$ , faça um mapeamento de  $\mathbf{x}$  para uma estimativa  $\hat{m}$  do símbolo transmitido,  $m_i$ , de maneira a minimizar a probabilidade de erro no processo de tomada de decisão.

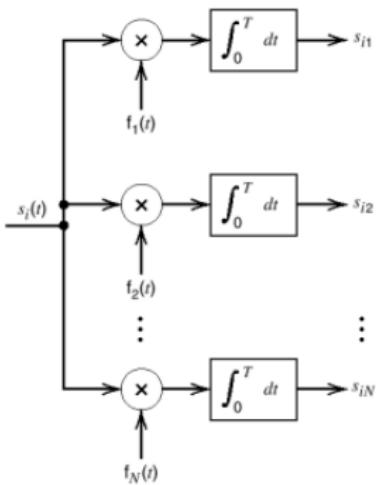
## Receptores ótimos usando detecção coerente

Suponha que, em cada intervalo de tempo de duração  $T$  segundos, um dos  $M$  possíveis sinais  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)$  seja transmitido com igual probabilidade,  $1/M$ .



## Receptores ótimos usando detecção coerente

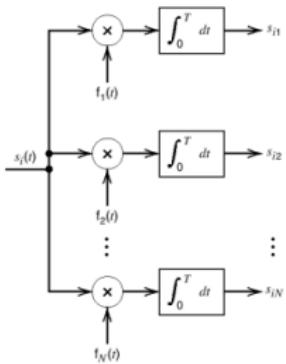
Para a representação geométrica do sinal, o sinal  $s_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , é aplicado a um banco de correlacionadores com uma entrada comum e fornecido com um conjunto apropriado de  $N$  funções básicas ortonormais



**Análise sem ruído.**

## Receptores ótimos usando detecção coerente

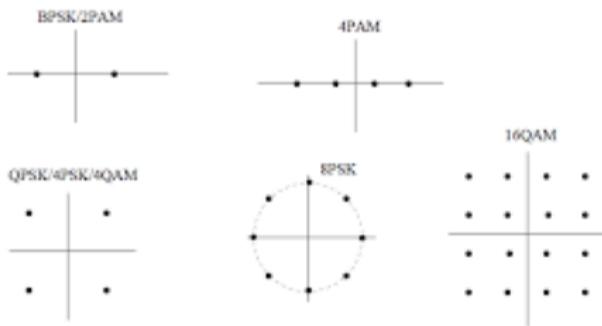
As saídas resultantes definem o vetor de sinal  $\mathbf{s}_i$ . Como o conhecimento do vetor de sinal  $\mathbf{s}_i$  é tão bom quanto conhecer o próprio sinal transmitido  $s_i(t)$  e vice-versa, podemos representar  $s_i(t)$  por um ponto no espaço euclidiano da dimensão  $N < M$ .



**Análise sem ruído.**

Receptores ótimos usando detecção coerente

O conjunto de pontos de mensagem  $M$  correspondente ao conjunto de sinais transmitidos é chamado de **constelação de mensagens**.



**Análise sem ruído.**

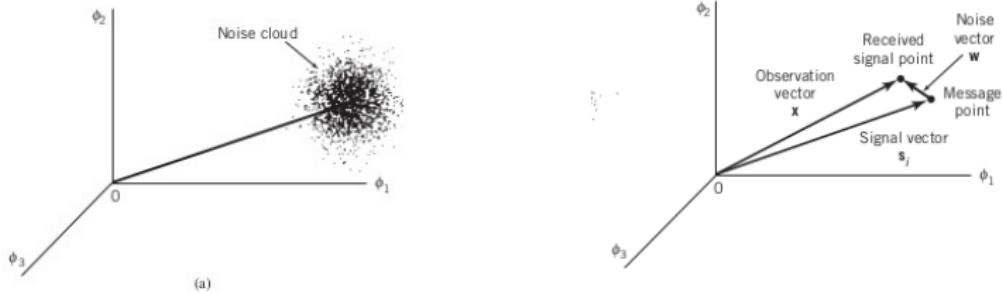
## Receptores ótimos usando detecção coerente

No entanto, a representação do sinal recebido  $x(t)$  é complicada pela presença de ruído aditivo  $w(t)$ . Observamos que quando o sinal recebido  $x(t)$  é aplicado ao banco de  $N$  correlacionadores, as saídas do correlacionador definem o vetor de observação  $\mathbf{x}$ . O vetor  $\mathbf{x}$  difere do vetor de sinal  $s_i$  pelo vetor de ruído  $\mathbf{w}$ , cuja orientação é completamente aleatória.

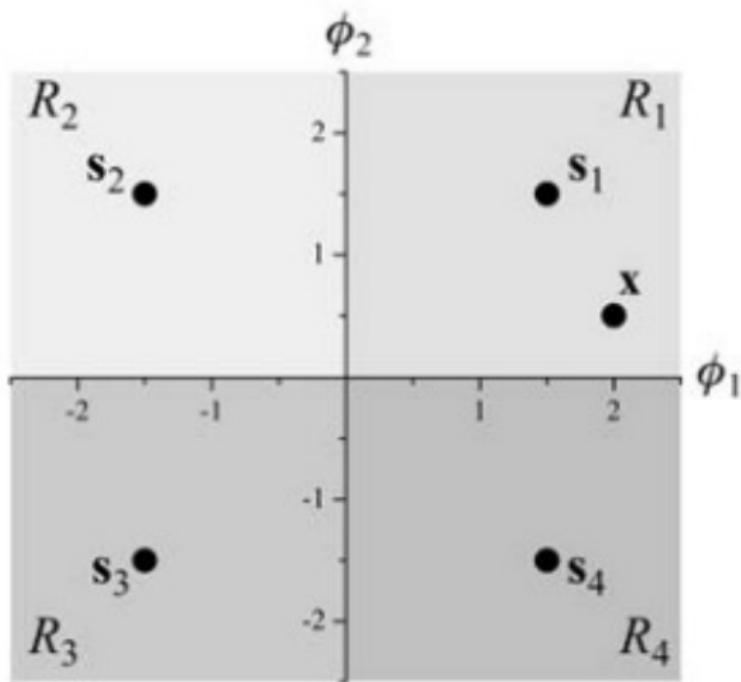
## Receptores ótimos usando detecção coerente

O vetor de ruído  $\mathbf{w}$  é completamente caracterizado pelo ruído do canal  $w(t)$ ; o inverso desta afirmação, no entanto, não é verdadeiro. O vetor de ruído  $\mathbf{w}$  representa a porção do ruído  $w(t)$  que interferirá no processo de detecção; a porção restante desse ruído, denotada por  $w(t)$ , é diminuída pelo banco de correlacionadores e, portanto, irrelevante.

Com base no vetor de observação  $\mathbf{x}$ , podemos representar o sinal recebido  $x(t)$  por um ponto no mesmo espaço euclidiano usado para representar o sinal transmitido. Nós nos referimos a este segundo ponto como o ponto de sinal recebido. Devido à presença de ruído, o ponto de sinal recebido se encontra em torno do ponto de mensagem de uma maneira completamente aleatória, no sentido de que pode estar em qualquer lugar dentro de uma "nuvem" distribuída gaussiana centrada no ponto de mensagem.



O vetor de observação  $\mathbf{x}$  está na região  $R_i$  se a distância euclidiana  $\|\mathbf{x} - \mathbf{s}_k\|$  é mínima para  $k = i$ .



## Modulação PSK

## Modulação por chaveamento da fase-PSK.

- A modulação por chaveamento da fase modula alterando apenas a fase da onda portadora.
- Estas alterações ocorrem através do deslocamento de fase a fim de representar os bits a serem transmitidos.
- Este tipo de modulação é bastante resistente a ruídos sendo dificilmente degradadas por completo ao longo de um percurso.

- A família de modulações lineares (M-PSK) é talvez a mais usada em sistemas práticos de comunicação digital;
- Começaremos o estudo dessas modulações com sua forma mais simples, o PSK binário, geralmente chamado de 2-PSK ou BPSK.

- Os símbolos modulados BPSK podem ser escritos como:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos[2\pi f_c t + (i-1)\pi], \begin{cases} 0 \leq t \leq T_b, \\ i = 1, 2 \\ f_c = n/T_b, \quad n \text{ inteiro} \end{cases} \quad (2)$$

onde  $E_b$  é a energia média do bit,  $T_b$  é a duração do bit e  $f_c$  é a frequência portadora. Se desejar que ocorram transições de fase nos mesmos pontos do sinal portador,  $f_c$  deve ser um múltiplo inteiro de  $1/T_b$ . No entanto, não é obrigatório satisfazer essa condição.

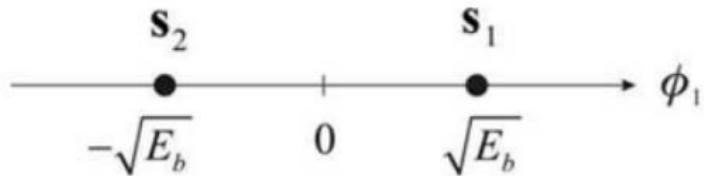
- Vemos que  $s_1(t) = -s_2(t)$ , o que significa que a modulação BPSK é uma sinalização antipodal de banda passante.

Como o BPSK é um esquema de sinalização antipodal, é uma modulação unidimensional. Então, a função base pode ser determinada normalizando  $s_1(t)$  ou  $s_2(t)$  para a unidade de energia. Normalizando  $s_1(t)$  teremos:

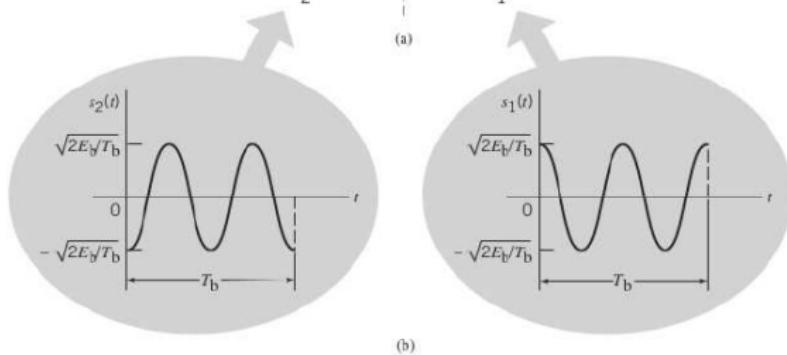
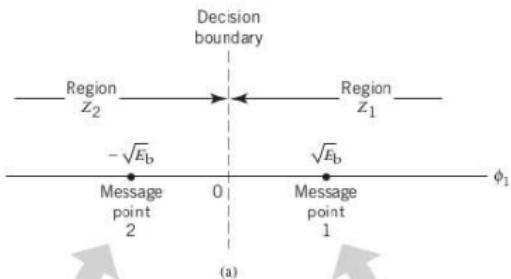
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad (3)$$

Os coeficientes vetor-sinal BPSK são dados por

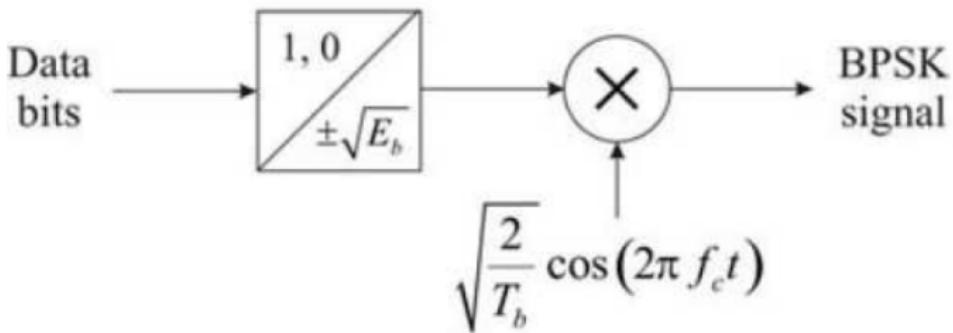
$$\begin{aligned}s_{11} &= \int_0^{T_b} s_1(t) \phi_1(t) dt = \sqrt{E_b} \\s_{21} &= \int_0^{T_b} s_2(t) \phi_1(t) dt = -\sqrt{E_b}.\end{aligned}\tag{4}$$



## Constelação BPSK:

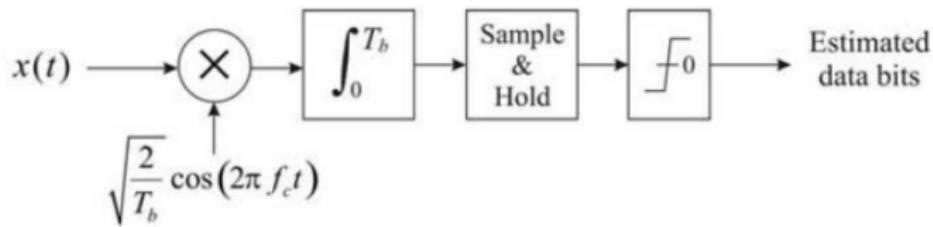


Transmissor BPSK:

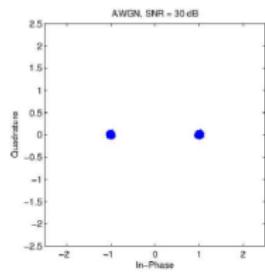
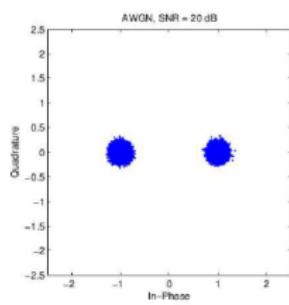
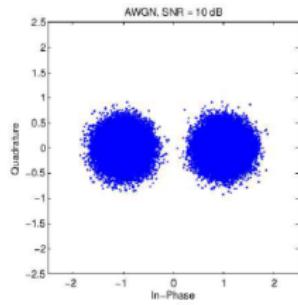


Para  $E_b = 1$ , os símbolos são +1 e -1.

Receptor BPSK:

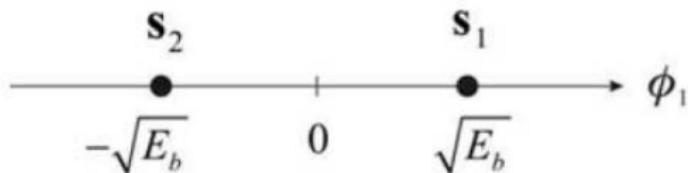


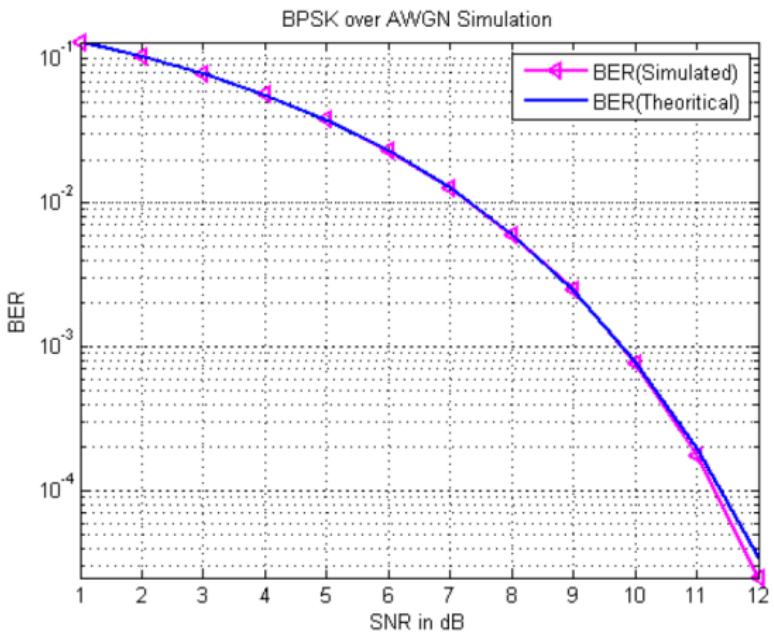
## Influência do ruído:



Probabilidade de erro de bit:

$$\begin{aligned} P_e &= \int_{\sqrt{E_b}}^{\infty} f(x_1|m2)dx_1 \\ &= \int_{\sqrt{E_b}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{x_1}{2N_0}\right) dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \end{aligned} \tag{5}$$





Código: berbpsknew.py

Modulação PSK M-ária O conjunto de símbolos pertencentes à modulação M-PSK pode ser escrito como

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T_b}} \cos[2\pi f_c t - 2(i-1)\frac{\pi}{M}], \begin{cases} 0 \leq t \leq T_b, \\ i = 1, 2, \dots, M \\ f_c = n/T_b, \quad n \text{ inteiro} \end{cases} \quad (8)$$

- Usando a identidade trigonométrica

$\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$ , podemos reescrever  $s_i(t)$  como:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T_b}} \cos[2\pi f_c t] \cos[2(i-1)\frac{\pi}{M}] \\ + \sqrt{\frac{2E}{T_b}} \sin[2\pi f_c t] \sin[2(i-1)\frac{\pi}{M}]. \quad (9)$$

- Onde identificamos facilmente duas funções base:

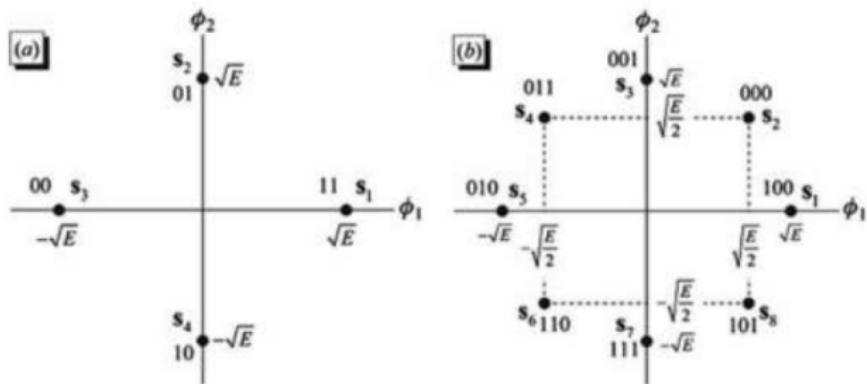
$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos[2\pi f_c t] \quad (10)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin[2\pi f_c t] \quad (11)$$

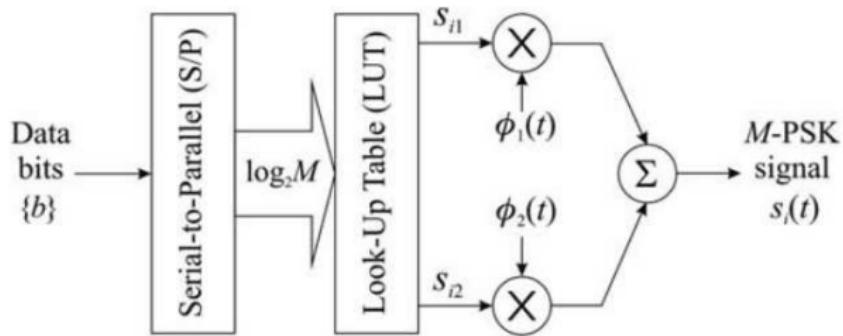
$$s_i(t) = s_{i1}(t)\phi_1(t) + s_{i2}\phi_2(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{E} \cos[2(i-1)\frac{\pi}{M}] \\ \sqrt{E} \sin[2(i-1)\frac{\pi}{M}] \end{bmatrix} \quad (13)$$

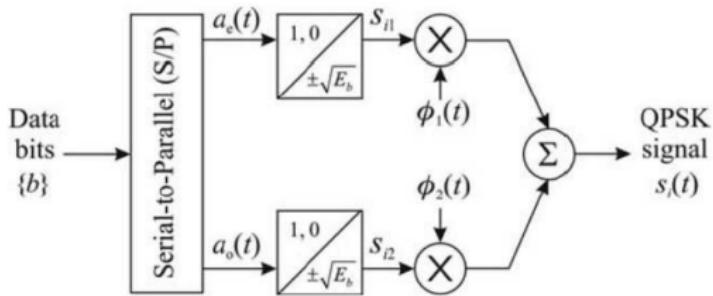
Constelações QPSK e 8PSK:



## Modulador genérico MPSK

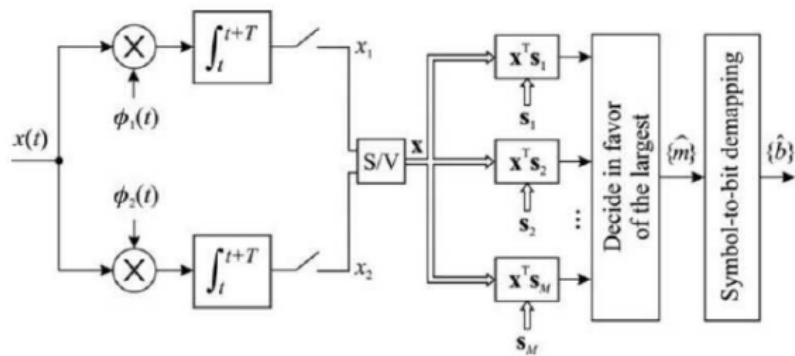


## Modulador QPSK



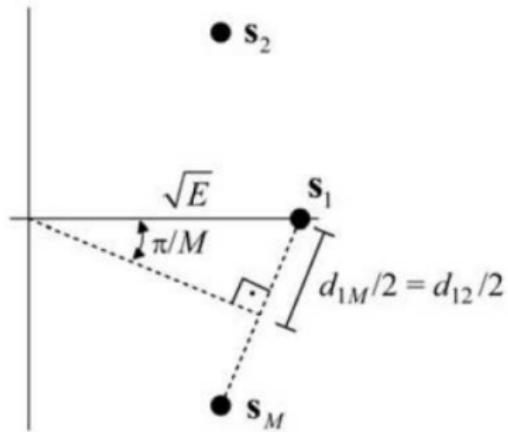
O transmissor QPSK pode ser visto como dois geradores BPSK que funcionam em paralelo, cada um com uma taxa de bits igual à metade da taxa de bits da sequência binária original na entrada do transmissor QPSK.

## Demodulador MPSK



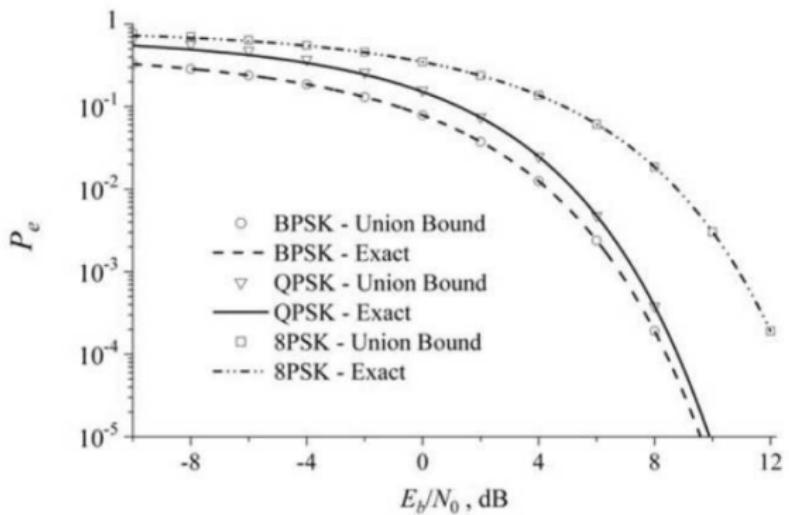
## Probabilidade de erro de símbolo aproximada

$$P_e \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1, k \neq i}^M \pi_i \operatorname{erfc} \left( \frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right) = \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right) \quad (14)$$



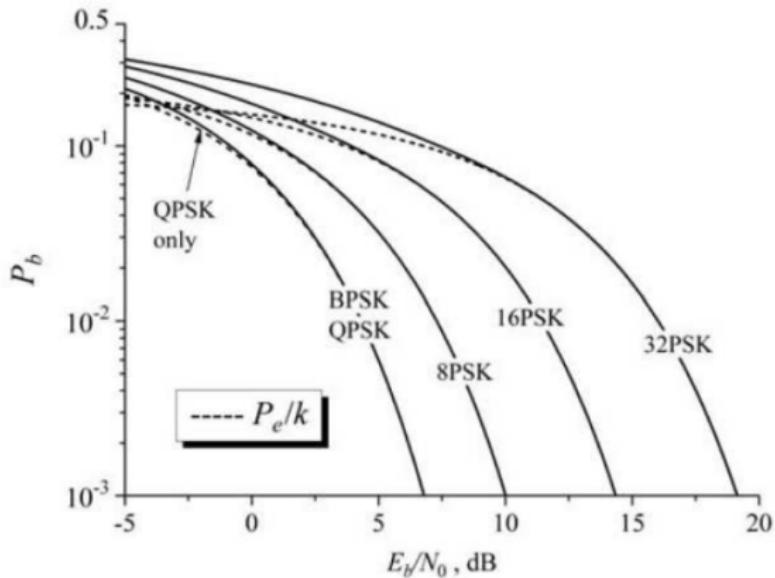
## Probabilidade de erro de símbolo exata

$$P_e = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} \exp \left[ -\frac{E_b \log_2 M \sin^2(\pi/M)}{N_0} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right] d\theta \quad (15)$$

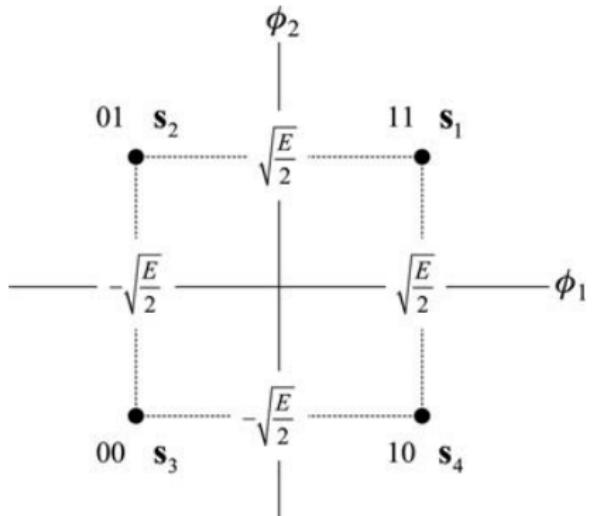


Para alta  $E_b/N_0$ , a taxa de erro de bit pode ser aproximada pela probabilidade de erro de símbolo como:

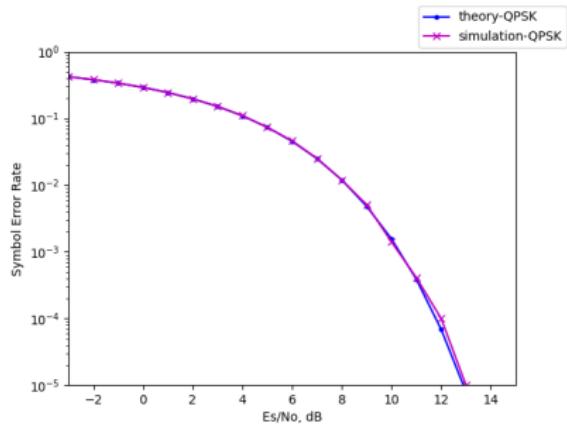
$$BER \approx \frac{P_e}{\log_2 M} \quad (16)$$



## Taxa de erro de símbolo QPSK



Código: serqpsk.py



Digital Modulations using Python

Mathuranathan Viswanathan

Livro interessante na área.

