

# TP 547- Princípios de Simulação de Sistemas de Comunicação

Prof. Samuel Baraldi Mafra



## Transmissão M-PAM em banda-base

- Um sinal M-PAM (Multilevel Pulse Amplitude Modulation) em banda-base é uma sequência de pulsos de diferentes amplitudes, contendo um número de níveis  $M = 2^k$ , onde  $k$  é o número de bits que cada nível representa.
- Os bits de informação são agrupados em entidades denominadas de símbolos. Por exemplo, na sinalização binária tem-se  $M = 2$  símbolos e um bit corresponde a um símbolo. Na sinalização quaternária tem-se  $M = 4$  e dois bits são representados por um símbolo, e assim por diante.

## Transmissão M-PAM em banda-base

- O termo símbolo também pode ser atribuído a cada uma das possíveis formas de onda do sinal transmitido. Por exemplo, numa transmissão quaternária podemos representar cada par de bits (dibit) por uma forma de onda ou símbolo diferente, dentre as 4 formas de onda possíveis.
- Existe uma diferença entre o conceito de símbolo quando associado à sequência de bits de informação e o conceito de símbolo quando associado às formas de onda de transmissão. No primeiro caso um símbolo é um conjunto de  $k = \log_2 M$  bits. No segundo caso um símbolo é uma das  $M$  formas de onda da sinalização, onde cada uma representa ou transporta  $k = \log_2 M$  bits.

- A taxa de dados em bits por segundo (bps) é dada por

$$R_b = 1/T_b$$

.

- Como cada simbolo possui  $\log_2 M$  bits, podemos escrever a taxa de simbolo como:

$$R = 1/T = 1/((\log_2 M)T_b) = R_b/\log_2 M$$

.

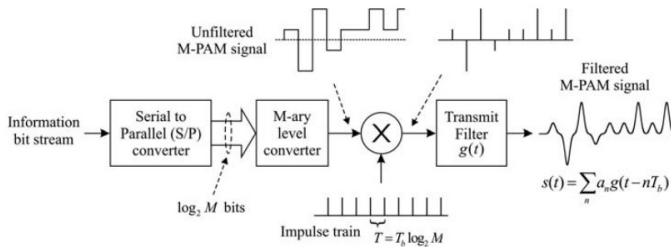
- A sinalização M-PAM é feita com dois objetivos: reduzir a largura de faixa (BW: bandwidth) do sinal transmitido ou aumentar a taxa de bits em uma determinada BW. Ao aumentar o valor de  $M$  e consequentemente o tempo de símbolo, podemos tanto reduzir a largura de faixa como aumentar a taxa de bits transmitidos, pois um símbolo vai possuir mais bits.
- Como desvantagem, com mais símbolos, aumenta a taxa de erro pois o receptor terá mais dificuldade de distinguir um número maior de níveis (símbolos), com isso é necessário aumentar a potência de transmissão para obter um desempenho equivalente.

O sinal MPAM pode ser escrita de forma geral como:

$$s_i(t) = A \left( i - \frac{M-1}{2} \right) g(t),$$

onde  $A$  é um fator de escala,  $i = 0, 1, \dots, (M-1)$  é o coeficiente do símbolo M-PAM e  $g(t)$  é a função de modelagem de pulso, de preferência com energia unitária, mas não necessária. limitado temporariamente ao intervalo de símbolos  $T$ . O sinal M-PAM resultante é simétrico em torno de zero e, para símbolos igualmente prováveis, não possui componente cc.

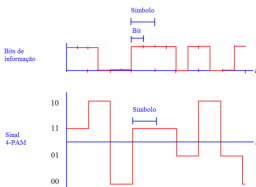
## Gerador de sinal PAM



## Passos para geração do sinal MPAM:

- O fluxo de bits de informações é primeiro convertido através de um conversor serial-para-paralelo (S / P) em  $\log_2 M$  fluxos paralelos. Ao fazer essa conversão, grupos de  $k = \log_2 M$  bits são apresentados simultaneamente no próximo bloco durante  $T = T_b \log_2 M$  segundos.
- O conversor de nível M-ário é responsável por converter as combinações de bits  $M = 2^k$  em pulsos retangulares com  $M$  amplitudes.

## Exemplo de sinal 4PAM





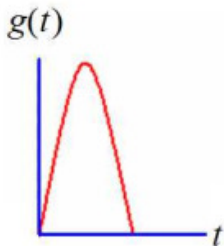
## Passos para geração do sinal MPAM:

- Na saída do conversor de nível M-ário, já temos um sinal M-PAM. No entanto, se nossa intenção é usar o sinal M-PAM para transmissão, pode ser necessário algum tipo de filtragem, uma vez que o sinal M-PAM não filtrado possui uma largura de banda ilimitada.
- O sinal M-PAM não filtrado é multiplicado por um trem de impulso, um processo que transforma a sequência de pulsos retangulares em uma sequência de pulsos  $a_n$ . Essa sequência, quando aplicada ao filtro de transmissão, produz uma sequência de pulsos cuja forma é dada aproximadamente pela forma de  $g(t)$  e cujas amplitudes são determinadas pela amplitude dos pulsos de entrada e também pela amplitude de  $g(t)$ .

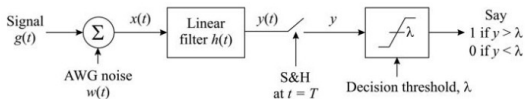
## Exemplo de sinal 4PAM transmitido



Para um filtro de transmissão com resposta ao impulso dada por:

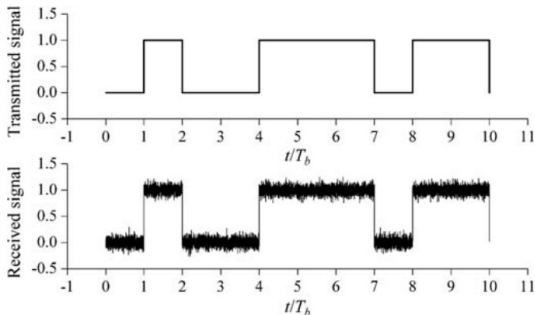


## Detecção de pulsos banda-base na presença de ruído



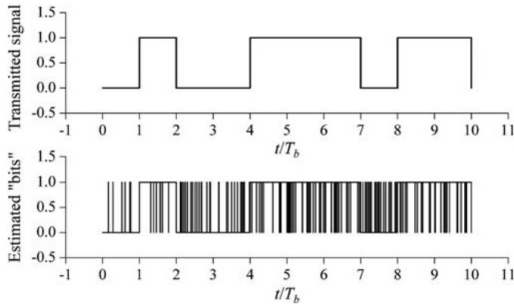
Vamos analisar um exemplo didático de transmissão de sinal em banda base com codificação de linha NRZ e taxa de um bit por segundo para diferentes densidades espectrais de potência de ruído. Para cada uma tentaremos ver a melhor forma de detecção.

$$N_0 = 5 * 10^{-6} W/Hz$$



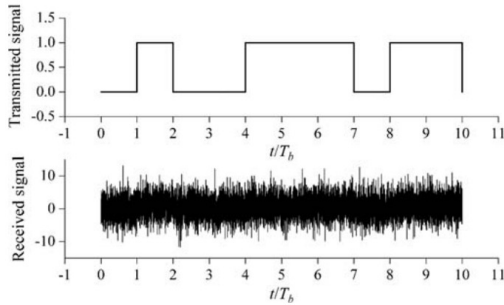
Para este nível baixo de ruído, podemos fazer a detecção usando um comparador, se o sinal recebido é maior que 0.5 dizemos que o bit é 1, caso contrário o bit é zero.

$$N_0 = 5 * 10^{-5} W / Hz$$



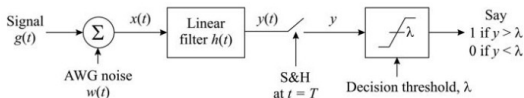
Com o aumento do PSD do ruído já não conseguimos usar um comparador, pois o erro seria grande, uma alternativa é escolher um instante de tempo, definido dentro do intervalo de bit. Isso pode ser conseguido amostrando e mantendo a forma de onda recebida a qualquer instante dentro de um intervalo de bits e repetindo o processo para os bits subsequentes.

$$N_0 = 1 * 10^{-2} W/Hz$$



Neste caso o PSD de ruído é bem alto, não conseguimos observar o sinal recebido, uma solução seja filtrar o sinal antes de aplicar ao circuito detector da figura anterior.

## Detecção de pulsos banda-base na presença de ruído

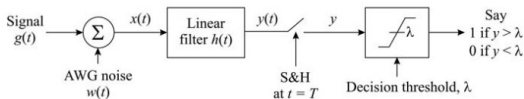


### Etapas de detecção

- Um pulso de banda base com a forma  $g(t)$  é transmitido através de um canal AWGN que adiciona ruído térmico  $w(t)$  ao sinal.
- O pulso recebido  $x(t)$  entra em um filtro receptor com resposta ao impulso  $h(t)$ ;
- A saída  $y(t)$  desse filtro é amostrada e retida (S&H) no instante  $T$ .



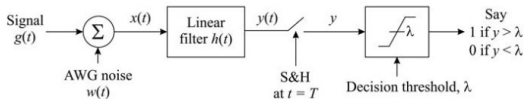
## Detecção de pulsos banda-base na presença de ruído



### Etapas de detecção

- A amostra resultante  $y = y(T)$  é comparada com um limite de decisão  $\lambda$ ;
- Por convenção considera-se sinalização binária com o bit "1" representado por  $+g(t)$  e o bit "0" representado por  $-g(t)$ ;
- A amostragem é usada apenas para criar um único instante de decisão para cada símbolo transmitido, aqui não falamos em amostragem para criação de sinal digital.

## Detecção de pulsos banda-base na presença de ruído



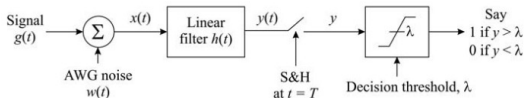
### Etapas de detecção

- O pulso na saída do filtro receptor pode ser escrito como:

$$y(t) = g_0(t) + w_t, \quad (1)$$

onde  $g_0(t)$  é a componente de sinal na saída do filtro devido a  $g(t)$  sem ser corrompido pelo ruído e  $n(t)$  é a função de amostra do processo aleatório de ruído  $N(t)$  na saída do filtro devido a apenas o ruído do canal  $w(t)$ .

## Detecção de pulsos banda-base na presença de ruído



### Relação sinal-ruído do pulso

- Para detectar o pulso  $g(t)$  com a probabilidade mínima de erro de decisão, necessitamos maximizar a relação sinal-ruído do pulso no instante da decisão. A relação sinal-ruído de pulso  $\eta$  é definida como:

$$\eta = \frac{|g_0(T)|^2}{E[n^2(T)]}, \quad (2)$$

onde  $|g_0(T)|$  é a magnitude da amostra do sinal em  $t = T$  e  $E[n^2(T)]$  é o valor médio quadrático ou potência média do processo de ruído formado pelas amostras de  $n(t)$ .

A relação sinal-ruído máxima de pulso é alcançada apenas se  $f_1(x) = kf_2^*(x)$ , ou seja:

$$H(f) = kG^*(f) \exp(j2\pi fT)$$

### Filtro casado

A resposta em frequência do filtro ótimo no receptor depende da transformação de Fourier da forma do pulso de transmissão  $g(t)$ . Em outras palavras, a resposta ao impulso desse filtro deve ser combinada com a forma de pulso de transmissão  $g(t)$ .

Para mais detalhes: Cap.4 do livro "Digital Transmission A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm" do Prof. Dayan, seções 4.2.1 até 4.2.3;

Para obter a resposta ao impulso do filtro casado, vamos calcular a transformada inversa de Fourier de  $H(f)$ :

$$h(t) = k \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) \exp(-j2\pi f(t - T)) df \quad (3)$$

Como  $G^*(f) = G(-f)$  para um sinal real  $g(t)$ , obtemos:

$$\begin{aligned} h(t) &= k \int_{-\infty}^{\infty} G(-f) \exp(-j2\pi f(T - t)) df \\ &= kg(T - t). \end{aligned} \quad (4)$$

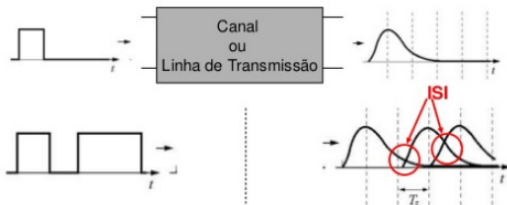
### Resposta ao impulso do filtro casado

Dada a forma de pulso de transmissão  $g(t)$ , a resposta de impulso do filtro correspondente,  $h(t)$ , é obtida criando uma imagem espelhada horizontal de  $g(t)$  e depois deslocando o resultado  $T$  segundos para a direita. A multiplicação pela constante  $k$  é opcional.

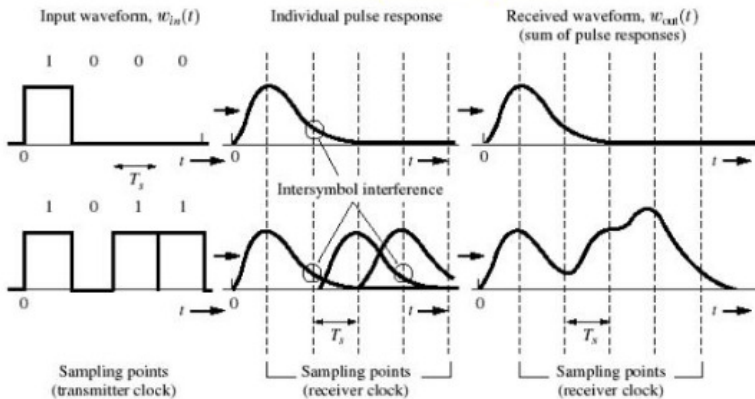
Em uma transmissão por um canal com comportamento passa baixa, ou seja, limitado em faixa, ocorre o aparecimento da interferência intersimbólica causado pela dispersão no canal.

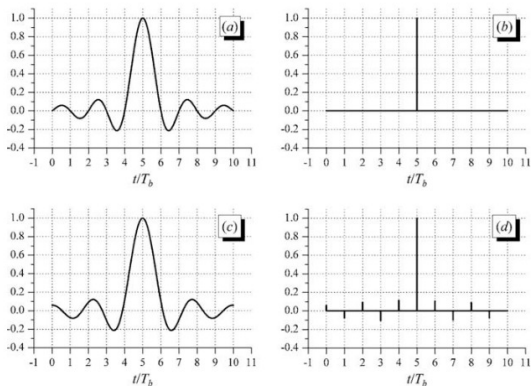
## Interferência intersimbólica(IIS)

Interferência em um símbolo devido a outros ocasionada por uma modificação no formato do pulso.



Para maiores detalhes: Cap.4 do livro "Digital Transmission A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm" do Prof. Dayan, seções 4.3.1 e 4.3.5;

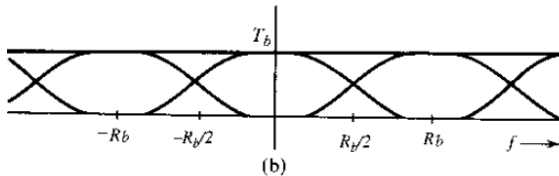
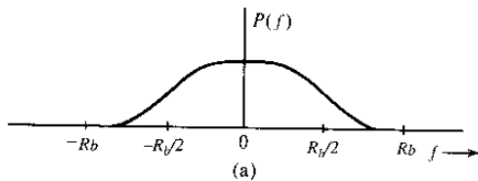




Na figura (b) há apenas pulso amostrado diferente de zero em  $t = 5T_b$ , com isso este pulso não ocasionará interferência em outros símbolos. Já em (d), é possível observar pulsos com amostras diferentes de zero em múltiplos de  $T_b$ , o que ocasionará interferência intersimbólica.



## Pulso com zero IIS



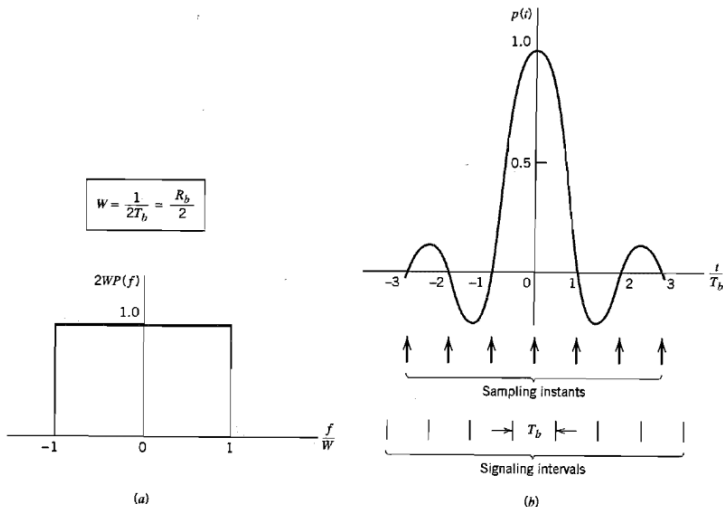
Uma forma de onda que produz IIS nula é definida por:

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{\sin(2\pi Wt)}{2\pi Wt} \\ &= \text{sinc}(2\pi Wt), \end{aligned} \quad (5)$$

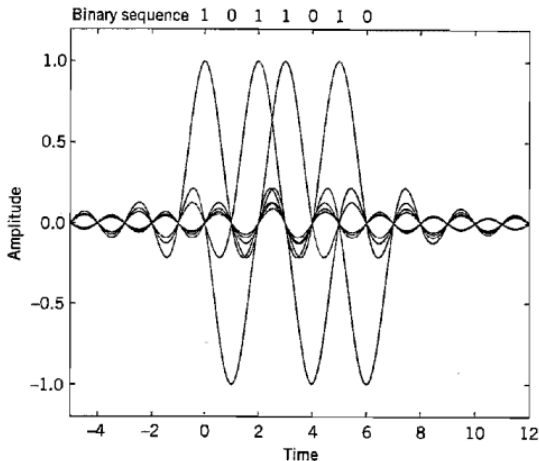
onde  $W = \frac{1}{2T_b}$  é a largura de faixa de Nyquist que define a largura de faixa de transmissão mínima para IIS = 0. Representação de  $p(t)$  em frequência:

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W}, & -W < f < W \\ 0 & |f| > W \end{cases} \quad (6)$$

$p(t)$ : pode ser vista como a resposta ao impulso de um filtro passa-baixas ideal com resposta em amplitude igual a  $1/(2W)$  dentro da largura de faixa  $W$ .



Se a forma de onda recebida  $y(t)$  é amostrada em instantes de tempo múltiplos de  $T_b$ , os pulsos não interferem uns nos outros, pois apenas um pulso possui componente diferente de zero no instante múltiplo de  $T_b$ .



### Dificuldades de implementação do pulso:

- A resposta em frequência de  $P(f)$  deve ser plana de  $-W$  a  $W$  e zero fora, as transições em  $\pm W$  são irrealizáveis;
- A função  $p(t)$  decresce como  $1/|t|$  para  $|t|$  grande, resultando em uma taxa baixa de decremento. Isto também ocorre devido às transições rápidas em  $\pm W$ . Não há uma margem de erro no momento da amostragem.

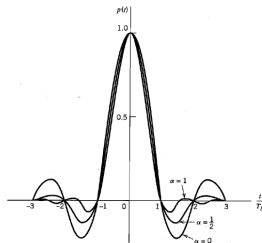
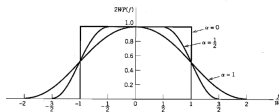
Espectro do cosseno levantado: A resposta total de frequência  $P(f)$  decresce gradualmente para zero.  $P(f)$  possui a forma de uma função cosseno levantado que consiste de uma porção plana e de uma porção com uma taxa de decaimento (rolloff):

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W} & -f_1 < f < f_1 \\ \frac{1}{4W} \left( 1 - \sin \left[ \frac{\pi(|f| - W)}{2W - 2f_1} \right] \right) & f_1 \leq |f| < 2W - f_1 \\ 0 & 2W - f_1 \leq |f| \end{cases}$$

$$-f_1 < f < f_1$$

$$f_1 \leq |f| < 2W - f_1$$

$$2W - f_1 \leq |f|$$



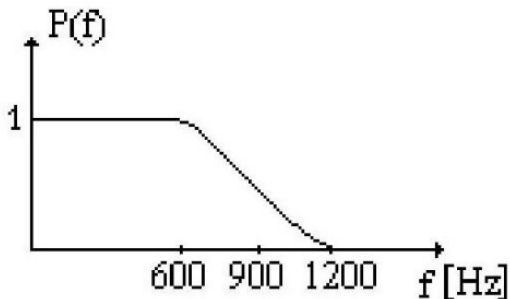
A frequência  $f_1$  e a largura de faixa de Nyquist  $W$  são relacionadas pelo fator de rolloff  $\alpha$ :

$$\alpha = 1 - \frac{f_1}{W} = \frac{W - f_1}{W}. \quad (7)$$

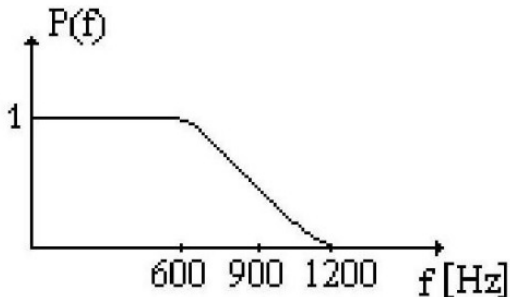
O parâmetro  $\alpha$  indica o excesso de banda com relação a solução ideal. A largura de faixa necessária é dada por:

$$B = W(1 + \alpha)$$

Exercícios: Qual o fator de rolloff e a velocidade de transmissão que pode ser atingida com um pulso tipo cosseno levantado, com a transformada de Fourier mostrada na figura a seguir?

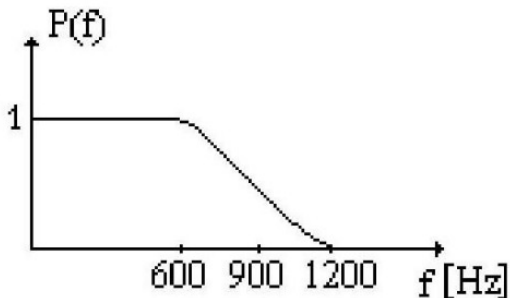






Cálculo de  $\alpha$ : Observando a figura podemos verificar que  $P(f)$  é plano para  $f < 600$  Hz, portanto  $f_1 = 600$  Hz.  $P(f) = 0$  para  $f > 2W - f_1$ , com isso temos que  $W = \frac{f+f_1}{2} = \frac{1200+600}{2} = 900$  Hz. Portanto:

$$\alpha = \frac{W - f_1}{W} = \frac{900 - 600}{900} = 0.3333. \quad (8)$$



Cálculo de  $R_b$ , considerando 2PAM:

$$W = \frac{R_b}{2}$$

$$R_b = 2W = 1800 \text{ bps} \quad (9)$$