

Operations Research Final Project

Group D

B07705049 林稜凱 B08705059 蕭 瑀
B09705007 張力升 B09705020 蔣詠心
B09705025 徐懷山 B09705027 許圃崧
B09705029 王灝融 B09705033 陳亮好
B09705035 黃品綺 B09705057 鄭至鈞

1 背景介紹

YouBike 2.0 於 2020 年 1 月開始在台大公館校區進行試營運，在校園內以及校園周邊設立了多個 YouBike 站點，目標是提供台大學生們在校園中移動時的代步選擇。然而，為了在校園內廣設站點，原本就已經供不應求的自行車停車空間被壓縮，引來了許多同學的不滿；YouBike 2.0 也未能解決從 1.0 時代以來就一直為人詬病的一大缺點：在交通尖峰時段，某些站點常常無車可借。因此，我們嘗試以作業研究來尋找以下兩個問題的解決方法：

1. 如何在校園內以盡量少的 YouBike 站點，來使盡量多的學生能就近找到站點借、還車，以及
2. 如何規劃一套固定的、有效率的車輛調度方法，讓車輛能隨時被運送到需求量大的站點以滿足同學大量的借車需求。

若要讓校園內更多學生能就近找到站點，站點的數量就勢必要增加。同時，站點的位置選擇也會影響到車輛調度的效率，若要以較多的站點來供應較多的借車需求，進行車輛調度時貨車所需行駛的距離也可能會增加。因此，我們希望我們提出的模型能讓決策者自行根據各個目標（站點數量、站點可取得性、車輛調度成本）的重要度來設定權重，以取得最符合決策者需求的解決方案。

2 問題定義

我們認為台大學生在校內借用 YouBike 的主要目的是用於在各個校內建築之間的移動，因此我們希望各個台大校園內的建築物附近都有 YouBike 站點，讓來到或離開此建築物的同學可以在此站點還車或借車。首先，我們定義若一個 YouBike 站點與一個建築之間的曼哈頓距離不超過 50 公尺，則

稱此建築被此 YouBike 站點所「涵蓋」。之所以使用曼哈頓距離，是因為在校內方格狀的街道中，曼哈頓距離可能比歐幾里得距離更能代表在兩點間移動所需經過的路徑長。如果有越多校內建築被涵蓋，就能有更多同學願意借用 YouBike 作為校內的代步交通工具，因此我們希望能最小化校內未被涵蓋的建築數量。同時，為了最小化站點建設成本與車輛調度成本，我們也希望最小化校內 YouBike 站點的數量。

接著，我們進一步對同學在校園內借用 YouBike 的使用情境做了一些假設。我們認為大部分借用 YouBike 的同學會在上學時間先透過公車、捷運等大眾運輸工具或是汽機車抵達台大周邊的交通站點（例如公車站、捷運站、停車場等），並在此交通站點附近的 YouBike 站點借用 YouBike，騎乘至目標校內建築附近的 YouBike 站點停放。而在上學到放學間的這段期間，同學會為了用餐、到其他建築上課等原因利用 YouBike 在校園內移動。在放學時間，YouBike 的流向則會與上學時間相反，同學會將 YouBike 騎乘至台大周邊的交通站點，並轉乘其他交通工具離開學校。我們將交通站點附近的 YouBike 站點稱為「交通點」，校內建築附近的 YouBike 站點稱為「上課點」，並認為同學會在上課時間從交通點借車騎乘到上課點，在上課期間在上課點之間移動，並在放學時間從上課點借車騎乘到交通點。為了考慮住宿同學的借用狀況，我們也將長興街宿舍區附近的 YouBike 歸類為交通點。綜上所述，我們列出的所有交通點為：公館捷運站、科技大樓捷運站、公館公車站、新生南公車站（台大）、新生南公車站（新體）、長興男宿、社科院旁公車站、台大癌醫公車站、基隆路台科公車站、基隆路公館公車站、台電大樓公車站。

我們認為這些校園周邊的公車站、捷運站等交通站點是人流非常大的地點，且有很多人會需要在上學、放學期間在這些地方借、還車，因此我們不使用作業研究來評估這些交通站點附近的 YouBike 站點設置的必要性，而是直接在這些交通站點都設置 YouBike 站點，也就是交通點。我們也假設每個建築物的人流應該有進有出，因此同學透過借用 YouBike 在上課點間移動，不會造成各個上課點的 YouBike 數量有太大的變化。

在這樣的情境下，我們可以預期到在每天的上課時間，由於同學會從交通點借車騎乘至上課點，因此上課點的车辆會過多，交通點的车辆則會短缺；相反地，在每天的放學時間，由於同學會從上課點借車騎乘至交通點，因此交通點的车辆會過多，上課點的车辆則會短缺。而在離峰時段，可能也會有人進入或離開學校，因此也可能造成交通點或上課點的车辆短缺。因此，我們希望提出一個車輛調度的方法，來規劃載運卡車如何將 YouBike 在上課點與交通點之間搬運，從多車站點將 YouBike 載運至缺車站點。

由於上課點的數量遠多於交通點，當上課點的车辆過多而交通點的车辆短缺時，可能會需要從多個上課點來取得過剩的车辆，才能供應交通點的借車需求；相反地，當上課點的车辆短缺而交通點的车辆過多時，僅需要從一個交通點取得過剩車輛，就可以供應多個上課點的借車需求。因此，我們計畫將 YouBike 站點分為多個組別，每個組別包含一個交通點以及一個以上的上課點，因此組別的數量就等於交通點的數量。每個上課點必須屬於至少一個組別，也可以同時屬於多個組別。在上學尖峰時段，我們可以從該交通點所屬組別中的上課點來取得過剩車輛，並運送至該交通點；相

反地，在放學尖峰時段，我們可以從該組別中的交通點來取得過剩車輛，並運送至該組別中的上課點。

不同的交通點，可能也會有不同程度的人流，例如公館捷運站交通點的人流，很可能會大於基隆路公車站交通點的人流。因此，人流較大的交通點的組別中，會需要包含較多或是人流同樣較大的上課點，以維持同個組別中的車輛數平衡。若一個人流很大的交通點的組別中，僅包含了較少或是人流較小的上課點，那麼在上學尖峰時段時，這些上課點的過剩車輛可能無法供應該交通點的大量借車需求（而放學尖峰時段也是同理）。因此，我們透過網路上的資料，估算出了每個交通站點以及每個校內建築的人流。我們定義每個交通點的人流就是該交通站點的人流，而每個上課點的人流可以由該站點涵蓋的所有建築所決定，一個建築物的人流可能流向所有涵蓋該建築的上課點。同時，一個上課點可能屬於多個組別，因此一個上課點的人流可能可以流向多個交通點。因此我們提出的站點分組方式，必須要存在一種人流分配方式（包含每個建築往若干個上課點分配的人流，以及每個上課點往一個或多個交通點分配的人流），使得該組別中的上課點所貢獻的人流總和，等於該組別中的交通點的人流。

在這種彈性的人流分配限制下，可能會存在多種可行的分組方式，因此我們希望能最小化載運卡車在一個組別中的運車路線長度。為了簡化表達式，我們以一個組別中與組內的交通點距離最遠的上課點與該交通點的曼哈頓距離，來大致估計該組別中的運車路線長度。我們希望能最小化所有組別的運車路線長度平均。

整體而言，我們希望最小化以下三個目標式：

1. 校內 YouBike 站點的數量、
2. 未被涵蓋的校內建築數量，以及
3. 所有組別的運車路線長度平均。

3 資料搜集

首先，我們的演算法會需要用到校內建築以及交通站點的座標位置。我們透過 Google Map 取得校內的各個館舍以及所有交通點的經緯度，並全部轉換成以公尺為單位的二度分帶座標。

接著，我們需要估計各個建築以及交通站點的人流。關於校內建築的人流，我們以各個校內館舍的容量與在該館設活動的人數（課程、辦公事務重要度等）來估計。至於學校周邊的交通站點的人流，我們透過各種開放資料以及自身實地到達的經驗來估計。我們將每個校內館舍以及交通站點的人流分成 1 到 10 這十個等級（數字越大代表人流越多），並在之後再標準化各個地點的人流數值。

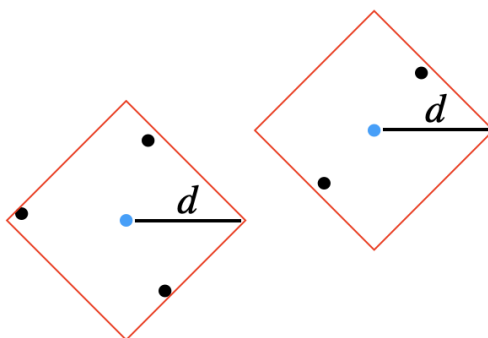


Figure 1: YouBike 站點與其對應的集合

4 方法

我們提出的演算法由兩個階段所組成：在第一階段中，我們會根據校內建築物的座標，來找出所有候選 YouBike 站點（上課點）位置。在第二階段中，我們會使用 Integer Programming，從第一階段得到的候選 YouBike 站點位置中，選出真正要使用的站點，並為這些站點按照第 2 章節提到的方式分組，同時最小化以下三個目標式：

1. 校內 YouBike 站點的數量、
2. 未被涵蓋的校內建築數量，以及
3. 所有組別的運車路線長度平均。

4.1 第一階段：取得候選站點位置

首先，我們找出所有候選站點位置。根據第 2 章節提到的「涵蓋」的定義，每個 YouBike 站點可以涵蓋到所有與它的曼哈頓距離小於 50 公尺的建築。以圖 1 為例，黑色點為建築的位置，藍色點為 YouBike 站點的位置，而每個藍色點對應的紅框代表與該 YouBike 站點的曼哈頓距離小於 d 的範圍。在這個例子中，兩個藍色點所代表的 YouBike 站點涵蓋了所有五個黑色點所代表的建築，也就是對每個建築而言，都有一個 YouBike 站點與之的曼哈頓距離小於 d 。

為了方便操作，以下我們將座標平面旋轉 45 度，以將每個 YouBike 站點所框出的範圍旋轉為邊長為 $\sqrt{2}d$ 的正方形。

在座標平面上，我們選擇任意一個點作為 YouBike 站點位置，都可以框出一個如上圖所示的範圍。雖然可能的站點位置有無限多個，我們仍然可以找出有限個最有效率的（也就是涵蓋最多建築的）站點位置，來作為候選站點位置。我們觀察到，當我們在座標平面上任意選擇一個位置來放置這個代表涵蓋範圍的正方形後，我們可以盡可能往右下方移動此方框，直到再往右下方移動方框會

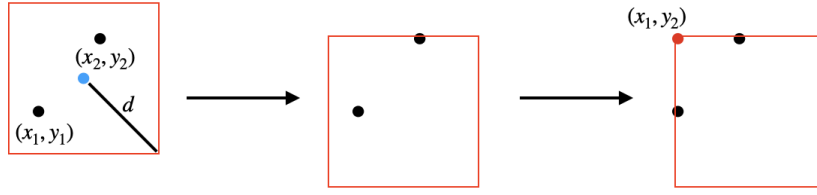


Figure 2: 將方框盡可能往右下方移動的過程

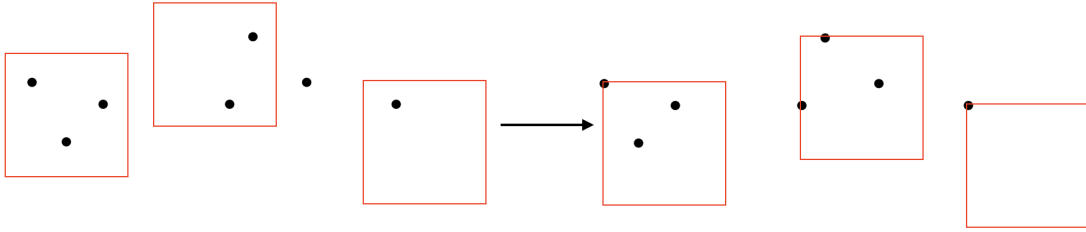


Figure 3: 任意座標平面上的方框都有在集合 S' 中對應的方框

導致某些原本被此方框涵蓋的建築無法被涵蓋為止。以圖 2 為例，左邊的方框位置表示其中一個可能的 YouBike 站點位置，而圖中兩個黑色點分別代表座標為 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的建築 1 與建築 2。首先盡可能將方框往下方移動，直到方框的上緣碰到建築 2 為止，如中間的方框所示。接著再盡可能將方框往右方移動，直到方框的左緣碰到建築 1 為止，如右邊的方框所示。由於在移動方框的過程中，沒有原本被此方框涵蓋的建築離開此方框的範圍，因此移動後的方框會涵蓋到至少與原本的方框一樣多的建築。除此之外，以此方式移動後的方框，其左上方頂點的 x 座標與 y 座標會分別與其中一個建築相同。以圖 2 為例，右邊的方框表示完成移動後的位置，其左上方頂點的座標為 (x_1, y_2) 。

因此，我們以集合 $B = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots\}$ 來表示所有建築的座標，並定義集合 $S' = \{(x_i, y_j) \mid \exists i, j \text{ s.t. } (x_i, y_i), (x_j, y_j) \in B\}$ 來代表所有按照上述方式得到的方框的左上頂點座標。對於任意座標平面上的方框，都能在 S' 中找到一個涵蓋相同建築的方框。以圖 3 為例，左邊的三個方框為在座標平面上任意選取的方框，而右邊的三個方框為其對應的在集合 S' 中的方框。

根據 S' 的定義，我們可以知道方框的數量 $|S'| = |B|^2$ 。而在我們得到這些方框後，我們要找出這些方框分別對應的 YouBike 站點位置。我們首先會根據每個方框的座標找出此方框涵蓋的建築，並將 YouBike 站點的 x 座標設為這些建築中最小的 x 座標與最大的 x 座標的平均， y 座標設為這些建築中最小的 y 座標與最大的 y 座標的平均。以圖 4 為例，左圖的方框所涵蓋的三個建築的位置與座標如圖中所示，而右圖的藍點則代表此方框左對應的 YouBike 站點位置與座標。

我們以集合 $S = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots\}$ 來表示所有以上述程序得到的 YouBike 候選站點位置，

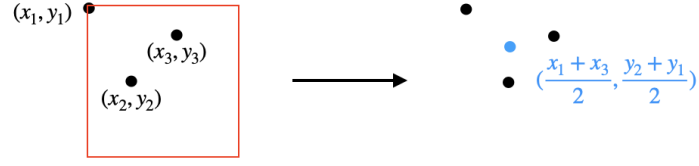


Figure 4: 集合 S' 中的方框對應的 YouBike 站點座標

並接著透過第二階段的 Integer Programming 來在這些候選站點位置中選擇真正要使用的站點。

4.2 第二階段：選出站點與分組

在第二階段中，我們會使用 Integer Programming，從第一階段得到的候選 YouBike 站點位置中，選出真正要使用的站點，並為這些站點按照第 2 章節提到的方式分組，同時最小化以下三個目標式：

1. 校內 YouBike 站點的數量、
2. 未被涵蓋的校內建築數量，以及
3. 所有組別的運車路線長度平均。

在第一階段中，我們定義了集合 B 與 S ，分別為建築物的座標與候選 YouBike 站點（上課點）位置的座標。除此之外，我們以類似的方式定義集合 T 為交通站點的座標，同時也是這些交通站點對應的 YouBike 站點（交通點）的座標。根據 S 與 B 中的 YouBike 站點與建築位置，若 YouBike 站點 $k \in S$ 涵蓋了建築 $i \in B$ ，我們令 s_{ki} 的值為 1，反之則為 0。我們也能計算每個上課點 $k \in S$ 與交通點 $j \in T$ 之間的曼哈頓距離，並以 d_{kj} 表示。以上的 s_{ki} 與 d_{kj} 都是可以事先得知的 parameter。

首先，我們要決定使用哪些站點，以涵蓋哪些建築。對於所有候選 YouBike 站點 $k \in S$ ，我們以 binary decision variable c_k 來表示是否選擇使用此站點。若選擇使用 YouBike 站點 k ，則 c_k 為 1，反之則為 0。對於所有建築 $i \in B$ ，我們以 binary decision variable v_i 來表示此建築是否至少被一個 YouBike 站點所涵蓋。若建築 i 被涵蓋，則 v_i 為 1，反之則為 0。我們可以得到以下限制式：

$$\sum_{k \in S} c_k s_{ki} \geq v_i \quad \forall i \in B。$$

也就是說，若我們想涵蓋建築 i ($v_i = 1$)，我們需要選擇 ($c_k = 1$) 至少一個涵蓋建築 i ($s_{ki} = 1$) 的站點。

我們可以接著定義 decision variable u 為未被涵蓋的建築數量，即

$$u = |B| - \sum_{i \in B} v_i。$$

接下來，我們想將所選擇的 YouBike 站點按照人流進行分組。就像在第 2 章節中提到的，每個組別中會包含一個交通點與一個以上的上課點，且一個（被選擇的）上課點至少屬於一個組別，也可以同時屬於多個組別。對於所有上課點 $k \in S$ 與交通點 $j \in T$ ，我們以 binary decision variable b_{kj} 來表示此上課點是否屬於此交通點的組別。若上課點 k 屬於交通點 j 的組別，則 b_{kj} 為 1，反之則為 0。我們可以得到以下限制式：

$$b_{kj} \leq c_k \quad \forall k \in S, j \in T。 \quad (1)$$

也就是說，若上課點 k 未被選擇（ $c_k = 0$ ），我們就不能將此上課點指派給任何組別（ $b_{kj} = 0$ ）。除此之外，我們也可以得到：

$$\sum_{j \in T} b_{kj} \geq c_k \quad \forall k \in S。$$

也就是說，若上課點 k 被選擇（ $c_k = 1$ ），我們就要將此上課點指派給至少一個組別（ $\sum_{j \in T} b_{kj} \geq 1$ ）。

此外，同一個組別中的上課點的人流需要等於交通點的人流。根據第 3 章節中描述的方法，對於所有建築 $i \in B$ ，我們定義 w_i 為該建築的人流。同樣地，對於所有交通站點 $j \in T$ ，我們定義 w_j 為該交通站點的人流。我們將 w_i 與 w_j 的值做標準化，使得 $\sum_{i \in B} w_i = \sum_{j \in T} w_j$ ，以讓上課點的總人流等於交通點的總人流。以上的 w_i 與 w_j 都是事先決定的 parameter。除此之外，我們也定義 M 為一個足夠大的數，以在限制式中使用。

在我們定義的分組方式中，我們需要得出每個建築往每個上課點分配的人流，以及每個上課點往每個交通點分配的人流。對於每個建築 $i \in B$ 與上課點 $k \in S$ ，我們以 decision variable g_{ik} 代表此建築往此上課點分配的人流。對於每個上課點 $k \in S$ 與交通點 $j \in T$ ，我們以 decision variable z_{kj} 代表此上課點往此交通點分配的人流。

首先，我們可以得到以下限制式：

$$\begin{aligned} g_{ik} &\leq M c_k & \forall i \in B, k \in S \\ g_{ik} &\leq M s_{ki} & \forall i \in B, k \in S。 \end{aligned}$$

也就是說，若上課點 k 沒有被選擇（ $c_k = 0$ ），或是上課點 k 沒有涵蓋建築 i （ $s_{ki} = 0$ ），我們就不能將建築 i 的人流分配給上課點 k （ $g_{ik} = 0$ ）。同樣的道理，我們也可以得到以下限制式：

$$\begin{aligned} z_{kj} &\leq M c_k & \forall k \in S, j \in T \text{ (可省略)} \\ z_{kj} &\leq M b_{kj} & \forall k \in S, j \in T。 \end{aligned}$$

事實上，因為我們已經有限制式 1，因此上面的第一個限制式可以省略。

接下來，我們需要限制每個建築分配給每個上課點的人流，以及每個上課點分配給每個交通點的人流。我們可以得到以下限制式：

$$\sum_{k \in S} g_{ik} \leq w_i \quad \forall i \in B。$$

也就是說，每個建築物分配出的總人流，不能超過此建築物本身的人流。

然而，對於每個上課點分配給每個交通點的人流，我們的限制式需要稍作調整。由於有些建築可能不會被涵蓋到，因此我們無法滿足每個交通點的人流。平均而言，當我們少涵蓋一個建築，我們所涵蓋的總人流就會減少 $\frac{\sum_{i \in B} w_i}{|B|}$ ，而分配到每個交通點的人流就會減少 $\frac{\sum_{i \in B} w_i}{|B||T|}$ 。因此我們定義 parameter $p = \frac{\sum_{i \in B} w_i}{|B||T|}$ ，並得到以下限制式：

$$\sum_{k \in S} z_{kj} \geq w_j - up \quad \forall j \in T。$$

也就是說，每個交通點被分配到的總人流，必須要至少為此交通點本身的人流，減去未涵蓋建築所造成的平均人流損失。

作為人流的中繼點，每個上課點流出的人流也不能超過流入該上課點的人流。因此我們可以得到以下限制式：

$$\sum_{j \in T} z_{kj} \leq \sum_{i \in B} g_{ik} \quad \forall k \in S。$$

最後，我們要知道每個組別的組內的運車路線長度。如第 2 章節中提到的，我們以一個組別中與組內的交通點距離最遠的上課點與該交通點的曼哈頓距離，來大致估計該組別中的運車路線長度。對於每個交通點 $j \in T$ ，我們以 decision variable r_j 來表示該交通點所屬的組別中與之距離最遠的上課點與此交通點的曼哈頓距離。我們可以得到以下限制式：

$$d_{kj} - r_j \leq M(1 - b_{kj}) \quad \forall j \in T, j \in S。$$

也就是說，若上課點 k 屬於交通點 j 所在的組別（ $b_{kj} = 1$ ），那麼 r_j 就必須不小於 d_{kj} 。

根據以上所有使用到 M 的限制式，parameter M 的值至少要為

$$\max\left\{\sum_{i \in B} w_i, \max\{d_{kj} \mid k \in S, j \in T\}\right\}。$$

在以上定義的所有限制式的限制下，我們想要最小化的目標式為

$$\alpha \cdot \frac{\sum_{k \in S} c_k}{|B|} + \beta \cdot \frac{u}{|B|} + \gamma \cdot \frac{\sum_{j \in T} r_j}{|T|}。$$

其中 $\frac{\sum_{k \in S} c_k}{|B|}$ 為選擇使用的站點數量除以建築數量的比值， $\frac{u}{|B|}$ 為未被涵蓋的建築的比例， $\frac{\sum_{j \in T} r_j}{|T|}$ 則為各個組別的平均載運距離。 α 、 β 、 γ 為人為定義的權重參數，決策者可以根據這三個目標式的重要性調整這三個權重參數，以得到最適合的解決方案。

我們使用的 Integer Program 為：

$$\begin{aligned}
\min \quad & \alpha \cdot \frac{\sum_{k \in S} c_k}{|B|} + \beta \cdot \frac{u}{|B|} + \gamma \cdot \frac{\sum_{j \in T} r_j}{|T|} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{k \in S} c_k s_{ki} \geq v_i & \forall i \in B \\
& u = |B| - \sum_{i \in B} v_i \\
& b_{kj} \leq c_k & \forall k \in S, j \in T \\
& \sum_{j \in T} b_{kj} \geq c_k & \forall k \in S \\
& g_{ik} \leq M c_k & \forall i \in B, k \in S \\
& g_{ik} \leq M s_{ki} & \forall i \in B, k \in S \\
& z_{kj} \leq M b_{kj} & \forall k \in S, j \in T \\
& \sum_{k \in S} g_{ik} \leq w_i & \forall i \in B \\
& \sum_{k \in S} z_{kj} \geq w_j - u p & \forall j \in T \\
& \sum_{j \in T} z_{kj} \leq \sum_{i \in B} g_{ik} & \forall k \in S \\
& d_{kj} - r_j \leq M(1 - b_{kj}) & \forall j \in T, j \in S \\
& c_k \in \{0, 1\} & \forall k \in S \\
& v_i \in \{0, 1\} & \forall i \in B \\
& u \text{ urs.} \\
& b_{kj} \in \{0, 1\} & \forall k \in S, j \in T \\
& g_{ik} \geq 0 & \forall i \in B, k \in S \\
& z_{kj} \geq 0 & \forall k \in S, j \in T.
\end{aligned}$$

我們透過 Python 程式語言來使用 Gurobi 套件，解出以上 Integer Program 的解。我們設定求解時限為 20 秒。

5 結果

現在的台大校園中，已經設置了許多 YouBike 站點。我們首先取得了這些站點位置的座標，並使用第 4 章節中的人流分配方式，來尋找一個平均組內載運距離最小的分組方式。目前校內的 YouBike

站點數量為 51 個，在台大的 116 個建築中，有 77 個建築未被涵蓋，也就是沒有與之曼哈頓距離小於 50 公尺的 YouBike 站點。而在最佳分組方式下，平均組內載運距離為 504 公尺。

我們首先以 $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 1, 1)$ 的權重參數來設定 Integer Program 的目標式，求解後得到圖 5 的站點位置：

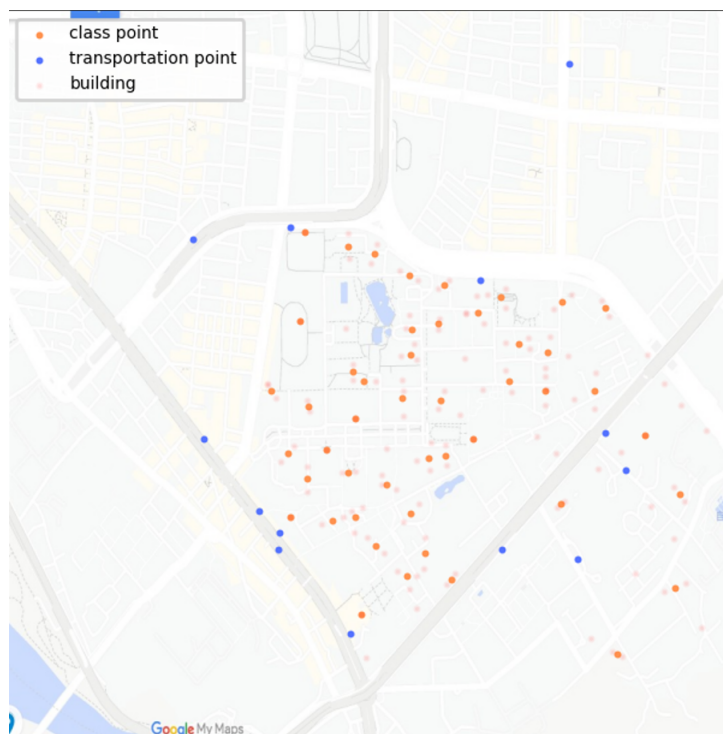


Figure 5: 設定 $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 1, 1)$ 得到的站點位置分布

圖中的藍色點為我們設定的交通站點，淺紅色點為校園內的建築，橘色點則代表我們要設置的 YouBike 站點。此解使用了 50 個站點，有 19 個建築未被涵蓋，平均組內載運距離為 489 公尺。對比目前校內的站點設置方式，此解在稍微減少站點數量以及平均組內載運距離的情況下，還能大幅降低未被涵蓋的建築數量（從 77 個降低至 19 個），代表目前校內的 YouBike 站點設置位置若能稍作調整，能在不影響載運距離的情況下，使更多校內建築附近都有 YouBike 站點。

除此之外，我們的 Integer Program 也將站點分組，以提供車輛調度的方法。圖 6 為此解提供的站點分組方式，相同顏色的站點屬於同一個組別。

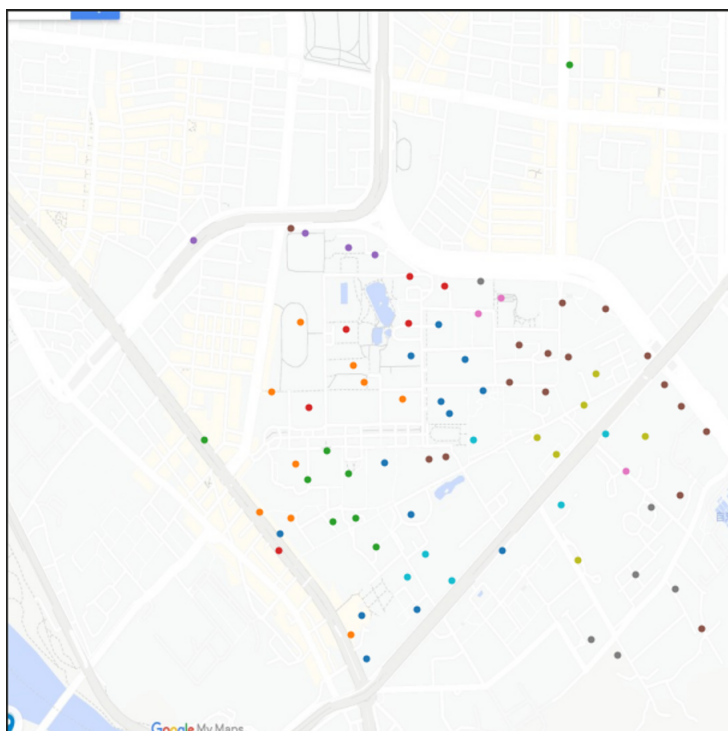


Figure 6: 設定 $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 1, 1)$ 得到的站點分組方式

大部分相同組別的站點彼此之間的距離都比較接近，以最小化平均組內載運距離。然而公館捷運站的交通點組別中，會有距離較遠的上課點，這可能代表公館捷運站此交通點的人流很大，但附近建築的人流較少，因此需要從較遠的站點運車以滿足公館捷運站的借車需求。

透過改變 α 、 β 、 γ 這三個權重參數的值，我們可以得到其他站點設置與分組方式。下表統整了在使用不同權重參數的情況下，求解 Integer Program 所得到的站點設置與分組方式的站點數量、未涵蓋建築數量與平均組內載運距離：

(α, β, γ)	站點數量	未涵蓋建築數量	平均組內載運距離
(1, 1, 1)	50	19	489
(0.5, 1, 1)	69	0	553
(1.5, 1, 1)	38	32	545
(1, 0.5, 1)	22	61	658
(1, 1.5, 1)	69	0	553
(1, 1, 0.1)	52	17	495
(1, 1, 50)	21	104	258

當我們增加（減少）某個權重參數，在求得的解中，該權重參數對應的目標式中的項就會相對應地減少（增加）。透過使用不同的權重參數，決策者可以在不同的解中選擇最適當者進行採用。例如當 α 相對於 β 較大時，得到的解會選擇涵蓋較少建築，以使用較少站點。相反地，若 β 相對

於 α 較大，得到的解會選擇使用較多的站點，來涵蓋盡量多的建築。

6 未來改進方向

6.1 距離估計

我們目前使用曼哈頓距離來代表建築與 YouBike 站點間的距離以及上課點與交通點之間的距離，然而我們並沒有詳細的研究曼哈頓距離與歐幾里得距離，何者更能真實反映在這些地點間移動所經過的路徑長。若我們能對距離有更準確的估計，或甚至使用比曼哈頓距離或歐幾里得距離更精確的距離，得到的解就更能真實反映實際的 YouBike 借用以及載運狀況。

6.2 人流估計

在我們的解法中，我們對建築與交通點進行了粗略的人流估計，以作為站點分組的依據。若我們能得到更精確的人流統計數據，就更能實際根據人流來設置並進行分組。除此之外，我們目前使用的目標式中包含了未涵蓋站點的數量，若我們能將此項改為未被涵蓋的人流量，可能可以使解法更有助於實際提升 YouBike 的使用者數量。

6.3 站點位置限制

在我們目前得到的解法中，有些站點設置方式在現實中較難達成，例如在圖 5 中，其中一個站點位置位於操場中。若我們能對解法第一階段所得到的候選站點進行篩選，或用更有效率的方式來得到合理的候選站點位置，就能讓最後得到的站點設置方式更符合現實中的限制。

6.4 權重標準化

由於目標式中包含了站點數量、未涵蓋建築數量以及平均組內載運距離，因此在調整不同權重時，可能需要做不同幅度的調整才能得到差異較大的結果。舉例來說，相較於站點數量與未涵蓋建築數量，平均組內載運距離的數值變化幅度可能會更大，因此我們在實際的目標式中將此項除以 100，嘗試標準化此項對整體目標式的影響。然而這使得我們在實際調整權重時，需要以更大的幅度來調整權重 γ ，才能得到差別較大的解。若我們能對目標式中的各個項做更好的標準化，就能以更直覺的權重設置方式來得到符合預期的解。