

作業研究期末專案

台大校內 YOUBIKE 站點設置

B07705049 林稜凱	B08705059 蕭 瑪
B09705007 張力升	B09705020 蔣詠心
B09705025 徐懷山	B09705027 許圃菘
B09705029 王灝融	B09705033 陳亮妤
B09705035 黃品綺	B09705057 鄭至鈞

大綱

- 1 背景介紹
- 2 問題敘述
- 3 實際做法
- 4 結果
- 5 延伸

背景介紹

YouBike 公司角度

- 站點設置
 - 使用者取用方便程度
 - 各個館舍附近要有站點
- 車輛調度
 - 調度車輛效率
 - 站點的設置要讓調度的路線較短



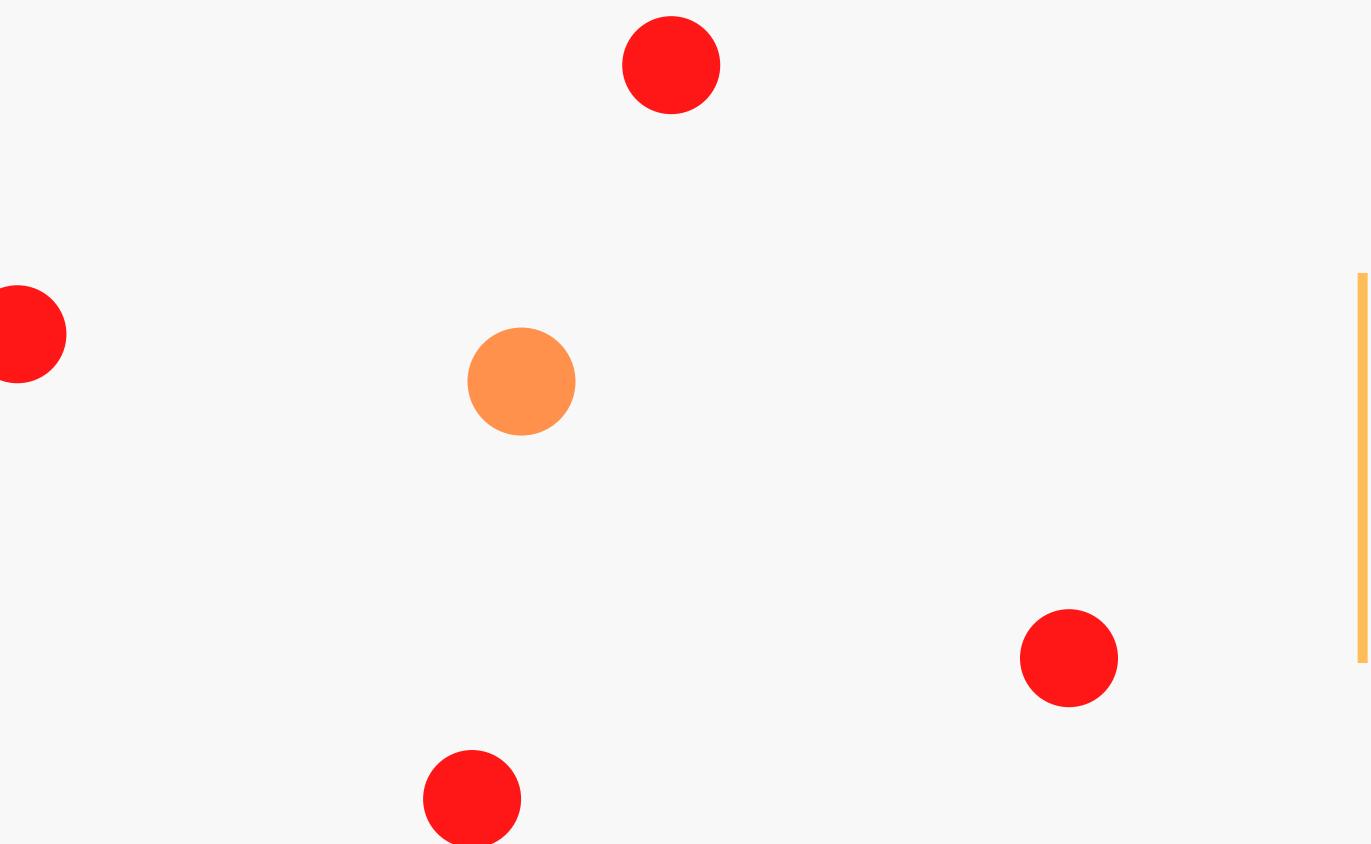
⇒ 同時考慮「站點設置」以及「車輛調度」

問題敘述

簡化問題

站點設置

將校內館舍及站點以點代替

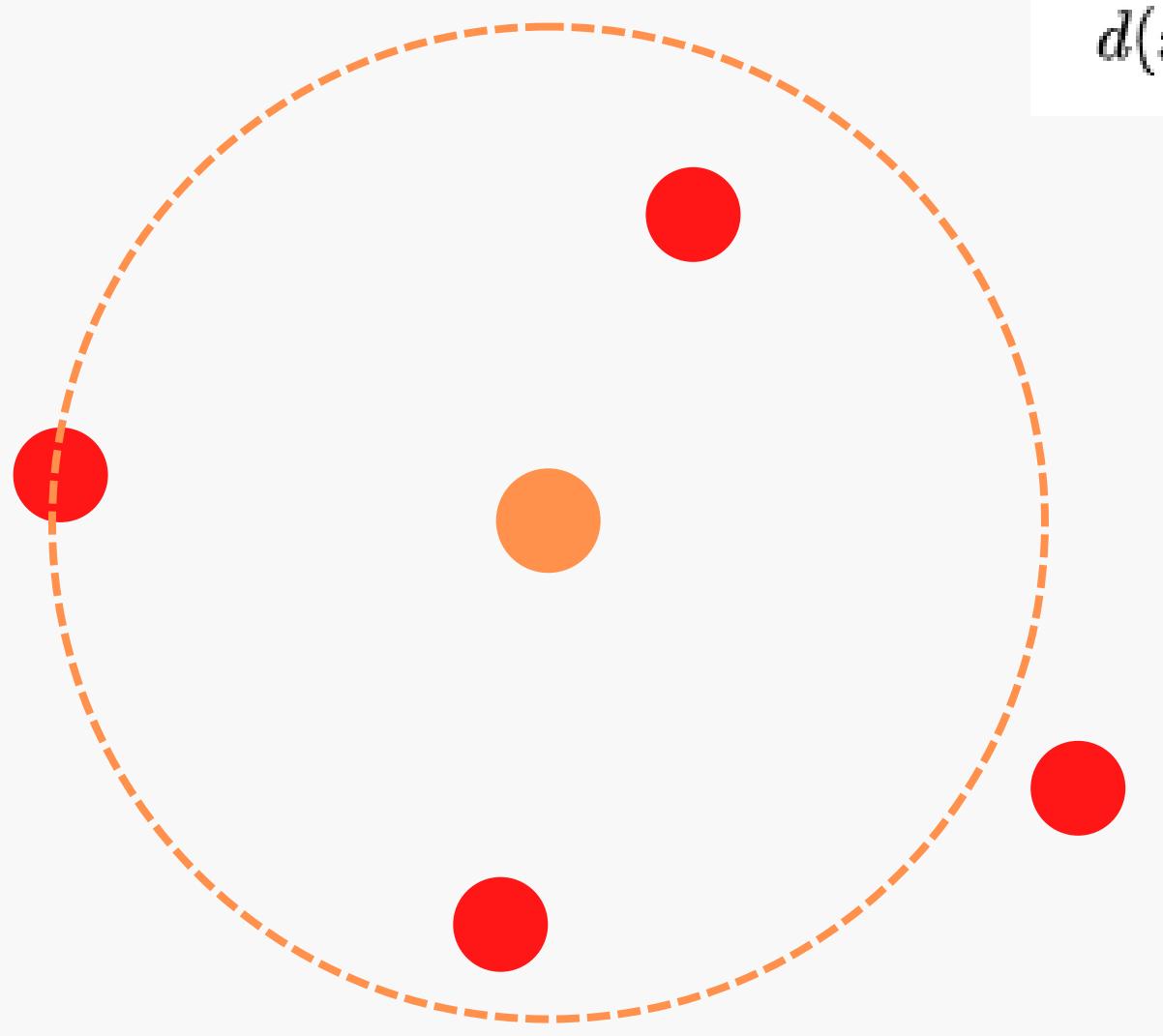


簡化問題

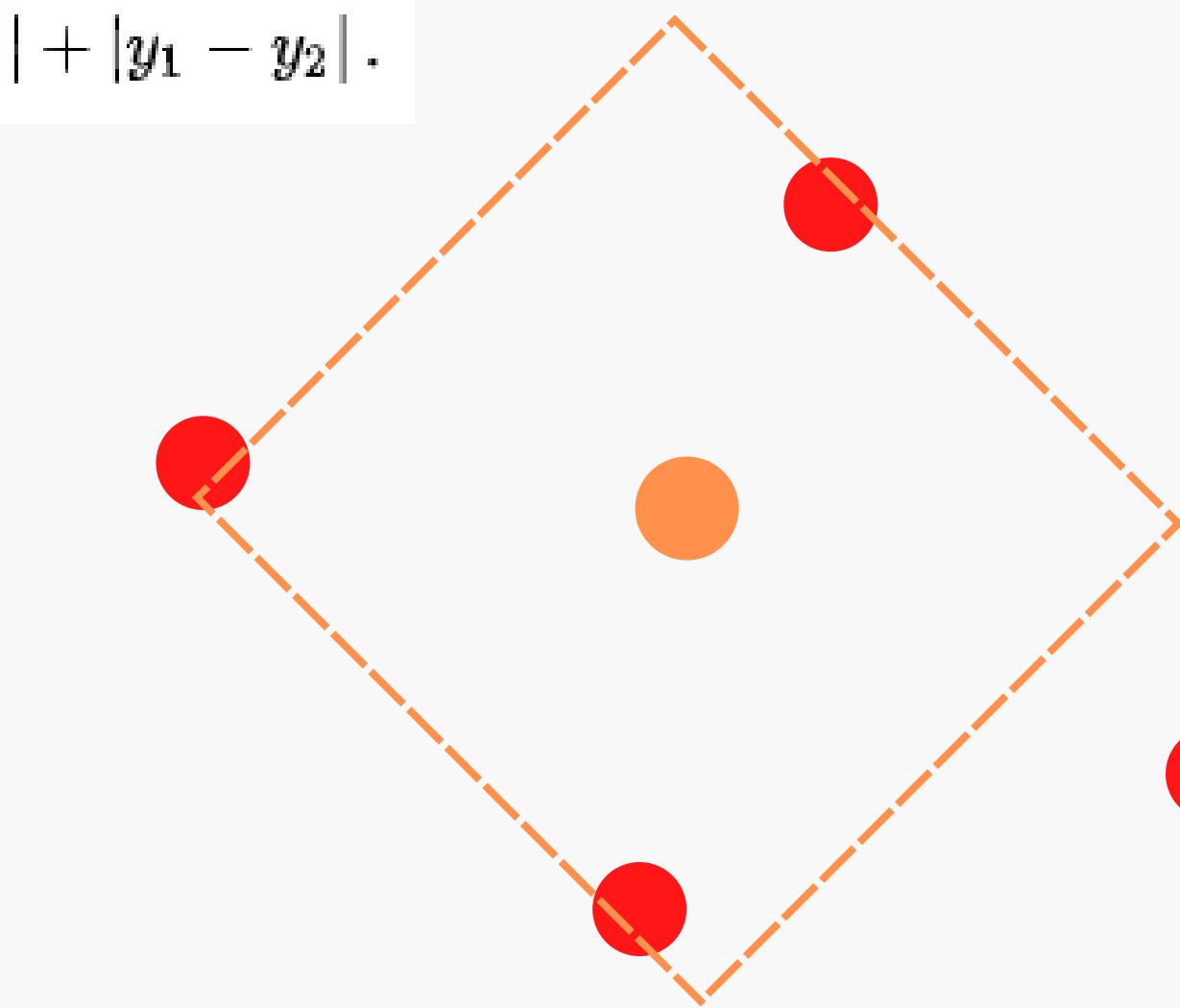
站點設置

每個 YouBike 站點涵蓋特定範圍，使用曼哈頓距離

$$d(x, y) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|.$$



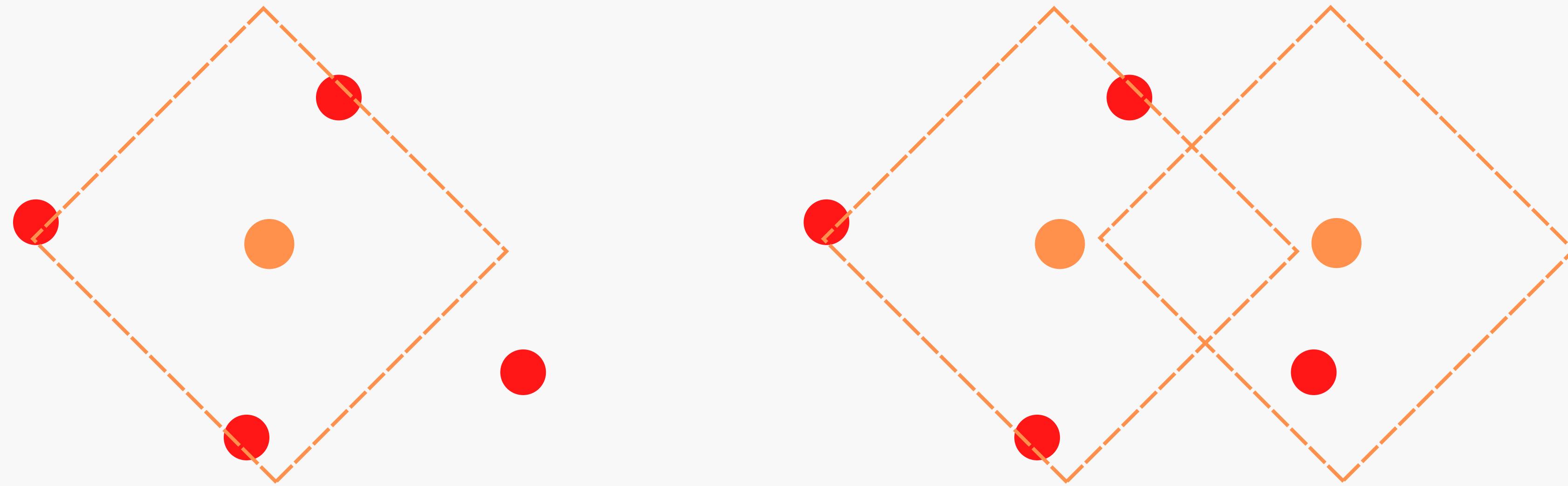
直線距離



曼哈頓距離

簡化問題

站點設置



涵蓋所有館舍

簡化問題

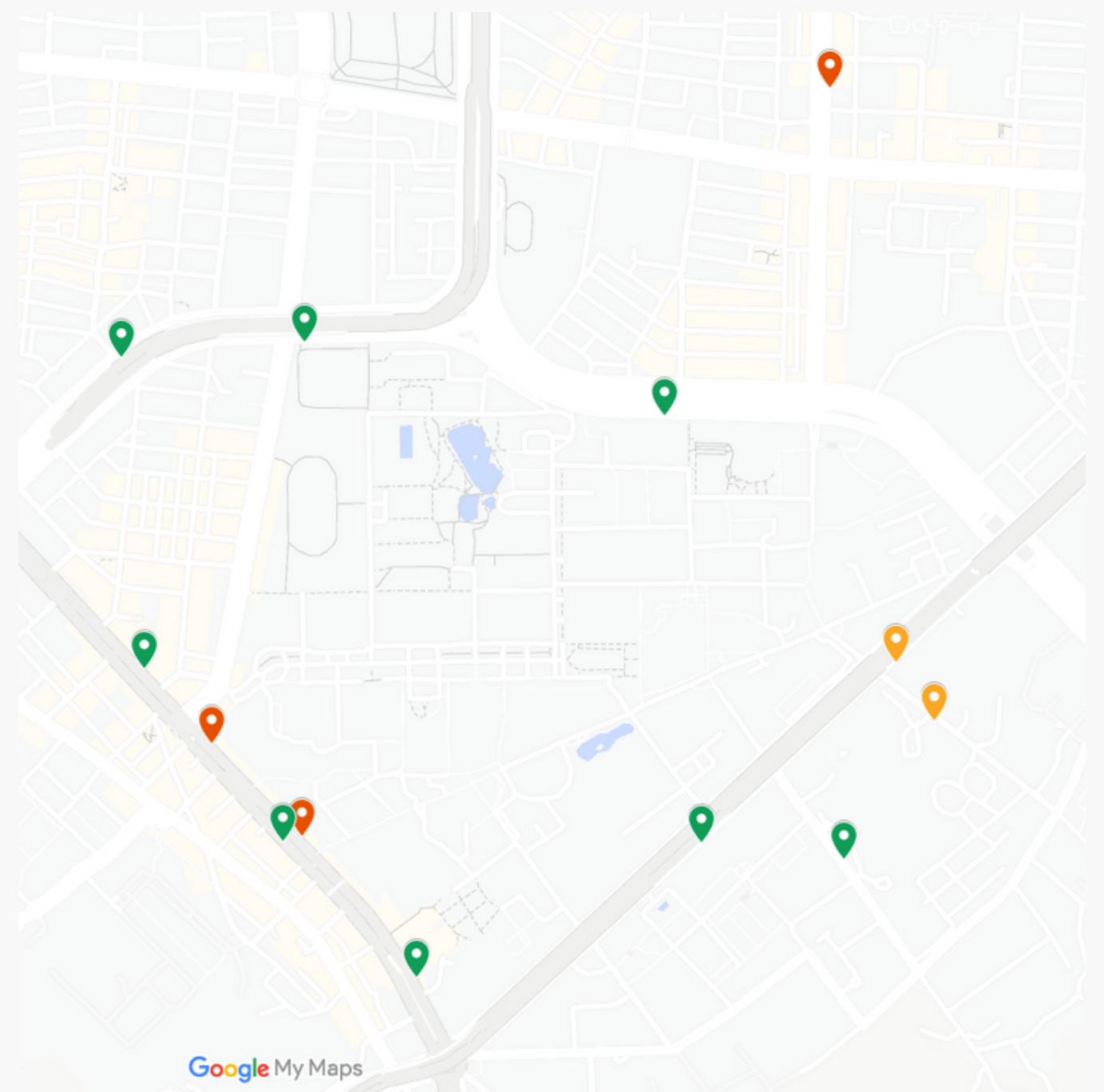
車輛調度

分成交通點及上課點

交通點：捷運旁、宿舍旁

上課點：管院旁、總圖旁

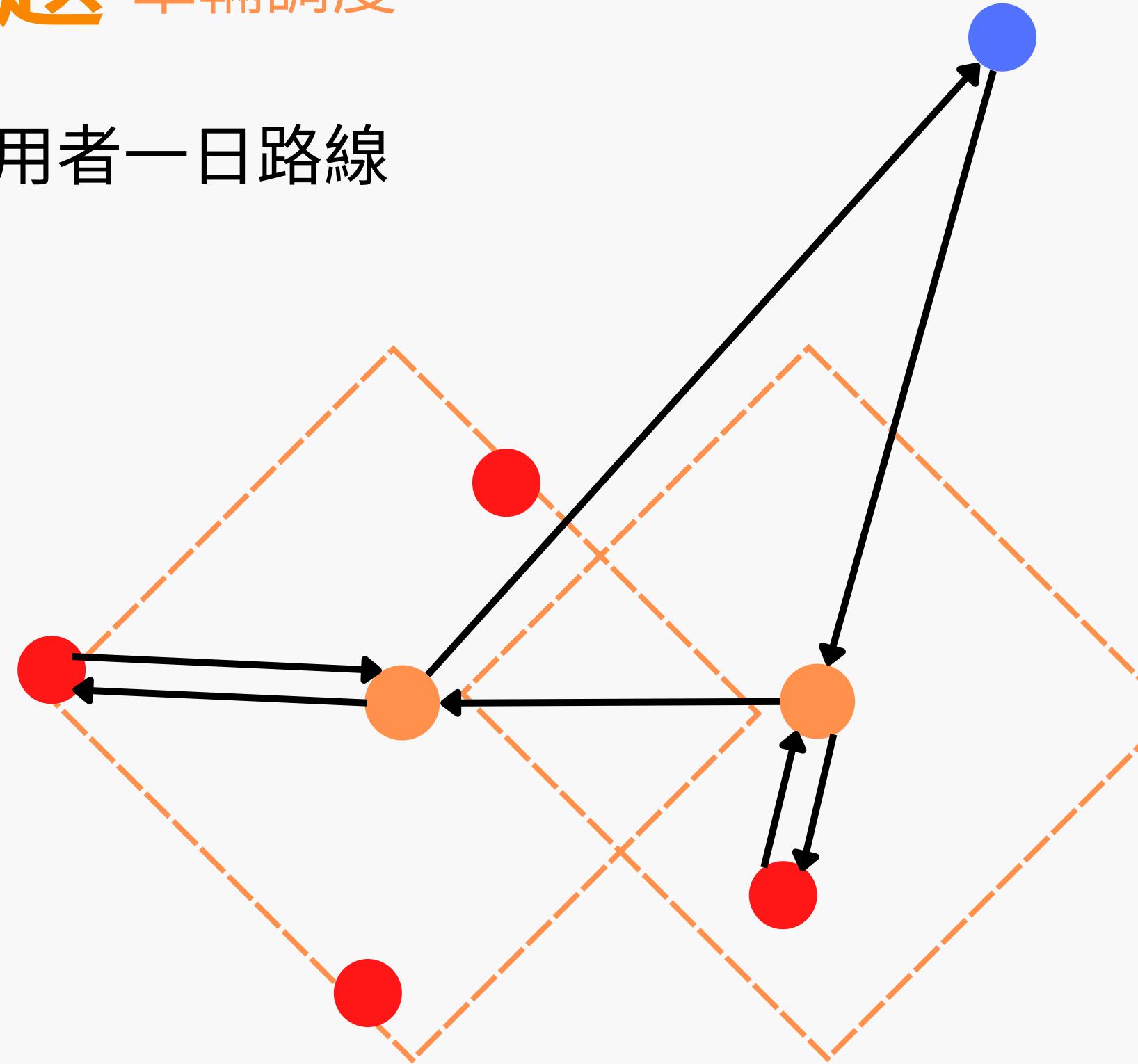
交通點固定



簡化問題

車輛調度

YouBike 使用者一日路線

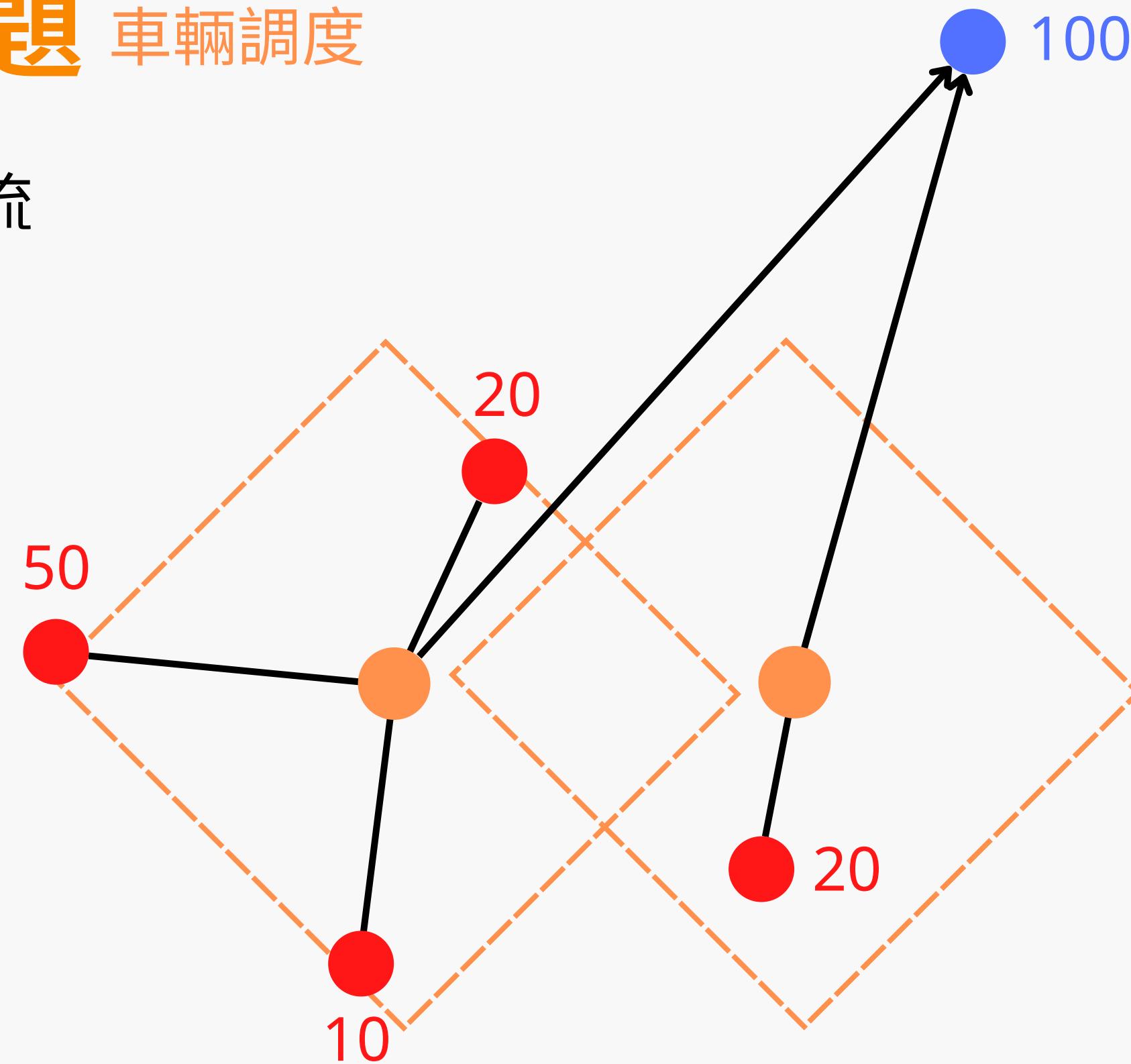


- 交通點
- 上課點
- 館舍

簡化問題

車輛調度

下班時間人流

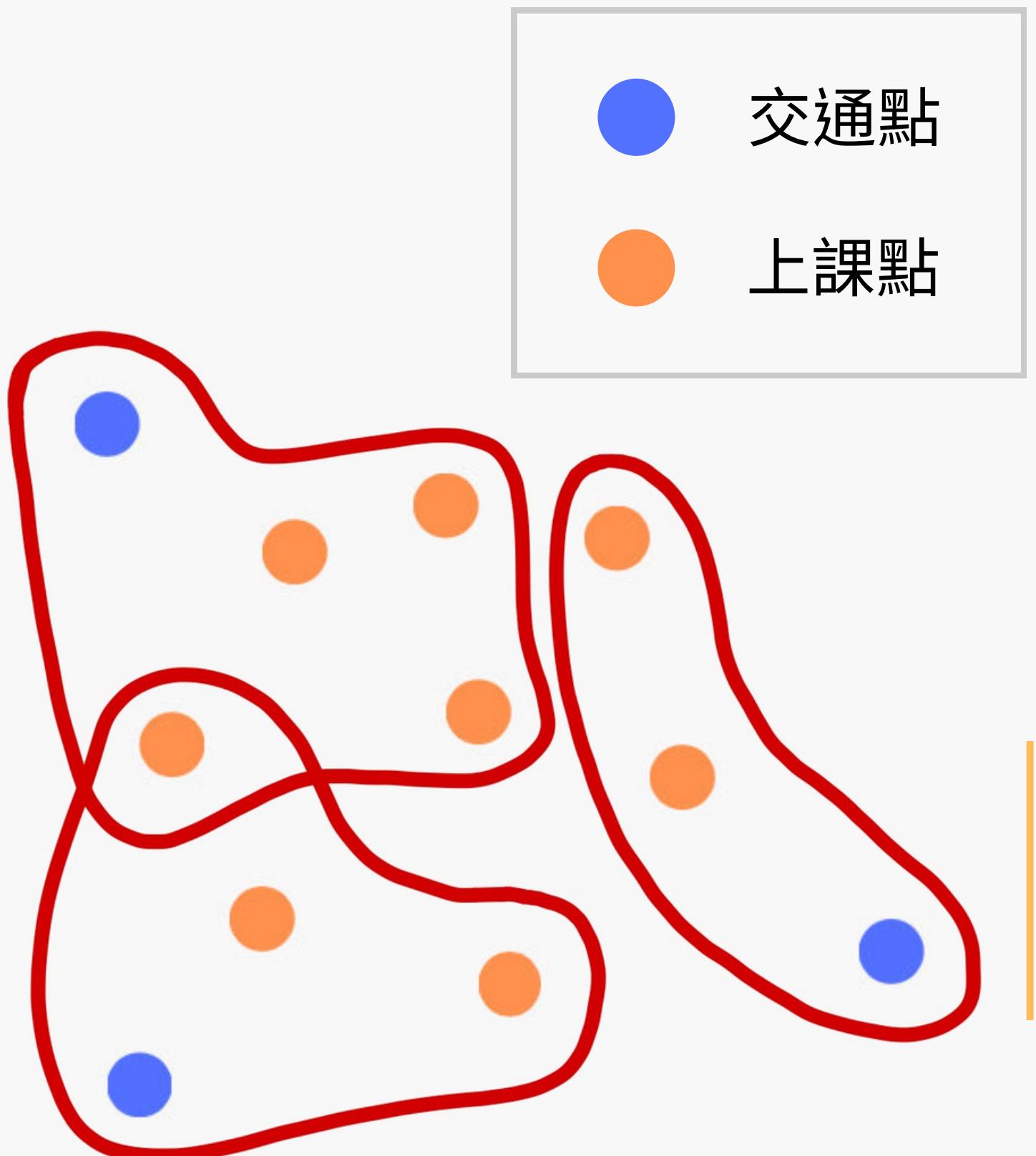


簡化問題

車輛調度

- 關心尖峰時間
- YouBike 公司可以讓卡車繞一次就裝滿
- 站點流量表示人流量
- 將站點分組，每組包含一個交通點

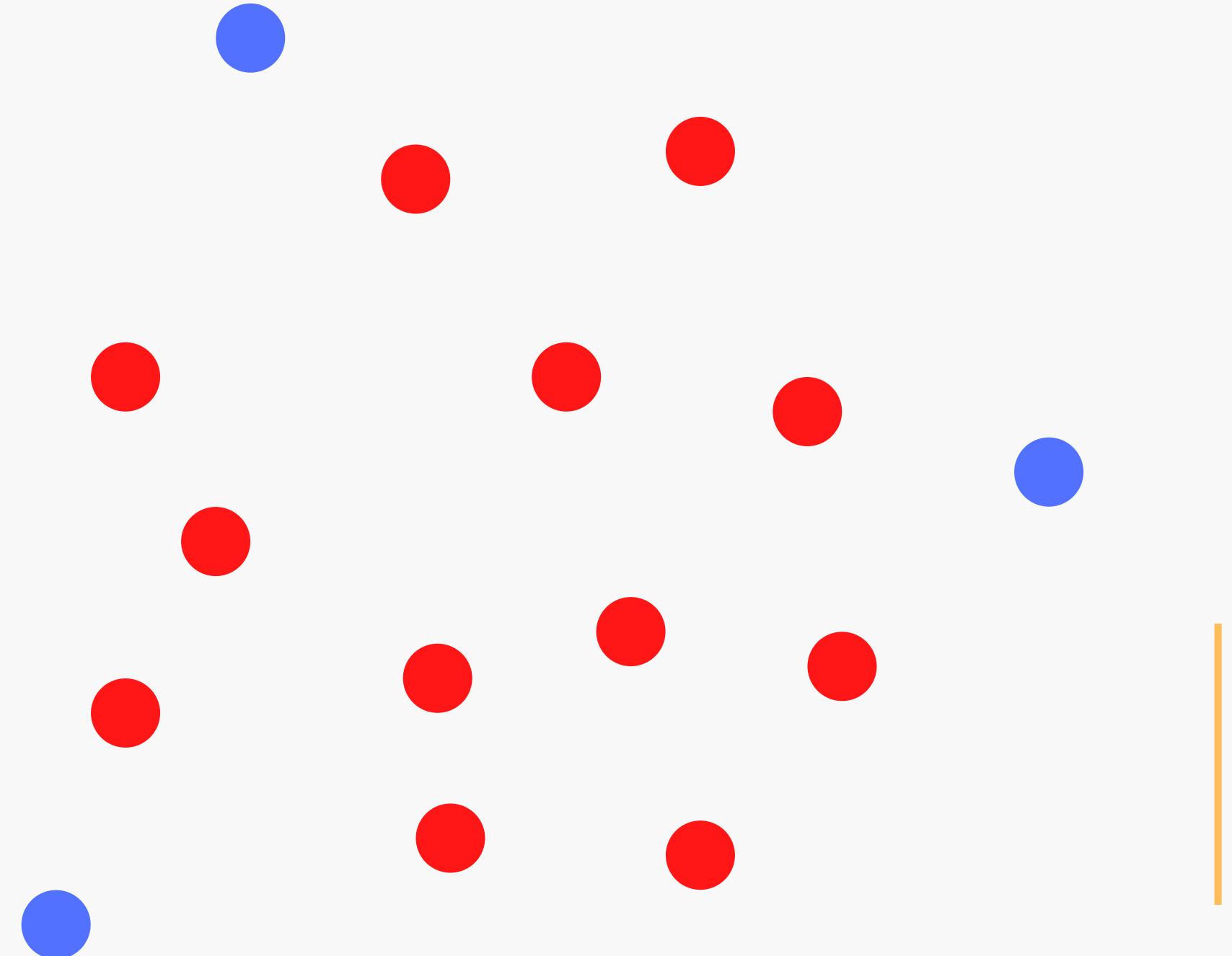
最小化各組內的距離



簡化問題

合併

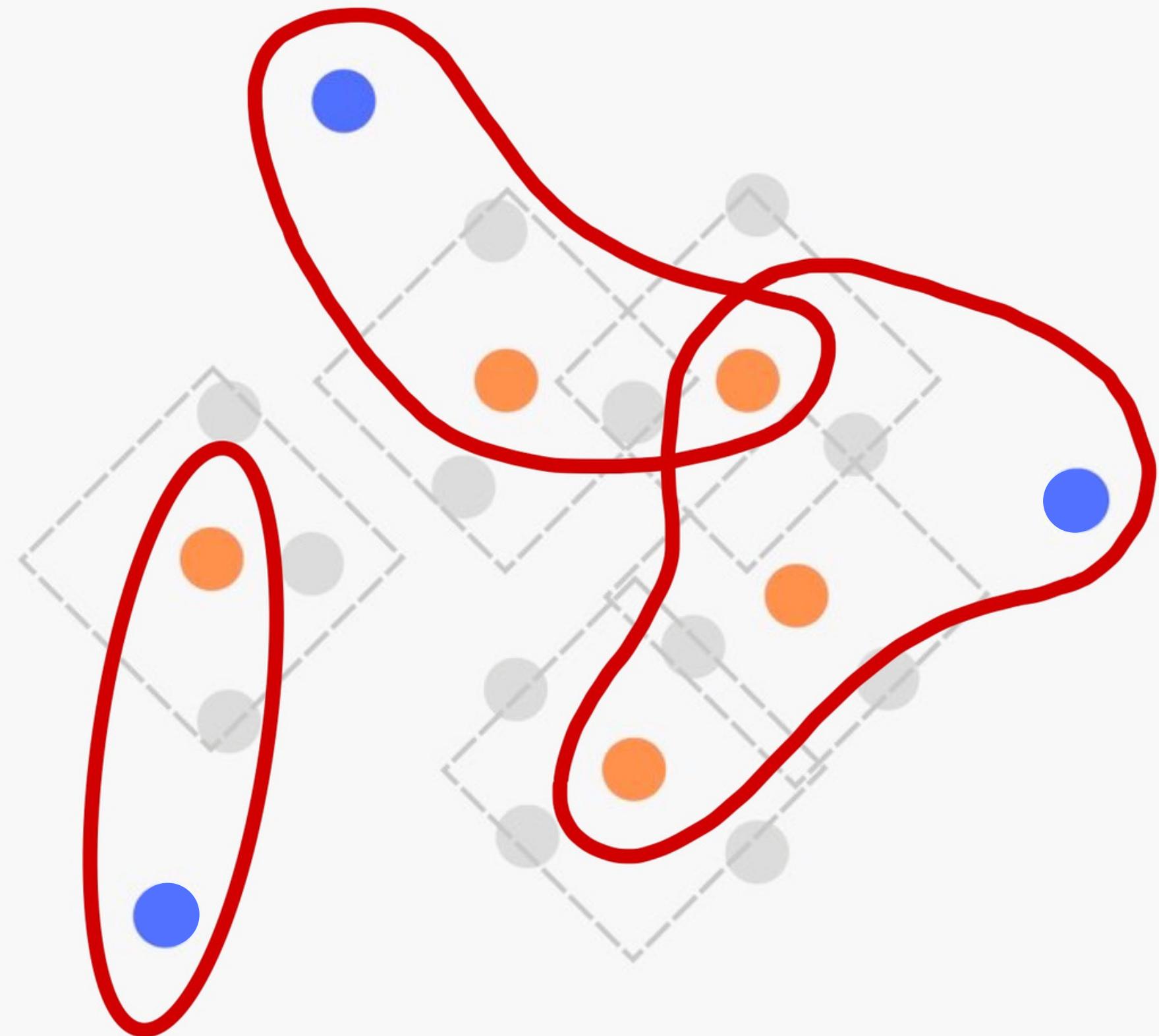
用盡量少的站點涵蓋所有的館舍，
且這些站點的調度距離不要太遠



簡化問題

合併

用盡量少的站點涵蓋所有的館舍，
且這些站點的調度距離不要太遠



資料蒐集

資料蒐集

1. 台大內各館舍的經緯度座標
2. 各館舍的流量
3. 交通點的流量

實際做法

第一階段

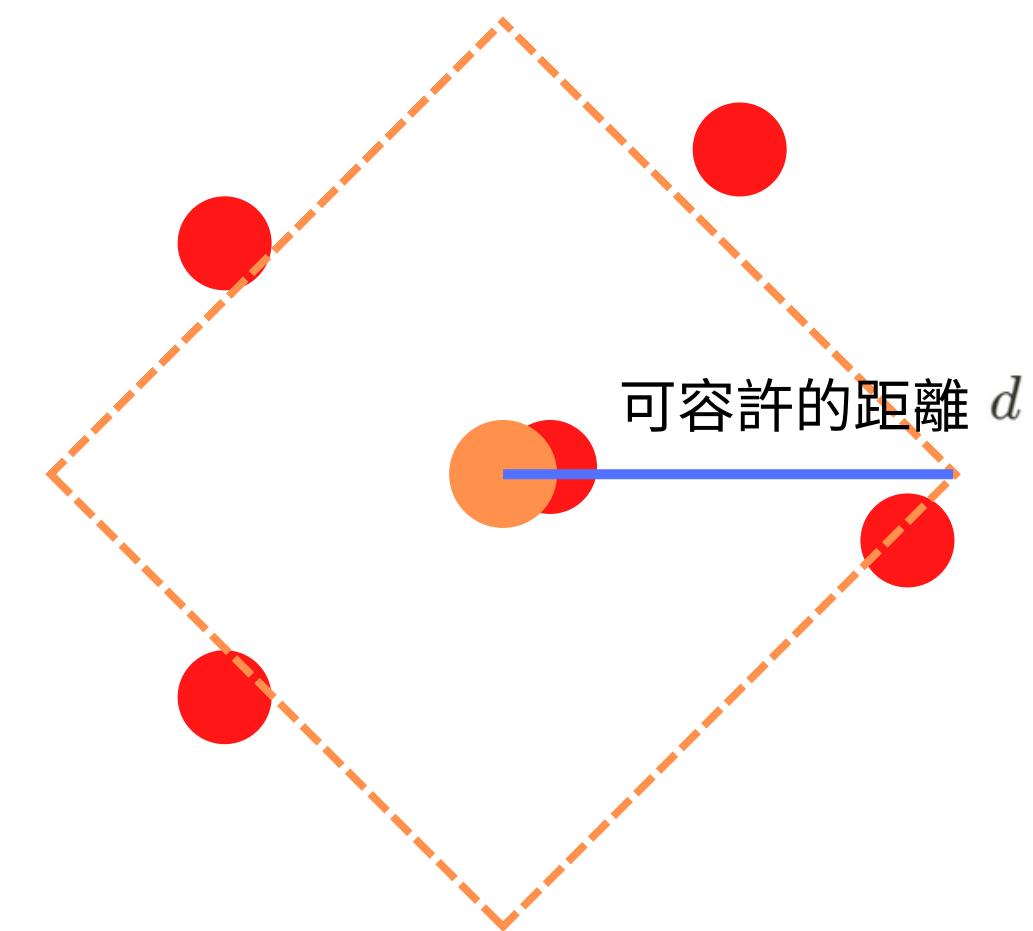
從連續的範圍內找出有限個可能的站點位置

第二階段

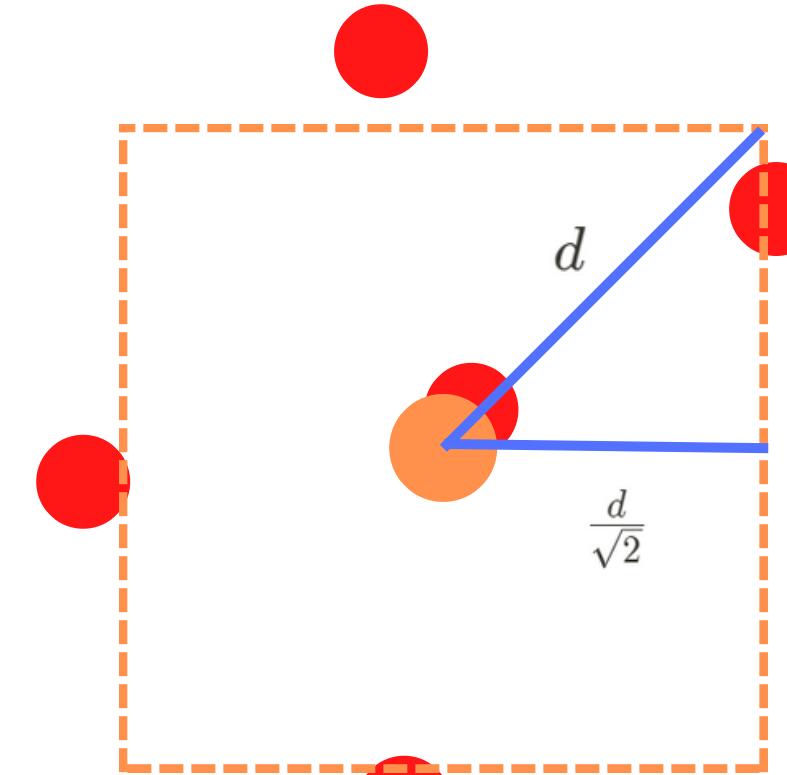
使用 IP 找到最佳建造組合以及分組

第一階段

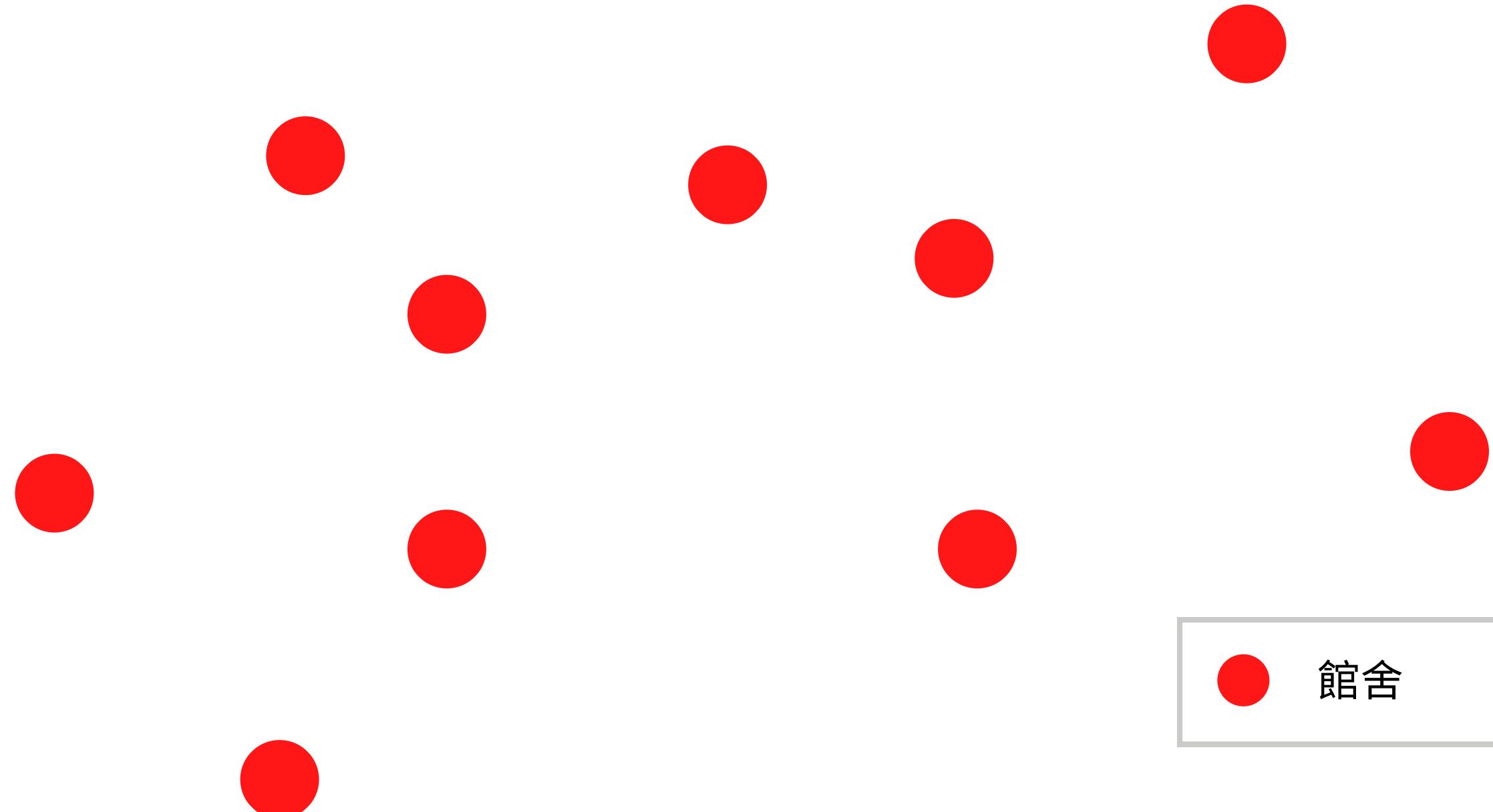
將座標旋轉 45 度方便實作



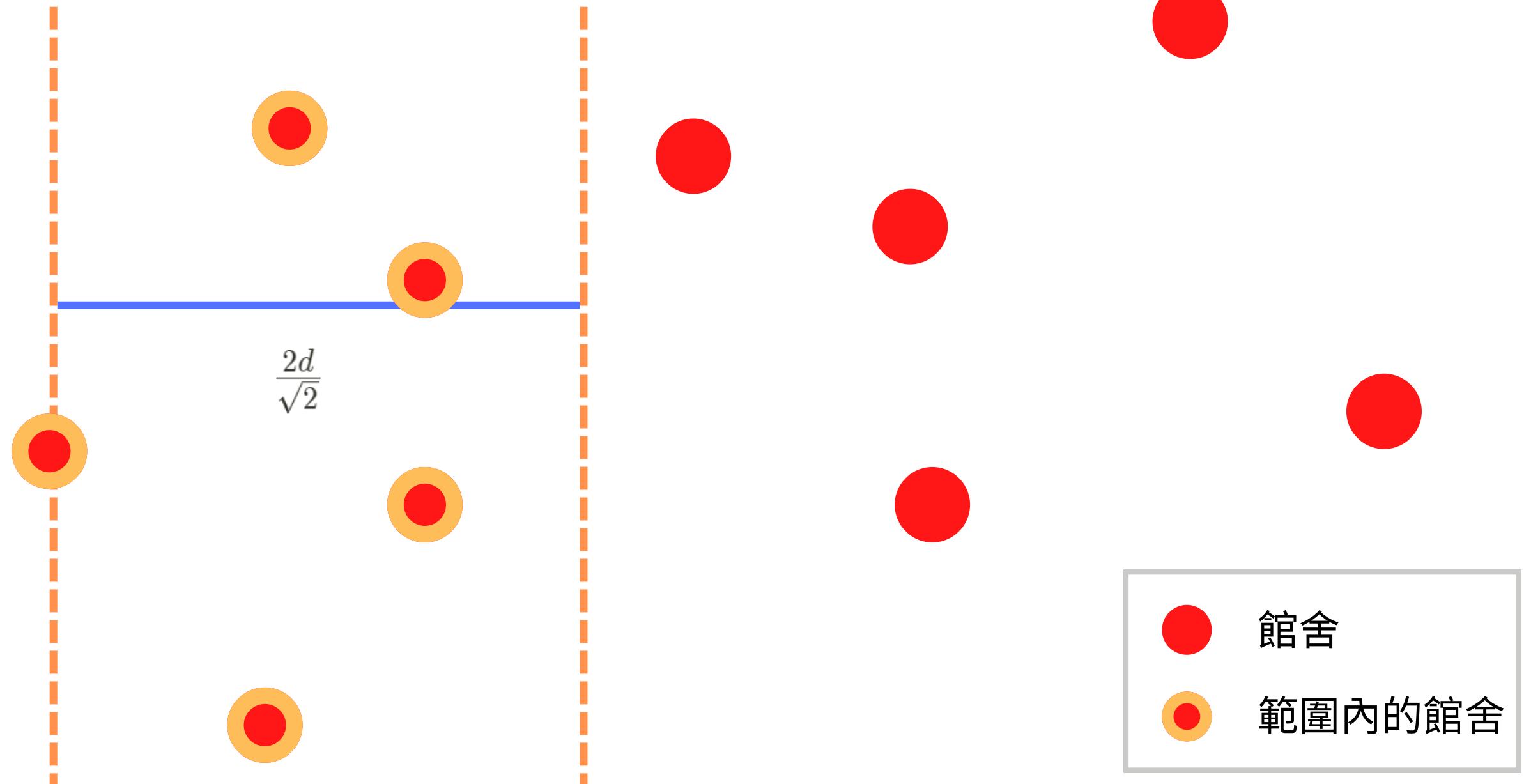
旋轉 45 度



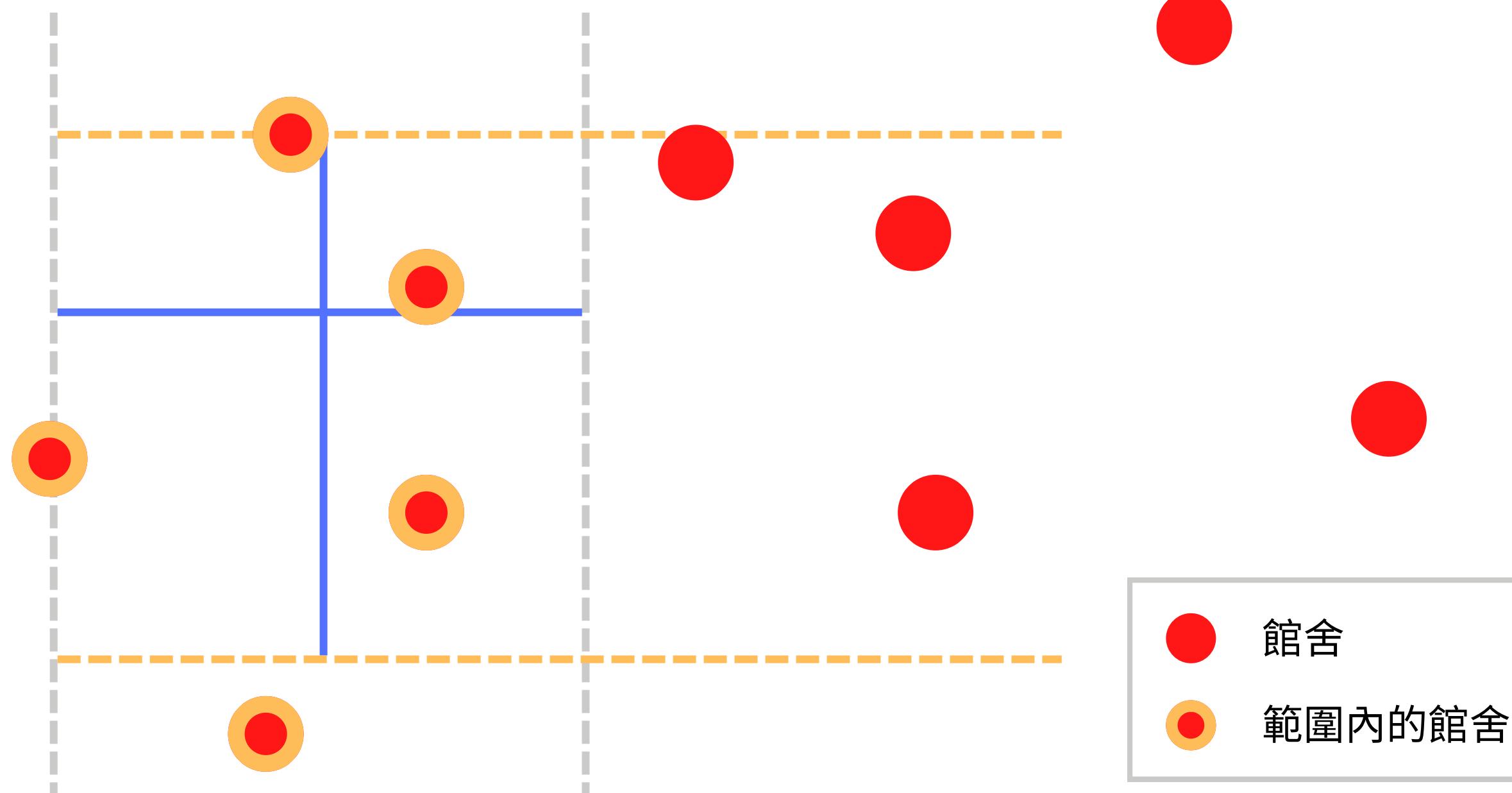
第一階段



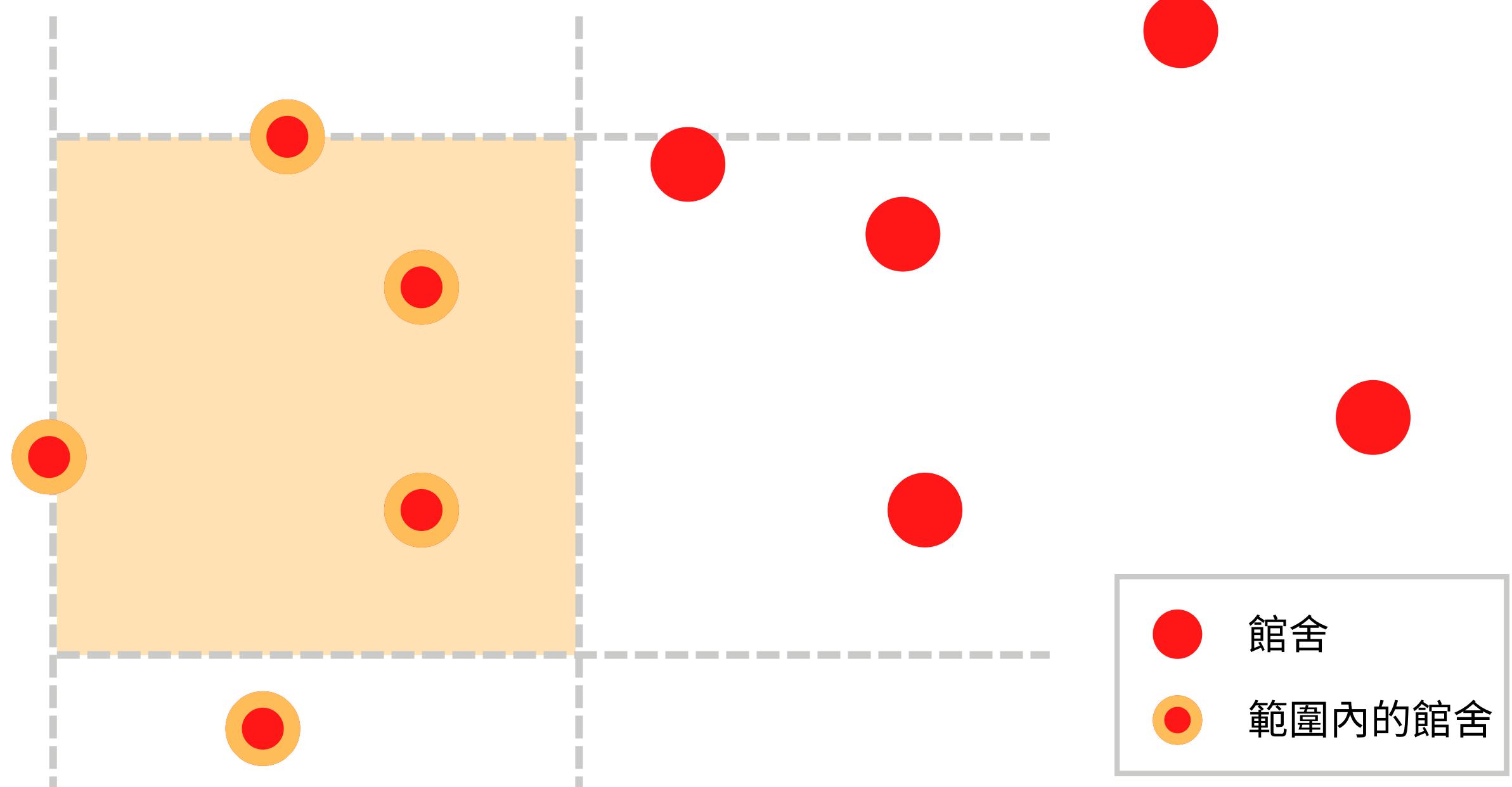
第一階段



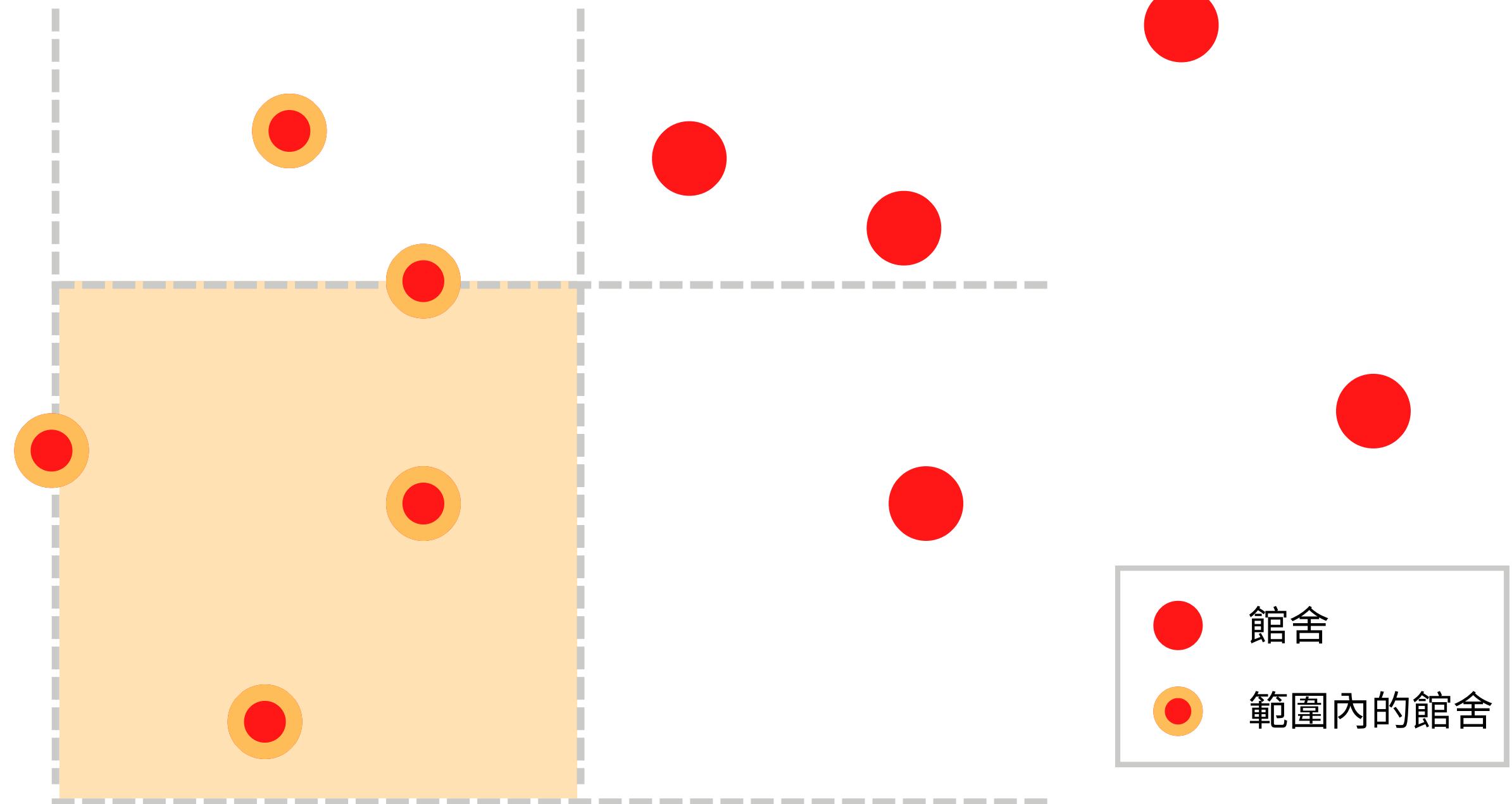
第一階段



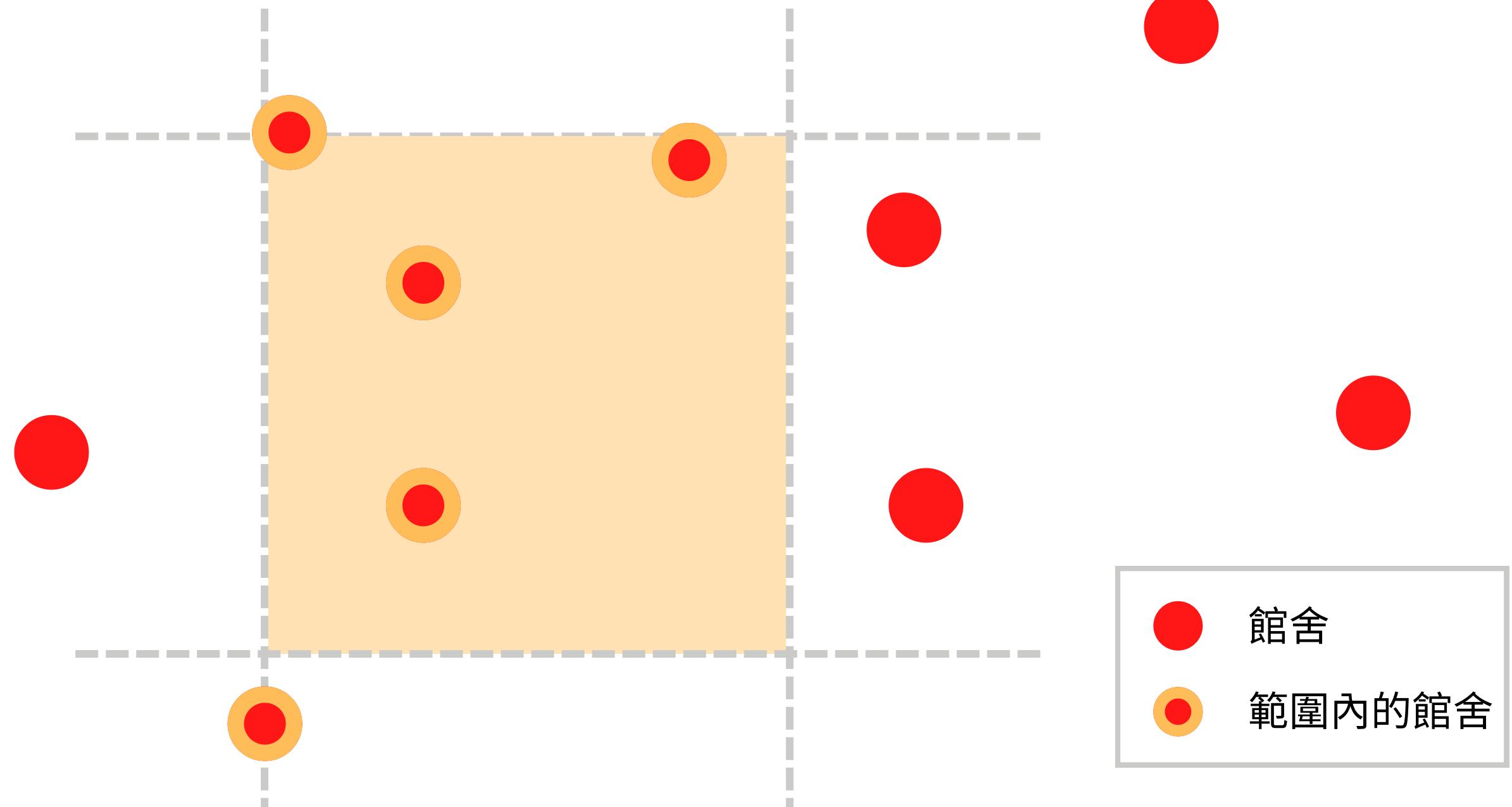
第一階段



第一階段

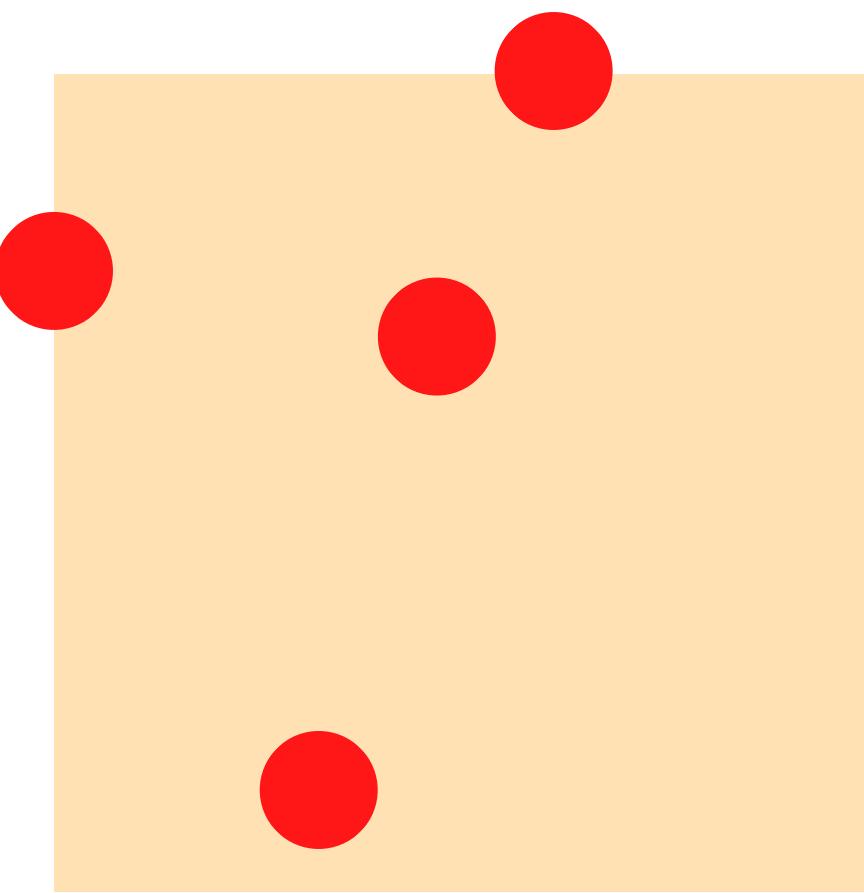
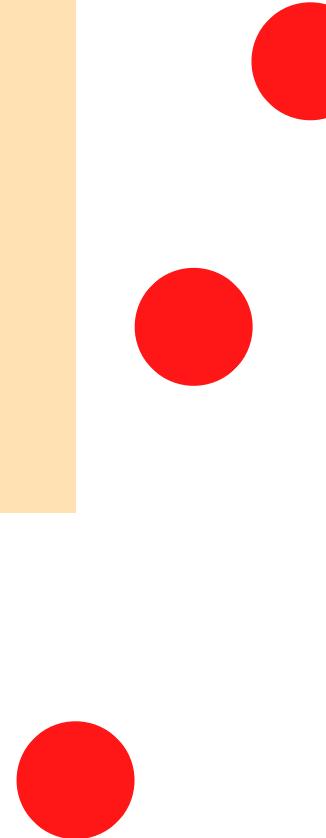
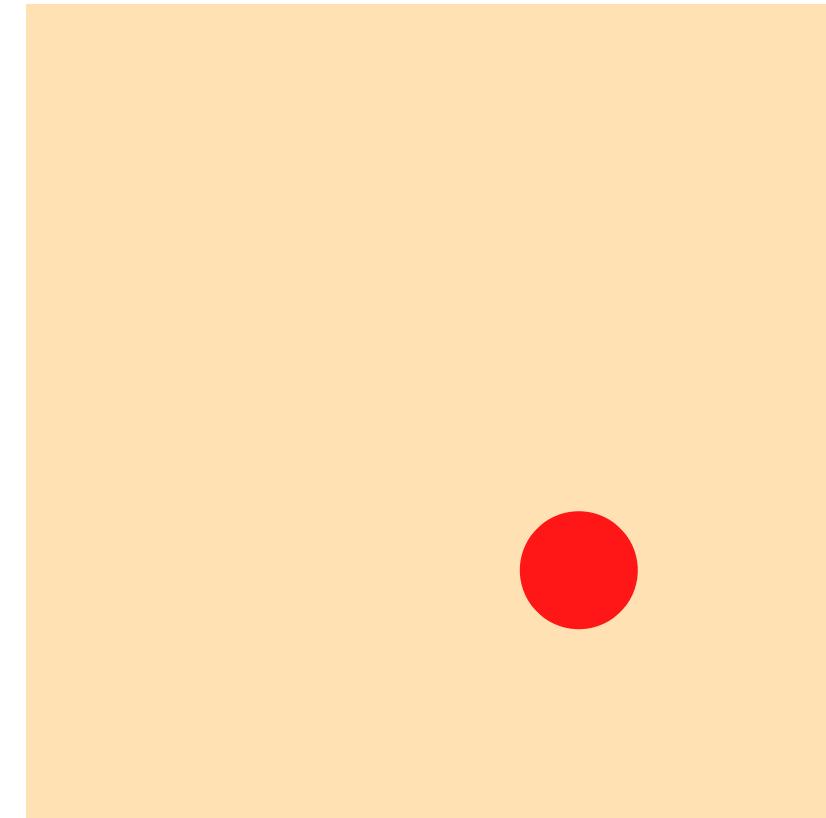


第一階段



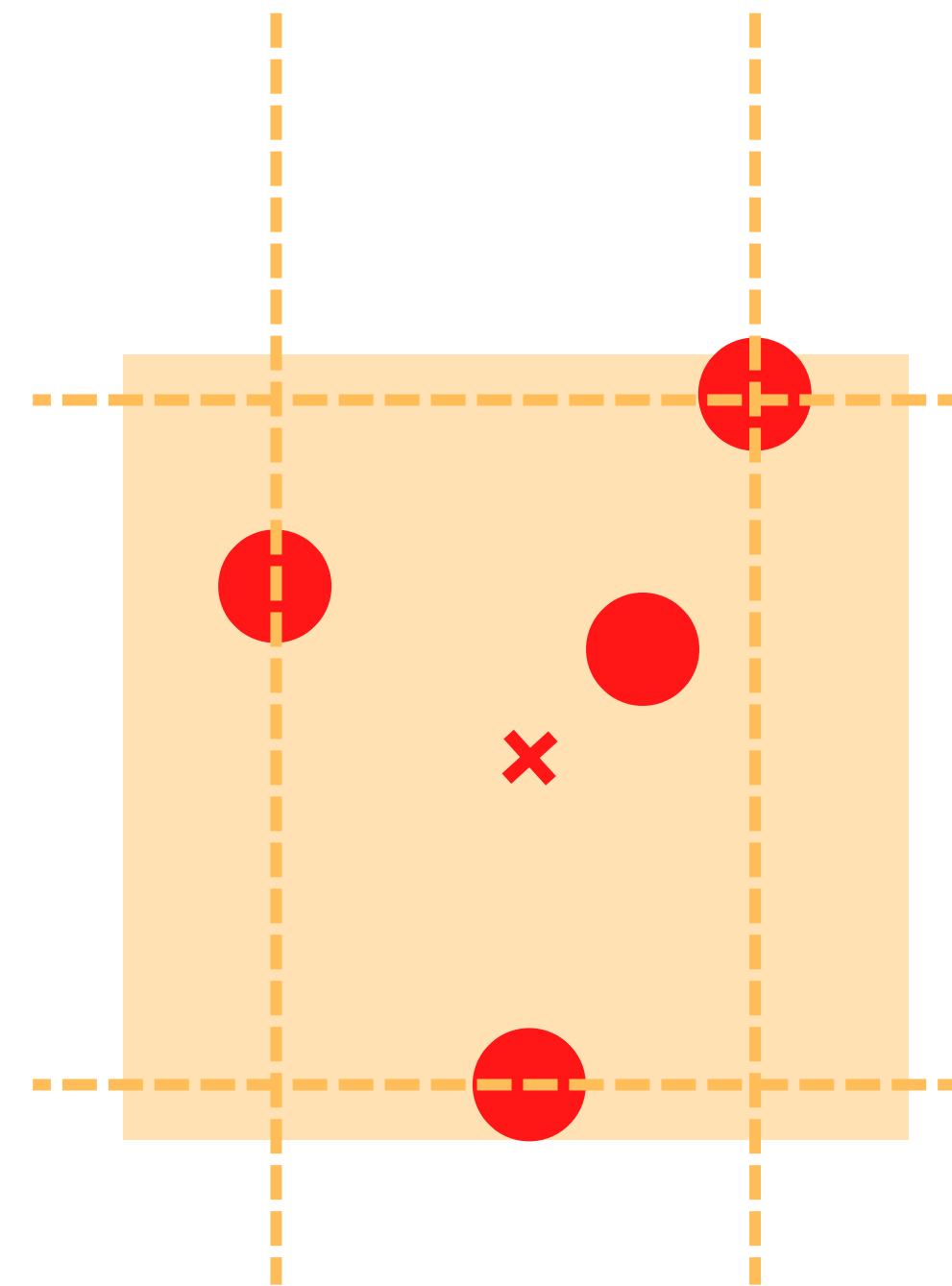
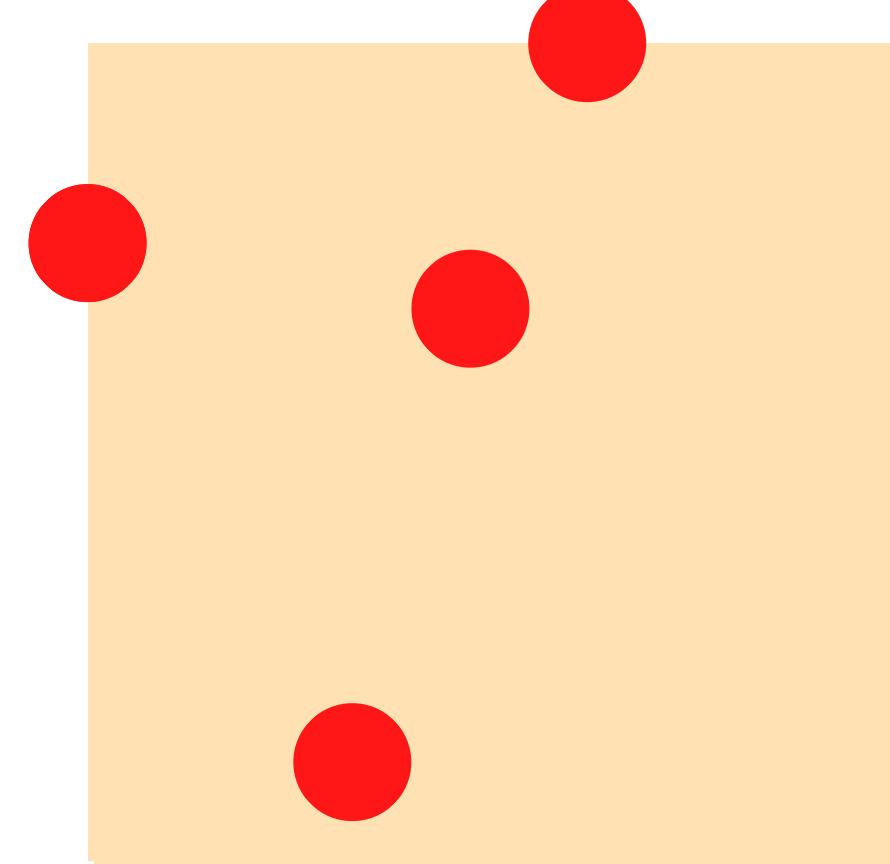
第一階段

找到所有包含最多館舍的集合



第一階段

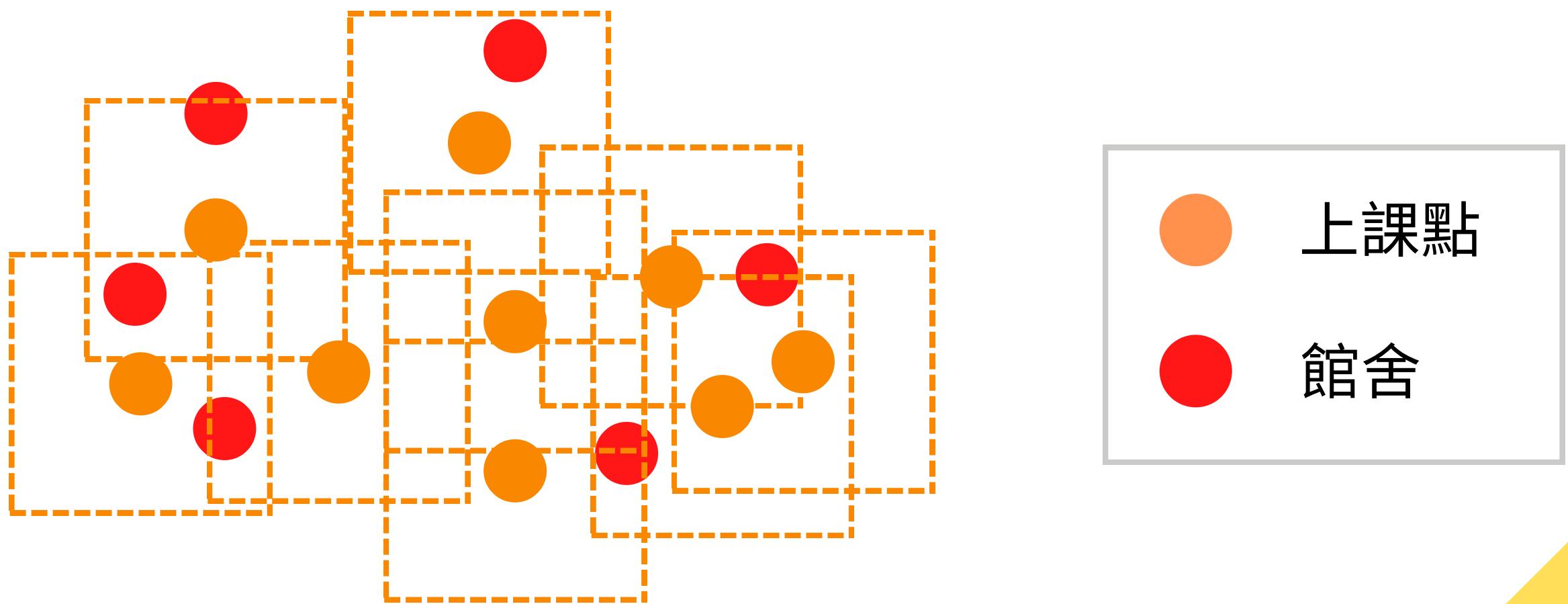
選定 YouBike 站點位置



第一階段結果

第一階段的結果是可能的站點位置，以及那個位置可以包含到的館舍

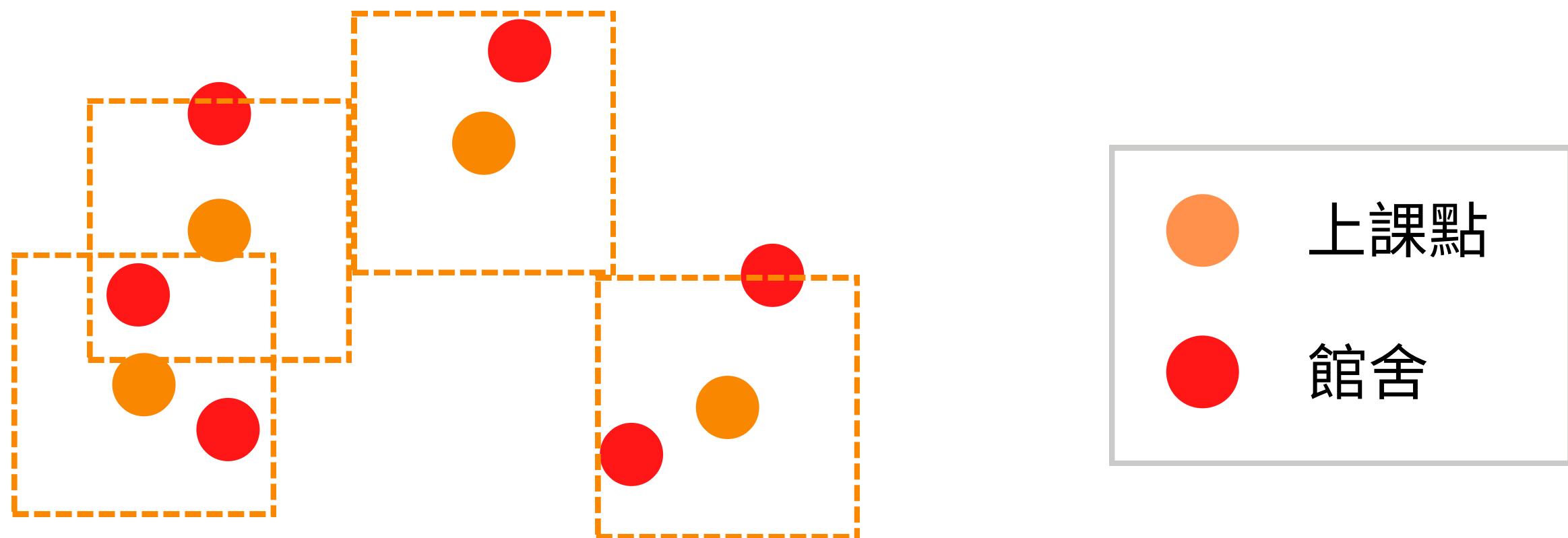
可以看成一個一個 set，接下來對於「站點設置」的問題就可以用 Set Cover 解



第二階段

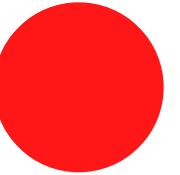
第一階段的結果是可能的站點位置，以及那個位置可以包含到的館舍

可以看成一個一個 set，接下來對於「站點設置」的問題就可以用 Set Cover 解

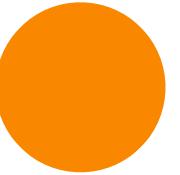


IP Formulation

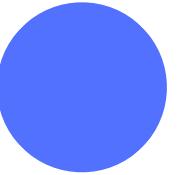
Sets

 B

館舍

 S

上課點

 T

交通點

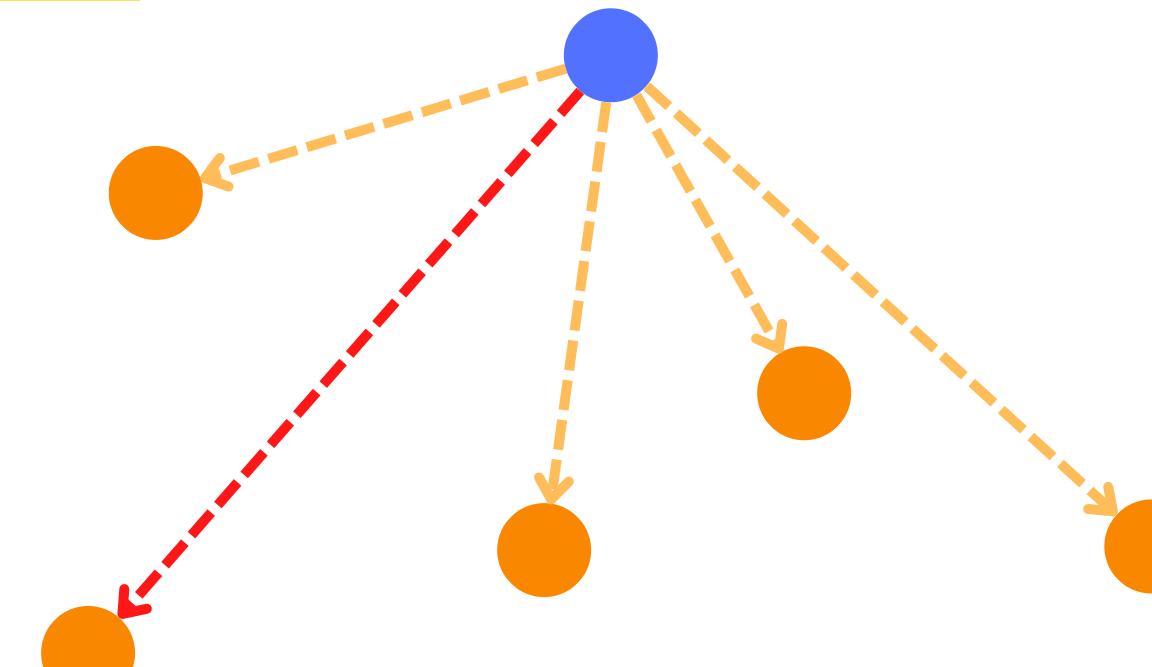
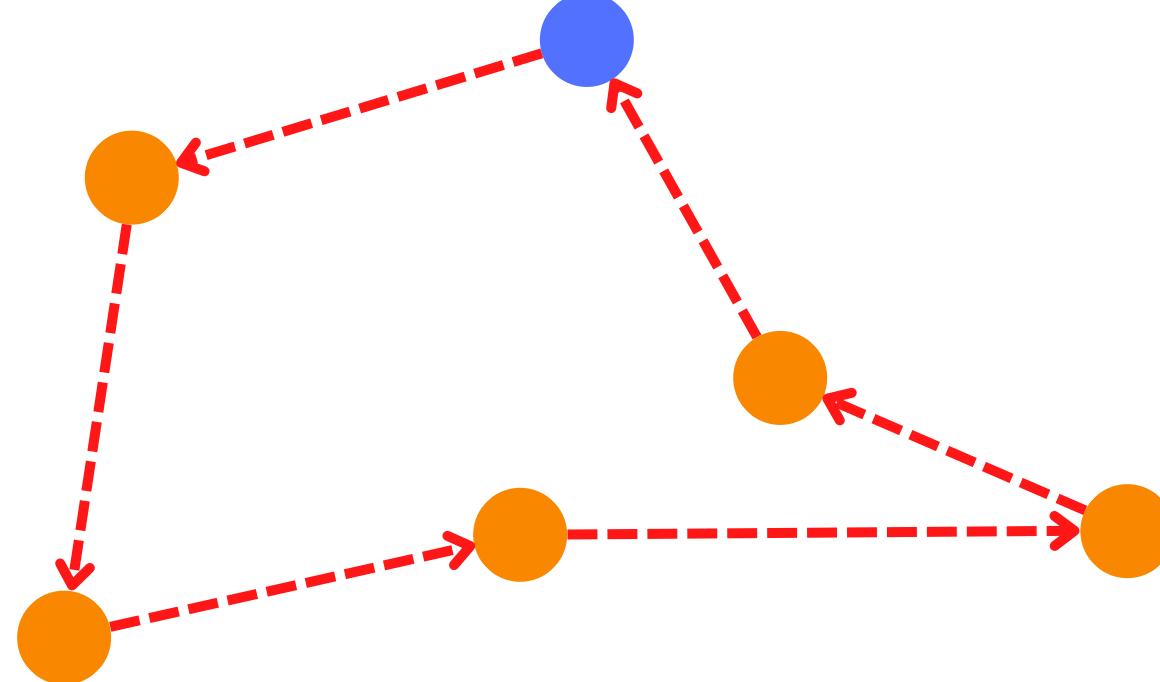


IP Formulation

Objective Function

Decision variable

$r_j = \text{交通站點 } j \text{ 的組別內，運送的距離 } \forall j \in T$



IP Formulation

Objective Function

Decision variable

$$c_k = \begin{cases} 1, \text{興建上課站點 } k \\ 0, \text{沒被選} \end{cases}, \forall k \in S$$

Objective function

$$\min \alpha \sum_{k \in S} c_k + \beta \max_{j \in T} \{r_j\}$$

讓站點少的同時也盡量讓組內的距離小

IP Formulation

Constraints 站點設置

Decision variable

$$s_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{上課站點 } k \text{ 涵蓋到館舍 } i \\ 0, & \text{其他狀況} \end{cases}, \forall k \in S, i \in B$$

Constraint

$$\sum_{k \in S} c_k s_{ki} \geq 1 \quad \forall k \in S, i \in B$$

每個館舍都至少被涵蓋到一次

IP Formulation

Constraints 分組

Decision variable

$$b_{kj} = \begin{cases} 1, & \text{上課站點 } k \text{ 屬於交通站點 } j \text{ 的組別} \\ 0, & \text{其他情況} \end{cases}$$

Constraint

$$\sum_{j \in T} b_{kj} \geq c_k \quad \forall k \in S$$

有建造的站點至少要在一個組別裡面

Constraint

$$b_{kj} \leq c_k \quad \forall k \in S, j \in T$$

有被建造的站點才能被分組

IP Formulation

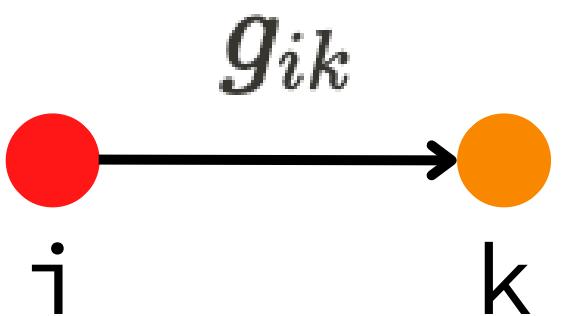
Constraints 流量

(以下班時間說明)

Decision variables

g_{ik} = 從館舍 i 流到上課站點 k 的人流

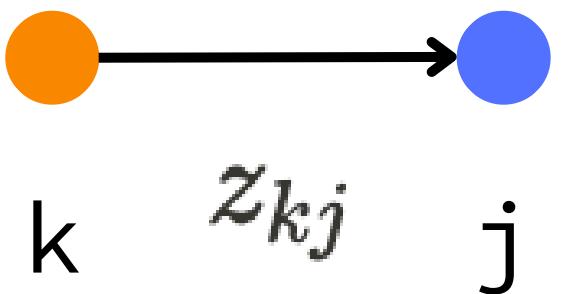
z_{kj} = 從上課站點 k 流到交通站點 j 的人流



Parameters

w_i = 館舍 i 的流量 , $\forall i \in B$

w_j = 交通站點 j 的流量, $\forall j \in T$



IP Formulation

Constraints 館舍流量

Constraint

$$g_{ik} \leq M c_k \quad \forall i \in B, k \in S$$

館舍的流量只能流去有被建造的上課點

Constraint

$$g_{ik} \leq M s_{ki} \quad \forall i \in B, k \in S$$

館舍的流量只能流去有涵蓋到該館舍的上課點

Constraint

$$\sum_{k \in S} g_{ik} = w_i \quad \forall i \in B$$

館舍流出的流量要跟自身的流量相等

IP Formulation

Constraints 交通點流量

Constraint

$$\sum_{j \in Y} z_{kj} \leq \sum_{i \in B} g_{ik} \quad \forall k \in S$$

上課點流出的流量要不能比流入的流量多

Constraint

$$z_{kj} \leq M b_{kj} \quad \forall k \in S, j \in T$$

上課點的流量只能流到跟自己同組的交通點

Constraint

$$\sum_{k \in S} z_{kj} = w_j \quad \forall j \in T$$

交通點接收的流量要跟自身的流量相等

IP Formulation

Constraints 距離計算

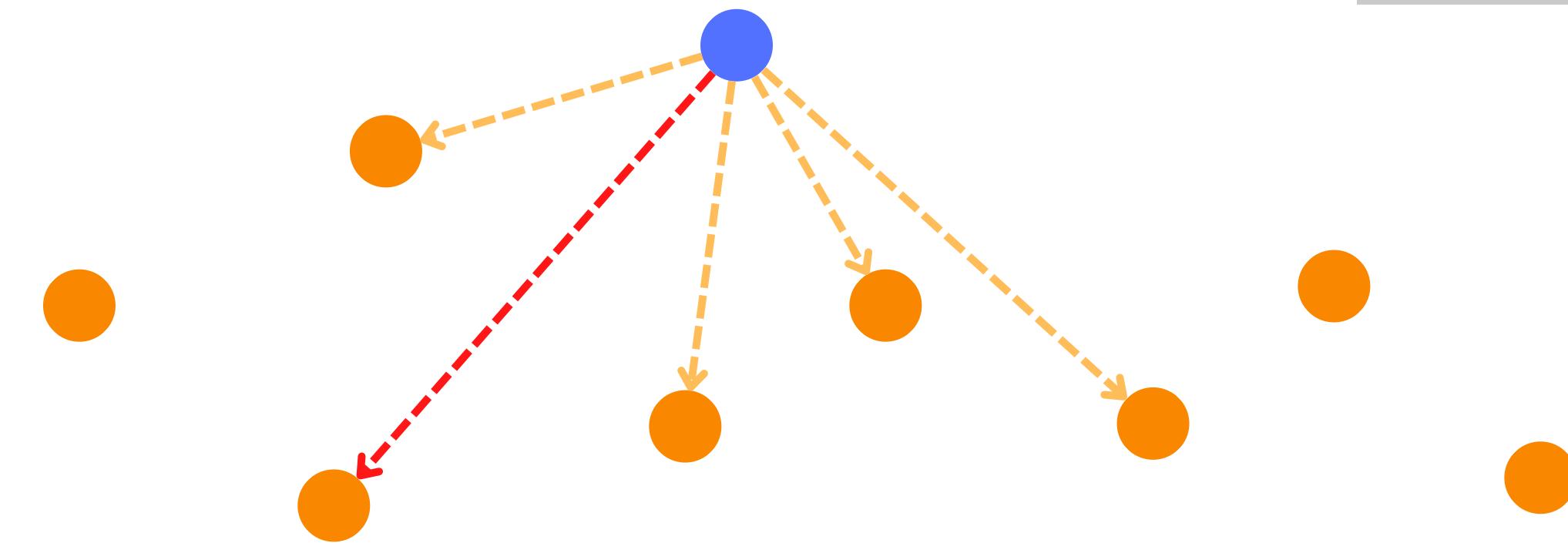
Parameter

d_{kj} = 上課站點 k 交通站點 j 的距離 , $\forall k \in S, j \in T$

Constraint

$$d_{kj} - r_j \leq M(1 - b_{kj}) \quad \forall j \in T, k \in S$$

- 交通點
- 上課點



IP Formulation

Constraints 小調整

Objective function

$$\min \alpha \sum_{k \in S} c_k + \beta \max_{j \in T} \{r_j\}$$



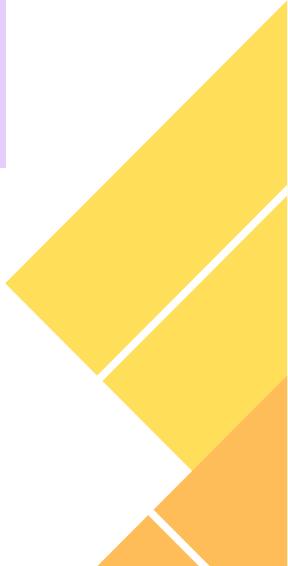
Objective function

$$\min \alpha \sum_{k \in S} c_k + \beta m$$

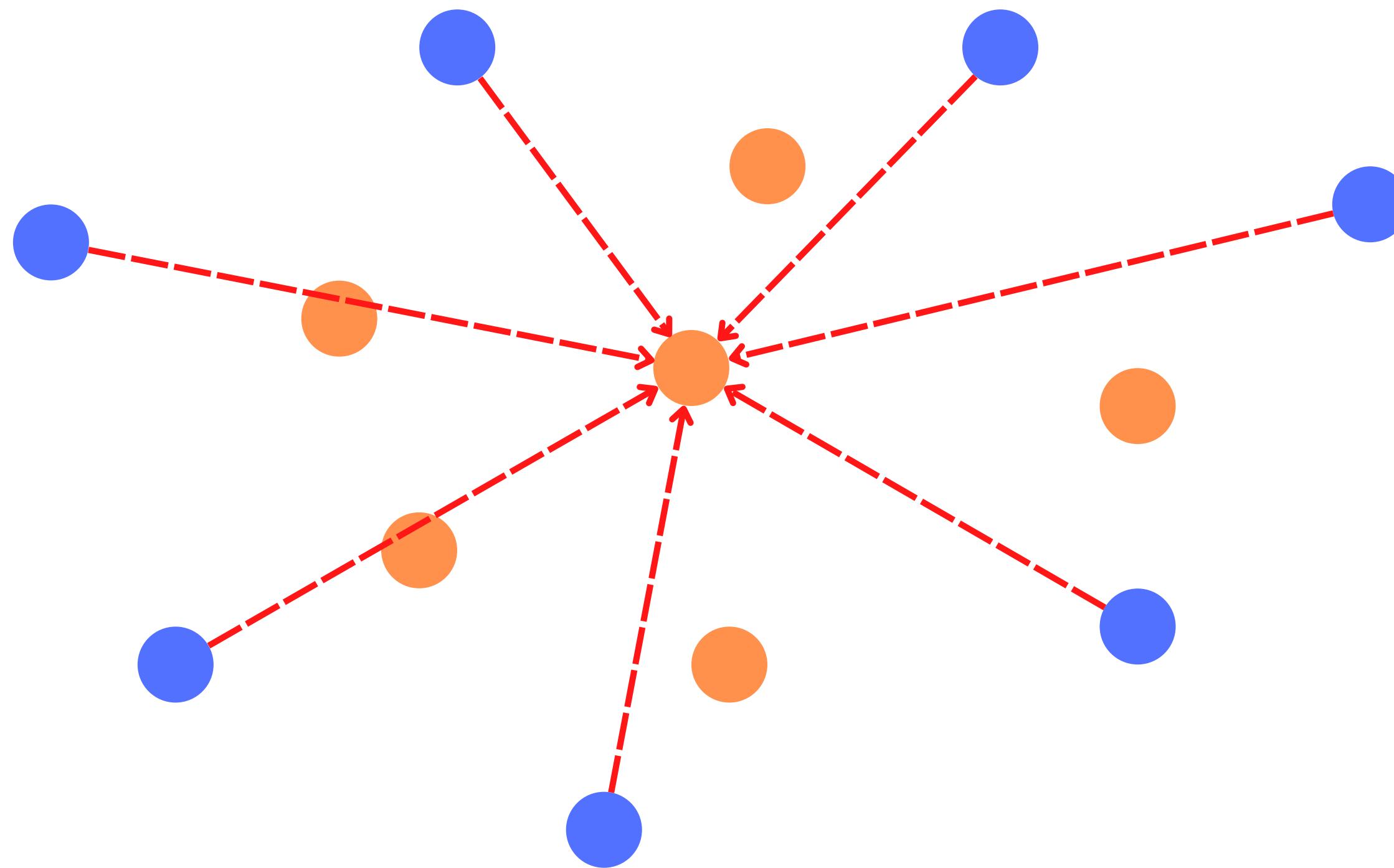
+

Constraint

$$m \geq r_j \quad \forall j \in T$$



然而...



IP Formulation

Objective Function 調整

Decision variable

$u = \text{沒被涵蓋到的館舍數量}$

Objective function

$$\min \alpha \sum_{k \in S} c_k + \beta m$$



Objective function

$$\min \alpha \sum_{k \in S} c_k + \beta m + \gamma u$$

IP Formulation

Constraints 調整

Decision variable

$$v_i = \begin{cases} 1, \text{館舍 } i \text{ 有被涵蓋到} \\ 0, \text{沒有被涵蓋到} \end{cases}$$

Constraint

$$u = |B| - \sum_{i \in B} v_i$$

沒被涵蓋到的館舍數等於總數減掉被涵蓋到的數量

IP Formulation

Constraints 調整

Constraint

$$\sum_{k \in S} c_k s_{ki} \geq 1 \quad \forall k \in S, i \in B$$



Constraint

$$\sum_{k \in S} c_k s_{ki} \geq v_i \quad \forall k \in S, i \in B$$

館舍不一定要被涵蓋到

IP Formulation

Constraints 調整

Constraint

$$\sum_{k \in S} g_{ik} = w_i \quad \forall i \in B$$



Constraint

$$\sum_{k \in S} g_{ik} \leq w_i \quad \forall i \in B$$

Constraint

$$g_{ik} \leq M c_k \quad \forall i \in B, k \in S$$

IP Formulation

Constraints 調整

Parameter

$$p = \frac{\sum_{j \in T} w_j}{|B||T|}$$

Constraint

$$\sum_{k \in S} z_{kj} = w_j \quad \forall j \in T$$



Constraint

$$\sum_{k \in S} z_{kj} \geq w_j - u \times p \quad \forall j \in T$$

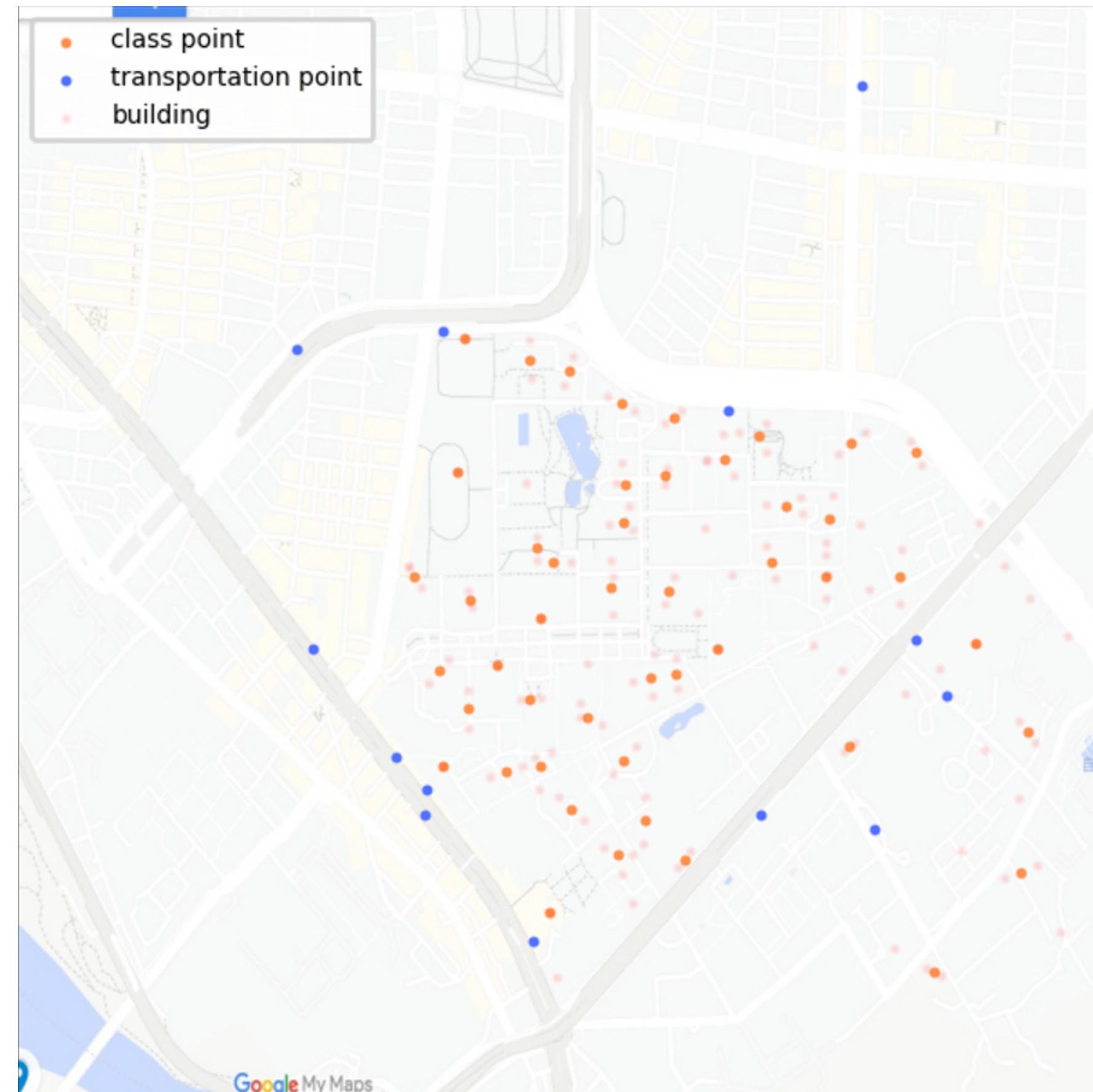
IP Formulation

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \sum_{k \in S} c_k + \beta m + \gamma u \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k \in S} c_k s_{ki} \geq v_i \quad \forall k \in S, i \in B \\ & \sum_{j \in T} b_{kj} \geq c_k \quad \forall k \in S \\ & b_{kj} \leq c_k \quad \forall k \in S, j \in T \\ & g_{ik} \leq M c_k \quad \forall i \in B, k \in S \\ & g_{ik} \leq M s_{ki} \quad \forall i \in B, k \in S \\ & \sum_{k \in S} g_{ik} \leq w_i \quad \forall i \in B \\ & \sum_{j \in Y} z_{kj} \leq \sum_{i \in B} g_{ik} \quad \forall k \in S \\ & z_{kj} \leq M b_{kj} \quad \forall k \in S, j \in T \\ & \sum_{k \in S} z_{kj} \geq w_j - u \times p \quad \forall j \in T \\ & d_{kj} - r_j \leq M(1 - b_{kj}) \quad \forall j \in T, k \in S \\ & m \geq r_j \quad \forall j \in T \\ & u = |B| - \sum_{i \in B} v_i \end{aligned}$$

結果

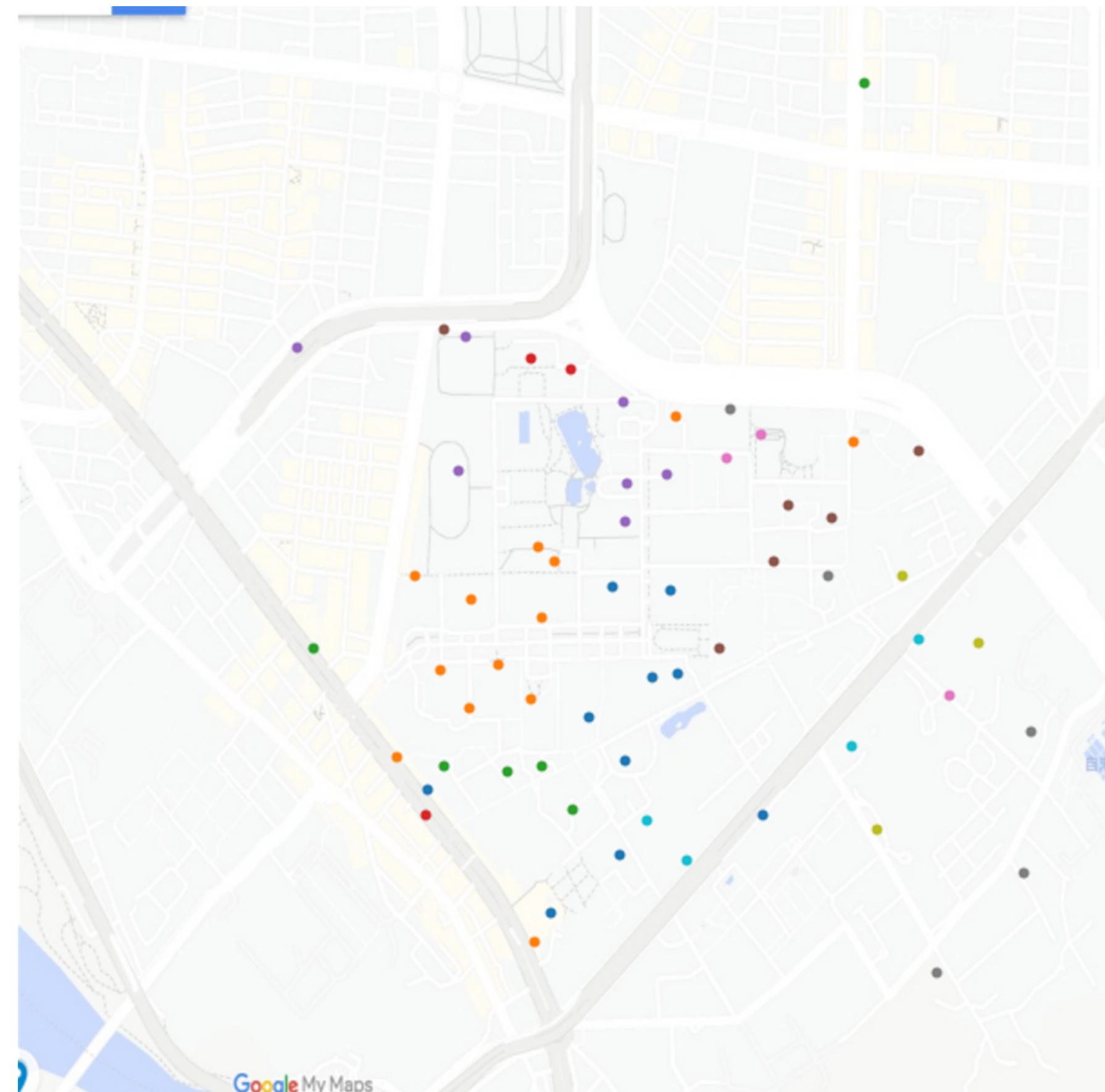
結果

$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 1$



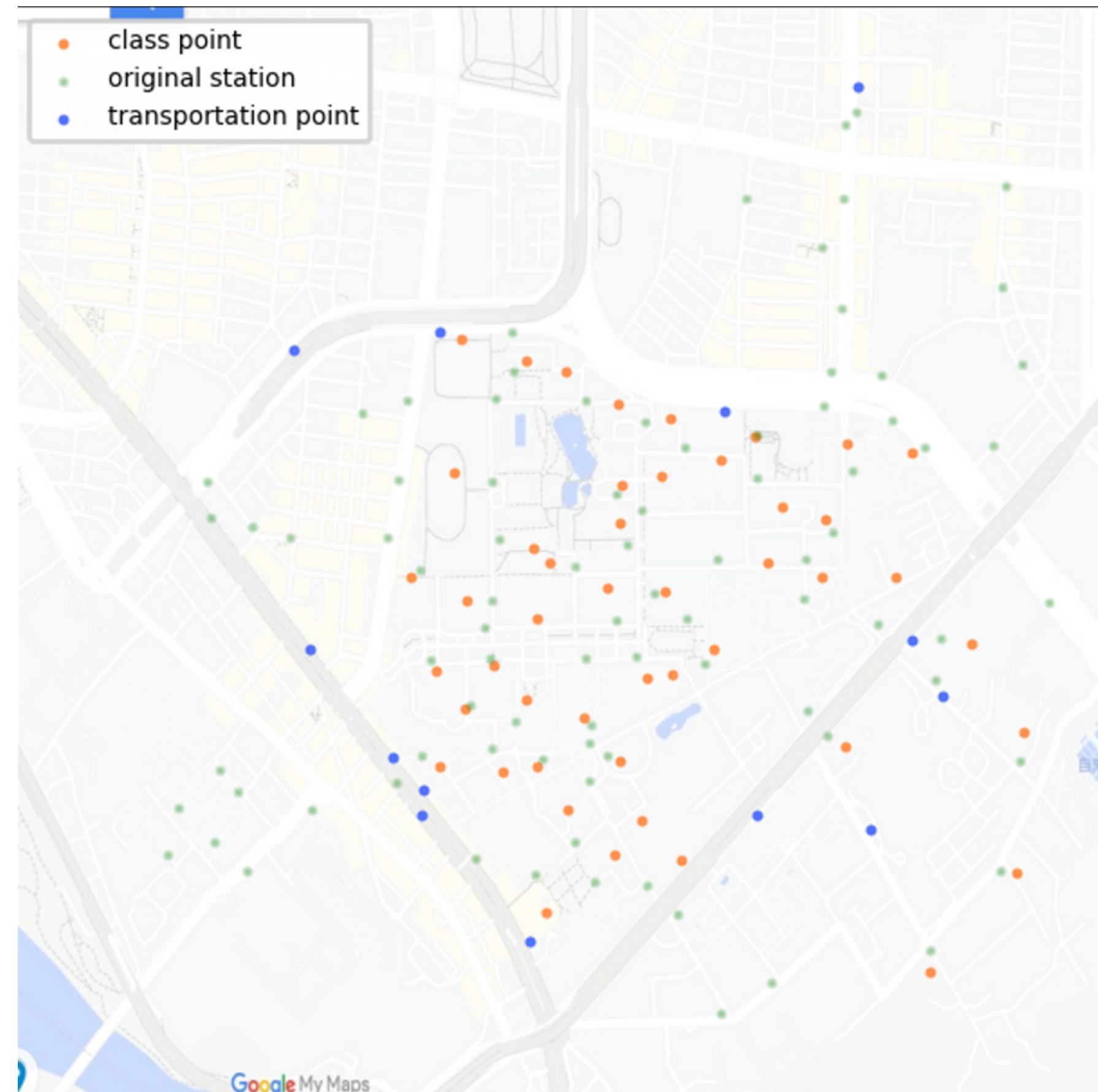
結果

$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 1$



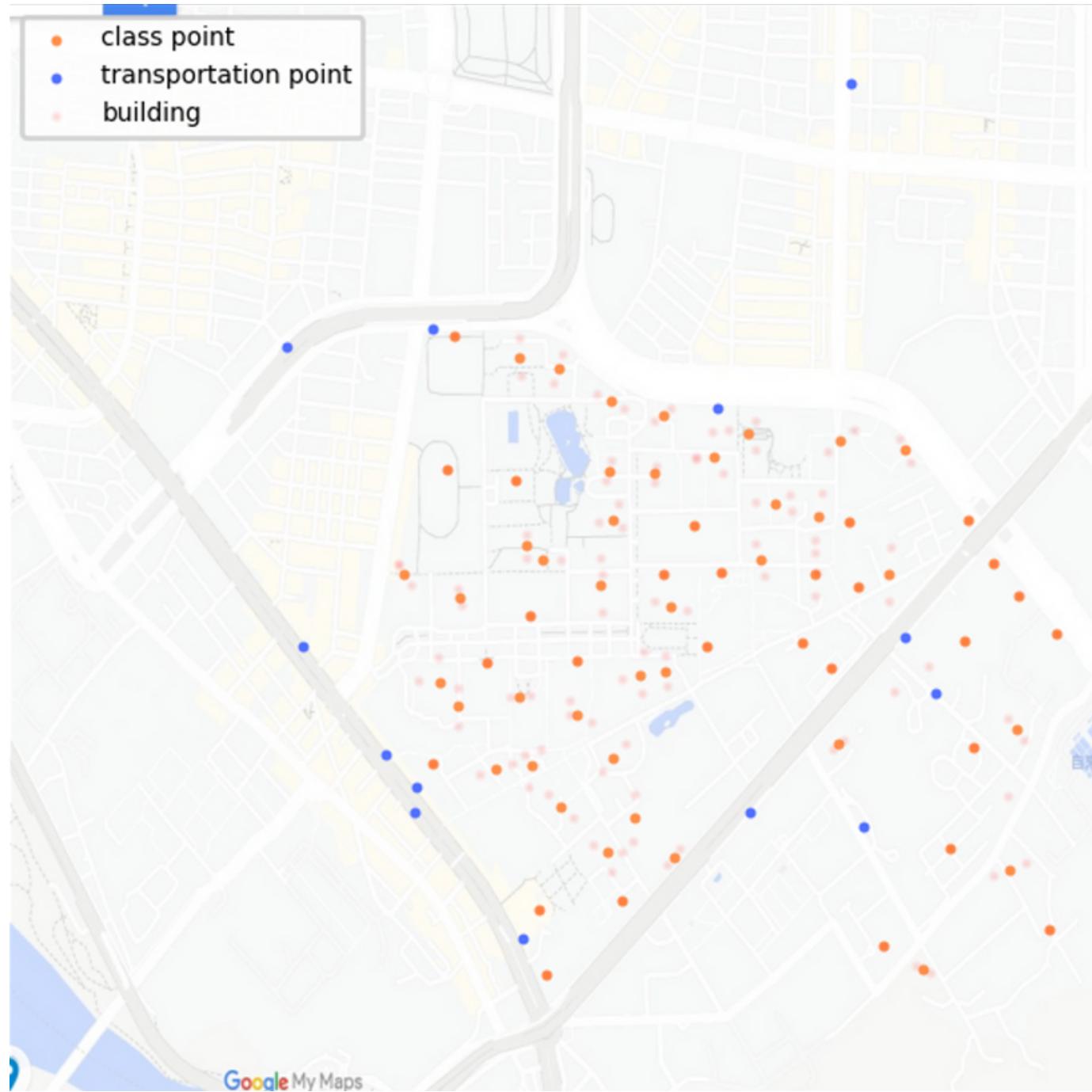
結果

$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 1$

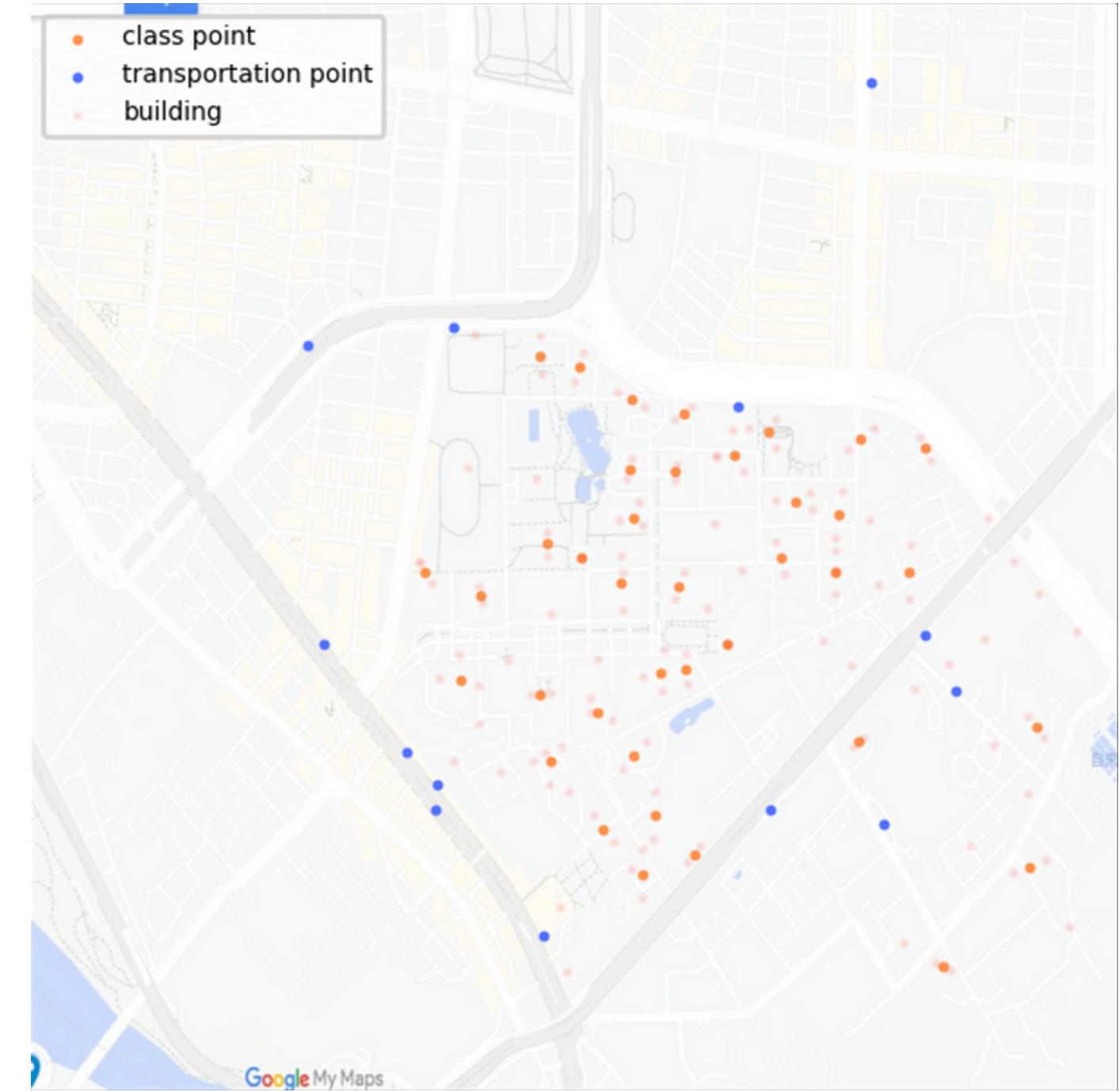


結果

$$\alpha = 0.5; \beta = 1; \gamma = 1$$

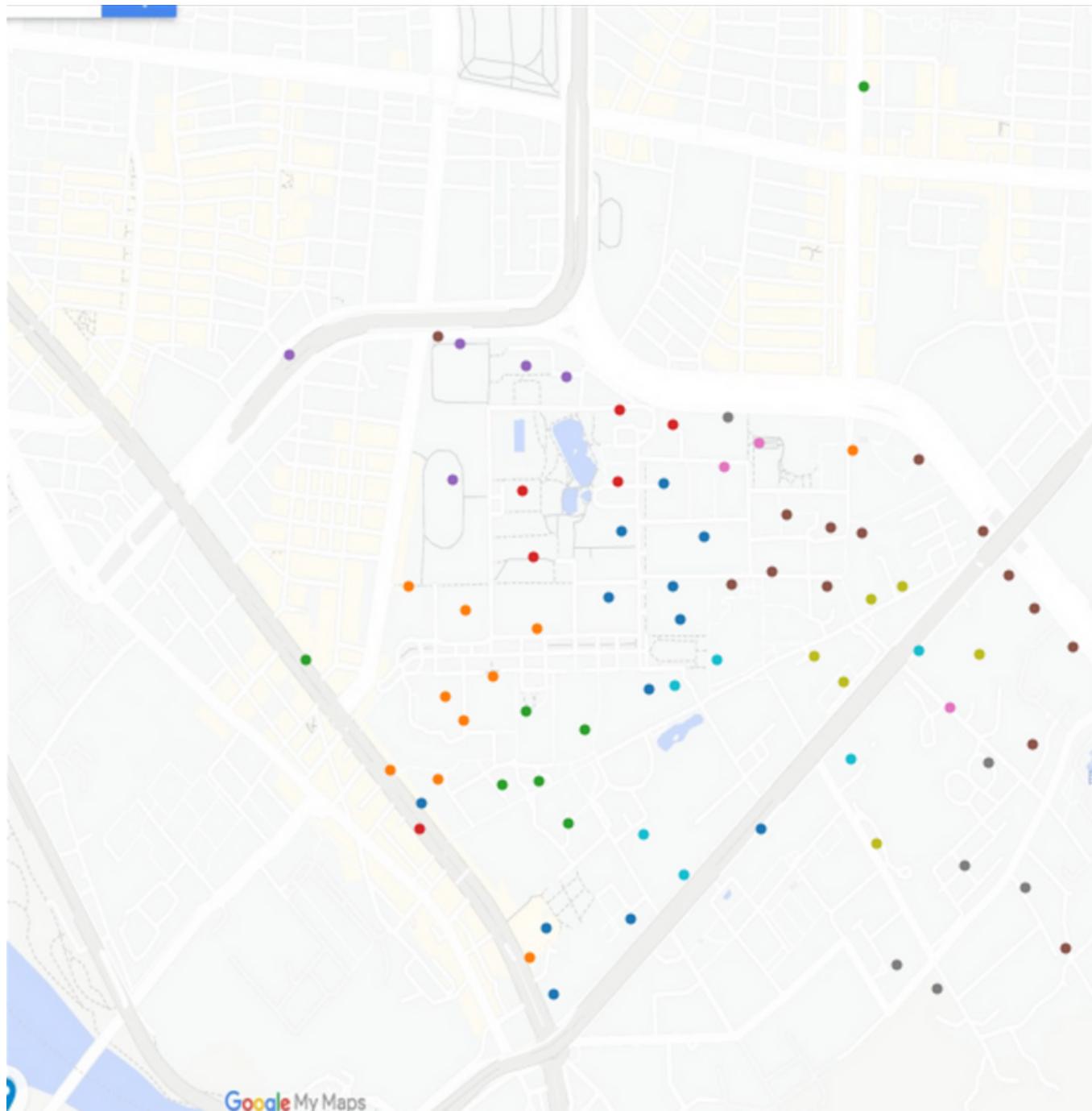


$$\alpha = 1.5; \beta = 1; \gamma = 1$$

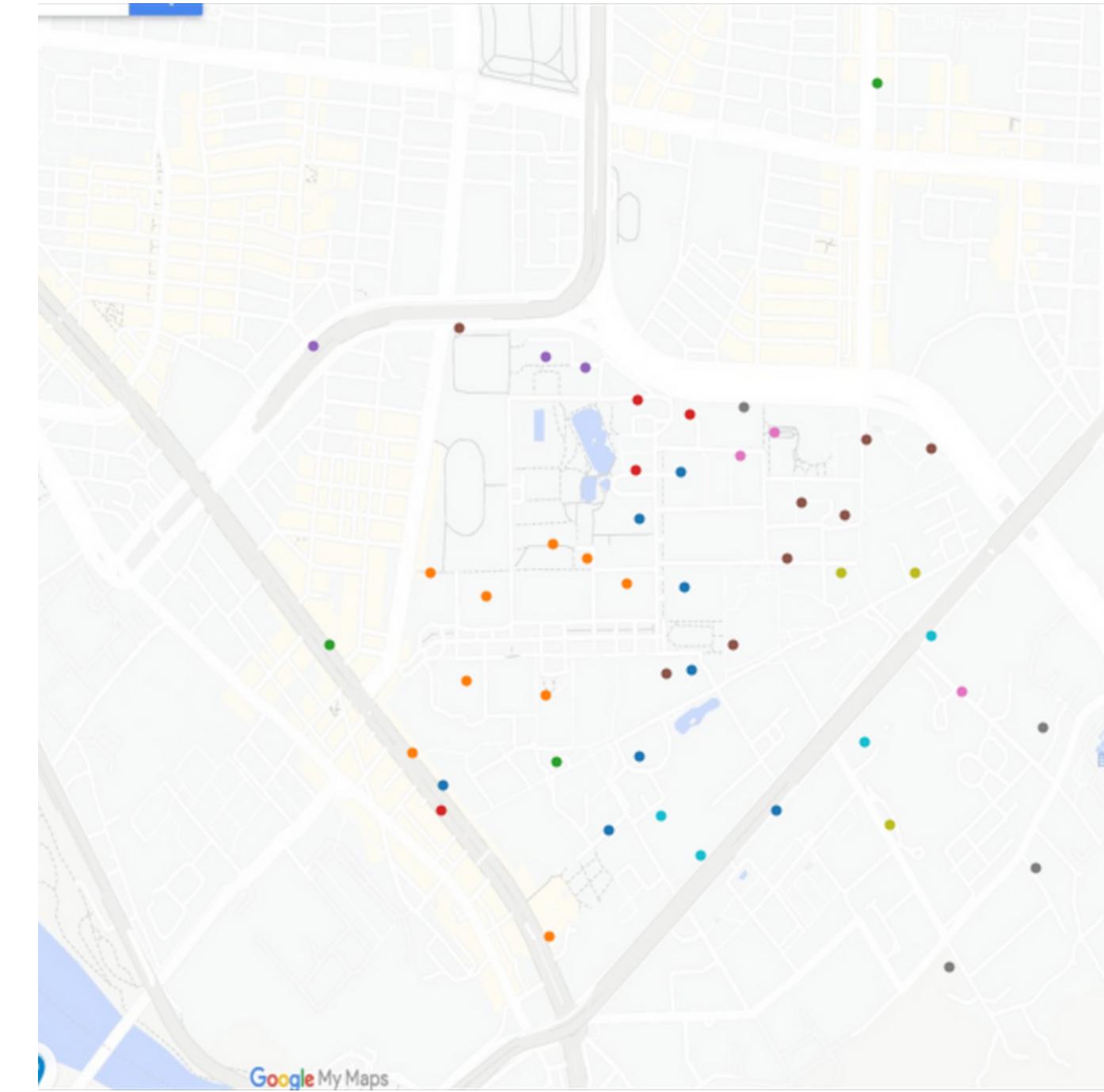


結果

$\alpha = 0.5; \beta = 1; \gamma = 1$

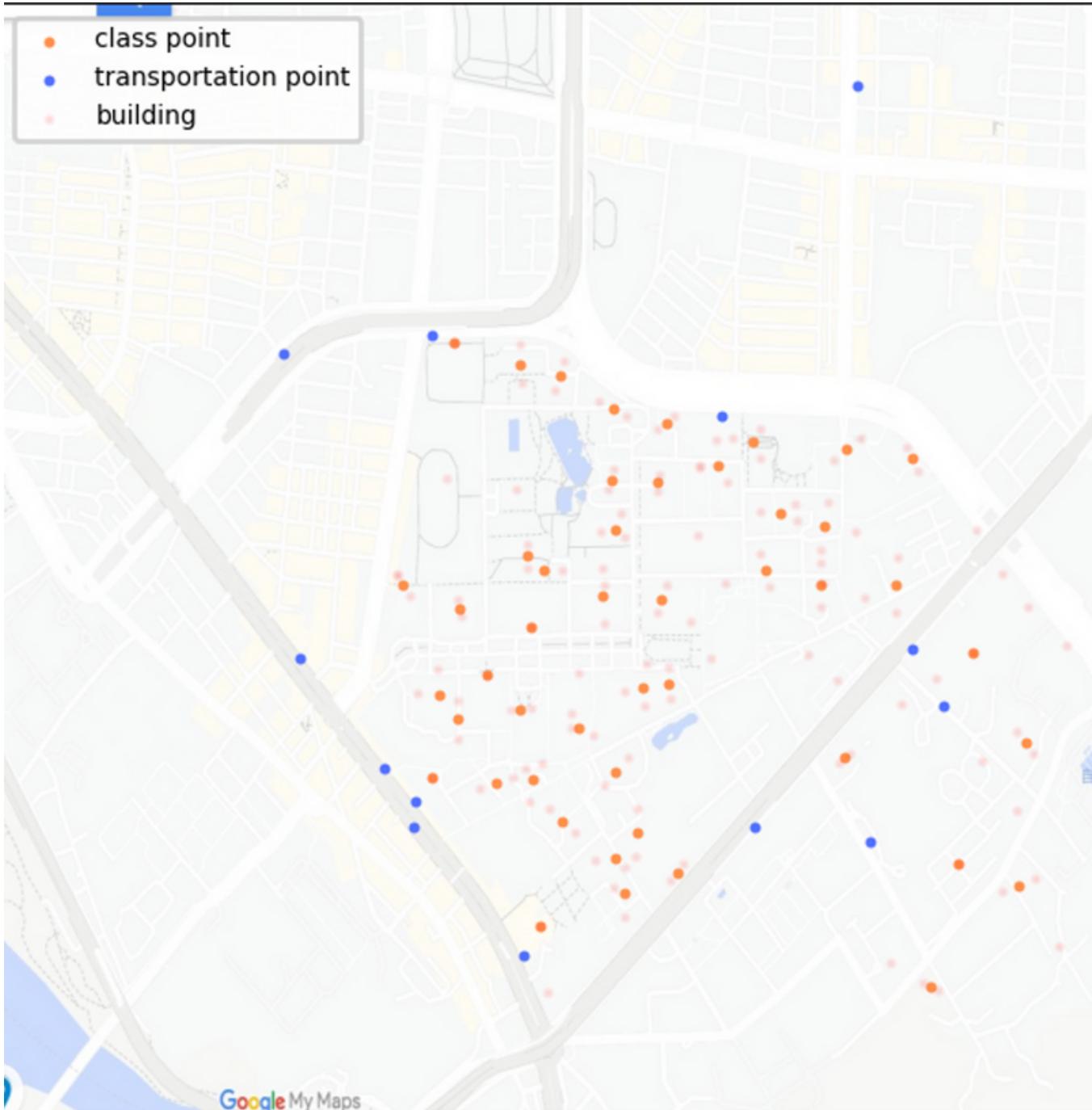


$\alpha = 1.5; \beta = 1; \gamma = 1$

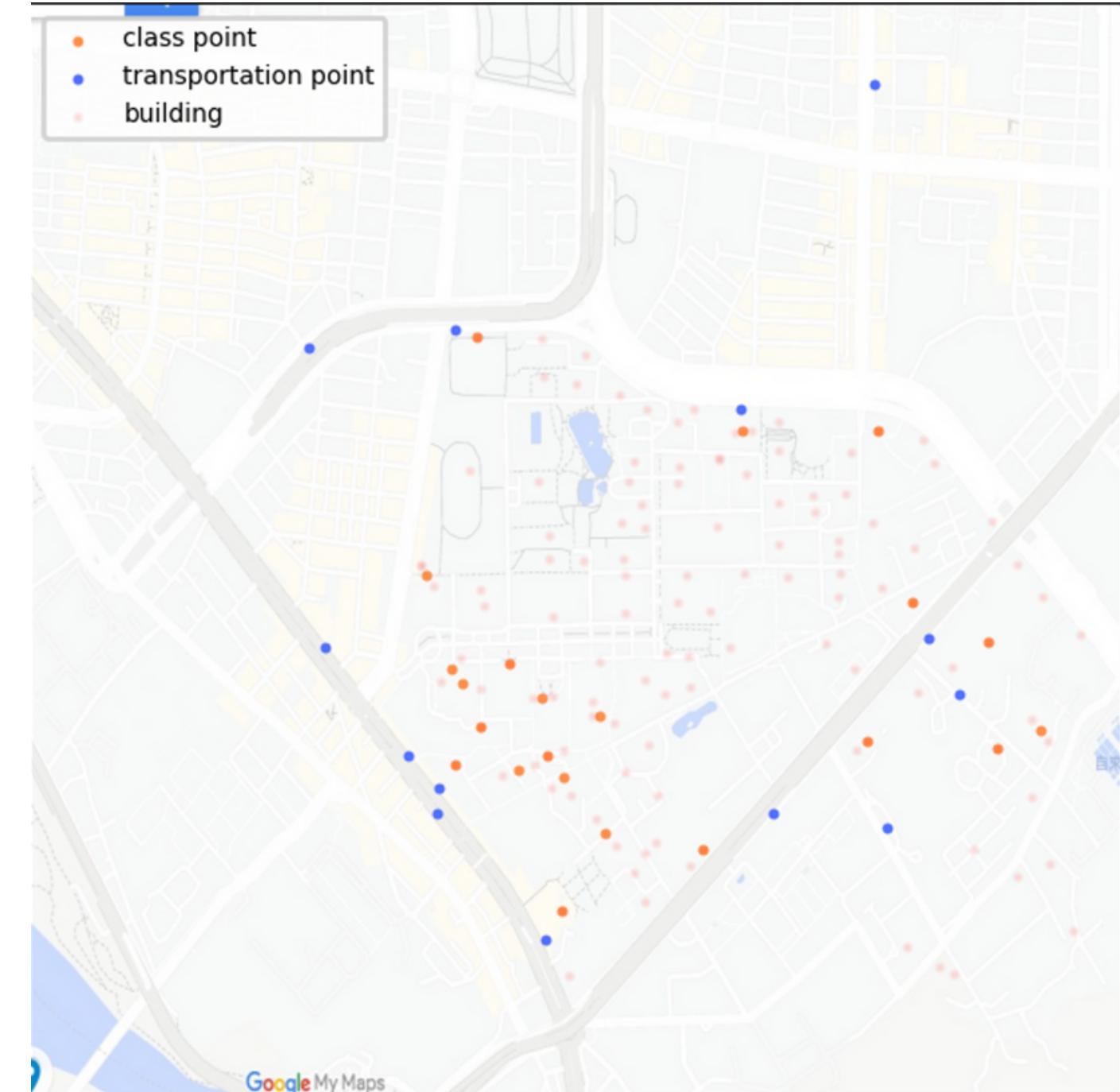


結果

$$\alpha = 1; \beta = 0.1; \gamma = 1$$

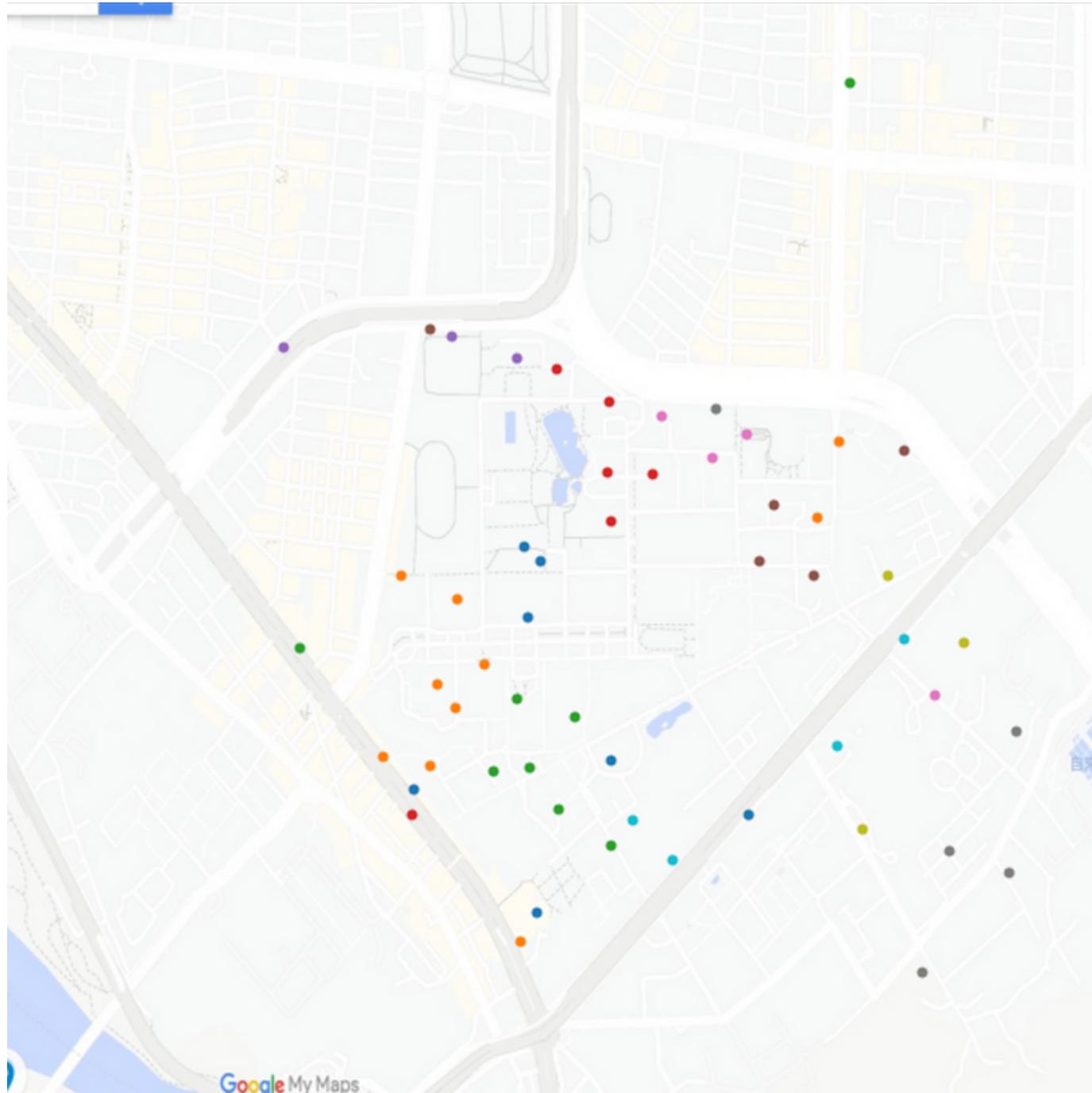


$$\alpha = 1; \beta = 50; \gamma = 1$$

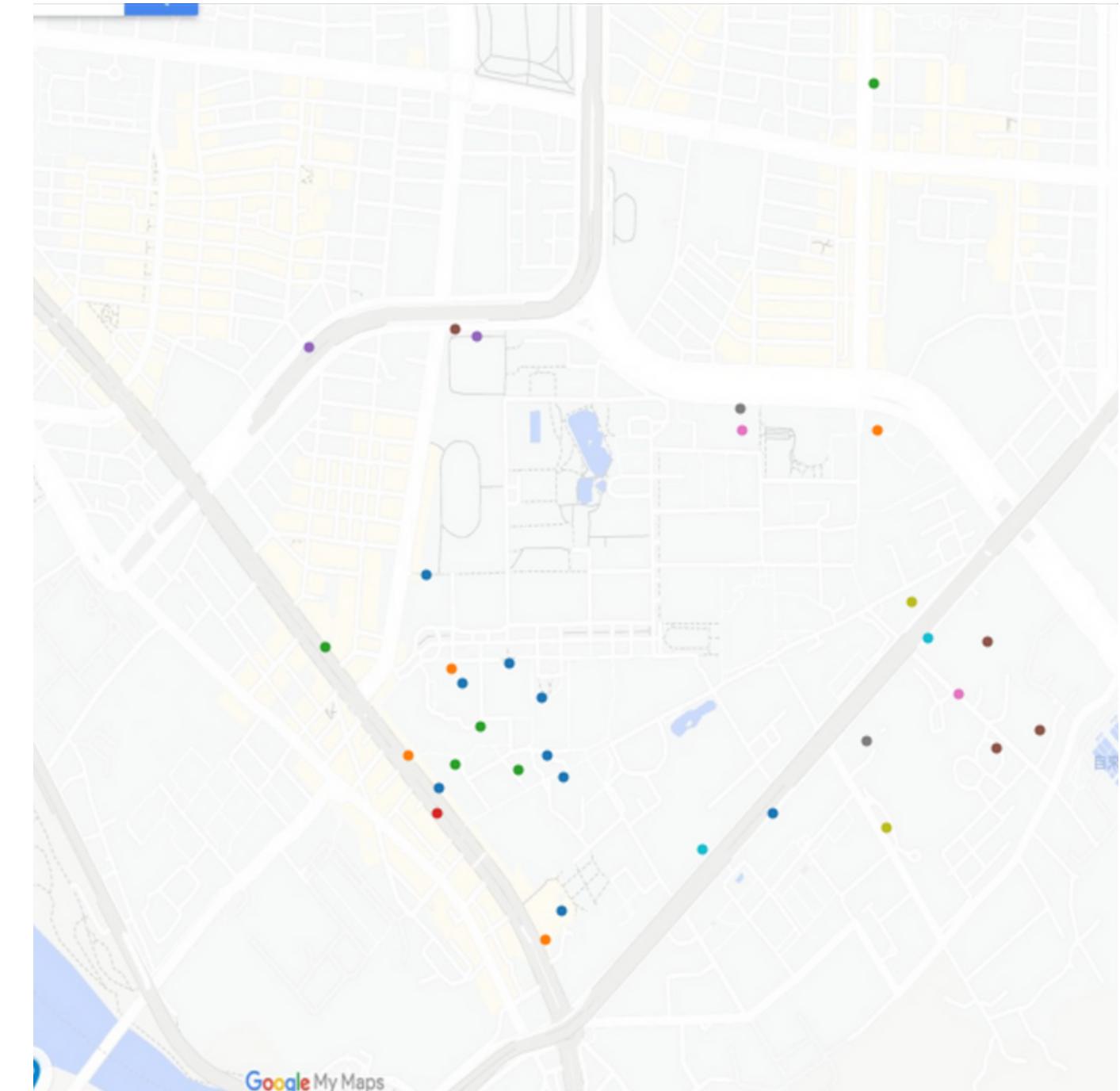


結果

$$\alpha = 1; \beta = 0.1; \gamma = 1$$

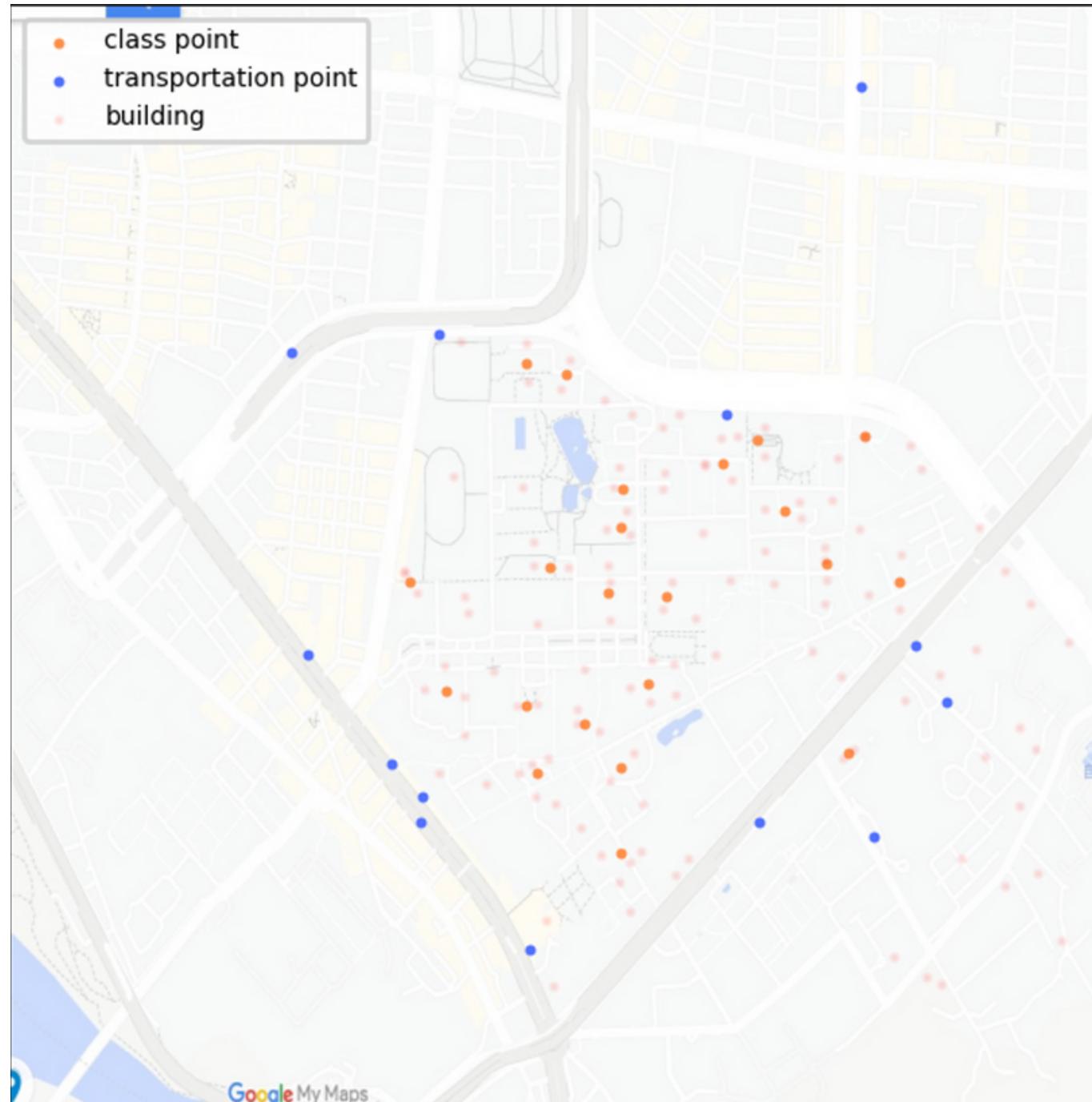


$$\alpha = 1; \beta = 50; \gamma = 1$$

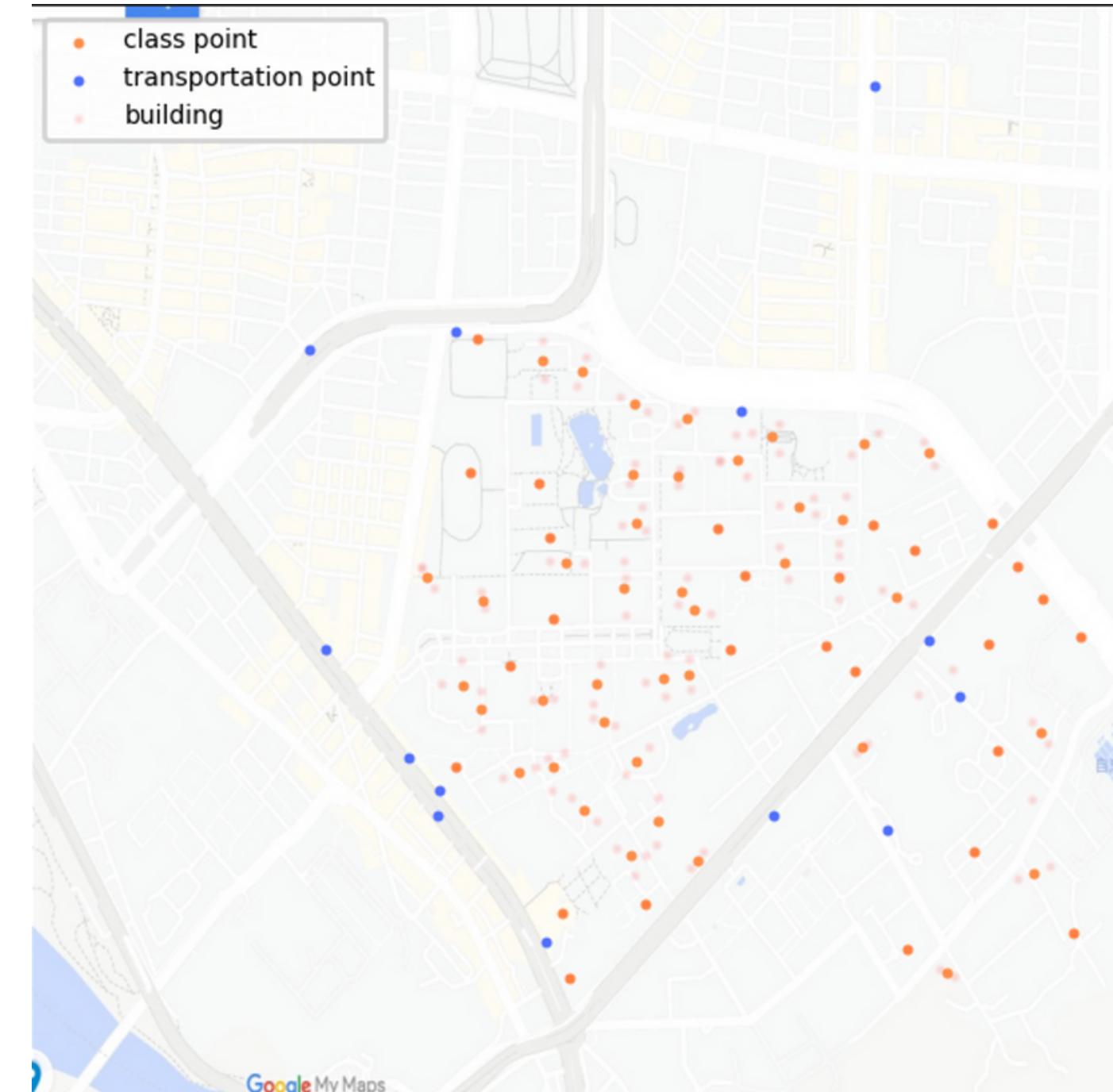


結果

$$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 0.5$$

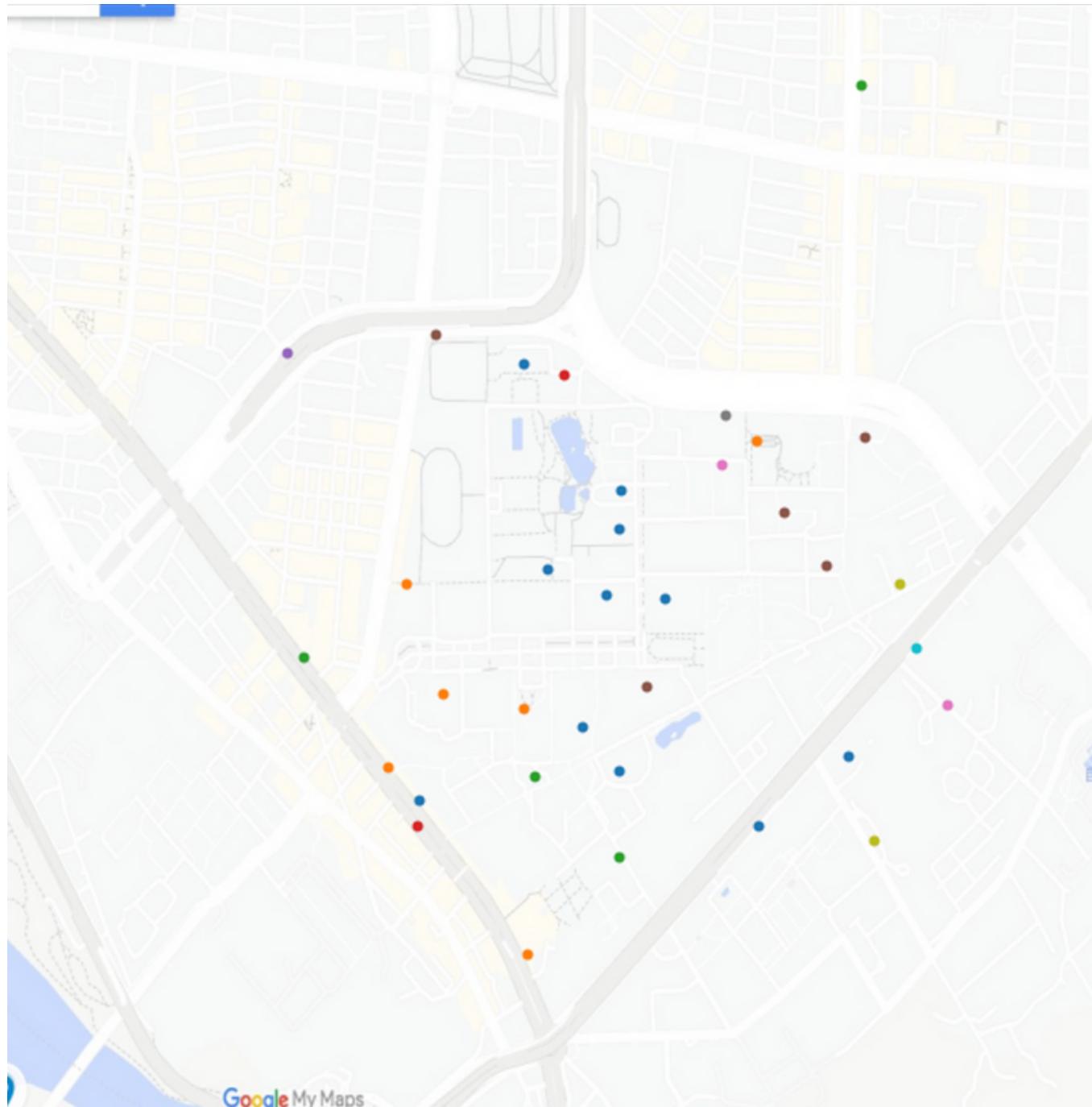


$$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 1.5$$

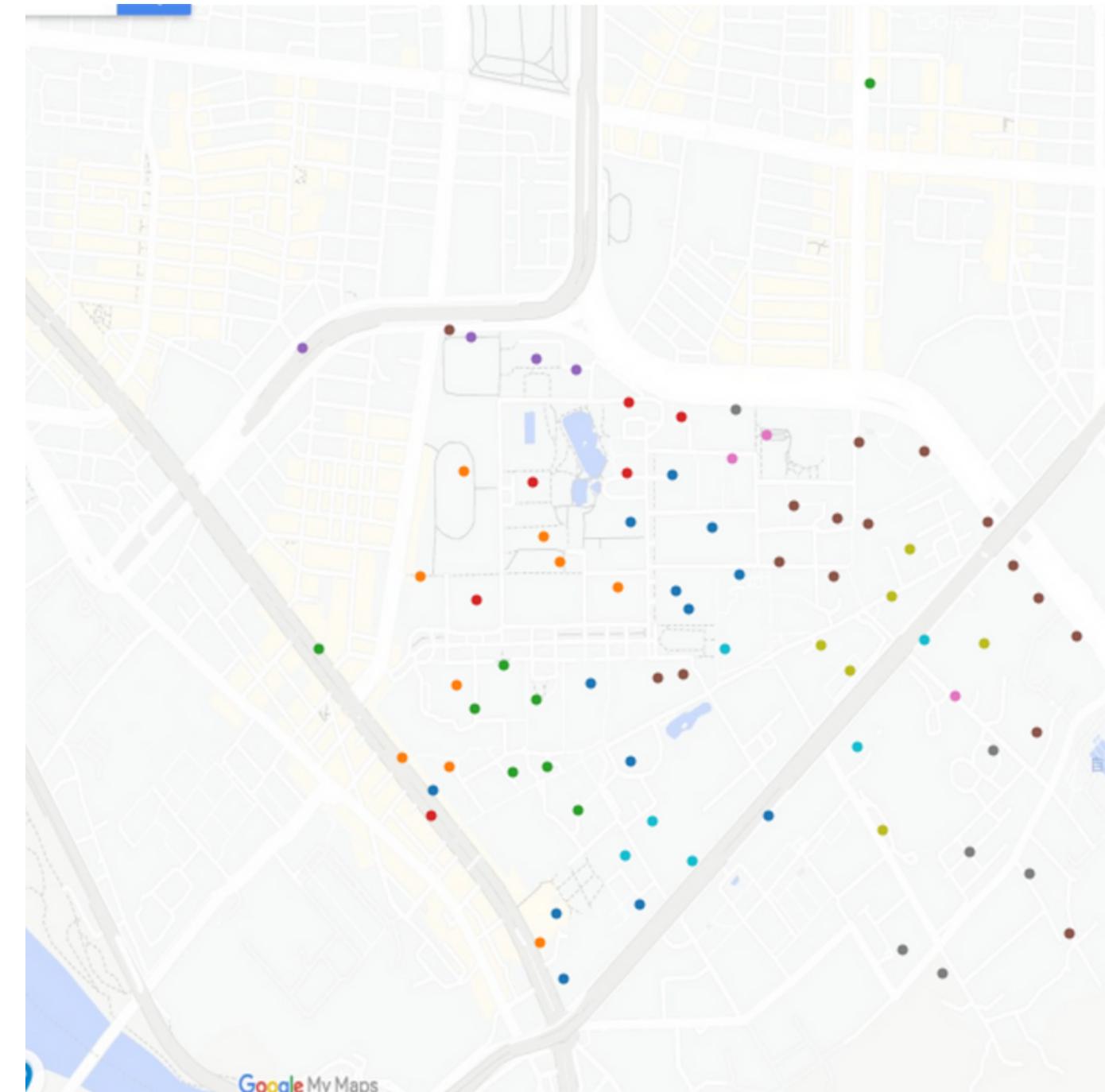


結果

$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 0.5$



$\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = 1.5$



延伸

延伸

- Model 本身
 - 距離、人流評估更準確
 - 權重統一及標準化
- 未來應用
 - YouBike 公司在其他尚未設點的地方設點
 - 其他設點問題（環保杯回收站、餐車）

謝謝大家

THANK YOU FOR YOUR ATTENTION