UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FASTEF
Département de Mathématiques

CONCOURS D'ENTRÉE
SECTION F1C1 MPC
2020

MATHÉMATIQUES

Durée: 4 heures

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude.

Exercice 1 (10 points)

Pour chacun des items proposés, recopier le ou les résultat(s) justes, s'il(s) existe(nt), et justifier votre choix.

	Items	*Résultat A*	*Résultat B*	*Résultat C*	*Résultat D*
1.	$\lim\limits_{x\to 0} sin\left[\frac{\pi}{2}E(x)\right]$	*est égale à* 1	*est égale à* 0	*est égale à* $\frac{\pi}{2}$	*n'existe pas*
2.	$(AB)//(CD)$ *équivaut à*	$arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)=2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$	$arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)=\pi+2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$	$arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)=k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$	$\frac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}$ *est un réel*
3.	*L'équation* $tan2x=\sqrt{3}$ *a pour solution*	$\frac{\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$
4.	$\sum\limits_{k=0}^{k=n} C_n^k$ *est égale à*	$\frac{n!}{(n-k)!}$	2^n	$2n$	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$
5.	$x\mapsto\frac{1}{x+e^x}$ *est définie sur*	$[0;+\infty[$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$	$[1;+\infty[$
6.	*Si* $P_B(A)=P(A)$ *alors*	$P(A)=P(B)$	$P(A\cap B)=P(A)P(B)$	$P_A(B)=P(B)$	$P(A\cap B)=\frac{P_B(A)}{P(B)}$
7.	$\int_0^{\frac{\pi}{8}} e^{-2x}cos(2x)dx$ *est égale à*	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	-1	$\frac{1}{4}$
8.	$(i-1)^{2020}$ *est égal à*	$\sqrt{2}e^{i2020\pi}$	-1	-2^{1010}	$-i2^{2020}$
9.	$-\overrightarrow{u}\cdot(\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{v})$ *est égal à*	0	$-\overrightarrow{u}\cdot(\overrightarrow{v}\wedge\overrightarrow{u})$	$-\overrightarrow{u}\wedge(\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v})$	$-2(\overrightarrow{u}\wedge\overrightarrow{v})$
10.	*Un déplacement est*	*une rotation*	*une translation*	*une isométrie*	*une réflexion*

Exercice 2 (**5 points**)

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ *et* $q \in \mathbb{R}\backslash\{-1;0;1\}$. *On considère dans le plan complexe les* n *points* $A_0, A_1, \cdots, A_{n-1}$ *d'affixes respectifs* $z_0, z_1, \cdots, z_{n-1}$.

1. *Démontrer que le système de points pondérés* $\{(A_k, q^k),\ 0 \leq k \leq n-1\}$ *admet un barycentre* G_n. **0,5 pt**
2. *On choisit les nombres complexes* z_k *tels que :*
   $z_0 = 1$, $z_1 = \cos(\frac{2\pi}{n}) + i\ \sin(\frac{2\pi}{n})$ *et* $z_k = (z_1)^k$ *pour* $2 \leq k \leq n-1$.
   (a) *Déterminer l'affixe* z_n *de* G_n *à l'aide de* q *et de* z_1. **1,5 pt**
   (b) *Préciser la partie réelle* x_n *et la partie imaginaire* y_n *de* z_n. **0,5 pt**
3. (a) *Déterminer* n *pour que* z_n *soit un nombre réel.* **0,5 pt**
   (b) *Calculer les limites de* x_n *et* y_n *lorsque* n *tend vers* $+\infty$. **1 pt**
   En déduire la position limite du point G_n *lorsque* n *tend vers* $+\infty$. **1 pt**

Exercice 3 (**5 points**)

On considère la fonction φ *définie par* $\varphi(x) = \dfrac{1}{x\ln|x|}$.

1. *Calculer* $\varphi(e^k)$, *k étant un réel non nul.* **0,5 pt**
2. *Etudier* φ *et tracer* $\mathscr{C}_\varphi$ *la représentation graphique de* φ *dans un repère orthonormal* $(O, \vec{i}, \vec{j})$ *(unité 2cm).* **2,5 pts**
3. *Soit* ψ *une primitive de* φ *sur* $]1, +\infty[$.
   On pose $\mathscr{A}(\alpha) = \psi(e) - \psi(\alpha)$.
   (a) *Exprimer* $\mathscr{A}(\alpha)$ *en fonction de* α, *avec* $\alpha \in]1, +\infty[$. **1 pt**
   (b) *Etudier la limite de* $\mathscr{A}(\alpha)$ *en* 1 *et en* $+\infty$. **1 pt**

UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION

Département de Physique-Chimie

Concours d'entrée à la FASTEF

Epreuve de Physique-Chimie

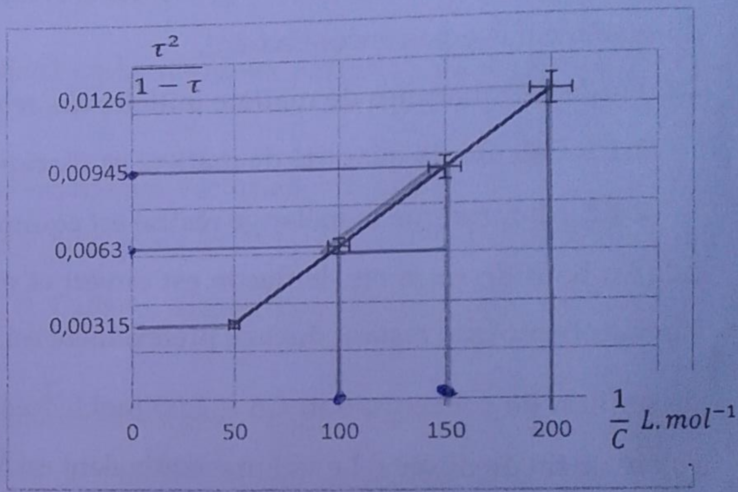
Niveau Baccalauréat -- Année 2019/2020

Durée : 04 heures

EXERCICE 1 : (4 points)

Les conservateurs sont des substances qui prolongent la durée de conservation des denrées alimentaires en les protégeant des altérations des micro-organismes. L'acide benzoïque C_6H_5COOH (code E210) et le benzoate de sodium C_6H_5COONa (code E211) sont utilisés dans l'industrie comme conservateurs alimentaires pour leurs propriétés fongicides et antibactériennes.

On prépare une solution aqueuse de concentration C_O par dissolution totale d'une masse m_O d'acide benzoïque pur dans un volume V_O=100 mL d'eau distillée. $\frac{1}{C}$ $(en\ L.mol^{-1})$



On appelle S_O la solution ainsi obtenue.

Données:

Acide benzoïque : solide blanc, masse molaire M= 122 g/mol

1.1. Donner la définition d'un acide selon Bronsted.

1.2. Ecrire l'équation de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.

1.3. Exprimer le coefficient d'ionisation τ en fonction de $[H_3O^+]$ et de C_O.

1.4. Donner l'expression de la constante d'acidité K_A. Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme : $K_A = Co\frac{\tau^2}{1-\tau}$

1.5. A partir de la mesure du pH de différentes solutions d'acide benzoïque de concertations C, on a déterminé le coefficient d'ionisation τ de chaque solution. La figure ci-dessus représente la variation de $\frac{\tau^2}{1-\tau}$ en fonction de $\frac{1}{C}$. Déduire de la courbe, la valeur de la constante d'acidité K_A du couple C_6H_5COOH / $C_6H_5COO^-$.

1.6. Le coefficient d'ionisation pour la solution considérée est τ = 7,63%.

1.6.1. Déterminer la concentration initiale C_O de la solution d'acide benzoïque S_O.

1.6.2. Quelle masse m_O faut-il peser pour préparer la solution S_O ?

1.7. Démontrer l'expression $\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A-pH}}$ et en déduire le pH de la solution So.

EXERCICE 2 : (4 points)

*« ... Les esters sont formés par l'union des acides et des alcools ; ils peuvent inversement s'hydrolyser en donnant des acides et des alcools. [...] En général, les expériences consistent, [...] à faire agir sur un alcool pur un acide pur, les proportions de l'alcool et de l'acide étant déterminées par des pesées précises [...]. Le produit final se compose de quatre corps à savoir : l'ester, l'alcool libre, l'acide libre, l'eau. Mais ces quatre corps sont dans des proportions telles **qu'il suffit de déterminer exactement la masse d'un seul d'entre eux, à un moment quelconque des expériences, pour en déduire toutes les autres, pourvu que l'on connaisse les masses des matières primitivement mélangées.** [...] Ceci posé, entre les quatre éléments*

suivants : ester, alcool, acide, eau, le choix ne saurait être douteux, c'est évidemment l'acide qu'il faut déterminer. »
Marcellin Berthelot (chimiste français 1827-1907)

On se propose dans cet exercice d'étudier la transformation chimique entre l'acide éthanoïque et l'éthanol afin de comprendre la phrase notée en gras dans le texte.

Données:

	acide éthanoïque	éthanol	éthanoate d'éthyle
masse molaire M en $g.mol^{-1}$	60,0	46,0	88,0
masse volumique ρ en $g.mL^{-1}$	1,05	0,79	0,90

Au laboratoire, on mélange dans un flacon, un volume $V1 = 57$ mL d'acide éthanoïque et un volume $V2 = 58$ mL d'éthanol. Le flacon est ensuite hermétiquement fermé et placé dans l'obscurité à température ambiante. On laisse le système évoluer pendant six mois; après cette durée, l'état final du système n'est pas encore atteint.

2.1. Étude des quantités de matière initiales des réactifs

2.1.1. Calculer la quantité de matière $n1$ d'acide éthanoïque introduite dans le flacon.

2.1.2. Montrer que le mélange réalisé est équimolaire.

2.2. Au bout de six mois, le flacon est ouvert et on y prélève un volume $V = 2{,}0$ mL du mélange. L'acide éthanoïque restant dans ce prélèvement est dosé, à froid, à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $CB = 1{,}00$ $mol.L^{-1}$ en présence de phénolphtaléine comme indicateur coloré de fin de dosage. Le volume équivalent est $V_E = 12{,}0$ mL.

2.2.1. À l'aide des formules semi-développées, écrire l'équation de l'équilibre chimique d'estérification entre l'acide éthanoïque et l'éthanol. Donner les caractéristiques de cette réaction.

2.2.2. Définir l'équivalence du dosage et en déduire la quantité de matière $n\text{R}$ d'acide éthanoïque restant au bout de six mois dans le prélèvement de 2,0 mL.

2.2.3. En supposant que le volume du milieu réactionnel est resté constant au cours du temps, en déduire la quantité de matière $n\text{R}'$ d'acide éthanoïque restant au bout de six mois dans le milieu réactionnel.

2.3. Déterminer les quantités de matière de toutes les espèces chimiques présentes dans le flacon au bout de six mois.

2.4. À partir des résultats obtenus à la question précédente, justifier la phrase en gras dans le texte de Berthelot. Aucun calcul n'est demandé.

EXERCICE 3 : (4 points)

En 1610, Galilée découvre des satellites de la planète Jupiter qu'il observe à l'aide de sa lunette astronomique. En 1687, Isaac Newton publie les Principes mathématiques de la philosophie naturelle et écrit dans le Livre III :

« ***Les forces** par lesquelles les satellites de Jupiter sont retirés perpétuellement du mouvement rectiligne et retenus dans leurs orbites **tendent au centre de Jupiter** et **sont en raison réciproque des carrés de leurs distances à ce centre** ».*

On étudie dans cet exercice mouvement du satellite Callisto par rapport à la planète Jupiter.

Données:

- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$;
- La planète Jupiter de centre J et son satellite Callisto de centre C sont des astres que l'on considère à répartition de masse à symétrie sphérique;
- La masse de Jupiter est égale à $MJ = 1{,}90 \times 10^{27}$kg et celle de Callisto est notée M_C;
- Callisto décrit autour de Jupiter une orbite circulaire de rayon $r = 1{,}88 \times 10^6$km.

Le mouvement de Callisto est étudié dans le référentiel galiléen lié au centre de Jupiter, appelé référentiel joviocentrique.

3.1. Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma la force $\overrightarrow{F_{JC}}$ exercée par Jupiter sur le satellite Callisto

en orbite circulaire autour de Jupiter.

3.2. À propos des forces, donner la signification de chacune des deux parties de la phrase en gras à la fin du texte de Newton.

3.3. En utilisant les notations de l'énoncé, donner l'expression vectorielle de la force $\overrightarrow{F_{JC}}$.

On note $\overrightarrow{u_{JC}}$ un vecteur unitaire de la droite (JC) dirigé de J vers C.

3.4. En appliquant la seconde loi de Newton à Callisto, déterminer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a_C}$ de son centre C.

3.5. On considère que le mouvement de Callisto est uniforme sur son orbite. On note v_C la vitesse du centre C du satellite Callisto. Donner l'expression de l'accélération a_C du centre C de Callisto en fonction de v_C et r.

3.6. Donner l'expression de la vitesse v_C en fonction de G, MJ et r. Faire l'application numérique.

3.7. Étude de la période de révolution du satellite Callisto autour de Jupiter.

3.7.1. Enoncer la troisième loi de Kepler.

3.7.2. Déterminer l'expression de la période de révolution T_C du satellite Callisto autour de Jupiter en fonction de G, MJ et r.

3.7.3. Calculer la valeur de cette période.

EXERCICE 4 : (4 points)

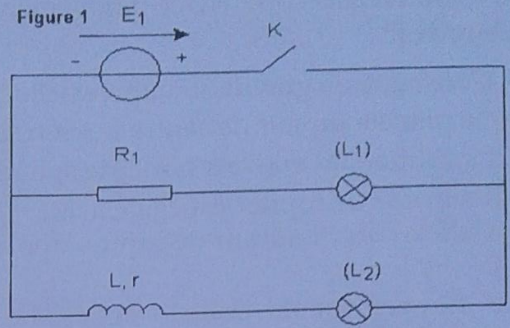
On commercialise aujourd'hui des réveils « éveil lumière/éveil douceur». Le concept utilisé est le suivant : lorsque l'heure du réveil programmé est atteinte, la lampe diffuse une lumière dont l'intensité lumineuse augmente progressivement jusqu'à une valeur maximale. On évite de cette façon un réveil trop brutal. La durée nécessaire pour atteindre la luminosité maximale est modifiable.

Lors d'un atelier scientifique, des élèves décident de construire un circuit électrique permettant de faire varier doucement la luminosité d'une lampe, en utilisant les propriétés électriques d'une bobine.

Dans une première partie, ces propriétés sont mises en évidence de façon qualitative. Dans une seconde partie, les élèves déterminent l'inductance de la bobine utilisée. Le fonctionnement est ensuite étudié expérimentalement à l'aide d'une acquisition informatique.

4.1. Influence d'une bobine dans un circuit électrique.

Les élèves réalisent le circuit représenté sur la figure 1. Ce circuit est constitué d'une source de tension idéale de force électromotrice (fem.) E_1, d'une bobine d'inductance L et de résistance r, d'un conducteur ohmique de résistance R_1 de même valeur que r et de deux lampes identiques (L_1) et (L_2).



Données:

Valeur de la fem: $E_1 = 24$ V.

Valeurs données par le constructeur: L = 1 H; $r = R_1 = 7\Omega$.

Dans cette partie seulement, pour simplifier l'analyse qualitative, on suppose que chaque lampe a le même comportement électrique qu'un conducteur ohmique de résistance R_{Lampe}.

4.1.1. Immédiatement après la fermeture de l'interrupteur K, les deux lampes ne s'allument pas simultanément : une lampe brille quasi-instantanément, l'autre brille avec retard.

Quelle lampe s'allume la première ? Pourquoi l'autre s'allume-t-elle avec retard ?

4.1.2. Dans la chambre du circuit contenant la bobine, on peut observer successivement deux régimes différents pour le courant électrique. Nommer ces deux régimes.

4.1.3. Que peut-on dire de la luminosité des deux lampes en fin d'expérience ? Justifier.

4.1.4. On appelle τ la constante de temps caractérisant l'évolution temporelle de l'intensité du courant électrique lors de l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L. Dans le cas étudié $R = R_1 + R_{Lampe}$. La durée nécessaire pour atteindre la luminosité maximale est de l'ordre de $5\,\tau$.

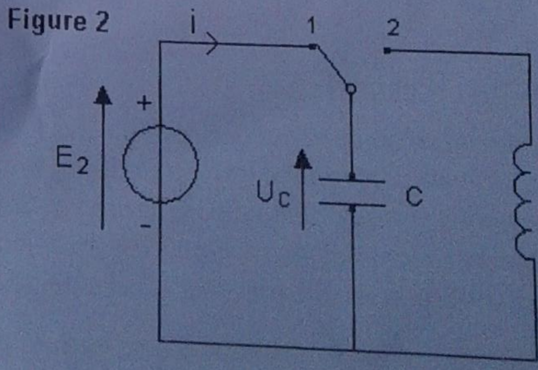
4.1.4.1. Exprimer la constante de temps τ en fonction de l'inductance L et de la résistance R.

4.1.4.2. Justifier par un calcul d'ordre de grandeur le fait que ce phénomène est détectable par un observateur. On prendra $R \approx 10\ \Omega$.

On précise que l'œil est capable de distinguer deux images consécutives séparées d'au moins 0,1 s.

4.2. Vérification de la valeur de l'inductance L de la bobine utilisée.

Dans cette partie, les élèves cherchent à déterminer précisément la valeur de l'inductance L de la bobine utilisée. Ils réalisent le montage, représenté sur la figure 2, permettant d'enregistrer la décharge d'un condensateur de capacité C = 22 µF à travers la bobine. Le condensateur est initialement chargé sous une tension $E_2 = 6{,}0$ V (commutateur en position 1).



Après avoir basculé le commutateur en position 2, on enregistre l'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps; la courbe obtenue est représentée sur la figure 3.

5.1. Le rhénium ($^{186}_{Z}Re$) est un noyau radioactif β^-.

Sur le diagramme (N, Z) de la figure 4 ci-contre où N représente le nombre de neutrons et Z le nombre de protons, la courbe tracée permet de situer la vallée de stabilité des isotopes. Le point représentatif du noyau de rhénium 186 est placé au-dessus de cette courbe.

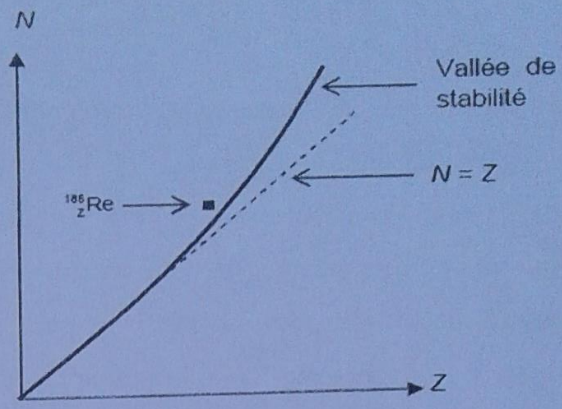


Figure 4 Diagramme (*N*, *Z*)

5.1.1. Déduire de ce diagramme si cet isotope radioactif possède un excès de neutron(s) ou un excès de proton(s) par rapport à un isotope stable du même élément.

5.1.2. Quel nom porte la particule émise au cours d'une désintégration β^- ?

5.1.3. Ecrire l'équation de la désintégration du noyau de rhénium 186 noté ($^{186}_{Z}Re$) sachant que le noyau fils obtenu correspond à un isotope de l'osmium noté ($^{A}_{76}Os$). En énonçant les lois utilisées, déterminer les valeurs de A et de Z. On admet que le noyau fils obtenu lors de cette transformation n'est pas dans un état excité.

5.2. Le produit injectable se présente sous la forme d'une solution contenue dans un flacon de volume V_{flacon} = 10 mL ayant une activité A_0 = 3700 MBq à la date de calibration, c'est-à-dire à la sortie du laboratoire pharmaceutique. Pourquoi est-il précisé "à la date de calibration" en plus de l'activité ?

5.3. Calcul du volume de la solution à injecter.

5.3.1. L'activité A(t) d'un échantillon radioactif peut s'exprimer par la relation suivante $A(t) = \lambda.N(t)$ où N(t) représente le nombre de noyaux radioactifs à la date t et λ la constante radioactive. Calculer la masse m de rhénium 186 contenu dans le flacon de volume V_{flacon} à la date de calibration.

5.3.2. En s'aidant des données, quelle est la valeur de l'activité A_1 de l'échantillon contenu dans le flacon au bout de 3,7 jours après la date de calibration ?

5.3.3. L'activité de l'échantillon à injecter dans l'articulation d'une épaule est $A_{thérapie}$ = 70 MBq. En supposant que l'injection a lieu 3,7 jours après la date de calibration, calculer le volume V de la solution à injecter dans l'épaule.

FIN DU SUJET

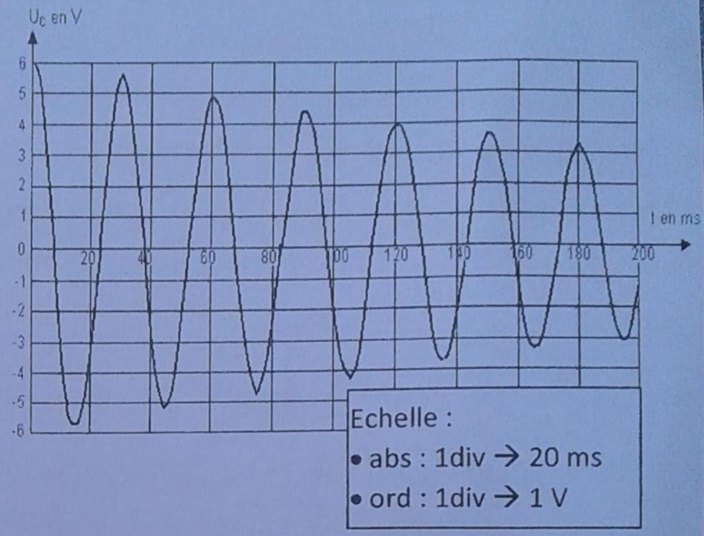
4.2.1. Comment nomme-t-on le régime correspondant à cette évolution de la tension U_C (t) aux bornes du condensateur ?

4.2.2. Quelle est la cause, en terme d'énergie, de l'amortissement des oscillations observé sur l'enregistrement donné en figure 3 ?

4.2.3.. Qualifier l'évolution temporelle de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit en choisissant un ou plusieurs adjectifs parmi : périodique ; croissante ; décroissante ; sinusoïdale.

4.2.4. On admet que l'amortissement est faible et que la pseudo-période T des oscillations est égale à la période propre T_0 d'un circuit LC. Déterminer la valeur de la pseudo-période T des oscillations puis celle de l'inductance L de la bobine.

Figure 3



4.2.5. La valeur de l'inductance L calculée est-elle compatible avec les données du constructeur ?

EXERCICE 5 : (4 points)

La médecine nucléaire désigne l'ensemble des applications où des substances radioactives sont associées au diagnostic et à la thérapie. Depuis les années 1930, la médecine nucléaire progresse grâce à la découverte et à la maîtrise de nouveaux isotopes. La radiothérapie vise à administrer un radiopharmaceutique dont les rayonnements ionisants sont destinés à traiter un organe cible dans un but curatif ou palliatif. Ainsi on utilise du rhénium 186 dans le but de soulager la maladie rhumatoïde et du phosphore 32 pour réduire la production excessive de globules rouges dans la moelle osseuse.

D'après le site : http://www.asn.fr

Cet exercice traite de l'utilisation du rhénium 186. On s'intéresse à l'aspect physique des phénomènes, les aspects biologiques ne sont pas pris en compte.

Données :

- temps de demi-vie du rhénium 186 : $t_{1/2}$ ($^{186}_{Z}Re$) = 3,7 j (jours).
- constantes radioactives: λ ($^{186}_{Z}Re$) = $2,2 \times 10^{-6}$ s^{-1} ; λ ($^{32}_{15}P$) = $5,6 \times 10^{-7}$ s^{-1}.
- masse molaire du rhénium 186 : M ($^{186}_{Z}Re$) = 186 g.mol^{-1}.
- masses de quelques noyaux et particules : m ($^{32}_{15}P$) = $5,30803 \times 10^{-26}$ kg
  m ($^{32}_{16}S$) = $5,30763 \times 10^{-26}$ kg   m ($^{0}_{-1}e$) = $9,1 \times 10^{-31}$ kg.
- célérité de la lumière dans le vide : c = $3,0 \times 10^{8}$ m.s^{-1}.
- constante d'Avogadro : N_A = $6,02 \times 10^{23}$ mol^{-1} ;

UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR
FASTEF
Département de Mathématiques

CONCOURS D'ENTRÉE
SECTION F1C1 MSVT
2020

MATHÉMATIQUES

Durée: 4 heures

Les calculatrices électroniques non imprimantes avec entrée unique par clavier sont autorisées. Les calculatrices permettant d'afficher des formulaires ou des tracés de courbe sont interdites. Leur utilisation sera considérée comme une fraude.

Exercice 1 (10 points)

Pour chacun des items proposés, recopier le ou les résultats justes, s'il(s) existe(nt), et justifier votre choix.

N°	*Items*	*Résultat A*	*Résultat B*	*Résultat C*	*Résultat D*
1	*Soient A et B deux points du plan et k un réel appartenant à l'intervalle* $[0,1]$. *L'ensemble des points M du plan tels que M est le barycentre des points pondérés* $\{(A,k);(B,(1-k))\}$ *est :*	*la demi-droite* $[AB)$	*le segment* $]AB[$ *privé des points A et B*	*la droite* (AB)	*le segment* $[AB]$
2	*Soit a un nombre complexe de module 1. Soit f une application du plan P dans lui-même qui à tout point d'affixe z associe le point M' d'affixe* $az+b$. *Si* $a \neq 1$ *alors f :*	*est une homothétie*	*est une rotation*	*admet un point invariant*	*est une translation*
3	*Un carré*	*a exactement deux axes de symétrie*	*est un losange*	*a exactement quatre axes de symétrie*	*n'est pas un parallélogramme*
4	*Soit t la transformation du plan P dans lui-même qui à tout point* $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ *associe le point* $M'\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ *tel que* $\begin{cases} x' = y-1 \\ y' = x+1 \end{cases}$ *alors t*	*admet au moins un point invariant*	*est une rotation d'angle* π	*admet au plus un point invariant*	*est une symétrie orthogonale*
5	*Une droite est perpendiculaire à un plan si et seulement, si elle est*	*orthogonale à une droite de ce plan*	*orthogonale à deux droites parallèles de ce plan*	*sécante à ce plan*	*orthogonale à deux droites sécantes de ce plan*
6	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sin x}{x^2+1}$	*est égale à 0*	*est égale à* $+\infty$	*est égale à 1*	*n'existe pas*

7.	$(AB)\perp(CD)$ équivaut à	$arg\left(\dfrac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$	$arg\left(\dfrac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)=\pi+k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$	$arg\left(\dfrac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)=2k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$	$\dfrac{z_{\overrightarrow{CD}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}$ est imaginaire pur
8.	L'équation $2\sin 2x=\sqrt{3}$ a pour solution	$\dfrac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$	$\dfrac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$	$\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$	$-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$
9.	pC_n^p est égal à	$\dfrac{n!}{(n-p)!}$	nC_{n-1}^{p-1}	$p!2n$	$\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$
10.	$x\mapsto \ln(\ln x)$ est dérivable sur	$[0;+\infty[$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$	$]0;1]$

Exercice 2 (4 points)

Dans un pays, une étude sur l'évolution du taux de mortalité de malades atteints de covid-19, Y (en pourcentage) en fonction de l'âge X (années) a donné les résultats exprimés dans le tableau suivant :

Age (années)	25	35	45	55	65
Taux de mortalité (en %)	2,2	2,5	2,8	3,0	3,2

1. *Calculer le coefficient de corrélation linéaire r_{xy}.* **1,5 pt**
2. *Ecrire l'équation de la droite de régression linéaire de Y par rapport à X.* **1,5 pt**
3. *D'après ce modèle, à combien peut on estimer les taux de mortalité de malades ayant respectivement 46 ans et 60 ans ?* **1 pt**

(Les résultats seront présentés à 3 décimales près)

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{2x})$.

1. *Soit φ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $\varphi(t)=\dfrac{2t}{1+t}-\ln(1+t)$.*
   Démontrer qu'il existe un seul nombre réel $\alpha>1$ tel que $\varphi(\alpha)=0$. **1,5 pt**
2. *Etudier les variations de la fonction f ; on établira une relation entre $f'(x)$ et $\varphi(e^{2x})$.* **2,5 pts**
3. *Déterminer, si elles existent, les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$.* **1 pt**
4. *Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.* **1,5 pt**