

DÉNOMBREMENTS PRATIQUES

Exercice 1 - Groupe d'étudiants - *L1/Math Sup/Prépa HEC* - ★

Réaliser un tableau à double entrée

Exercice 2 - Dans une entreprise... - *Prépa HEC* - ★

Donner un nom à chacun des ensembles de base, et exprimer les autres en fonction de ceux-ci.

Exercice 3 - Nombres et chiffres - *Prépa HEC* - ★

Il faut mettre à part le premier chiffre (différent de 0), puis

1. Décrire les éléments de A en terme de 7 – liste.
2. Décrire les éléments de A_1 en terme d'arrangements.
3. Séparer le traitement du chiffre des unités et le traitement des chiffres précédents.
4. Combien y-a-t-il de façons de choisir 7 chiffres distincts parmi 9 ?

Exercice 4 - Podium ! - *L1/Math Sup* - ★

Se reporter à son cours !

Exercice 5 - Tirage dans un jeu de cartes - *Prépa HEC* - ★

1. Il faut choisir une partie à 5 éléments dans un ensemble à 32 éléments.
2. Compter séparément le nombre de tirages comprenant 5 carreaux et 5 piques.
3. Choisir les carreaux, puis les piques.
4. Compter les tirages sans roi, et retirer du nombre total.
5. Compter les tirages sans roi, puis ceux avec exactement un roi.
6. Séparer les tirages contenant le roi de pique, et ceux ne contenant pas le roi de pique.

Exercice 6 - Ranger des livres - *Prépa HEC* - ★

1. Choisir l'ordre des groupes, puis l'ordre des livres à l'intérieur de chacun des groupes.
2. Choisir la position du groupe des livres de mathématiques, puis ranger les livres de mathématiques d'un côté, le reste des livres de l'autre.

Exercice 7 - Anagrammes - *L1/Math Sup/Prépa Hec* - ★

Un anagramme correspond à une permutation des lettres, mais certaines permutations donnent le même résultat.

Exercice 8 - Des tours sur un échiquier - *L1/Math Sup/Prépa Hec* - ★

Commencer par choisir les lignes où sont les tours.

Exercice 9 - Le problème des anniversaires - *L1/Math Sup* - ★★

Traduire le problème en terme d'application injective (ou plutôt non injective...).

Exercice 10 - Grilles de Fleissner - *L1/Math Sup* - ★★

1. On a 36 choix pour le premier trou. Et combien pour le second ?

2. Il faut effectuer $n^2/4$ trous...

DÉNOMBREMENTS PLUS THÉORIQUES

Exercice 11 - Parties de cardinal pair - L1/Math Sup - ★★

Procéder par récurrence sur n .

Exercice 12 - Partition d'un ensemble - L1/Math Sup - ★★

Pour chaque liste ordonnée des np éléments, on regroupe les éléments dans l'ordre p par p . Il faut ensuite diviser par le nombre de listes qui donnent la même partition.

Exercice 13 - Dérangement et problème des rencontres - Math Sup/L1 - ★★

1. Une permutation d'un tel E peut-elle n'avoir aucun point fixe ?
2. Ecrire toutes les permutations de E .
3. Compter le nombre de choix d'éléments invariants, puis le nombre de permutations possibles sur les éléments non invariants. Séparer ensuite l'ensemble des permutations de E en fonction de leurs nombre de points invariants.
4. Appliquer successivement la relation précédente pour $n = 3$, $n = 4$, $n = 5$.
5. (a) Exprimer le nombre en terme de permutations.
(b) Exprimer le nombre en terme de dérangements.
(c) Choisir le couple légitime, puis déranger les autres.
(d) Compter aussi le cas où il y a exactement deux couples légitimes.

Exercice 14 - Partie sans entiers consécutifs - L1/Math Sup - ★★

1. Si $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_p$ sont des entiers dont deux ne sont jamais consécutifs, quelle est la valeur minimal de a_p ?
2. Calculer $b_{i+1} - b_i$.
3. La bijection est donnée par la question précédente (mais il faut encore prouver que c'est une bijection).
4. Le cardinal de G_n^p est connu !

Exercice 15 - Nombre de surjections - L1/Math Sup - ★★★

- 1.
2. Un unique élément de l'ensemble d'arrivée doit avoir deux antécédents.
3. On pourra considérer la restriction à $\{1, \dots, n-1\}$ d'une surjection de $\{1, \dots, n\}$ sur $\{1, \dots, p\}$.
- 4.

COEFFICIENTS BINÔMIAUX

Exercice 16 - Autour de la formule du binôme - *L1/Math Sup* - ★

1. Développer d'abord sous la forme $((a + b) + c)^7$.
2. Développer $(1 + x)^n$ et intégrer !
3. $(1 + x)^m = (1 + x)^q(1 + x)^{m-q}$, et calculer le coefficient devant x^p .

Exercice 17 - Une extension de la formule du triangle de Pascal - *L1/Math Sup* - ★

S'inspirer de la démonstration de la formule du triangle de Pascal (considérer un ensemble ayant m éléments, isoler q éléments et chercher le nombre de parties à p éléments).

Exercice 18 - Une somme - *L1/Math Sup* - ★

Procéder par récurrence ou par dénombrement d'ensembles (pour ce dernier cas, on pourra discuter suivant la valeur du plus grand entier d'une partie à $p + 1$ éléments de $\{1, \dots, n + 1\}$).

Exercice 19 - Bizarre, bizarre,... - *L1/Math Sup* - ★★

On pourra compter le nombre de parties à n éléments dans un ensemble à $2n$ éléments en coupant d'abord le gros ensemble en deux parties égales. On peut aussi utiliser des polynômes.

Exercice 20 - Avec des nombres complexes - *L1/Math Sup* - ★★

Mettre $(1 + i)$ sous forme trigonométrique. Calculer d'une autre façon en utilisant la formule du binôme.

Exercice 21 - Avec des polynômes - *L1/Math Sup* - ★★

Pour S_n , introduire les polynômes $P(x) = (x + 1)^n$, $Q(x) = (x - 1)^n$ et chercher le coefficient devant x^n du produit PQ de deux façons différentes. Pour calculer T_n , on pourra étudier le produit PP' .

SYMBOLE SOMME

Exercice 22 - - *L1/Math Sup* - ★

Calculer $\sum_{k=1}^n (1 - x_k)^2$.