



پردیس علوم  
دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

# مدل های ریاضی در اقتصاد کلان

نگارنده

سامان صنعتی

استاد راهنما: دکتر غلامرضا رکنی لموکی

گزارش پروژه برای دریافت درجه کارشناسی  
در رشته ریاضیات و کاربردها

اسفند ۱۴۰۲

## چکیده

در این پروژه پس از بیان اجمالی تاریخ عقاید اقتصادی، نظریات چند تن از مهم ترین و تاثیرگذار ترین اقتصاددانان را با رویکرد ریاضی مورد بررسی قرار دادیم. دیدگاه آدام اسمیت در مورد مزایا و معایب تقسیم کار و لزوم دخالت دولت در بعضی موارد خاص و دیدگاه مارکس پیرامون ارزش، استثمار، ساعت کار و نقش آن در مبارزه طبقاتی را تجزیه و تحلیل کردیم. همچنین با کمک مدل  $IS - LM$  دیدگاه کینز در مورد تقاضای کل و نوسانات اقتصادی را به بوته آزمایش گذاشتیم. در پایان با معرفی مدل سولو، عوامل موثر بر رشد یک اقتصاد را بررسی کردیم و نیروی کار، فناوری و سرمایه را به عنوان مهمترین عوامل رشد معرفی کردیم.

# سپاسگزاری

از استاد رکنی عزیز بابت راهنمایی ها و نظراتشان در طی انجام این پروژه صمیمانه قدردانی و تشکر می کنم.

# فهرست مطالب

۱	مقدمه	۱
۴	آدام اسمیت و نقش دولت	۲
۴	۱.۲ تامین آثار عمومی غیر قابل استثنا: روشنایی معابر	
۶	۲.۲ پرداختن به اثرات خارجی منفی: بازبینی تقسیم کار	
۱۰	ساعات کار و تضاد طبقاتی	۳
۱۱	۱.۳ ارزش و استعمار	
۱۴	۲.۳ ترجیحات و مبارزه طبقاتی	
۱۹	۳.۳ کاهش ساعت کار به عنوان سیاست اشتغال	
۲۲	مدل IS-LM	۴
۲۳	۱.۴ منحنی IS	
۲۳	۲.۴ منحنی LM	
۲۴	۳.۴ ساخت مدل IS-LM	
۲۶	۴.۴ تحلیل و بررسی مدل	
۲۸	۵.۴ کاربرد مدل IS-LM	
۲۹	مدل رشد سولو	۵
۳۳	۱.۵ تحلیل و بررسی مدل	
۳۳	۱.۱.۵ تجزیه و تحلیل پایداری به کمک تبدیل برنولی	
۳۵	۲.۱.۵ تجزیه و تحلیل پایداری خطی	
۳۵	۳.۱.۵ تجزیه و تحلیل پایداری به کمک نمودار	
۳۷	۲.۵ همگرایی	
۳۷	۳.۵ سیاست های بهبود رشد اقتصادی	
۳۷	۱.۳.۵ تخصیص سرمایه گذاری در اقتصاد	
۳۸	۲.۳.۵ تشویق رشد فناوری	



# فصل ۱

## مقدمه

بشر از آغاز تاکنون به دنبال حل مسائل اقتصادی خود بوده است. مدارک مکتوب شامل تفکرات اندیشمندان در رابطه با موضوعات اقتصادی طی یک دوره بیش از دو هزار ساله موجود است که با آرا نویسندگان عهد انجیل و اندیشمندان یونان باستان آغاز می شود. بسیاری از مفاهیم و موضوعاتی که هنوز هم در علم اقتصاد اهمیت دارند در آثار نویسندگان یونان باستان یافت می شود. مفاهیمی شامل تقسیم نیروی کار و تخصص، پول، مبادله، ارزش، منافع شخصی، اداره املاک و مدیریت بخش عمومی. بعد ها اقتصاددانان هر مکتب از این مفاهیم در نظریات خود استفاده کردند. در اینجا به بررسی آرا سه تن از بزرگ ترین اقتصاددان یعنی آدام اسمیت، مارکس و کینز می پردازیم. خالق حقیقی دانش نوین اقتصاد به اقرار همه آدام اسمیت است. معروف ترین اندیشه اسمیت این است که تنها نفع شخصی که بی آنکه بدانیم و یا حتی بخواهیم بطور طبیعی جامعه را به بهبود و رفاه و آبادی سوق می دهد. بنابراین ثروت مندی ملت در نظر اسمیت نتیجه غریزه طبیعی است که جنبه تقوی و پرهیزکاری ندارد و خالق متعال در سرشت ما نهاده است تا اغراضی که قابل پیش بینی ما نیست حاصل شود.

اسمیت در مهمترین کتاب خویش یعنی ثروت ملل از بسیاری از آرا پیشینیان و هم عصران خویش بهره برده است اما در یک نکته احتیاج نداشت که از آنها چیزی بیاموزد و آن موضوع آزادی طلبی اقتصادی است. او از مدت ها پیش مدافع سرسخت این عقیده بود.

تصور جهان اقتصادی مانند کارگاهی عظیم ناشی از تقسیم کار؛ ارجاع دادن پدیده های اقتصادی به هدایت انگیزه روانی اساسی یعنی میل ثابت آدمی به بهتر کردن وضع اقتصادی خود و بالاخره سیاستی اقتصادی پایه گذاری شده برای نخستین بار بر اساس منافع جامعه و نه برحسب منافع طبقه ای خاص، ارکان اصلی کتاب اسمیت هستند.

به طور خلاصه مهم ترین عقاید اسمیت در سه اصل زیر خلاصه می شوند: تقسیم کار، سازمان طبیعی و خودکار جهان اقتصادی به وسیله انگیزه نفع شخصی و سیات آزادی اقتصادی. به عقیده اسمیت سرچشمه حقیقی ثروت هر ملت کار سالانه اوست. در این جمله اسمیت مسلما

نخواستۀ است اثر و اهمیت نیروهای طبیعت و یا سرمایۀ را در تولید ثروت انکار کند ولی با این عبارت خواسته است اختلاف نظر خود با فیزیوکرات ها را بیان کند. بنابراین به نظر او در مرحله نهایی کار و کوشش آدمی است که هر سال توده اشیا قابل مصرف را برای او تولید می کند، نه نیروهای طبیعت که بدون هدایت انسان عقیم و بی فایده اند.

طبق نظر اسمیت انسان چون تنها و سر خود باشد به زحمت می تواند ساده ترین نیازهای خویش را رفع کند ولی با تقسیم کار و معاوضه موفق می شود که محصول کار و رفاه خود را چندین برابر کند.

چرا تقسیم کار موجب این همه افزایش قدرت تولید است؟ اسمیت آن را مربوط به سه دلیل می داند، نخست مهارت حاصل از نتیجه اشتغال ثابت به کار مشخص، دوم صرفه جویی در وقت به دلیل عدم تغییر پی در پی کار، سوم اختراعات و اصلاحاتی که اشتغال همیشگی به یک کار در روش و وسایل تولید باعث می شود.

در کتاب اسمیت دو اندیشه اساسی دیگر وجود دارد که در پیرامون آن ها می توان نظریه های خاص او را جمع کرد:

اول، اندیشه طبیعی و خودکار بودن بنیاد های اقتصادی و دوم، اندیشه خیر و نیک بودن آن ها و یا به عبارت دیگر این دو را می توان طبیعی طلبی و خوش بینی آدام اسمیت نام نهاد. از نظر اسمیت خیر بودن بنیاد های اقتصادی با طبیعی بودن آن ها ارتباط نزدیک دارد. در قرن هجدهم با شوق تمام هر چیز طبیعی را خوب می دانستند.

اندیشه خودکاری بنیاد های اقتصادی یکی از افکاری است که اسمیت غالباً به آن برگشت می کند. برای آنکه جهان اقتصادی صورت و شکل کنونی را پیدا کند کافی بوده است که هزاران و میلیون ها نفر هر یک بدون توجه به دیگران و بدون اندیشه درباره نتیجه اجتماعی اعمالی که انجام می دهد در پی کار و زندگی خود باشد.

نتیجه عملی طبیعی طلبی و خوش بینی اسمیت بدیهی است که آزادی اقتصادی است. هر کس تا زمانی که قوانین عدالت را نقض نکرده است مطلقاً آزاد است هر طور که بخواهد و مناسب بداند در پی نفع خویش باشد و کار و سرمایۀ خود را با هرکس دیگر و یا هر طبقه دیگر از افراد وارد عرصه رقابت بکند. حکومت ها همیشه و بدون استثنا بزرگ ترین و لخرج های جامعه هستند. دلایل آن بسیار است، مهم ترین آن این است که دولت پولی را خرج می کند که دیگران به دست آورده اند و هر کس همیشه در مورد مصرف پول دیگران و لخرج تر از پول خود می باشد.

در نظر اسمیت اداره دولت از روی ناچاری است؛ بنابراین مداخله آن باید کاملاً محدود و منحصر به اموری باشد که عمل فرد در آن غیر ممکن است. او برای دولت فقط سه خدمت قائل است: اداره دادگستری، دفاع از مملکت و ساختن بعضی از تاسیسات عام المنفعه و دایر کردن بعضی از موسسات عمومی که هرگز ایجاد کردن آن ها به نفع فرد معین و یا عده محدودی از افراد نیست.

اسمیت بر بسیاری از اقتصاددانان بعد از خودش از جمله مارکس تاثیر گذاشت. مهم ترین مسئله نزد مارکس تضاد طبقاتی، حذف سرمایۀ داری و در نهایت ایجاد یک دولت کمونیستی است. مارکس می گوشت ثابت کند که استثمار نتیجه اجتناب ناپذیر دادوستد است که نه کارگران می توانند خود

را از آن برکنار کنند و نه کار فرمایان. مارکس برای شرح ایده خود ابتدا مفهوم ارزش را بیان می کند، او کار را مقیاس و علت ارزش می داند. این ارزش چگونه معین می شود؟ ویژگی مشخص سرمایه داری این است که نیروی کار انسانی هم کالایی است مانند کالاهای دیگر و ارزش آن عیناً همان "مقدار کار لازم برای تولید نیروی کار" است. این عبارت به معنای مدت کار لازم برای تولید وسایل معاش و بقای کسی که آن نیرو را در خدمت قرار می دهد. از نظر مارکس ارزش مواد ضروری برای نگهداری نیروی کار هرگز با ارزش محصولاتی که همین کار تولید می کند مساوی نیست. همواره کار انسانی این مزیت را دارد که محصول تولید شده آن بیشتر از محصول مصرف شده آن و یا به عبارت دیگر ارزش تولید شده آن اضافه بر ارزش مصرف شده آن است. مارکس این مازاد را ارزش اضافه می نامد و آن را عامل استثمار می داند. از دیگر اقتصاددانان اثرگذار تاریخ می توان به جان مینارد کینز اشاره کرد، کتاب نظریه عمومی اشتغال، بهره و پول اثر بسیار زیادی بر اندیشه های اقتصادی داشت. این کتاب اغلب به عنوان نقطه آغاز انقلاب در سیاست های اقتصاد کلان محسوب می شود. کینز کتاب های زیادی نوشت، در کتاب رساله ای در مورد پول کینز ادوار اعتبار را به لحاظ ارتباط شکاف های نرخ بهره و نوسانات سطح قیمت مورد مطالعه قرار می دهد. در سال های بعد و در دوران رکود بزرگ، کینز تمرکز خود را از تغییرات قیمت کل به تغییرات در تولید و درآمد کل معطوف می کند. نتیجه این بررسی ها کتاب نظریه عمومی اشتغال، بهره و پول بود. کینز در این کتاب بر این نکته تاکید کرد که سطوح تولید و اشتغال توسط اصل تقاضای موثر تعیین می شود نه توسط عرضه سرمایه و نیروی کار. علاوه بر این کینز فرض می کند که نرخ بهره یک نقش کاملاً متفاوت از برابر سازی پس انداز و سرمایه گذاری بر عهده دارد که در اقتصاد نئوکلاسیک ها بر آن تاکید شده است. "این وظیفه نرخ بهره است که نه فقط تعادل بین تقاضا و عرضه کالاهای سرمایه ای جدید را حفظ کند بلکه باید تعادل بین تقاضا و عرضه پول یا تعادل بین تقاضای نقدینگی پول و ابزارهای تامین این تقاضا (عرضه پول) را برقرار نماید".



## فصل ۲

# آدام اسمیت و نقش دولت

هدف این بخش تجزیه و تحلیل جزئیات نقش دولت آنطور که اسمیت در کتاب ثروت ملل شرح می دهد با استفاده از نظریه بازی است، چندین مسئله است که اسمیت در زمینه نگهداری از مؤسسات عمومی و کارهای عمومی بحث می کند. در میان تحلیل های تفصیلی مسائل زیر وجود دارد: روشنایی معابر (نمونه ای از کارهای عمومی غیرقابل استثنا) که بر مشکل تأمین کالای عمومی غلبه می کنند. حفاظت از صنایع نوزاد و نوآوری و اثرات بیرونی منفی ناشی از تقسیم کار (و اینکه در مورد آنها چه باید کرد). این ما را به تهیه کالاهای عمومی (قابل استثنا) بازمی گرداند. اینکه یک کالای عمومی قابل استثنا باید توسط (برخی از سطوح) دولت ارائه شود، به دلیل ورودی مهمی است که آموزش به بافت اجتماعی می آورد.

### ۱.۲ تأمین آثار عمومی غیر قابل استثنا: روشنایی معابر

اسمیت تنها به صورت گذرا به نمونه چراغ های خیابان اشاره می کند. اسمیت موضوع ارائه آنها را مطرح می کند تا به یک نکته گسترده تر اشاره کند: آن کارهای عمومی که نمی توان انتظار داشت توسط افراد خصوصی ارائه شود، بهتر است توسط دولت در سطح محلی پرداخت شود تا دولت در سطح ملی (یک کاربرد اولیه از اصل انتفاع<sup>۱</sup>). با این وجود، از آنجایی که دولت در سطوحی برای آنها هزینه می پردازد، آنها به عنوان نمونه ای از مداخله دولت تعیین می شوند. اسمیت می گوید:

آن دسته از کارهای عمومی که ماهیت آنها به گونه ای است که نمی توانند هزینه خود را برای حفظ خود بدهند اما منافع آنها تقریباً به یک منطقه خاص یا شهرستان محدود می شود، همیشه بهتر است که این آثار عمومی توسط درآمد محلی یا استانی تحت مدیریت یک حکومت محلی یا استانی نگهداری شوند تا توسط درآمد عمومی دولت که همیشه قدرت اجرایی آن را دارد. آیا احتمالی

<sup>1</sup>benefit principle

وجود دارد که خیابان‌های لندن با هزینه‌های خزانه عمومی دارای روشنایی و سازه‌بندی شوند، به گونه‌ای که در حال حاضر هستند یا حتی با هزینه‌ای کمتر؟ علاوه بر این، هزینه در این صورت به جای برداشتن از مالیات محلی از ساکنان هر خیابان یا منطقه خاصی در لندن، از درآمد عمومی دولت پرداخت می‌شود و در نتیجه توسط مالیاتی بر تمام ساکنان کشور برداشت خواهد شد، که بخش عمده‌ای از آن‌ها هیچ گونه منفعتی از روشنایی و سازه‌بندی خیابان‌های لندن ندارند.

به عنوان نسخه‌ای از بازی اسمیت، بازیکنان در مسئله روشنایی خیابان هر یک از ساکنان محله در مقابل  $n - 1$  ساکن دیگر هستند، که می‌توان آن را به عنوان یک بازی دو نفره  $2 \times 2$  انتزاع کرد که بازیکن دوم نماینده  $n - 1$  ساکن دیگر در محله باشد. البته چراغ‌های خیابانی غیرقابل استثنا هستند، بنابراین شخص یا شرکتی نمی‌تواند آن‌ها را خریداری کند و سپس از ساکنان محله‌ای که قبلاً در آنجا زندگی می‌کنند هزینه تهیه و نگهداری آن‌ها را دریافت کند. بدون دخالت دولت، تامین چراغ‌های خیابانی باید به صورت داوطلبانه بین ساکنان انجام شود.

فرض کنید هر ساکن تمایل به تامین نورپردازی در خیابان خود داشته باشد؛ او بهتر است چراغ‌های خیابان را داشته باشد و مجبور نباشد برای آن‌ها هزینه‌ای بپردازد. او می‌تواند پرداخت نکند و سعی کند از همسایگانش استفاده کند و آن‌ها هزینه را پرداخت کنند در حالی که خود او پرداخت نمی‌کند. این برای او بهترین حالت است، اما در این صورت ساکنان دیگر نیز ممکن است سعی کنند از او استفاده کنند. اگر تعداد کافی از افراد سعی کنند از سایرین استفاده کنند، هیچ چراغی برای روشنایی به وجود نخواهد آمد که این یک نتیجه غیر بهینه است. بازی حاصل یک مسئله تامین کالای عمومی است، با ورودی‌هایی که نشان‌دهنده سود هستند. یک بازی معمولی چراغ‌های خیابان به صورت زیر مدل می‌شود.

مجموعه بازیکنان = { ساکن اول، ساکن دوم (نماینده  $n - 1$  ساکن دیگر) }

مجموعه عمل بازیکنان = { پرداختن پول ( $P$ )، نپرداختن پول ( $N$ ) }

اگر  $u_i$  که  $i = 1, 2$  تابع سود با دو ورودی باشد، آنگاه ارجحیت‌های هر بازیکن به صورت زیر است:

$$u_i(N, P) > u_i(N, N) = u_i(P, P) > u_i(P, N)$$

هر ساکن می‌داند که صرف نظر از تصمیمات  $n - 1$  ساکن دیگر، انتخاب حداکثرسازی سود او عدم پرداخت است. سایر ساکنان نیز این را می‌دانند و هر ساکن می‌داند که سایر ساکنان آن را می‌دانند و غیره. در یک بازی یک مرحله‌ای، ساکنان بعید به نظر می‌رسد که پولی بپردازند و در واقع هر کس سعی می‌کند مفت سواری کند. در چنین حالتی، دولت محلی ممکن است وارد عمل شود و از هر ساکن برای چراغ‌های خیابان مالیات اخذ کند. در واقع، مردم مجبور به پرداخت هستند و نتیجه بازی را به بهینه‌ی پارتو گوشه سمت چپ بالا ماتریس تغییر می‌دهند. این دقیقاً راه حلی است که اسمیت در نقل قول قبل از ماتریس بازی پیشنهاد می‌کند.

فرم ماتریسی بازی به صورت زیر است:

		ساکن دوم	
		پرداختن	نپرداختن
ساکن اول	پرداختن	(۰،۰)	(-۱،۲)
	نپرداختن	(۲،-۱)	(۰،۰)

شکل ۱.۲: بازی اسمیت کارهای عمومی غیر قابل استثنا

## ۲.۲ پرداختن به اثرات خارجی منفی: بازبینی تقسیم کار

شاید برجسته ترین مثالی که اسمیت از شکست بازارهای آزاد در القای نتایج بهینه ارائه می کند، تقسیم کار باشد. این ممکن است برای بسیاری به عنوان یک بیانیه عجیب و غریب به نظر برسد. برخی از به یاد ماندنی ترین و شناخته شده ترین قسمت های کتاب ثروت ملل نشان می دهد که چگونه تقسیم کار مهمترین عامل افزایش بهره وری است. کارخانه سنجاق سازی معروف اسمیت به خوبی این اصل کلی را نشان می دهد. تقسیم کار در واقع تمام قدرت تولیدی را دارد که او در این کتاب به آن نسبت داده است، اما علاوه بر این، اثرات خارجی منفی شدیدی بر شخصیت انسان ایجاد می کند. در حالی که اکثر مردم در مسیر شغل خود آموزش می بینند، تقسیم کار آنها را به انجام وظایف پراکنده محدود می کند و بنابراین درک آنها از جهان و دیگران را به طور فزاینده ای محدود می کند. اسمیت در اینجا صراحتاً می گوید:

در پیشرفت تقسیم کار، اشتغال بخش بزرگتری از کسانی که با کار زندگی می کنند، یعنی بدنه بزرگ مردم، به چند عملیات بسیار ساده محدود می شود، اغلب به یک یا دو. اما درک بخش بزرگی از افراد لزوماً از طریق مشاغل معمولی آنها شکل می گیرد. مردی که تمام عمرش صرف انجام چند عمل ساده می شود تا آنجا که ممکن است انسانی احمق و نادان می شود. تلاطم ذهن او را نه تنها قادر به ذوق یا مشارکت در هر گفتگوی عقلانی نمی کند، بلکه نمی تواند احساسات سخاوتمندانه، نجیبانه یا لطیف را درک کند و در نتیجه در مورد بسیاری از وظایف حتی عادی

زندگی خصوصی قضاوت عادلانه ای داشته باشد.

در سیستم اسمیت، درک افراد از استانداردهای مناسب در طول زمان آموخته می شود. هر نتیجه به شدت به طرز فکر افراد دیگر بستگی دارد. هرچه تحصیلات کمتری داشته باشند، درک و پابندی به استانداردهای شایستگی بیشتر طول می کشد و تکامل معیارهای شایستگی طولانی تر و کمتر خواهد بود. مناسب بودن به اندازه قبل از تقسیم کار از نظر اخلاقی سختگیرانه نخواهد بود و مردم حتی با توجه به استانداردهای جدید کمتر به درستی عمل خواهند کرد. ناتوانی آنها در شرکت در یک گفتگو و انزوای آنها در شهرهای ناشناس، تعاملات اجتماعی آنها را محدود می کند و در نتیجه، آنها را از شکل گیری و اشتراک ارزش های اجتماعی و اخلاقی محروم می کند. اسمیت بر این باور بود که اگر به این تأثیرات خارجی تقسیم کار توجهی نشود، که به نوعی دشمنان داخلی را نشان می دهد، می تواند بافت اجتماعی را تکه تکه کند. فساد ذهن کارگران نیز برای اسمیت یک موضوع سیاسی است. اسمیت استدلال می کند که برای صلح، ثبات و نظم جوامع تجاری داشتن افراد تحصیل کرده بسیار حیاتی است. با همه این دلایل او فکر می کرد که دولت باید به آنها رسیدگی کند:

اگرچه دولت از آموزش رده های پایین تر مردم هیچ مزیتی نمی برد، باز هم سزاوار توجه است که آنها به طور کامل بی آموزش نشوند. با این حال، دولت هیچ مزیت غیر قابل ملاحظه ای از آموزش آنها به دست نمی آورد. هر چه بیشتر به آنها تعلیم داده شود، کمتر در برابر توهمات و خرافه قرار می گیرند، که در میان ملل جاهل، مکرراً وحشتناک ترین نابسامانی ها را به وجود می آورد. علاوه بر این، افراد باهوش و نخبه، همیشه نجیب و منظم تر از افراد نادان و احمق هستند. آن ها احساس می کنند که هر کدام به طور جداگانه قابل احترام تر هستند، و احتمال بیشتری برای جلب احترام مافوق قانونی شان دارند و بنابراین تمایل بیشتری به احترام به آن مافوق دارند. به همین دلیل کمتر در معرض هرگونه مخالفت عمدی یا غیرضروری با تدابیر حکومت هستند.

مسئله توصیف شده توسط اسمیت نه تنها کاملاً امروزی است بلکه در ساختار زیربنایی خود به مدل رقابت برتراند<sup>۲</sup> شبیه است و به جای قیمت، فناوری را به عنوان متغیر تصمیم گیری معرفی می کند. با پیشرفت تکنولوژی، هر شرکتی در یک صنعت باید تصمیم بگیرد که آیا فناوری جدید را در فرآیند تولید خود بگنجاند یا نه. انجام این کار به شرکت این امکان را می دهد که در مقابل رقیب خود برتری پیدا کند، یا حداقل در صورت تمایل رقیب به همان کار ادامه دهد. با این حال، معرفی فناوری جدید مستلزم تقسیم کار بیشتر است و این باعث بدتر شدن ذهن کارکنان خواهد شد. این تأثیر به نوبه خود منجر به پاره شدن بافت اجتماعی می شود، که نتیجه ای کمتر از حد مطلوب برای همه طرف هاست. بنابراین، در شرایط نظریه بازی، انتخاب شرکت ها این است که فناوری جدید را معرفی کنند و یا

<sup>2</sup>Bertrand competition

معرفی نکنند. اگر هر دو شرکت انتخاب یکسانی داشته باشند، آن انتخاب هر چه که باشد، در نهایت به همان جایی می‌رسند که قبلاً بوده‌اند؛ در یک زمین بازی یکنواخت که در آن برای سود اقتصادی رقابت می‌کنند. با این حال، اگر یک شرکت فناوری جدید را معرفی کند در حالی که دیگری این کار را انجام ندهد، شرکتی که آن را معرفی می‌کند در مزیت رقابتی قرار خواهد گرفت که به سود بیشتری تبدیل می‌شود. اگرچه شرکت ممکن است هزینه ثابت بالایی را برای فناوری متحمل شود، اما دستاوردهای بهره‌وری به حدی خواهد بود که میانگین هزینه شرکت کاهش می‌یابد و می‌تواند سود رقیب خود را کاهش دهد، البته به قیمت درک کارکنانش از جهان. شرکتی که فناوری جدید را معرفی نکند، ذهن کارمندان خود را در امان خواهد داشت و متحمل ضررهایی می‌شود که در نهایت منجر به ورشکستگی می‌شود. با توجه به این انتخاب‌ها و نتایج، نمی‌توان شک داشت که شرکت‌ها چه کاری را انتخاب می‌کنند، آن‌ها فناوری را معرفی خواهند کرد. در شکل استراتژیک این بازی ممکن است به صورت زیر ظاهر شود.

		شرکت دوم	
		معرفی	عدم معرفی
شرکت اول	عدم معرفی	(-۱، ۲)	(۰، ۰)
	معرفی	(۰، ۰)	(۲، -۱)

## شکل ۲.۲: بازی اسمیت اثرات خارجی تقسیم کار

توجه داشته باشید که بازی کاملاً متقارن است، از این رو هر شرکتی انگیزه‌ای برای معرفی فناوری جدید دارد. وقتی همه این کار را انجام دهند، سود اقتصادی برای هر شرکتی مانند قبل صفر خواهد شد. نتیجه احتمالی این بازی، خواه تکرار شود یا نه، این است که هر دو شرکت فناوری جدید را معرفی کنند. مشکل این است که در حالی که شرکت‌ها بین گوشه‌های چپ بالا و پایین سمت راست بی تفاوت خواهند بود، کارگران و جامعه ممکن است بی تفاوت نباشند. در گوشه سمت چپ بالا، مزایا و معایب عدم معرفی فناوری جدید باید در نظر گرفته شود. در گوشه پایین سمت راست، تأثیر تقسیم کار و در نتیجه بافت اجتماعی باید در نظر گرفته شود. نقل شده است که اسمیت، زمانی که با شواهد تجربی که در لندن با آن مواجه بود، به طور فزاینده‌ای نگران تأثیر تقسیم کار بر ذهنیت کارگران و در نتیجه بر بافت اجتماعی بود. با این حال، اسمیت خود قبلاً به تأثیرات مخرب تقسیم کار بر ذهن و رفتار کارگران اشاره کرده بود. اما او در آن زمان هیچ راه حلی برای ارائه نداشت و پذیرفت که "رفع این نقایص موضوعی است که درخور توجه جدی است".

قطعات طولانی در کتاب ثروت ملل که به آموزش جوانان و آموزش افراد در هر سنی می پردازد، شواهد قابل توجهی از نگرانی اوست. نقش دولت که اسمیت از آن حمایت می کرد این است که همه مردم را مجبور به آموزش خود کند:

عموم مردم می توانند تقریباً بر همه افراد جامعه فشار بیاورند تا آن بخش های ضروری آموزش را به دست آورند، با اجبار هر فرد به گذراندن آزمون یا امتحان در آنها پیش از آنکه بتواند در هیچ شهر یا دهی کارگاهی تاسیس کند.

اگرچه چنین مداخله ای نتیجه بازی را از نظر انتخاب های بهینه بازیکنان یا بازده آنها تغییر نمی دهد، اما نتیجه را برای کسانی که خارج از بازی هستند که از عواقب آن رنج می برند تغییر می دهد. در تکمیل این بخش، لازم به ذکر است که در حالی که در بازی قبلی تقسیم کار تفاوتی ندارد که بازی یک بار، به طور متناهی یا بی نهایت تکرار شود، ممکن است در مسئله چراغ های خیابان متفاوت باشد.

## فصل ۳

### ساعات کار و تضاد طبقاتی

مارکس نظریه استثمار خود را از طریق بررسی تعارض بر سر ساعات کار، سازماندهی و شدت کار گسترش داد. تئوری های ارزش اضافی مطلق و نسبی بسط این نظریه هستند و نظریه اول به عنوان نقطه آغازی برای بررسی نظری در این فصل عمل می کند. در جلد دوم سرمایه، مارکس همچنین ترجیحات کارگران برای اوقات فراغت را به عنوان منبع درگیری شناسایی کرد. در مراحل اولیه اجرای سیستم کارخانه در انگلستان، برای نرخ دستمزد ساعتی معین، کارگران ترجیح می دادند ساعات کمتری را با دستمزد کمتر کار کنند. بنابراین جدای از تضاد توزیعی بر سر مازاد و زمان کار لازم، تضاد بین سرمایه داران و کارگران بر سر ساعت ها برای دستمزد ساعتی معین نیز وجود داشت. بنابراین تضاد طبقاتی را می توان از نظر تئوری بین آنچه در اینجا به عنوان مبارزه طبقاتی (بر سر میزان استثمار) و ترجیح طبقاتی (بر سر ساعت های عادی کار با نرخ دستمزد ساعتی معین) توصیف می کنیم، تقسیم کرد.

مارکس تعارض بر سر طول روز کاری را در پس زمینه اثرات نامطلوب سلامتی که همراه با ساعات کاری بیش از حد بود، در نظر گرفت. چنین نگرانی هایی در اقتصادهای صنعتی مدرن بی ربط نیستند. علی رغم این واقعیت که کارگران به طور متوسط ساعات کمتری نسبت به اواسط قرن نوزدهم کار می کنند، هنوز شواهد قانع کننده ای وجود دارد که نشان می دهد برخی از کارگران از علائم عدم سلامتی رنج می برند، و ادعای مارکس مبنی بر اینکه کارگران "غیرمنطقی مصرف می شوند" همچنان مرتبط است.

مارکس به ویژه به این موضوع علاقه مند بود که چگونه دولت، از طریق قانون، ساعات کار را محدود می کند. این موضوع نیز امروزه دارای اهمیت است، زیرا اتحادیه اروپا در سال های اخیر به عنوان بخشی از سیاستی برای بهبود سلامت و ایمنی در محل کار، قوانینی را برای مقابله با ساعات کاری طولانی وضع کرده است. این شناخت، همراه با شواهد قبلی در مورد اثرات نامطلوب ساعات کار طولانی بر سلامتی، نشان می دهد که یک تحلیل مارکسیستی مدرن ممکن است منبع ثمربخشی از این بینش باشد.

در این فصل، با طرح نظریه ارزش اضافی شروع می کنیم و نشان می دهیم که چگونه افزایش

ساعات کار باعث افزایش نرخ استثمار می‌شود. پس از آن، برای سطح معینی از استثمار، تضاد بین ترجیحات سرمایه دار و طبقه کارگر مورد بحث قرار می‌گیرد. سپس نقش کاهش ساعت کار به عنوان یک استراتژی برای کاهش بیکاری مورد توجه قرار می‌گیرد. همچنین برخی از اثرات توزیع مجدد کار از شاغل به بیکار بررسی شده است. نشان داده می‌شود که وقتی ما منافع را صرفاً بر اساس درآمد کل خالص برای هر طبقه مربوطه می‌سنجیم، ممکن است به نفع طبقه سرمایه‌دار و برخلاف منافع طبقه کارگر باشد.

### ۱.۳ ارزش و استثمار

در تلاش برای بازسازی نظریه اقتصادی مارکسیستی، موریشیما<sup>۱</sup> تلاش کرد تا نشان دهد که استثمار برای وجود سود در اقتصاد سرمایه داری ضروری است. اساساً موریشیما در حالی که اصل نظریه ارزش کار را رد می‌کند، یک نظریه کار در مورد استثمار ارائه می‌کند. نظریه قیمت گذاری و استثمار موریشیما زیربنای بررسی تعارض در طول روز کاری است. بنابراین، برای ارائه مبانی نظری برای این موضوع لازم است نظریه موریشیما را بررسی کنیم. در ابتدا، بر اساس نظر رومر<sup>۲</sup> ما با یک مدل ساده شروع خواهیم کرد که در آن یک کالای منفرد غیر کارگری وجود دارد که به عنوان یک ورودی وارد می‌شود و با نیروی کار ترکیب می‌شود تا یک خروجی کالا تولید کند. ورودی و خروجی کالا یکسان است (به عنوان مثال ذرت) و فقط از سرمایه در گردش استفاده می‌شود. پس از آن، مدل را برای ترکیب کالاها گسترش خواهیم داد. رومر یک کالا مانند ذرت را انتخاب می‌کند که می‌تواند با استفاده از یک روش واحد تولید شود. این کالا به عنوان ورودی استفاده می‌شود و با ورودی نیروی کار ( $L$ ) برای تولید یک خروجی ترکیب می‌شود. فرض کنید که  $p$  قیمت کالا،  $w$  دستمزد، و  $a$  مقدار ورودی کالای مورد نیاز برای تولید یک واحد از خالص کالا است ( $a$  ثابت است). در چنین سیستم تک کالایی، قیمت با هزینه‌های تولید تعیین می‌شود که به آن سود ( $r$ ) اضافه می‌شود:

$$p = (1 + r)(pa + wL) \quad (۱.۳)$$

دستمزد معیشتی را در نظر بگیرید بطوریکه  $b$  دستمزد واقعی باشد. بنابراین از نظر پولی داریم:

$$w = pb \quad (۲.۳)$$

در سیستم تک کالایی نرخ سود به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r = \frac{p - (pa + wL)}{pa + wL} \quad (۳.۳)$$

<sup>۱</sup>Morishima

<sup>۲</sup>Roemer



برای به دست آوردن نیروی کار متبلور در سیستم تک کالایی ما، فرض کنید خروجی ناخالص با  $x$  داده شود و ورودی کالا برای تولید آن  $ax$  باشد (فرض کنید  $0 < a < 1$ ). اگر بخواهیم خروجی خالص یک واحد از کالا را تولید کنیم، ورودی و خروجی ناخالص مورد نیاز به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$x = ax + 1 \quad (۴.۳)$$

در نتیجه

$$x = \frac{1}{1-a} \quad (۵.۳)$$

اگر  $L$  مقدار کار مورد نیاز برای تولید یک واحد ناخالص کالا باشد، به این معنی است که مقدار کالای مورد نیاز برای تولید یک واحد خالص کالا  $Lx$  خواهد بود. این به ما کار مورد نیاز برای تولید یک واحد از کالا را به اضافه کار مورد نیاز برای تولید کالای مصرف شده در فرآیند تولید را می دهد:

$$Lx = \frac{L}{1-a} \equiv \lambda \quad (۶.۳)$$

در معادله (۶.۳)  $\lambda$  به عنوان کار انجام شده در تولید یک واحد ذرت تعریف شده است. معادله (۲.۳) دستمزد معیشتی را در نظر گرفته است. در بیان رومر، کار متبلور در تولید بسته معیشت توسط  $\lambda b$  داده می شود، که این زمان کار اجتماعی لازم نامیده می شود و طول روز کاری با  $T$  نشان داده می شود، نرخ ارزش اضافی یا نرخ استثمار به صورت زیر داده می شود:

$$e = \frac{T - \lambda b}{\lambda b} \quad (۷.۳)$$

اگر زمان کار بر حسب طول روز کاری اندازه گیری شود، در جایی که این ثابت است، می توانیم  $T = 1$  را نرمال کنیم و  $e$  توسط آن به دست می آید:

$$e = \frac{1 - \lambda b}{\lambda b} \quad (۸.۳)$$

بنابراین نرخ استثمار، سازگار با سیستم قیمت های نسبی که از نظر منطقی قوی است، نشان داده شده است. با جایگزینی (۲.۳) در (۱.۳) داریم:

$$p = (1+r)p(a+bL) \quad (۹.۳)$$

با تقسیم طرفین بر  $p$  داریم:

$$1 = (1 + r)(a + bL) \quad (۱۰.۳)$$

در نتیجه:

$$\frac{1}{a + bL} = 1 + r \quad (۱۱.۳)$$

اگر این یک مدل ذرت باشد،  $a$  مقدار ذرت مورد استفاده برای تولید یک واحد ذرت است.  $bL$  مقدار ذرتی است که باید برای تولید یک واحد ذرت به کارگران داده شود. بنابراین، از نقطه نظر فیزیکی، اگر قرار است سودی وجود داشته باشد، نابرابری زیر باید برقرار باشد:

$$a + bL < 1 \quad (۱۲.۳)$$

برای اینکه نرخ استثمار مثبت باشد، طول روز کاری باید بیشتر از زمان کار اجتماعی لازم باشد. به این معنا که :

$$\lambda b < 1 \quad (۱۳.۳)$$

جایگزین کردن (۱۳.۳) در معادله برای کار متبلور (۶.۳) می دهد:

$$\frac{bL}{1 - a} < 1 \quad (۱۴.۳)$$

در نتیجه :

$$a + bL < 1 \quad (۱۵.۳)$$

شرایط برای سود مثبت و استثمار مثبت، به ترتیب معادلات (۱۲.۳) و (۱۵.۳)، یکسان است. بنابراین وجود استثمار مثبت برای وجود سود مثبت لازم و کافی است. تا اینجا ما یک مدل انتزاعی خاص را در نظر گرفتیم که در آن یک کالای تولید شده وجود دارد. حال به بیان قضیه اساسی مارکسی برای یک سیستم  $n$  کالایی می پردازیم. این قضیه توسط موریشیما و اوکیشیو بیان و اثبات شده است. اثبات این قضیه در منبع [۵] آورده شده است.

قضیه : نرخ سود و نرخ ارزش اضافی همیشه به طور همزمان مثبت، صفر یا منفی است.

## ۲.۳ ترجیحات و مبارزه طبقاتی

مارکس برای بررسی تولید ارزش اضافی مطلق، ابتدا عوامل دیگری را که نرخ ارزش اضافی را تعیین می‌کند (مانند دستمزد واقعی و شدت کار) ثابت نگه داشت. برخی، مانند کارچدی<sup>۳</sup>، از استفاده از این فرض در اقتصاد نئوکلاسیک انتقاد کرده اند. در مورد عرضه و تقاضا، کارچدی پیشنهاد می‌کند که: ”مردم با در نظر گرفتن این فرض نسبت به تغییر قیمت معین واکنش نشان نمی‌دهند. در عوض آنها با در نظر گرفتن بیشترین تعداد ممکن از متغیرهای مؤثر بر تصمیمات آنها واکنش نشان می‌دهند، مانند تغییرات قیمت سایر کالاها، پیش بینی درآمد آینده، اشتغال، و غیره.” با این حال، در حالی که ممکن است بسیاری از ضعف های ذاتی در رویکرد عرضه و تقاضا وجود داشته باشد، این فرض مارکس به خودی خود اشتباه نیست. در واقع، در این فصل، از فرض ”بی طرفی مبارزه طبقاتی”<sup>۴</sup> برای جداسازی و شناسایی عوامل مختلف تعیین کننده طول روز کاری و نرخ سود استفاده می‌شود.

مفهوم بی طرفی مبارزه طبقاتی از لیمن<sup>۵</sup> گرفته شده است. این اساساً شامل ثابت نگه داشتن نرخ استثمار و سپس بررسی روابط بین متغیرهای دیگر است. در نگاهی به تغییرات فنی، لیمن استدلال می‌کند که ”تصور می‌شود که لازم است مجموعه گسترده ای از نیروهای تعیین کننده نرخ سود را متوقف کنیم: یعنی مبارزه طبقاتی بر سر توافق دستمزد و شرایط کار.” او این کار را با در نظر گرفتن نرخ استثمار ثابت انجام می‌دهد و در نتیجه به طور رسمی رابطه بین تغییرات فنی و نرخ سود را جدا می‌کند. هدف جداسازی تغییرات در نرخ سود در نتیجه تغییرات فنی، از تغییرات در نرخ سود در نتیجه تغییرات در تعادل نیروهای طبقاتی است. در اینجا ما یک کاربرد جالب برای فرض بی طرفی مبارزه طبقاتی پیشنهاد می‌کنیم، یعنی ارائه بینشی در مورد تعارض در طول روز کاری. سوالی که در ابتدا مطرح شد این است: در غیاب مبارزه طبقاتی بر سر نسبت مازاد به زمان کار لازم (یا استثمار)، آیا هنوز هم می‌توان در مورد ساعات کار تعارض داشت؟ در این بخش چند فرض را مطرح می‌کنیم:

۱. سیستم تک کالایی را فرض می‌کنیم که در آن دو طبقه وجود دارد: طبقه سرمایه دار و طبقه کارگر.

۲. طبقه کارگر به دو دسته شاغل (کارگر) و بیکار تقسیم می‌شود.

۳. در ابتدا فرض می‌کنیم که بیکاران هیچ درآمدی دریافت نمی‌کنند.

۴. فرض می‌کنیم تولید و تعداد ساعات کار در اقتصاد ثابت است و کارگران به اندازه کافی وجود دارند که طبقه سرمایه دار بتواند نیروی کار کافی بیابد.

<sup>3</sup>Carchedi

<sup>4</sup>Class struggle neutrality

<sup>5</sup>Laibman

۵. فرض می کنیم دستمزد ساعتی ثابت و درآمد سالانه به نسبت ساعات کار مرتبط است.

در سرمایه سه تعریف جایگزین از نرخ ارزش اضافی وجود دارد: نسبت ارزش اضافی به ارزش نیروی کار، نسبت کار پرداخت نشده به کار پرداخت شده و نسبت مازاد به زمان کار لازم. نقطه شروع نظریه ارزش اضافی مارکس شامل این است که آنچه کارگران مصرف می کنند فقط بخشی از روز کاری را برای تولید می گیرد. با این حال، کارگران برای کل یک روز کاری عادی کار می کنند. اگر مدت زمان دومی بیشتر از دوره اول باشد، مارکس آن را استثمار می دانست. زمان لازم برای تولید وسایل معیشت روزانه را زمان کار لازم<sup>۶</sup> می نامند و وجود زمان کار مازاد<sup>۷</sup> مستلزم آن است که طول روز کاری از این زمان بیشتر شود. باید توجه داشت که در تحلیل مارکس، وسایل معیشت روزانه به جای زیست شناختی به طور اجتماعی تعیین می شود. زمان کار مازاد به عنوان زمان اضافی که کارگر در طول یک روز معین بیش از زمان مورد نیاز برای بازتولید وسایل معیشت و تولید خود کار می کند، تعریف می شود. بنابراین نرخ استثمار یا ارزش اضافی با نسبت اضافه به زمان کار لازم داده می شود. در این فصل، ارزش اضافی به عنوان نرخ متوسط برای افراد شاغل در اقتصاد تعریف شده است.

همانطور که قبلاً ذکر شد، دو برنامه را می توان برای افزایش نرخ ارزش اضافی اتخاذ کرد. تولید ارزش اضافی نسبی که شامل کاهش دوره زمان کار لازم برای یک روز کاری با مدت زمان معین است. این را می توان از طریق واداشتن کارگران به کار فشرده تر یا از طریق تغییر روش های تولید (به عنوان مثال افزایش تقسیم کار یا معرفی ماشین آلات) به دست آورد. ارزش اضافی مطلق که با محتوای این فصل مرتبط است، شامل افزایش نرخ ارزش اضافی از طریق افزایش طول روز کاری است. اگر زمان کار لازم مدت زمان ثابتی داشته باشد، افزایش طول روز کاری باعث افزایش مدت زمان کار اضافی می شود. بنابراین نسبت مازاد به زمان کار لازم افزایش می یابد و نرخ ارزش اضافی افزایش می یابد.

در رابطه (۸.۳) طول روز کاری نرمال شد. قبل از آن، نرخ ارزش اضافی در (۷.۳) به این ترتیب تعریف شده بود:

$$e = \frac{T - \lambda b}{\lambda b}$$

همانطور که طول روز کاری افزایش می یابد، نتیجه می شود که نرخ استثمار برای سطوح معین  $\lambda b$  (یعنی با سطوح معین بهره وری و معیشت) افزایش می یابد. از این رو می توانیم (۷.۳) را بازنویسی کنیم و آن را بر حسب نرخ های متوسط در سیستم تک کالای خودمان تصور کنیم:

$$e = -1 + \frac{1}{\lambda b} T \quad (۱۶.۳)$$

این رابطه مثبت بین استثمار و ساعات کار در معادله (۱۶.۳) در قسمت بالای شکل ۱.۳ نیز نشان داده شده است. در اینجا منحنی های استثمار-ساعت برای سطوح مختلف دستمزد واقعی

<sup>۶</sup>necessary labour time

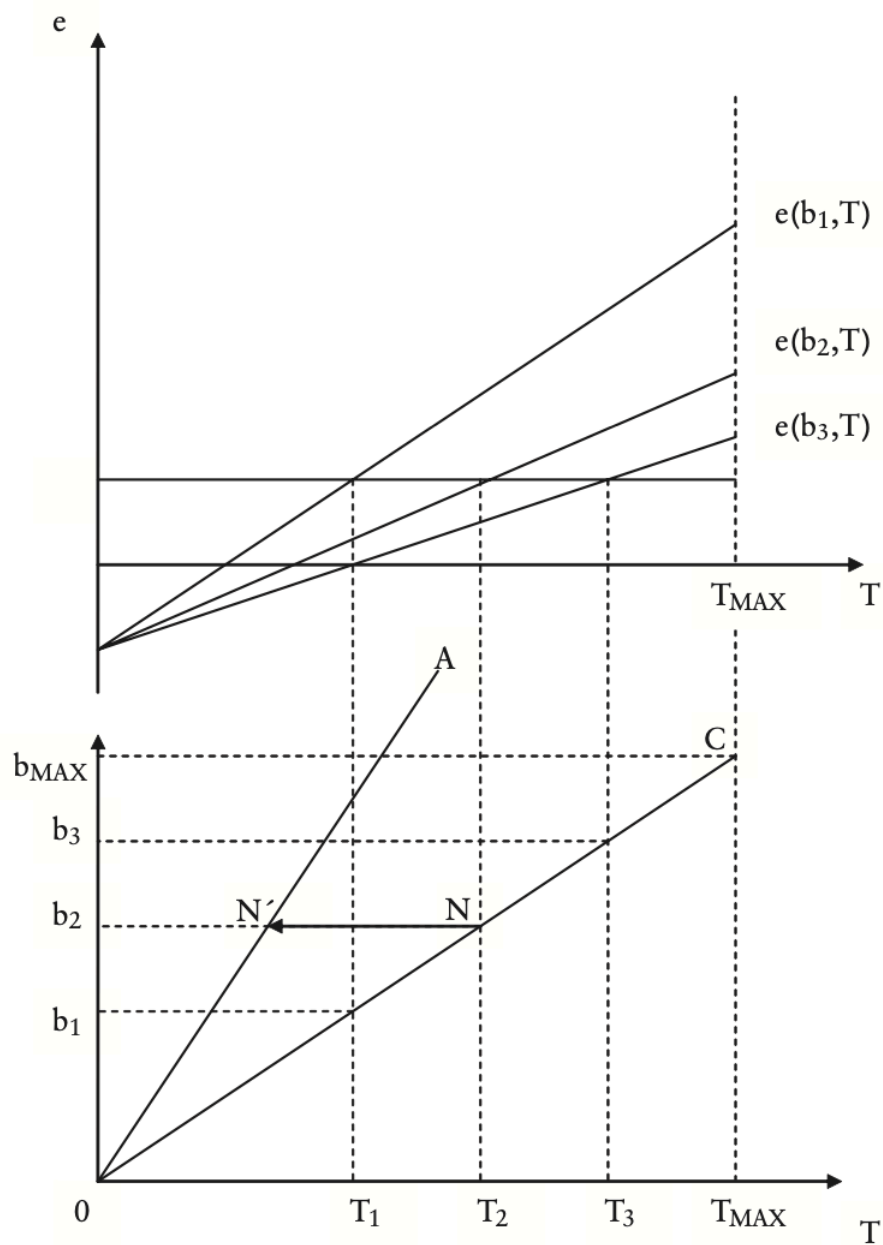
<sup>۷</sup>surplus labour time

$(b1, b2, b3)$  نشان داده شده است. هر یک از این بده بستان ها -  $e(b1, T)$ ,  $e(b2, T)$  و  $e(b3, T)$  - تا حدودی شبیه به تعارضی است که در انحصار دوجانبه پدیدار می شود، یعنی با یک فروشنده و یک خریدار. در اقتصاد نئوکلاسیک، افزایش طول روز کاری معمولاً با فرض افزایش متناظر در نرخ دستمزد روزانه تحلیل می شود، به این دلیل که منعکس کننده تغییر ترجیحات کارگران به نفع افزایش درآمد در مقابل اوقات فراغت است. بر این اساس، ساعات کار افراد منعکس کننده انتخاب های شخصی است و متفاوت است زیرا ترجیحات کار و اوقات فراغت کارگران متفاوت است. در مقابل، تحلیل های مارکسی بر نقش قدرت طبقاتی در تعیین ساعات کار عادی تأکید می کنند و دلایلی وجود دارد که فرض کنیم این ساعات ممکن است با ساعت هایی که در چارچوب ترجیحی کار-فراغت نئوکلاسیک انتخاب می شوند، مطابقت نداشته باشند. ساعات معمولی معمولاً توسط افراد انتخاب نمی شود و به شیوه های کاری در یک صنعت یا فرآیند تولیدی معین، همراه با قوانینی که محدودیت هایی را برای ساعات کاری تعیین می کند، بستگی دارد. بنابراین مارکس پیشنهاد می کند که "ایجاد یک هنجار برای روز کاری خود را به عنوان مبارزه ای بر سر محدودیت های آن روز، مبارزه ای بین سرمایه جمعی، یعنی طبقه سرمایه داران و کار جمعی، یعنی طبقه کارگر نشان می دهد".

میزانی که سرمایه داران می توانند طول روز کاری را افزایش دهند به عوامل متعددی از جمله میزان تشکل، سطح بیکاری (یا اندازه ارتش ذخیره بیکاران)، امنیت قانونی اشتغال و قانون گذاری بستگی دارد. با هدف مهار افراط و تفریط و میزان و شرایط مرتبط با امنیت اجتماعی (در بازی های چانه زنی، نقطه اختلاف اهمیت دارد) مهم است که همه این عوامل مهم را که به تعیین ساعات کار در اقتصادهای واقعی کمک می کنند، بشناسیم. با این حال، اجازه دهید ابتدا بر رابطه بین ساعات کار و دستمزد تمرکز کنیم، در محیطی که شکل خاصی از بی طرفی مبارزه طبقاتی را به خود می گیرد.

هم ساعات کار و هم دستمزد، موضوعاتی هستند که بین طبقات مربوطه تعارض دارند، و مارکس خود تمایل داشت تا با فرض یک سطح دستمزد معیشتی تغییرات دستمزد را جدا کند. سپس می توانست فرآیند تولید ارزش اضافی مطلق ( $b$ ) را توضیح دهد. در عوض، در اینجا با اتخاذ مفهومی از بی طرفی مبارزه طبقاتی شروع می کنیم که به یک مبادله بین دستمزد و ساعات کار منجر می شود، که سطح معینی از مبارزه طبقاتی را پیش فرض می گیرد. ما این را جدا می کنیم، همانطور که لیمن در زمینه نظریه مارکسیستی کاهش نرخ سود، با فرض نرخ معینی از استثمار انجام می دهد. هدف این است که تغییرات ساعات کار در نتیجه تضاد طبقاتی را از سایر عوامل مؤثر بر آن جدا کنیم.

با توجه به مرز مشخص شده در قسمت پایین شکل ۱.۳ می توانیم پیشنهاد کنیم که نقطه ای در این مرز وجود دارد که برای کارگران به عنوان یک کل بهینه است. فرض کنید این نقطه در  $N$ ، متناظر با  $(b2, T2)$  است. اینها ترجیحات به معنای نئوکلاسیک نیستند، بلکه هنجارهای مورد نظر یا آرزوهای طبقه کارگر هستند که در یک مقطع زمانی خاص غالب می شوند. این پیشنهاد جالبی است زیرا ممکن است نه تنها رفاه مادی طبقات با تکنولوژی داده شده در تقابل قرار گیرد، بلکه ترجیحات کارگران و طبقه سرمایه دار نیز ممکن است در تقابل قرار گیرد. با استفاده از فرض



شکل ۱.۳: منحنی های استثماریه ساعت با تغییر در نرخ دستمزد

بی‌طرفی مبارزه طبقاتی، می‌توانیم تعارض بر سر میزان استثمار را از این تضاد بر سر موقعیت ما در مرز دستمزد-ساعت که در قسمت پایین شکل ۱.۳ نشان داده شده است، جدا کنیم. بنابراین می‌توانیم تعارض مبارزه طبقاتی را بر سر ساعات کاری از تعارض ترجیح طبقه جدا کنیم. البته این ممکن است در سیستمی با تغییرات تکنولوژیکی نیز صادق باشد. مارکس پیشنهاد می‌کند که وقتی کارگران از افزایش مصرف صرف نظر می‌کنند و به فکر بهبود وضعیت خود از طریق کاهش ساعات کار هستند، این با فریاد سرمایه‌دارانی مواجه می‌شود که نه تنها از تأثیر در محل کار، بلکه از تأثیر آن بر تقاضا نیز می‌ترسند. سخن مارکس تأثیر ساعات کار طولانی بر وضعیت طبقه کارگر را برجسته می‌کند:

به نظر می‌رسد ساعت‌های طولانی کار راز این فرایندهای عقلانی و سالم است که با بهبود قوای روحی و اخلاقی و ایجاد یک مصرف‌کننده منطقی از او، وضعیت کارگر را بالا می‌برد. برای تبدیل شدن به مصرف‌کننده منطقی کالاهای سرمایه‌داران، او باید قبل از هر چیز - اما عوام فریب‌ها مانع او می‌شوند - با اجازه دادن به نیروی کار خود به طور غیرمنطقی و به گونه‌ای بر خلاف سلامت خودش توسط سرمایه‌داری که او را به کار می‌گیرد مصرف شود.

در اینجا چند نکته قابل توجه است. اولاً، تغییرات فنی باعث می‌شود که مبادله بین دستمزد و ساعات کار تغییر کند. به تعبیر دراموند<sup>۸</sup>، رشد اختراع به کارگران این فرصت را می‌دهد تا "چیزها را بر سرشان بریزند". اما مشکل کارخانه‌داران این است که جاه‌طلبی کارگران "فراتر از کاهش ساعت کار نمی‌رود". اگر در شکل ۱.۳ مبادله دستمزد-ساعت از  $OC$  به  $OA$  (در نتیجه تغییرات فنی) تغییر کند، ترجیحات کارگران در این مورد از  $N$  به  $N'$  حرکت می‌کند، یعنی از افزایش دستمزد به نفع کاهش ساعات کار چشم‌پوشی می‌کنند (در صورت عدم وجود مبارزه طبقاتی). اگر ارتش ذخیره قابل توجهی از بیکاران وجود داشته باشد، ممکن است مشکلی برای عرضه نیروی کار وجود نداشته باشد، اما اگر اقتصاد در سطح اشتغال کامل یا نزدیک به آن باشد، این می‌تواند مانع رشد تولید شود. علاوه بر این، از آنجایی که کارگران کالای بیشتری نمی‌خواهند (و کارگران تمایل دارند نسبت بیشتری از درآمد خود را نسبت به سرمایه‌داران مصرف کنند)، این امکان ایجاد بحران را خلق می‌کند. می‌بینیم که ترجیحات کارگران برای اوقات فراغت و کالاهای مصرفی با تقاضای کل ارتباط دارد.

پیشنهاد تعارض بر اساس ترجیح طبقاتی بر ساعات کاری ممکن است مخالف رویکرد خود مارکس نباشد. شاید ارزش آن را داشته باشد که عوامل دیگری را نیز یادآوری کنیم که ممکن است ترجیحات طبقاتی کارگران را تحت تأثیر قرار دهند یا آنها را مخدوش کنند، به طوری که آنها ممکن است از آنچه در غیر ترجیحات واقعی آنها بود منحرف شوند. تبلیغات نقش کلیدی در تحریف آرزوهای کارگران به سمت کالاهای دوری از اوقات فراغت دارد.

به عنوان یک پیامد سودمند ناخواسته تبلیغات محصولات خود، تأثیر تبلیغات در کل بر طبقه کارگر تأثیر گذاشتن بر ترجیحات آنها و در نتیجه ترجیح طبقاتی نسبت به افزایش دستمزد در مقابل کاهش

<sup>۸</sup>Drummond

ساعات کار است.

در غیاب تغییرات فنی، چرا سرمایه‌داران ترجیح می‌دهند که کارگران بیشتر کار کنند، نه ساعات کمتری با تعداد بیشتری کارگر؟ یک دلیل ممکن است این باشد که این امر باعث افزایش یا حفظ ارتش ذخیره بیکاران در سطح بالایی می‌شود. همانطور که قبلاً گفته شد، یکی از عواملی که به قدرت نسبی در روند مبارزه طبقاتی در طول روز کاری کمک می‌کند، سطح بیکاری است. بنابراین ترجیح طبقاتی سرمایه‌داران ممکن است برای ساعات کار طولانی، با کارگران کمتر (مانند نقطه C در شکل ۱.۳) باشد، زیرا آنها پیش‌بینی می‌کنند که این امر توازن نیروهای طبقاتی را تغییر می‌دهد، در نتیجه افزایش استثمار را به دلیل وجود ذخیره ارتش بیکاران بزرگتر تسهیل می‌کند. با این حال، انگیزه ایجاد چنین اتفاقی نیاز به توضیح دارد. ممکن است چنین نتیجه‌ای یک پیامد سودمند ناخواسته باشد تا نتیجه مشورت عقلانی سرمایه‌داران فردی یا طبقه سرمایه‌دار. با این وجود، جداسازی منطقی تعیین ساعت بر اساس ترجیح طبقاتی، از تعیین ساعت بر اساس مبارزه طبقاتی (یعنی مبارزه بر سر نسبت مازاد به زمان کار لازم) مفید است. اما آشکارا در واقعیت این دو به هم مرتبط هستند همانطور که مثالی که ذکر شد نشان می‌دهد.

در مدلی که تاکنون بیان شد، فرض کرده‌ایم که سرمایه‌داران به دنبال به دست آوردن مقدار معینی از زمان کار هستند و به طور ضمنی فرض کرده‌ایم که بیکاران (آن دسته از اعضای طبقه کارگر که کارگر نیستند) منبع درآمدی ندارند. از آنجایی که سیاست‌گذاران در کشورهای مختلف اروپایی پیشنهاد کرده‌اند که کاهش ساعات کار ممکن است راهی برای کاهش بیکاری باشد، به نظر می‌رسد که این با این پیشنهاد که دولت برای تقویت منافع طبقه سرمایه‌دار استفاده می‌شود، مغایرت دارد. این ممکن است درست باشد. با این حال، در بخش بعدی، مالیات بر درآمد را در سیستم قیمتی خود معرفی خواهیم کرد و نشان خواهیم داد که سرمایه‌داران چگونه می‌توانند از توزیع مجدد کار از شاغلان به بیکاران سود ببرند.

### ۳.۳ کاهش ساعت کار به عنوان سیاست اشتغال

در اجرای قانونی ساعات کار افراد در اینجا یک مسئله کلیدی در مورد توزیع درآمد پدیدار می‌شود. در بحث در مورد محدودیت ساعات کار مسئله این است که آیا دستمزد هفتگی (یا در واقع حقوق ماهانه یا سالانه) یا نرخ ساعتی کارگران باید ثابت بماند. اگر این مورد دوم بود، محدودیت قانونی زمان کار، تأثیری بر توزیع مجدد نیروی کار از شاغلان به طبقه کارگر بیکار داشت. این ارتش ذخیره بیکاران را کاهش می‌دهد، اما طبقه کارگر به طور متوسط می‌تواند درآمد سالانه کمتری دریافت کند. کاهش ساعات کار مزایای اجتماعی و بهداشتی برای کارگران دارد و هدف از این بخش نشان دادن این نیست که این موضوع بد است. در عوض، توجه به پیامدهای چنین سیاست‌هایی برای توزیع درآمد بین طبقات مهم است.

اثرات توزیعی احتمالی را می‌توان با استفاده از یک مدل ساده نشان داد. فرض کنید یک کالای



واحد داریم (مثلاً ذرت) که می تواند با نیروی کار ترکیب شود و مازاد تولید کند. همچنین فرض کنید که سطح معینی از محصول در این اقتصاد تولید می شود و ما به هزینه ها و درآمدهای مرتبط با تولید یک واحد خاص از این سطح تولید ثابت نگاه خواهیم کرد. اگر  $r$  نرخ سود باشد،  $w$  نرخ دستمزد ساعتی،  $L^e$  تعداد کارگرانی که در ابتدا برای تولید یک واحد محصول به کار گرفته شده اند،  $h$  تعداد ساعات کار هر کارگر شاغل و  $p$  قیمت کالا، می توانیم معادله (۱۷.۳) را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$p = (1 + r)(pa + wL^eh) \quad (17.3)$$

ما اکنون یک نظام پایه تامین اجتماعی را معرفی خواهیم کرد تا امکان در نظر گرفتن توزیع درآمد بین طبقات در هنگام تغییر ساعت کاری را فراهم کند. اکنون فرض کنید یک ارتش ذخیره بیکاران وجود دارد که ما به آنها برچسب  $L^u$  می زنیم، به طوری که طبقه کارگر  $L = L^e + L^u$  را تشکیل می دهد. این بر حسب واحد خروجی بیان می شود. ما فرض می کنیم که مزایای تامین اجتماعی از طریق مالیات بر درآمد سرمایه داران و شاغلان افزایش می یابد و در این مدل هیچ مازاد یا کسری دولت را فرض نمی کنیم. بنابراین، مالیات کافی برای هر واحد تولید ( $T$ ) باید افزایش یابد تا مزایای پرداختی ( $s$ ) به هر کارگر بیکار را پوشش دهد. به این معنا که:

$$T = sL^u \quad (18.3)$$

نرخ مالیات بر درآمد  $t$  ( $0 \leq t < 1$ ) از تمام درآمدهای حاصل از تولید وضع می شود به طوری که درآمد حاصل از آن (۱۸.۳) برآورده شود. یعنی مالیات بر سود  $(r(pa + wL^eh))$  و از دستمزد افراد شاغل  $(wL^eh)$  اخذ می شود:

$$T = t(r(pa + wL^eh) + wL^eh) \quad (19.3)$$

مارکس تعاریف متعددی را از نرخ ارزش اضافی، از جمله نسبت کار پرداخت نشده به کار پرداخت شده، نسبت اضافه به زمان کار لازم و نسبت ارزش اضافی به سرمایه متغیر اتخاذ کرد. با پایبندی به تعریف اخیر (در حالی که تشخیص می دهیم که این مدل ساده بهره و رانت را در بر نمی گیرد)، می توانیم نرخ ارزش اضافی را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$e = \frac{r(pa + wL^eh)}{wL^eh} \quad (20.3)$$

حال فرض کنید که دولت سیاستی را با هدف کاهش بیکاری ارائه می کند و قانونی را اتخاذ می کند که ساعت ها را به سطحی که بیکاری ریشه کن می شود محدود می کند. به این معنا که دولت یک

قانون سیاستی را اتخاذ خواهد کرد که ساعات کار را برای شاغلین به  $h^*$  محدود می کند که در آن:

$$L^e h = Lh^* \quad (21.3)$$

این بدان معناست که (۱۸.۳) برابر با صفر است و نرخ مالیات صفر خواهد بود. نتیجه چنین سیاستی این است که سرمایه داران درآمد خالص (یعنی پس از کسر مالیات) دریافت می کنند که بیشتر از درآمد قبلی است زیرا:

$$r(pa + wLh^*) > tr(pa + wL^e h) \quad (22.3)$$

و برای سطح خروجی داده شده ما، کارگران به طور کلی درآمدی کمتر از دستمزدهای قبلی به اضافه مزایا دریافت می کنند، یعنی:

$$wLh^* < twL^e h + sL^u \quad (23.3)$$

در این مدل، کارگران به عنوان یک کل، به معنای مارکسیستی، مانند گذشته مورد استثمار قرار می گیرند زیرا:

$$e = \frac{r(pa + wL^e h)}{wL^e h} = \frac{r(pa + wLh^*)}{wLh^*} = e^* \quad (24.3)$$

توزیع مجدد کار از شاغلان به بیکاران، همراه با کاهش نرخ مالیات، حاکی از آن است که سرمایه داران درآمد خالص (یعنی پس از کسر مالیات) بالاتری دریافت کردند. کارگرانی که قبلاً شاغل بودند نیز از کاهش مالیات بهره مند می شوند. با این حال، این سود کمتر از درآمد هفتگی از دست رفته از طریق کاهش ساعات کار با نرخ دستمزد ساعتی ثابت است. مفهوم در این مدل این است که سیاست دولت با هدف کاهش بیکاری از طریق کاهش ساعات کار شاغلان، از طریق مکانیسم های قانونی، به نفع طبقه سرمایه دار در تعارض بر سر توزیع درآمد خواهد بود. تجزیه و تحلیل بخش قبل نشان داده است که کارگران ممکن است ساعت های کمتری را ترجیح دهند. ساعات کار طولانی به بیماری و خانواده های ناکارآمد منجر می شود. اما اگر کاهش ساعات کار به طور جدی به عنوان روشی برای کاهش بیکاری مطرح شود، دیگر نمی توان این بازتوزیع را بر اساس دستمزد ساعتی ثابت انجام داد. به دلیل کاهش نرخ مالیات بر طبقه سرمایه دار، این طبقه آنها هستند که در نهایت سود خواهند برد، زیرا آنها هستند که درآمد تحقق یافته را به ازای هر واحد تولید افزایش می دهند.

## فصل ۴

### مدل IS-LM

در بین تمام نوسانات اقتصادی در طول تاریخ ویران کننده ترین آن ها به لحاظ وسعت و اهمیت نظری رکود دهه ۱۹۳۰ است. در این دهه نرخ بیکاری در آمریکا و بسیاری از کشور ها به شدت افزایش و درآمد ها به شدت کاهش یافت.

این رخداد خانمان سوز و ویرانگر باعث شد بسیاری از اقتصاد دانان نسبت به اعتبار نظریه کلاسیک ها تردید کنند و به نظر می رسید نظریه کلاسیک ها قادر به توجیه و تفسیر رکود دهه ۱۹۳۰ نیست. بر اساس این نظریه درآمد ملی تابع عرضه نهاده های تولید و فناوری در دسترس است. هیچ یک از این عوامل طی سال های ۱۹۲۹ تا ۱۹۳۳ تغییر قابل ملاحظه ای نداشتند. پس از پایان رکود، بسیاری از اقتصاددانان اعتقاد داشتند که به الگویی جدید نیاز است تا به کمک آن نه فقط بحران های ناگهانی شبیه رکود بزرگ در اقتصاد آمریکا را تفسیر کنیم، بلکه این الگو به ما نشان می دهد که استفاده از کدام سیاست های دولت باعث کاهش مشکلات اقتصادی مردم می شود.

در سال ۱۹۳۶ جان مینارد کینز با تالیف کتابی به نام نظریه عمومی اشتغال، بهره و پول انقلابی در علم اقتصاد ایجاد کرد. کینز عقیده داشت تقاضای کل ناکافی عامل درآمد کم و بیکاری در دوره های رکود اقتصادی است. او از این فرض که فقط عرضه کل سرمایه، نیروی کل و فناوری تعیین کننده درآمد ملی است به شدت انتقاد کرد. در بلندمدت قیمت ها انعطاف پذیرند و عرضه کل تعیین کننده سطح درآمد است. اما در کوتاه مدت قیمت ها چسبنده اند به طوری که تغییر در تقاضای کل بر درآمد تاثیر دارد. در این فصل ملاحظه خواهیم کرد که دولت می تواند با استفاده از سیاست پولی و سیاست مالی تقاضای کل را تغییر دهد.

الگوی تقاضای کل در این فصل را مدل IS-LM می نامیم. بهترین تفسیر از نظریه کینز با استفاده از همین مدل ارائه شده است. هدف اصلی از ارائه این مدل این است که نشان دهیم با فرض ثابت بودن قیمت ها چه عاملی سطح درآمد ملی را تعیین می کند.

روشن است که مدل IS-LM از دو منحنی IS و LM تشکیل شده است. IS نماد سرمایه گذاری و پس انداز و LM نماد نقدینگی و پول است. از آنجا که نرخ بهره هم بر سرمایه گذاری و هم تقاضای پول تاثیر دارد، متغیری است که دو بخش مدل IS-LM را به هم پیوند می دهد.

## ۱.۴ منحنی IS

در این قسمت اقتصاد بسته با بانک مرکزی اما بدون دولت را در نظر می گیریم. منحنی IS تعادل بازار کالا را نشان می دهد که در آن مخارج برنامه ریزی شده برابر با مخارج واقعی است.

$$Y = C + I \quad (۱.۴)$$

که در آن C مصرف و I سرمایه گذاری است و

$$Y - C = I \Rightarrow S = I \quad (۲.۴)$$

که در آن S کل پس انداز در اقتصاد است. علاوه بر این با فرض اینکه هم پس انداز و هم سرمایه گذاری با درآمد (Y) و نرخ بهره (r) تعیین می شوند، تعادل بازار کالا به صورت زیر بیان می شود:

$$S(Y, r) = I(Y, r) \quad (۳.۴)$$

که در آن  $S(Y, r)$  و  $I(Y, r)$  به طور کلی توابع غیرخطی هستند. منحنی IS با حل (۳.۴) که در صفحه (Y, r) واقع شده اند، به دست می آید و ترکیبی از درآمد واقعی و نرخ بهره را نشان می دهد که منجر به تعادل در بازار کالا می شود.

## ۲.۴ منحنی LM

از نظر بازار پول، دو دارایی مالی در اقتصاد وجود دارد، پول عرضه شده توسط بانک مرکزی و اوراق قرضه منتشر شده توسط شرکت های خصوصی. پول عرضه شده توسط بانک مرکزی با M نشان داده می شود و در اینجا ثابت فرض می شود و تقاضا برای پول در اقتصاد با  $L = L(Y, r)$  که به درآمد و نرخ بهره بستگی دارد در نظر گرفته می شود. انگیزه معاملاتی و احتیاطی برای تقاضای پول توسط درآمد هدایت می شود و انگیزه سفته بازی برای تقاضای پول توسط نرخ بهره منعکس می شود. انگیزه معامله و احتیاط نشان می دهد که تقاضای پول با افزایش درآمد افزایش می یابد، یعنی تقاضای پول با درآمد افزایش می یابد. با توجه به انگیزه سفته بازی، تقاضای پول با نرخ بهره رابطه معکوس دارد، یعنی اگر اوراق قرضه نرخ بهره بالاتر (کمتر) ارائه دهند، تقاضا برای پول کاهش می یابد (افزایش می یابد).

فرض کنید M مقدار اسمی عرضه پول و P سطح عمومی قیمت باشد، سپس تعادل بازار پول با

$$\bar{M} = L(Y, r) \quad (۴.۴)$$

که در آن  $\bar{M} = \frac{M}{P}$  نشان دهنده عرضه تراز واقعی پول در اقتصاد است، مشخص می شود. منحنی LM با حل (۴.۴) بدست می آید که در صفحه (Y, r) واقع شده است و ترکیبی از درآمد واقعی و نرخ بهره را نشان می دهد که منجر به تعادل در بازار پول می شود.

### ۳.۴ ساخت مدل IS-LM

تعادل اقتصاد کلان زمانی به دست می آید که روابط زیر به طور هم زمان برقرار باشند.

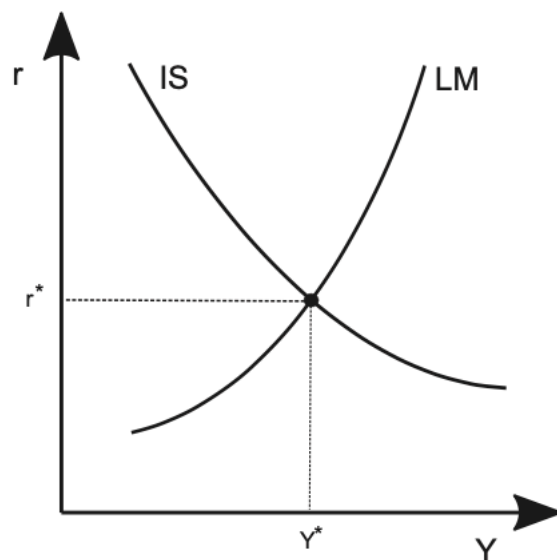
$$I(Y, r) - S(Y, r) = 0, (IS) \quad (۵.۴)$$

$$L(Y, r) - \bar{M} = 0, (LM) \quad (۶.۴)$$

که در آن معادلات دو منحنی تعادل را در صفحه (Y, r) توصیف می کنند. همانطور که در شکل ۱.۴ نشان داده شده است، دو منحنی در نقطه  $(Y^*, r^*)$  - تعادل اقتصاد کلان - که در آن بخش واقعی و پولی به طور همزمان در تعادل هستند، تلاقی می کنند. برای مطالعه دینامیک عدم تعادل، یعنی برای اینکه بفهمیم اگر سیستم در تعادل نباشد چه اتفاقی می افتد، باید مدل IS-LM را به شکل دینامیکی دوباره بسازیم. اینجاست که ما باید از نظریه اقتصادی کینز استفاده کنیم. اقتصاد در نظریه عمومی کینز با اشتغال کامل مشخص می شود، که در آن شرکت ها ظرفیت استفاده نشده ای دارند و کارگران به دلیل کمبود تقاضا به طور غیرارادی بیکار می شوند. در چنین اقتصادی، تولید از طریق به اصطلاح تعدیل کمیت برای هر تقاضای مازاد در بازار محصول تعدیل می شود، یعنی زمانی که سرمایه گذاری بیش از پس انداز باشد. با این حال، در بازار پول، جایی که عرضه پول توسط بانک مرکزی ثابت می شود، تقاضای پول مازاد منجر به تعدیل قیمت، یعنی افزایش نرخ بهره می شود. بنابراین، مازاد تقاضا باعث تعدیل کمیت در بازار محصول و تعدیل قیمت در بازار پول می شود. ما می توانیم این شهود اقتصادی را با استفاده از یک سیستم معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه اول صورت بندی کنیم:

$$\frac{dY}{dt} = c_1(I(Y, r) - S(Y, r)) \quad (۷.۴)$$

$$\frac{dr}{dt} = c_2(L(Y, r) - \bar{M}). \quad (۸.۴)$$



شکل ۱.۴: مدل IS-LM با دو منحنی IS و LM و نقطه تعادل  $(Y^*, r^*)$  که در آن منحنی‌ها تلاقی می‌کنند.

که در آن  $c_1 > 0$  و  $c_2 > 0$  و به عنوان ضرایب سرعت تعدیل نامیده می‌شود. تفسیر اقتصادی ضرایب سرعت تعدیل صرفاً سرعتی است که یک بازار خاص برای مازاد تقاضا (یا عرضه) تعدیل می‌کند. به عنوان مثال، بازار محصول ممکن است به دلیل تأخیرهای بارداری سرمایه گذاری جدید نسبتاً آهسته تعدیل شود، در حالی که بازار پول نسبتاً سریع به هر شرایط مازاد تقاضا (یا عرضه) واکنش نشان می‌دهد. علائم و مقادیر مشتقات جزئی در سرمایه گذاری، توابع پس انداز و تقاضای پول با توجه به متغیرهای  $r$  و  $Y$  به صورت زیر فرض شده است.

$$0 < \frac{\partial I}{\partial Y} < 1, \quad \frac{\partial I}{\partial r} < 0, \quad (9.4)$$

$$0 < \frac{\partial S}{\partial Y} < 1, \quad \frac{\partial S}{\partial r} > 0, \quad (10.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y} > 0, \quad \frac{\partial L}{\partial r} < 0, \quad (11.4)$$

رابطه (۹.۴) می گوید که سرمایه گذاری با درآمد افزایش می یابد و با نرخ بهره کاهش می یابد، شرایط در (۱۰.۴) تصریح می کند که پس انداز هم با درآمد و هم با نرخ بهره افزایش می یابد و (۱۱.۴) بیان می کند که تابع پول با درآمد افزایش می یابد و با نرخ بهره کاهش می یابد. علاوه بر این، توجه داشته باشید که بزرگی اثر شتاب در (۹.۴)، یعنی پاسخ سرمایه گذاری برای هر گونه تغییر در درآمد، کمتر از ۱ است، که همانطور که در زیر خواهیم دید، برای پایداری تعادل ضروری است. در غیر این صورت، اثر شتاب یک پویایی خودتقویت کننده بین سرمایه گذاری و خروجی ایجاد می کند و همراه با اثر ضریب فزاینده باعث می شود تا سیستم به طور نامحدود گسترش یابد. مقدار مشتق جزئی پس انداز با توجه به (۱۰.۴) نیز شرایط لازم را برای پایداری تعادل فراهم می کند به طوری که از گیر افتادن سیستم در پس انداز اضافی که به آن مازاد پس انداز نیز گفته می شود، جلوگیری می کند.

اکنون، با استفاده از (۲.۴) می توانیم (۷.۴) - (۸.۴) را به صورت زیر بازنویسی کنیم.

$$\frac{dY}{dt} = c_1(I(Y, r) + C(Y, r) - Y) \quad (12.4)$$

$$\frac{dr}{dt} = c_2(L(Y, r) - \bar{M}). \quad (13.4)$$

که در آن (۱۲.۴) بازار کالا را نشان می دهد و تعادل در بازار کالا وقتی بدست می آید که  $I = S (= C - Y)$  و این یعنی داشته باشیم  $\frac{dY}{dt} = 0$ .

به طور مشابه از (۱۳.۴) تعادل در بازار پول را بدست می آوریم. تعادل وقتی برقرار است که  $L(Y, r) = \bar{M}$  و این یعنی  $\frac{dr}{dt} = 0$ .

در تحلیل زیر با فرم های تابعی مشخص برای توابع مصرف، سرمایه گذاری و تقاضای پول کار می کنیم و پویایی آن را مطالعه می کنیم.

## ۴.۴ تحلیل و بررسی مدل

نمایش استاندارد مدل IS-LM به این صورت است که فرم های خطی برای تابع مصرف، تابع سرمایه گذاری و تابع تقاضای پول به صورت فرضی زیر در نظر گرفته شود.

$$C(Y) = a_1 Y, \quad 0 < a_1 < 1 \quad (14.4)$$

$$I(r) = -a_2 r + \bar{I}, \quad a_2 > 0 \quad (15.4)$$

بطوریکه  $\bar{I}$  سرمایه گذاری مستقل است،  $a_1$  و  $a_2$  دو ثابت مثبت هستند و بنابراین با جایگزینی (۱۴.۴) و (۱۵.۴) در (۱۲.۴) داریم:

$$\frac{dY}{dt} = c_1(a_1 Y - a_2 r + \bar{I} - Y) = -c_1 s Y - c_1 a_2 r + c_1 \bar{I}, \quad 0 < s < 1 \quad (16.4)$$

به طوری که  $s = 1 - a_1$ . حال به تابع تقاضای پول  $L(Y, r)$  می پردازیم و فرض می کنیم که تقاضای پول یک تابع صعودی خطی درآمد است و با توجه به نرخ بهره کاهش می یابد، به طوری که:

$$L(Y, r) = k_1 Y - k_2 r, \quad k_1 > 0, k_2 > 0 \quad (17.4)$$

که در آن  $k_1$  و  $k_2$  دو ثابت مثبت هستند.

حجم پول ( $\bar{M}$ ) توسط بانک مرکزی تعیین و همچنین ثابت فرض می شود. با جایگزینی معادله (۱۷.۴) در معادله (۱۳.۴)، خواهیم داشت:

$$\frac{dr}{dt} = c_2 k_1 Y - c_2 k_2 r - c_2 \bar{M} \quad (18.4)$$

معادلات (۱۶.۴) و (۱۸.۴) مدل IS-LM را به شکل پویا با توابع خاص مصرف، سرمایه گذاری و تقاضای پول نشان می دهد و پویایی تولید و نرخ بهره را در یک اقتصاد بسته ساده توصیف می کند. از آنجایی که هر دو (۱۶.۴) و (۱۸.۴) خطی هستند، می توانیم سیستم را به صورت تحلیلی بررسی کنیم و سپس تغییرات پارامترها را با استفاده از شبیه سازی عددی آزمایش کنیم.

ابتدا برای تجزیه و تحلیل، معادلات (۱۶.۴) و (۱۸.۴) را به شکل ماتریس بازنویسی می کنیم. داریم:

$$\begin{pmatrix} \frac{dY}{dt} \\ \frac{dr}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -c_1 s & -c_1 a_2 \\ c_2 k_1 & -c_2 k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \bar{I} \\ -c_2 \bar{M} \end{pmatrix} \quad (19.4)$$

نقطه تعادل برای این سیستم، یعنی جایی که همزمان  $\frac{dY}{dt} = 0$  و  $\frac{dr}{dt} = 0$  باشد، به صورت زیر بدست می آید:

$$\begin{pmatrix} \frac{dY}{dt} \\ \frac{dr}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -c_1 s & -c_1 a_2 \\ c_2 k_1 & -c_2 k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^* \\ r^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \bar{I} \\ -c_2 \bar{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



در نتیجه  $Y^*$  و  $r^*$  برابرند با:

$$\begin{pmatrix} Y^* \\ r^* \end{pmatrix} = \frac{1}{sk_2 + a_2k_1} \begin{pmatrix} k_2\bar{I} + a_2\bar{M} \\ k_1\bar{I} - s\bar{M} \end{pmatrix} = \frac{1}{sk_2 + a_2k_1} \begin{pmatrix} k_2 & a_2 \\ k_1 & -s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I} \\ \bar{M} \end{pmatrix}.$$

پایداری نقطه تعادل  $(Y^*, r^*)$  توسط مقادیر ویژه ماتریس ضرایب

$$A = \begin{pmatrix} -c_1s & -c_1a_2 \\ c_2k_1 & -c_2k_2 \end{pmatrix} \quad (20.4)$$

که در (۱۹.۴) آورده شده است تعیین می شود. دو مقدار ویژه مستقیماً با محاسبه ریشه‌های معادله مشخصه مربوطه پیدا می شوند.

(۲۱.۴)

$$\begin{vmatrix} -c_1s - \lambda & -c_1a_2 \\ c_2k_1 & -c_2k_2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + (c_1s + c_2k_2)\lambda + c_1c_2(sk_2 + a_2k_1) = 0$$

بنابراین داریم:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left( -(c_1s + c_2k_2) \pm \sqrt{(c_1s + c_2k_2)^2 - 4c_1c_2a_2k_1} \right) \quad (22.4)$$

با توجه به مثبت بودن ضرایب و منفی بودن  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  نقطه تعادل پایدار است.

## ۵.۴ کاربرد مدل IS-LM

با استفاده از این مدل به تحلیل موضوعات مختلفی از جمله موارد زیر می پردازیم. علل بالقوه نوسانات در آمد ملی را بررسی می کنیم. با استفاده از این مدل به بررسی این موضوع می پردازیم که تغییر در متغیرهای برونزا (مانند مخارج دولت، مالیات ها و عرضه پول) در یک سطح ثابت قیمت چه تاثیری بر متغیرهای درونزا (نرخ بهره و درآمد ملی) دارد. علاوه بر این، تاثیر شوک های بازار کالاها و خدمات (منحنی IS) و بازار پول (منحنی LM) را بر نرخ بهره و درآمد ملی در کوتاه مدت بررسی می کنیم.

## فصل ۵

### مدل رشد سولو

اقتصاددانان برای اندازه گیری رشد اقتصادی از داده های مربوط به تولید ناخالص داخلی استفاده می کنند. تولید ناخالص داخلی درآمد کل همه افراد را در یک اقتصاد اندازه گیری می کند. هدف ما در این بخش شناخت علل تفاوت درآمد بین کشورهای مختلف در طول زمان است. در اینجا عوامل تولید (سرمایه و نیروی کار) و فناوری تولید را به عنوان منابع اصلی تولید اقتصادی و یا درآمد کل اقتصاد معرفی می کنیم. بنابراین تفاوت در درآمدها ناشی از تفاوت در سرمایه، نیروی کار و فناوری است.

با معرفی مدل رشد سولو<sup>۱</sup> به تجزیه و تحلیل عوامل رشد اقتصادی در یک کشور می پردازیم. این مدل نشان می دهد که چگونه پس انداز، رشد اقتصادی و پیشرفت های مربوط به فناوری بر سطح تولید اقتصاد و رشد آن در طول زمان تاثیر می گذارد.

مدل رشد سولو نشان می دهد که چگونه موجودی سرمایه، رشد نیروی کار و پیشرفت های مربوط به فناوری در یک اقتصاد با هم تعامل دارند و چگونه بر تولید کالاها و خدمات یک کشور تاثیر می گذارند.

مفروضات مدل رشد سولو به شرح زیر است. تابع تولید ( $F$ ) با ورودی های سرمایه ( $K$ ) و کار ( $L$ ) به دست آمده است

$$Y = F(K, AL) \quad (۱.۵)$$

که در آن  $A$  نشان دهنده فناوری/دانش است و  $AL$  به عنوان نیروی کار موثر شناخته می شود. تابع تولید فرض می شود که بازدهی ثابت به مقیاس یا همگن را در سرمایه و نیروی کار نشان می دهد. این بدان معناست که دوبرابر کردن مقادیر ورودی ها (با  $A$  ثابت) خروجی ( $Y$ ) را دو برابر می کند.

از آنجایی که ما به چگونگی رشد تولید سرانه در طول زمان علاقه مند هستیم (یا به طور کلی، تولید

---

<sup>1</sup>The Solow Growth Model

سرانه در طول زمان چگونه رشد می کند)، می توانیم تابع تولید را بازنویسی کنیم. به شکل فشرده، زیرا تابع همگن است.

$$Y = ALF\left(\frac{K}{AL}, 1\right) \iff \frac{Y}{AL} = F(r, 1), \quad r = \frac{K}{AL} \quad (۲.۵)$$

که  $\frac{Y}{AL}$  مقدار خروجی در واحد کار موثر است و  $r$  مقدار سرمایه در واحد کار موثر است. قرار می دهیم  $y = \frac{Y}{AL}$  آنگاه معادله (۲.۵) به صورت زیر بازنویسی می شود.

$$y = f(r) = F(r, 1) \quad (۳.۵)$$

برای تابع تولید  $f(r)$  شرایط زیر برقرار است:

$$f(0) = 0, \quad \frac{df}{dr}(r) > 0 \quad \frac{d^2f}{dr^2}(r) < 0$$

به این معنی که محصول نهایی سرمایه مثبت است، اما با افزایش سرمایه کاهش می یابد. علاوه بر این شرایطی برای انحنای  $f(r)$  وجود دارد، یعنی

$$\lim_{r \rightarrow 0^+} \frac{df}{dr}(r) = \infty \quad \text{و} \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{df}{dr}(r) = 0$$

از این شروط به عنوان شرایط اینادا<sup>۲</sup> یاد می شود. این شرایط تضمین می کند که رشد اقتصاد زمانی که موجودی سرمایه بزرگ می شود (یا به سمت بی نهایت میل می کند) از هم جدا نمی شود.

تقاضای کل در این اقتصاد تک کالا، بسته و خصوصی توسط

$$Y = C + I \quad (۴.۵)$$

مشخص می شود که در آن  $C$  نشان دهنده مصرف و  $I$  نشان دهنده مخارج سرمایه گذاری است. شرط تعادل اقتصاد کلان برای این اقتصاد برابر است با:

$$S = I \quad (۵.۵)$$

علاوه بر این با فرض اینکه بخشی از درآمد مصرف می شود و بقیه پس انداز می شود، تابع پس انداز را می توان به صورت زیر نوشت:

---

<sup>۲</sup>Inada conditions

$$S = sY, \quad 0 < s < 1, \quad (۶.۵)$$

که در آن  $s$  تمایل به پس انداز است. در هر لحظه از زمان، موجودی سرمایه عامل کلیدی تعیین کننده تولید اقتصادی است، ولی توجه کنید که موجودی سرمایه در طول زمان تغییر می کند و این تغییرات باعث رشد اقتصادی می شود. به طور مشخص دو نیرو بر موجودی سرمایه تاثیر دارد: سرمایه گذاری و استهلاك. سرمایه گذاری عبارت است از مخارج و هزینه های تاسیس کارخانه های جدید و نصب ماشین آلات و خرید تجهیزات تولیدی که باعث افزایش موجودی سرمایه می شود. استهلاك عبارت است از فرسایش و از بین رفتن سرمایه های قبلی در فرآیند تولید که باعث کاهش موجودی سرمایه می شود. سرمایه گذاری ناخالص اقتصاد به عنوان تغییر موجودی سرمایه به اضافه استهلاك ارزش سرمایه موجود تعریف می شود و توسط معادله زیر بیان می شود.

$$I = \frac{dK}{dt} + \delta K, \quad 0 < \delta < 1 \quad (۷.۵)$$

که  $\delta$  نشان دهنده نرخ استهلاك موجودی سرمایه است. در نهایت، فرض کنید که هم عرضه نیروی کار در اقتصاد و هم انباشت دانش به ترتیب با نرخ  $n$  و  $a$  رشد می کنند.

$$L(t) = L_0 e^{nt}, \quad A(t) = A_0 e^{at}, \quad (۸.۵)$$

برای برخی از مقادیر اولیه مثبت  $L_0$  و  $A_0$ . با جایگزینی (۷.۵) و (۶.۵) در (۵.۵) داریم:

$$sY = \frac{dK}{dt} + \delta K. \quad (۹.۵)$$

حال باید عبارات سمت چپ و راست (۹.۵) را برای تکمیل مدل پیدا کنیم. از (۲.۵) و (۳.۵) داریم:

$$Y = ALf(r) \quad (۱۰.۵)$$

که می تواند در سمت چپ (۹.۵) جایگزین شود. برای محاسبه  $\frac{dK}{dt}$  از  $r = \frac{K}{AL}$  استفاده می کنیم. داریم:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dA}{dt} Lr + A \frac{dL}{dt} r + AL \frac{dr}{dt} = aALr + nALr + AL \frac{dr}{dt}. \quad (۱۱.۵)$$

در نهایت با جایگزینی (۱۰.۵) و (۱۱.۵) در (۹.۵) معادله زیر بدست می آید.

$$sALf(r) = aALr + nALr + AL\frac{dr}{dt} + \delta ALr \quad (۱۲.۵)$$

و به صورت ساده تر خواهیم داشت:

$$\frac{dr}{dt} = sf(r, 1) - (n + a + \delta)r, \quad (۱۳.۵)$$

این معادله، معادله دینامیکی بنیادی مدل رشد سولو است. برای درک بیشتر دینامیک و ویژگی های پایداری مدل، از تابع تولید کاب-داگلاس<sup>۳</sup> به عنوان یک مورد خاص برای تابع تولید  $f(r)$  استفاده می کنیم.

$$Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (۱۴.۵)$$

که در آن  $\alpha$  نسبت سرمایه است و  $1 - \alpha$  نسبت نیروی کار موثر است که برای تولید خروجی استفاده می شود. بیان تابع تولید کاب-داگلاس (۱۴.۵) برحسب بازده به ازای هر نیروی کار موثر، یعنی تقسیم بر  $AL$ ، به صورت زیر است:

$$\frac{Y}{AL} = \left( \frac{K}{AL} \right)^\alpha \Rightarrow y = r^\alpha \quad (۱۵.۵)$$

و تابع تولید برای این مورد خاص  $f(r) = r^\alpha$  می شود. بنابراین، استفاده از (۱۵.۵) در (۱۳.۵) معادله زیر را نتیجه می دهد:

$$\frac{dr}{dt} = sr^\alpha - (n + a + \delta)r \quad (۱۶.۵)$$

که معادله دینامیکی اساسی مدل رشد سولو برای مورد خاص تابع تولید کاب-داگلاس است. توجه داشته باشید که معادله (۱۶.۵) یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول است که ویژگی های دینامیکی آن در بخش زیر بررسی خواهد شد.

---

<sup>۳</sup>Cobb–Douglas production function

## ۱.۵ تحلیل و بررسی مدل

همانطور که در بخش قبل ذکر شد، معادله اساسی در مدل سولو (۱۶.۵) یک معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول است، که معمولاً به این معنی است که هیچ راه حل تحلیلی برای تجزیه و تحلیل بیشتر در دسترس نیست. با این حال، این یکی از مواردی است که می توان سیستم غیرخطی را از طریق تبدیل متغیر به خطی تبدیل کرد و سیستم خطی را می توان به صورت تحلیلی حل کرد. در ادامه ما ابتدا نشان خواهیم داد که چگونه می توان این تبدیل را انجام داد و راه حل چگونه به نظر می رسد. دوم، ما از روش های سنتی تحلیل پایداری خطی برای (۱۶.۵) برای یافتن و تجزیه و تحلیل پایداری تمام نقاط تعادل استفاده خواهیم کرد. در نهایت یک روش گرافیکی برای مکان یابی و تعیین پایداری نقاط تعادل نشان خواهیم داد.

### ۱.۱.۵ تجزیه و تحلیل پایداری به کمک تبدیل برنولی

معادله (۱۶.۵) را می توان با یک تبدیل ساده که به عنوان تبدیل برنولی شناخته می شود، با تعریف یک متغیر جدید خطی کرد.

$$\kappa = r^{1-\alpha}. \quad (17.5)$$

توجه داشته باشید که این تبدیل ریاضی یک تفسیر اقتصادی دارد، زیرا از (۱۴.۵) داریم:

$$\frac{K}{Y} = \left( \frac{K}{AL} \right)^{1-\alpha} = r^{1-\alpha} = \kappa, \quad (18.5)$$

به طوری که  $\kappa$  با استفاده از تابع تولید کاب-داگلاس، سیستم غیرخطی (۱۶.۵) را در نسبت سرمایه به کار مؤثر ( $K/AL$ ) به یک سیستم خطی در نسبت سرمایه به تولید ( $K/Y$ ) تبدیل می کند.

اکنون می توانیم معادله دینامیکی بنیادی مدل سولو را با کمک متغیر تبدیل  $\kappa$  به صورت زیر بیان کنیم.

$$\frac{d\kappa}{dt} = (1-\alpha)r^{-\alpha}\frac{dr}{dt} \Rightarrow \frac{1}{1-\alpha}\frac{d\kappa}{dt} = r^{-\alpha}\frac{dr}{dt}. \quad (19.5)$$

حالا با ضرب دو طرف (۱۶.۵) در  $r^{-\alpha}$  نتیجه می شود:

$$r^{-\alpha}\frac{dr}{dt} = s - (n + a + \delta)r^{1-\alpha} \quad (20.5)$$

و با استفاده از معادلات (۱۹.۵) و (۲۰.۵) داریم:

$$\frac{1}{1-\alpha} \frac{d\kappa}{dt} = s - (n+a+\delta)\kappa \quad (۲۱.۵)$$

یا

$$\frac{d\kappa}{dt} + (n+a+\delta)(1-\alpha)\kappa = s(1-\alpha) \quad (۲۲.۵)$$

که یک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت است. با فرض اینکه در  $t=0$ ،  $\kappa$  برابر با  $\kappa_0$  باشد، جواب کلی برای (۲۲.۵) برابر است با:

$$\kappa(t) = \left( \kappa_0 - \frac{s}{n+a+\delta} \right) e^{-(n+a+\delta)(1-\alpha)t} + \frac{s}{n+a+\delta}. \quad (۲۳.۵)$$

از آنجایی که  $n+a+\delta$  و  $1-\alpha$  مثبت هستند، وقتی که  $t \rightarrow \infty$ ، جمله  $e^{-(n+a+\delta)(1-\alpha)t}$  به صفر میل می کند، و  $\kappa(t)$  به نقطه تعادل  $\kappa^*$  میل می کند.

$$\kappa^* = \frac{s}{n+a+\delta}.$$

همچنین،  $(\kappa_0 - \kappa^*)$  با نرخ

$$\beta = (n+a+\delta)(1-\alpha), \quad (۲۴.۵)$$

به صفر میل می کند.  $\beta$  گاهی اوقات ضریب همگرایی نامیده می شود. در نهایت، جواب برای سیستم اصلی (۱۶.۵)، با استفاده از معادله تبدیل شده (۲۲.۵) به صورت زیر است:

$$r(t) = \kappa^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left( \left( r_0 - \frac{s}{n+a+\delta} \right) e^{-(n+a+\delta)(1-\alpha)t} + \frac{s}{n+a+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (۲۵.۵)$$

به طوری که  $\kappa_0 = r_0^{1-\alpha}$  و تعادل یا نسبت حالت پایدار سرمایه به نیروی کار موثر،  $r^*$ ، برابر است با:

$$r^* = \left( \frac{s}{n+a+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (۲۶.۵)$$

## ۲.۱.۵ تجزیه و تحلیل پایداری خطی

به جای استفاده از تبدیل برنولی، می‌توانیم سیستم اصلی (۱۶.۵) را مستقیماً با قرار دادن تمام نقاط تعادل و تحلیل پایداری آنها تجزیه و تحلیل کنیم. ابتدا نقاط تعادل را پیدا می‌کنیم. از حل معادله

$$\frac{dr}{dt} = 0 \Rightarrow s(r^*)^\alpha - (n+a+\delta)r^* = sr^* \left( (r^*)^{\alpha-1} - \frac{n+a+\delta}{s} \right) = 0 \quad (27.5)$$

دو نقطه تعادل بدست می‌آید که داریم:

$$r_1^* = 0 \quad \text{و} \quad r_2^* = \left( \frac{s}{n+a+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

نقطه تعادل اول بدیهی است که با تبدیل برنولی در بالا بدست نمی‌آید و دومی همان چیزی است که توسط تبدیل برنولی ارائه شده است. برای محاسبه پایداری نقاط تعادل، می‌توانیم سمت راست (۱۶.۵) را با توجه به  $r$  متمایز کنیم و در دو نقطه تعادل ارزیابی کنیم. اگر علامت دیفرانسیل منفی (مثبت) باشد، به این معنی است که نقطه تعادل پایدار (ناپایدار) است. داریم:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{dr}{dt} \right) = \alpha sr^{\alpha-1} - (n+a+\delta), \quad (28.5)$$

و ارزیابی در نقاط تعادل به صورت زیر است:

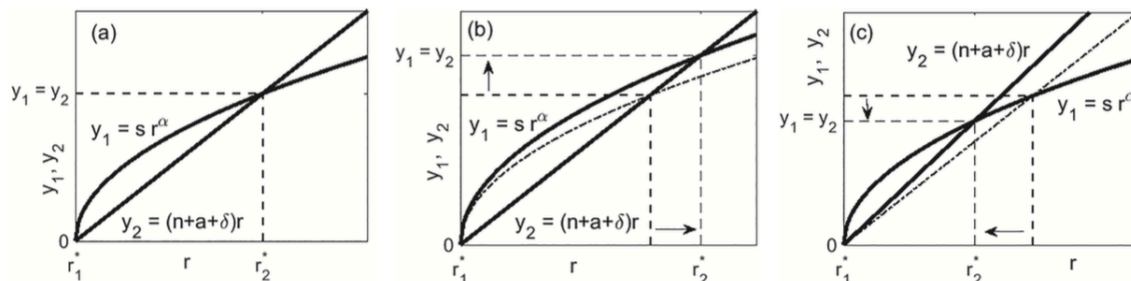
$$\begin{aligned} \left. \frac{d}{dr} \left( \frac{dr}{dt} \right) \right|_{r=0} &= \lim_{r \rightarrow 0^+} \frac{\alpha s}{r^{1-\alpha}} - (n+a+\delta) = \infty > 0, \\ \left. \frac{d}{dr} \left( \frac{dr}{dt} \right) \right|_{r=\left(\frac{s}{n+a+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}} &= \alpha s \left( \left( \frac{s}{n+a+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right)^{\alpha-1} - (n+a+\delta) \quad (29.5) \\ &= (\alpha-1)(n+a+\delta) < 0 \text{ for } 0 < \alpha < 1. \end{aligned}$$

عبارات فوق (۲۹.۵) نشان می‌دهد که  $r_1^* = 0$  ناپایدار است و  $r_2^* = \left( \frac{s}{n+a+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$  پایدار است.

## ۳.۱.۵ تجزیه و تحلیل پایداری به کمک نمودار

در ادامه از یک روش گرافیکی برای انجام تجزیه و تحلیل در بخش قبل استفاده خواهیم کرد. بر این اساس، ما دو عبارت سمت راست (۱۶.۵) را به صورت گرافیکی و کیفی مقایسه خواهیم کرد





شکل ۱.۵: تحلیل پایداری به کمک نمودار، که در آن (a) مورد پایه است. در (b) افزایش  $s$  می یابد که منجر به افزایش  $r^*$  و در (c) افزایش  $n$  می یابد که منجر به کاهش  $r^*$  می شود.

تا مشخص کنیم که آیا  $\frac{dr}{dt}$  در حال رشد یا کاهش است. قرار می دهیم:

$$y_1(r) = s r^\alpha, \quad y_2(r) = (n + a + \delta)r$$

می بینیم که توابع در دو نقطه مجزا  $r_1^*$  و  $r_2^*$  برابر هستند. پس داریم:

$$\frac{dr}{dt} = y_1(r_k^*) - y_2(r_k^*) = 0, \quad k = 1, 2$$

همانطور که انتظار می رود، زیرا همانطور که در (۲۷.۵) دیدیم این شرط یک نقطه تعادل است. علاوه بر این، در شکل ۱.۵ می بینیم که برای  $r > 0$  ما دو مورد را دنبال می کنیم:

$$1) r_1^* < r < r_2^* \Rightarrow y_1 > y_2, \quad \frac{dr}{dt} > 0$$

$$2) r > r_2^* \Rightarrow y_1 < y_2, \quad \frac{dr}{dt} < 0$$

که این یعنی  $r(t)$  در زمان  $t$  افزایش می یابد اگر  $r_1^* < r < r_2^*$  و کاهش می یابد اگر  $r > r_2^*$ ، پس  $r_1^*$  دفع کننده (ناپایدار) و  $r_2^*$  جذب کننده (پایدار) است.

یعنی اقتصادی با سطح پایین نسبت سرمایه به کار ( $r$  نزدیک به صفر) رشد خواهد کرد و اقتصادی با نسبت سرمایه به کار بالاتر از مقدار حالت ثابت ( $r_2^*$ ) منقبض خواهد شد. این با روش های تحلیلی بالا، اول از طریق تبدیل برنولی و معادله (۱۶.۵) و دوم از طریق تجزیه و تحلیل پایداری استاندارد (۲۹.۵) سازگار است.

## ۲.۵ همگرایی

در دنیا تفاوت های بسیاری بین سطح زندگی کشور ها قابل مشاهده است. برای یافتن پاسخ این پرسش که آیا اقتصاد کشورهای مختلف در طول زمان همگرایی دارند یا خیر پژوهش های بسیاری صورت گرفته است، آیا رشد اقتصادهای فقیر در مقایسه با اقتصاد های ثروتمند بیشتر است. اگر پاسخ به این پرسش مثبت باشد، اقتصادهای متغیر جهان به اقتصاد های ثروتمند خواهند رسید و فاصله میان آنها در طول زمان کم تر و کم تر خواهد شد. این ویژگی را رشد سریع تر همگرایی می نامیم. اگر همگرایی اقتصادی وجود نداشته باشد، کشورهایی که رشد خود را دیر آغاز کرده اند همچنان در فقر باقی خواهند ماند.

مدل سولو پیش بینی های دقیق و روشنی در مورد زمان وقوع همگرایی ارائه می کند. بر اساس این مدل، همگرایی بین اقتصاد دو کشور به تفاوت اولیه اقتصاد ها بستگی دارد. فرض کنید اقتصاد دو کشور بر اثر حوادث تاریخی حرکت خود را با موجودی سرمایه متفاوت آغاز کرده، ولی هر دو اقتصاد در یک وضعیت پایدار ناشی از نرخ های پس انداز، نرخ های رشد جمعیت و کارآیی نیروی کار قرار دارند. در چنین حالتی انتظار همگرایی دو اقتصاد را داریم، کشور فقیر تر با موجودی سرمایه کمتر به طور طبیعی با سرعت بیشتری به وضعیت پایدار می رسد.

## ۳.۵ سیاست های بهبود رشد اقتصادی

تاکنون از مدل رشد سولو برای کشف روابط نظری بین عوامل مختلف موثر بر رشد اقتصادی استفاده کردیم. حال می توانیم از این نظریه و شواهد تایید کننده آن در سیاست های اقتصادی کمک بگیریم.

### ۱.۳.۵ تخصیص سرمایه گذاری در اقتصاد

در مدل سولو برای سادگی فرض شده است که فقط یک نوع سرمایه وجود دارد، هرچند در سرتاسر جهان انواع مختلف سرمایه وجود دارد. بنگاه های خصوصی سرمایه های خود را به طور سنتی در ماشین آلات و تجهیزات و امثال آن سرمایه گذاری می کنند. دولت ها نیز از سرمایه در سرمایه گذاری های متنوع بخش عمومی استفاده می کنند که آنها را زیرساخت می نامیم، مانند احداث جاده ها، پل ها و سیستم های آبرسانی.

علاوه بر این، نوع دیگر سرمایه، سرمایه انسانی است. هر چند متغیر سرمایه در مدل سولو معمولاً فقط شامل سرمایه فیزیکی است ولی در اکثر موارد سرمایه های انسانی را همانند سرمایه های فیزیکی در نظر می گیریم. پژوهش های جدید درباره رشد اقتصادی بر این نکته تاکید دارند که سرمایه انسانی حداقل به اندازه سرمایه فیزیکی در توصیف تفاوت های بین المللی در سطح رفاه زندگی اهمیت دارد.

سیاست گذاران تلاش می کنند رشد اقتصادی را در راستای این موضوع ارتقا دهند که اقتصاد به کدام نوع سرمایه بیشتر نیاز دارد. به عبارت دیگر کدام نوع سرمایه بالاترین تولید نهایی را دارد؟ بسیاری از اقتصاددانان اعتقاد دارند که دولت باید زمینه لازم برای سرمایه گذاری یا شرایط اولیه را برای به کارگیری انواع سرمایه فراهم کند.

### ۲.۳.۵ تشویق رشد فناوری

مدل سولو نشان می دهد که رشد پایدار درآمد سرانه الزاما از رشد فناوری ناشی می شود. در مدل سولو، رشد فناوری یک متغیر برون زاست و مقدار آن در مدل تعیین نمی شود. متاسفانه، عوامل تعیین کننده رشد فناوری به درستی شناخته نشده اند. با وجود محدودیت های شناخت عوامل موثر بر رشد فناوری، بسیاری از سیاست های بخش عمومی با هدف بهبود رشد فناوری طراحی شده اند. اکثر این سیاست ها باعث تشویق بخش خصوصی جهت استفاده از منابع اقتصادی به منظور ابداعات فناوری می شوند. به طور مثال نظام حق امتیاز و حق بهره برداری از اختراع، یک انحصار موقت در اختیار مبتکران کالاهای جدید قرار می دهد و نهادهای دولتی مانند بنیاد ملی علوم مستقیما به پژوهش های بنیادین دانشگاه ها کمک های مالی می کند. علاوه بر این، دولت باید در ارتقا صنایع خاص نقش فعال تری ایفا کند، صناعی که کلید اصلی پیشرفت سریع فناوری است.

## واژه نامه

surplus value	ارزش اضافی
reserve army of labour	ارتش ذخیره نیروی کار
exploitation	استثمار
depreciation	استهلاک
nominal	اسمی
full employment	اشتغال کامل
closed economy	اقتصاد بسته
bond	اوراق قرضه
money market	بازار پول
commodity market	بازار کالا
constant return to scale	بازده ثابت نسبت به مقیاس
saving	پس انداز
money demand function	تابع تقاضای پول
production function	تابع تولید
preferences	ترجیحات
class conflict	تضاد طبقاتی
demand	تقاضا
gross domestic product	تولید ناخالص داخلی
national income	درآمد ملی
subsistence wage	دستمزد معیشتی
real wage	دستمزد واقعی
investment	سرمایه گذاری
general price level	سطح عمومی قیمت
monetary policy	سیاست پولی
fiscal policy	سیاست مالی
supply	عرضه
non-excludable	غیرقابل استثنا
embodied labour	کار متبلور

exogenous variable.....	متغیر برون زا
endogenous variable.....	متغیر درون زا
consumption.....	مصرف
interest rate.....	نرخ بهره
labor force.....	نیروی کار

## کتاب‌نامه

- [۱] منکیو، گریگوری، اقتصاد کلان، ترجمه حمیدرضا اریاب، ۱۴۰۲.
- [۲] ژید، شارل و ریست، شارل، تاریخ عقاید اقتصادی، ترجمه کریم سنجابی، جلد اول و دوم، ۱۳۹۵.
- [۳] ساندلین، بو و وندراک، ریچارد، تاریخ مختصر اندیشه های اقتصادی، ترجمه حمیدرضا اریاب، ۱۴۰۱.
- [4] S.Raghavendra, P.T.Piironen, *An Introduction to Economic Dynamics*, Routledge, 2023.
- [5] D.Rieu, *A Mathematical Approach to Marxian Value Theory*, Palgrave Macmillan, 2022.
- [6] B.Philp, *Reduction, Rationality and Game Theory in Marxian Economics*, Routledge, 2005.
- [7] A.Ortmann, B.Walraevens, *Adam Smith's System*, Palgrave Macmillan, 2022.

## **Abstract**

In this project, after briefly stating the history of economic ideas, we examined the ideas of some of the most important and influential economists with a mathematical approach. We analyzed Adam Smith's view on the advantages and disadvantages of the division of labor and the need for government intervention in some specific cases and Marx's view on value, exploitation, working hours and its role in the class struggle. Also with the help of the IS-LM model We put Keynes' view on aggregate demand and economic fluctuations to the test. In the end, by introducing Solow's model, we examined the factors affecting the growth of an economy and introduced labor, technology and capital as the most important growth factors.



College of Science  
School of Mathematics, Statistics, and Computer Science

# Mathematical Models in Macroeconomics

**Saman Sanati**

Supervisor: Dr.Gholam Reza Rokni Lamouki

A Project Report Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for  
the Degree of B.Sc. in Mathematics and Its Applications

March 2024