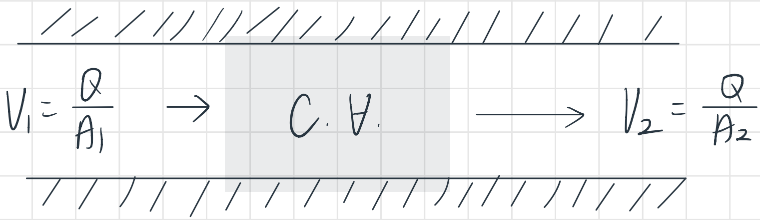
雷諾傳輸定理

1. Reynole's Transport Theorem (RTT)，控制體積方程式
2. 用來描述物質流動和它們在空間和時間上的變化
   (連續介質力學的基礎方程)
3. 原因：因為流體不像固體可明顯的分開其個別的顆粒分子來處理其動力問題，因此，此理論把焦點集中在流動時所流經的空間
4. 在控制體積法，需符合兩性質：
   ① 外延性質：與總質量有關的物理性質
   ② 內延性質：與總質量無關的物理性質



時間的函數

在控制表面上的淨流動率

5. 又可表示為 $\frac{d}{dt}\int_{\Omega(t)} f\,dV = \int_{\Omega(t)} \frac{\partial f}{\partial t}\,dV + \int_{\partial\Omega(t)} (V_b \cdot n) f\,dA$

張量、向量、標量函數

時變的區域

在控制體積內隨時間的變化率

$n(x,t)$ 單位法向量

區域中的一點

$V^b(x,t)$ 面積元素的速度

速度函數 $V = V(x,t)$ $\quad V^b \cdot n = V \cdot n$

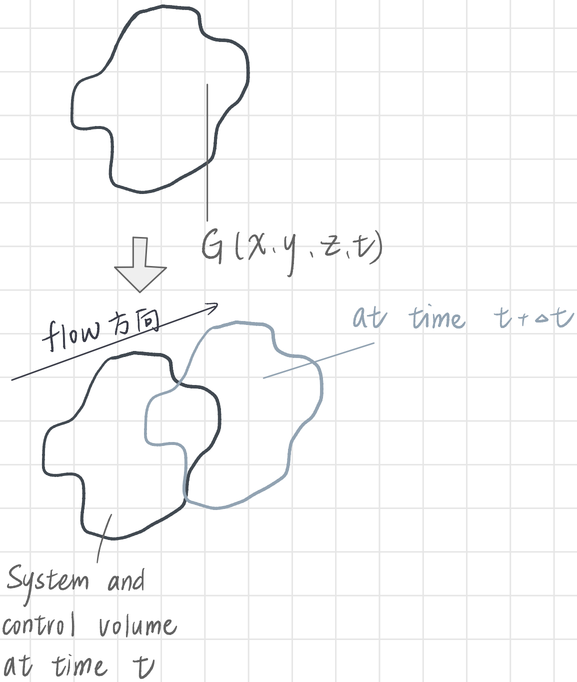
$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\int_{\Omega(t)} f\,dV\right) = \int_{\Omega(t)} \frac{\partial f}{\partial t}\,dV + \int_{\partial\Omega(t)} (V \cdot n) f\,d$$

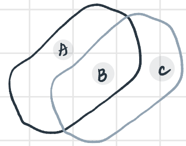
• 推導：

總變化量 = 本身變化量 + 邊界移動量

$$\frac{d}{dt}\iiint f\,dV = \iiint_{V(t)} \frac{\partial f}{\partial t}\,dV + \oint_{A(t)} f(\vec{v}\cdot d\vec{A})$$

假設此為不規則形狀的流體





時間：$t \longrightarrow t+\Delta t$

範圍：$A+B \longrightarrow B+C$

B 雖然看似不變但可能在 Δt 的時間段中的變化率為 $\iiint_B \frac{\partial f}{\partial t}\,dV$

單位體積的物理量

Ex：算質量 $dm = \rho\, dV$ ($\rho \to f$)

算動量 $d\vec{P} = \vec{v}\,dm = \vec{v}\rho\, dV$

$f \longrightarrow \rho\vec{v}$

算體積 $dV = 1\,dV$

$$\frac{d}{dt}\int_{a(t)}^{b(t)} f(x,t)\,dx = \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(x,t)}{\partial t}\,dx + \frac{db(t)}{dt} f(b,t) - \frac{da(t)}{dt} f(a,t)$$

移動的速度