

# FACULTAD DE MATEMÁTICAS

# Diseños experimentales

Proyecto 1. Unidades I y II.

"¿La actividad física alivia la depresión?"

### Por:

- -Samantha Álvarez Herrera
- -Abigail Ciau Puga
- -Samantha Sobrino Bermejo

**Equipo 8** 

LM. en C. Salvador Medina Peralta

Licenciatura en Actuaria - Especialización en Estadística.

Fecha: Miércoles 18 de Septiembre de 2019



# TABLA DE CONTENIDOS

Página	L
1. INTRODUCCIÓN: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	
ORIGEN DE LOS DATOS	
<b>2. OBJETIVOS</b>	
3. MÉTODOLOGÍA3	
4. RESULTADOS5	
5. CONCLUSIONES6	
6. REFERENCIAS 6	
APÉNDICES	
A. RESULTADOS DEL PAQUETE ESTADÍSTICO	



#### 1. INTRODUCCIÓN: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Origen de los datos (Tomado de "Graham Hole Research Skills Kruskal-Wallis handout, version 1.0". http://users.sussex.ac.uk/~grahamh/RM1web/Kruskal-Wallis%20Handoout2011.pdf).

Se seleccionó un grupo personas deprimidas y se verificó que todas estén igualmente deprimidas para empezar. Posteriormente se asignó a cada persona al azar en uno de tres grupos: sin ejercicio; 20 minutos de trote por día; o 60 minutos de trote por día.

Al final de un mes, se le pidió a cada participante que califique qué tan deprimidos se sentían en ese momento, en una escala Likert que va desde 1 ("totalmente miserable") hasta 100 ("extremadamente feliz").

Se desea determinar si las diferencias entre los grupos son tan grandes que es poco probable que ocurran por casualidad. Los datos fueron registrados en la tabla 1.

Tabla 1.	Calificación en la escala de depresión				
Datos de los pacientes	Sin ejercicio	20min de trote al día	60min de trote al día		
clasificados según el nivel de actividad	23	22	59		
física realizado.	26	27	66		
	51	39	38		
	49	29	49		
	58	46	56		
	37	48	60		
	29	49	56		
	44	65	62		

#### 2. OBEJTIVOS

**General**: Responder a "¿El nivel de actividad física realizado afecta los niveles de depresión de los pacientes?".

#### **Específicos**:

- Realizar un análisis completo de los datos e identificar correctamente la prueba estadística necesaria para resolver el problema.
- Con base a los resultados obtenidos, decidir acerca de la relación entre la actividad física y la depresión.

#### 3. METODOLOGÍA

Los datos recolectados para este análisis se tratan de una sola muestra aleatoria de personas con depresión diagnosticada, de tamaño N=24, de la población de interés y las unidades experimentales fueron asignadas al azar en tres grupos, dependiendo en este caso, de los niveles de actividad física que deben realizar para el estudio.



#### Modelo

Según las características del problema de estudio, es adecuada la utilización de una prueba Kruskal-Wallis. Se tienen tres grupos separados (independientes) de participantes, cada uno de los cuales nos da una puntuación única en una escala de calificación. Las calificaciones son ejemplos de una escala ordinal de medición, por lo que los datos no son adecuados para una prueba paramétrica. Se utilizará un nivel de significancia del 5% ( $\alpha$ = 0.05).

Para saber si los distintos tiempos de actividad física tienen efectos similares sobre los pacientes con depresión, nos interesa probar las siguientes *hipótesis*:

 $H_0$ : Las 3 distribuciones poblacionales son idénticas (con la misma mediana). (El tiempo dedicado a la actividad física no impacta en los niveles de depresión).

 $H_a$ : Al menos dos de las distribuciones poblacionales difieren en localización. (El tiempo de actividad física tiene algún efecto en la depresión de los pacientes).

#### Formalmente:

 $H_0$ :  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$  vs  $H_a$ :  $\theta_i \neq \theta_j$  para al menos un par (i,j) con  $i \neq j$ , con i,j = 1,2,3Donde  $\theta_i$  representa la mediana de la población para el i-ésimo grupo (tratamiento).

Bajo  $H_0$  cierta, el *estadístico de prueba* es:

$$H = \frac{\left(\frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i}\right) - 3(N+1)}{1 - \left(\frac{\sum_{j=1}^{g} (t_j^3 - t_j)}{N^3 - N}\right)} \stackrel{\cdot}{\sim} \chi_{k-1}^2$$

#### Donde

 $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$  Es el total de observaciones y  $n_i$  es el número de observaciones del i-ésimo grupo (tiempo de actividad física).

 $R_i = \sum_{j=1}^{n_i} r_{ij}$  Es la suma de los rangos de las observaciones del i-ésimo grupo y  $r_{ij}$  es el rango de  $Y_{ij}$ . g: número de grupos empatados.

 $t_i$ : Tamaño del j-ésimo grupo empatado.

Es decir, si los sub-grupos son "grandes"  $(n_i \ge 5)$  y bajo  $H_0$  verdadera, la distribución del estadístico de prueba H es aproximadamente ji-cuadrada con k-1 g.l., es decir  $H \sim \chi^2_{k-1}$ . (Wackerly et al., 2010)

## Modelo comparaciones múltiples no paramétricas

Con el fin de determinar que pares de tratamientos difieren cuando la prueba estadística sugiere diferencias significativas se llevará a cabo la prueba de comparación múltiple de Dunn.



Comparaciones múltiples, muestras grandes (Siegel y Castellan, 2001)

Hipótesis

$$H_0: \theta_u = \theta_v$$
 vs  $H_1: \theta_u \neq \theta_v$  para algunos grupos u y v, con  $u \neq v$  y u,  $v = 1,2,3$ 

Donde  $\theta_u$  representa la mediana de la población para el i-ésimo grupo (tratamiento).

Dada la presencia de empates en las observaciones, se rechaza  $H_0$  con un nivel se significación  $\alpha$  si:

$$|\bar{R}_u - \bar{R}_v| \ge \left(z_{\alpha/k(k-1)}\right) \sqrt{\left[\frac{N(N+1)}{12} - \frac{\sum_{j=1}^g \left(t_j^3 - t_j\right)}{12(N-1)}\right] \left(\frac{1}{n_u} + \frac{1}{n_v}\right)}$$

Donde

 $N = \sum_{i=1}^k n_i$  Es el total de observaciones y  $n_i$  es el número de observaciones del i-ésimo grupo.

 $\bar{R}_u$  promedio de los rangos de las observaciones del u-ésimo tratamiento.

g: número de grupos empatados.

 $t_i$ : Tamaño del j-ésimo grupo empatado.

#### 4. RESULTADOS

De la tabla 3 del Apéndice A se obtuvo que, para la prueba de Kruskal-Wallis,  $P=0.026<0.05=\alpha$  por lo tanto se rechaza  $H_0$ , y se decide por  $H_a$ : al menos dos de las distribuciones poblacionales difieren en localización; es decir, los tiempos de actividad física tienen efectos significativamente distintos sobre los niveles de depresión de los pacientes (H=7.29, P=0.026<0.05).

De la tabla 4 "Comparaciones múltiples de Dunn" del Apéndice A se obtuvo que para los eventos de no realizar ejercicio y correr 60 minutos de trote diarios,  $P=0.017<0.05=\alpha$ , por lo que se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ :  $\theta_1=\theta_3$ . La comparación entre realizar 20 minutos de trote diario y 60 minutos de trote diario tiene un valor P igual a 0.22, por lo que también se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ :  $\theta_2=\theta_3$ .

Por otro lado, la comparación entre no realizar ejercicio y correr 20 minutos de trote diario nos arroja un valor P de 0.915. Como este valor es mayor que el nivel de significación de 5% no se rechaza la hipótesis nula por lo que no existe evidencia significativa de que las medianas de las calificaciones de la escala de depresión de las personas que no realizan ejercicio y las personas que trotan 20 minutos diarios difieran significativamente. Además, las personas que trotan 60 minutos tienen calificaciones de depresión en la escala Likert significativamente mayores que los otros niveles de actividad física (Ver tabla 5, Apéndice 4).



#### **5. CONCLUSIONES**

Los resultados del presente trabajo indican que los niveles de depresión difieren significativamente según la cantidad de actividad física que realizan las personas, es decir, el tiempo de actividad física tiene algún efecto en la depresión de los pacientes.

De la prueba de comparaciones múltiples de Dunn se observó que no existe una diferencia significativa entre las calificaciones de depresión de las personas que no realizan ejercicio con las personas que trotan 20 minutos, es decir, el tiempo de actividad física que tienen estos dos grupos no tiene efecto alguno en sus calificaciones de depresión. Donde hubo diferencia significativa fue en las comparaciones de las personas que realizan 20 minutos de trote diario y las que no realizan ejercicio con las que realizan trote por 60 minutos diarios.

Se concluye que las personas que realizan 60 minutos de trote diario tienen una calificación significativamente más alta en la escala de depresión, donde un número más cercano a 100 indica que la persona se siente "extremadamente feliz", siendo así que realizar un ejercicio constante, como lo es trotar 60 minutos diario, ayuda a que las personas con depresión se sientan "más felices".

#### 6. REFERENCIAS

Montgomery, D.C. (2004). Diseño y análisis de experimentos. 2ª Ed. Limusa Wiley, México, D.F.

Graham Hole Research Skills Kruskal-Wallis handout. Recuperado de: http://users.sussex.ac.uk/~grahamh/RM1web/Kruskal-Wallis%20Handoout2011.pdf



## APÉNDICE A: Resultados con el paquete estadístico

Muestra 1: 8 valores en el rango de 23.0 a 58.0  $\,$ 

Muestra 2: 8 valores en el rango de 22.0 a 65.0

Muestra 3: 8 valores en el rango de 38.0 a 66.0

#### Prueba de Kruskal-Wallis

#### Tabla 2. Rangos

	DEPRESIÓN	N	Rango promedio
Actividad	Sin ejercicio	8	9.5625
Física	Trote por 20 minutos	8	9.9375
	Trote por 60 minutos	8	18.0
	Total	24	

Tabla 3. Estadísticos de prueba

	DAÑOS
H de Kruskal-Wallis	7.29027
gl	2
Valor-P	0.0261179

En la tabla 2 podemos ver que, tal como se menciona en la metodología, se cumple el supuesto de que las  $n_i \geq 5$  para los tres grupos, entonces en estadístico H se distribuye aproximadamente ji-cuadrada con 2 g.l. (Wackerly *et al.*, 2010).

Decisión estadística con  $\alpha = 0.05$ 

De la tabla 3 observamos que  $P=0.026<0.05=\alpha$  por lo tanto se rechaza  $H_0$ , y se decide por  $H_1$ : al menos dos de las distribuciones poblacionales difieren en localización; es decir, los tiempos de actividad física tienen efectos significativamente distintos sobre los niveles de depresión de los pacientes (H=7.29, P=0.026<0.05).

Debido a que la prueba de K-W determinó diferencias estadísticas significativas, procederemos a efectuar comparaciones múltiples para determinar qué pares de difieren.



Tabla 4. Prueba de Comparaciones Múltiples de Dunn

Muestra1-Muestra2	Prueba ⊜ estadística	Error ⊜ típico	Desv. Prueba⊜ estadística	Sig. ⊜	Sig. ady.⊜
Sin ejercicio-20min de trote	375	3.531	106	.915	1.000
Sin ejercicio-60min de trote	-8.438	3.531	-2.390	.017	.051
20min de trote-60min de trote	-8.062	3.531	-2.283	.022	.067

De la tabla 4 podemos observar que la comparación entre no realizar ejercicio y correr 20 minutos de trote diario nos arroja un valor P de 0.915. Como este valor es mayor que el nivel de significación de 5% NO se rechaza la hipótesis nula, por lo que no existe evidencia significativa de que las medianas de las calificaciones de la escala de depresión de las personas que no realizan ejercicio y las personas que trotan 20 minutos diarios difieran significativamente.

Por otro lado, el método de comparación múltiple de Dunn muestra que para los eventos de no realizar ejercicio y correr 60 minutos de trote diarios,  $P=0.017<0.05=\alpha$ , por lo que se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ :  $\theta_1=\theta_3$ . La comparación entre realizar 20 minutos de trote diario y 60 minutos de trote diario tiene un valor P igual a 0.22, por lo que también se rechaza la hipótesis nula. Esto nos indica que las medianas de las calificaciones de la escala de depresión de las personas que trotan diariamente durante 60 minutos difieren significativamente de las calificaciones de personas que solo trotan durante 20 minutos o no realizan ejercicio.

Se puede determinar la dirección de esta diferencia al observar los rangos promedio de cada uno de los 3 grupos:

Tabla 5.

Nivel de actividad física	n	Promedio	Rango promedio	Mediana	Max-Min
Sin ejercicio	8	39.625	9.5625 <b>a</b>	40.5	35
20 min. De trote al día	8	40.625	9.9375 <b>a</b>	42.5	43
60 min. De trote al día	8	55.75	18.0 <b>b</b>	57.5	28

<sup>\*</sup>Rangos promedio con letras distintas difieren significativamente.

Las medianas de las calificaciones de las personas que trotan 60 minutos diarios difieren significativamente de las medianas de las calificaciones de las personas que trotan 20 minutos diarios o que no hacen ejercicio. Además, la calificación en la escala de depresión de las personas que trotan 60 minutos es significativamente mayor, es decir, la evidencia indica que son más felices.



#### Decisión estadística con $\alpha = 0.05$

De la prueba de K-W se tiene que se rechaza la hipótesis nula y se decide por la alternativa, es decir, los niveles de depresión difieren significativamente según la cantidad de actividad física que realizan las personas  $(H=7.29, P=0.26<0.05=\alpha)$ .

De la prueba de Dunn, obtuvimos que no existe diferencia significativa entre los niveles de depresión de las personas que no realizan ejercicio y las personas que trotan 20 minutos. Además, las personas que trotan 60 minutos tienen calificaciones de depresión significativamente mayores que los otros dos niveles de actividad física.