Programação Dinâmica

Samara Ribeiro Silva
Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Laboratório de Inteligência Artificial para Robótica Móvel (CT-213). Professor Marcus Ricardo Omena de Albuquerque Máximo, São José dos Campos, São Paulo, 28 de junho de 2021.

A implementação foi realizada conforme as seguintes fórmulas:

- Para a Avaliação de Política

$$v_{k+1}(s) = \sum_{a \epsilon A} \pi(a|s) r(s,a) + \sum_{a \epsilon A} \pi(a|s) r(s,a) p(s'|s,a) v_k(s')$$

- Para a Iteração de Valor

$$v_{k+1}(s) = max\left(r(s,a) + \sum_{s' \epsilon S} p(s'|s,a) v_k(s') \right)$$

Já para a implementação da Iteração de Política foi realizada adaptando o código da avaliação de política com a inserção do greedy_policy a cada 3 iterações.

Nas figuras 1 a 6 é possível observar os resultados obtidos com os testes. Nos testes mostrados nas 3 primeiras figuras utilizou-se a probabilidade de executar corretamente a ação escolhida $p = 1$ e $\gamma = 1$. Nas demais foram utilizados $p = 0.8$ e .

Analisando os resultados é possível observar que o valor do estado final em todos os testes apresenta o valor 0. Os resultados dos testes da iteração de valor e da iteração de política são iguais devido ambos poderem convergir para a política e valores ótimos.

Com a alteração dos valores de p e γ, observou que houve um aumento em módulo dos valores, isso ocorreu devido ao incremento devido à incerteza inserida pela diminuição da probabilidade de executar corretamente a ação escolhida. Já a diminuição do γ torna a escolha por uma recompensa imediata mais atraente.

Figura 1: Resultados obtidos com o teste da *policy evaluation*, com $p = 1$ e $\gamma = 1$

```
Value function:
[  -384.09,  -382.73,  -381.19,    *    ,  -339.93,  -339.93]
[  -380.45,  -377.91,  -374.65,    *    ,  -334.92,  -334.93]
[  -374.34,  -368.82,  -359.85,  -344.88,  -324.92,  -324.93]
[  -368.76,  -358.18,  -346.03,    *    ,  -289.95,  -309.94]
[    *    ,  -344.12,  -315.05,  -250.02,  -229.99,    *    ]
[  -359.12,  -354.12,    *    ,  -200.01,  -145.00,     0.00]
Policy:
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ,    S    ]
------------------------------------------------------------
```

Figura 2: Resultados obtidos com o teste da *value iteration*, com $p = 1$ e $\gamma = 1$

```
Value iteration:
Value function:
[   -10.00,    -9.00,    -8.00,    *    ,    -6.00,    -7.00]
[    -9.00,    -8.00,    -7.00,    *    ,    -5.00,    -6.00]
[    -8.00,    -7.00,    -6.00,    -5.00,    -4.00,    -5.00]
[    -7.00,    -6.00,    -5.00,    *    ,    -3.00,    -4.00]
[    *    ,    -5.00,    -4.00,    -3.00,    -2.00,    *    ]
[    -7.00,    -6.00,    *    ,    -2.00,    -1.00,     0.00]
Policy:
[    RD   ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    DL   ]
[    RD   ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    DL   ]
[    RD   ,    RD   ,    RD   ,    R    ,    D    ,    DL   ]
[    R    ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    L    ]
[    *    ,    R    ,    R    ,    RD   ,    D    ,    *    ]
[    R    ,    U    ,    *    ,    R    ,    R    ,   SURD  ]
----------------------------------------------------------------
```

Figura 3: Resultados obtidos com o teste da *policy iteration*, com $p = 1$ e $\gamma = 1$

```
Policy iteration:
Value function:
[   -10.00,    -9.00,    -8.00,    *    ,    -6.00,    -7.00]
[    -9.00,    -8.00,    -7.00,    *    ,    -5.00,    -6.00]
[    -8.00,    -7.00,    -6.00,    -5.00,    -4.00,    -5.00]
[    -7.00,    -6.00,    -5.00,    *    ,    -3.00,    -4.00]
[    *    ,    -5.00,    -4.00,    -3.00,    -2.00,    *    ]
[    -7.00,    -6.00,    *    ,    -2.00,    -1.00,     0.00]
Policy:
[    RD   ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    DL   ]
[    RD   ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    DL   ]
[    RD   ,    RD   ,    RD   ,    R    ,    D    ,    DL   ]
[    R    ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    L    ]
[    *    ,    R    ,    R    ,    RD   ,    D    ,    *    ]
[    R    ,    U    ,    *    ,    R    ,    R    ,   SURD  ]
----------------------------------------------------------------
```

Figura 4: Resultados obtidos com o teste da *policy evaluation*, com $p = 0.8$ e $\gamma = 0.98$

```
Value function:
[   -47.19,   -47.11,   -47.01,    *    ,   -45.13,   -45.15]
[   -46.97,   -46.81,   -46.60,    *    ,   -44.58,   -44.65]
[   -46.58,   -46.21,   -45.62,   -44.79,   -43.40,   -43.63]
[   -46.20,   -45.41,   -44.42,    *    ,   -39.87,   -42.17]
[    *    ,   -44.31,   -41.64,   -35.28,   -32.96,    *    ]
[   -45.73,   -45.28,    *    ,   -29.68,   -21.88,     0.00]
Policy:
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ]
[    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ]
[  SURDL  ,  SURDL  ,    *    ,  SURDL  ,  SURDL  ,    S    ]
----------------------------------------------------------------
```

Figura 5: Resultados obtidos com o teste da *value iteration*, $p = 0.8$ e $\gamma = 0.98$

```
Value iteration:
Value function:
[   -11.65,   -10.78,    -9.86,    *    ,    -7.79,    -8.53]
[   -10.72,    -9.78,    -8.78,    *    ,    -6.67,    -7.52]
[    -9.72,    -8.70,    -7.59,    -6.61,    -5.44,    -6.42]
[    -8.70,    -7.58,    -6.43,    *    ,    -4.09,    -5.30]
[    *    ,    -6.43,    -5.17,    -3.87,    -2.76,    *    ]
[    -8.63,    -7.58,    *    ,    -2.69,    -1.40,     0.00]
Policy:
[    D    ,    D    ,    D    ,    *    ,    D    ,    D    ]
[    D    ,    D    ,    D    ,    *    ,    D    ,    D    ]
[    RD   ,    D    ,    D    ,    R    ,    D    ,    D    ]
[    R    ,    RD   ,    D    ,    *    ,    D    ,    L    ]
[    *    ,    R    ,    R    ,    D    ,    D    ,    *    ]
[    R    ,    U    ,    *    ,    R    ,    R    ,    S    ]
----------------------------------------------------------------
```

Figura 6: Resultados obtidos com o teste da *policy iteration,* $p = 0.8$ e $\gamma = 0.98$

```
Policy iteration:
Value function:
[   -11.65,   -10.78,    -9.86,    *    ,    -7.79,    -8.53]
[   -10.72,    -9.78,    -8.78,    *    ,    -6.67,    -7.52]
[    -9.72,    -8.70,    -7.59,    -6.61,    -5.44,    -6.42]
[    -8.70,    -7.58,    -6.43,    *    ,    -4.09,    -5.30]
[    *    ,    -6.43,    -5.17,    -3.87,    -2.76,    *    ]
[    -8.63,    -7.58,    *    ,    -2.69,    -1.40,     0.00]
Policy:
[    D    ,    D    ,    D    ,    *    ,    D    ,    D    ]
[    D    ,    D    ,    D    ,    *    ,    D    ,    D    ]
[    R    ,    D    ,    D    ,    R    ,    D    ,    D    ]
[    R    ,    D    ,    D    ,    *    ,    D    ,    L    ]
[    *    ,    R    ,    R    ,    D    ,    D    ,    *    ]
[    R    ,    U    ,    *    ,    R    ,    R    ,    S    ]
-----------------------------------------------------------------
```