

Semaine 3 : Modèle de portefeuille d'investissement

Samatar ABERKANE

Objectifs du jour :

- Comprendre la théorie moderne du portefeuille de Markowitz
- Calculer le rendement et le risque (variance) d'un portefeuille d'actifs
- Comprendre ce qu'est la frontière efficace

3.1 Théorie

Théorie moderne du portefeuille (Markowitz)

- Développée par Harry Markowitz, la théorie moderne du portefeuille propose une méthode pour allouer des actifs dans un portefeuille de manière optimale
- Concepts clés : rendement attendu d'un portefeuille, risque d'un portefeuille, frontière efficace
- Notre but : comprendre de manière simple ces notions complexes

3.1 Théorie

Rendement attendu d'un portefeuille

- Moyenne pondérée des rendements des actifs qui le composent
→ c'est une estimation de combien notre portefeuille pourrait nous rapporter en moyenne
- Calculée à partir du rendement quotidien, mensuel, annuel, ...
→ dépend du contexte et de l'analyse (par exemple : trading court terme = quotidien/hebdo)

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$$

Où w_i est la proportion investie dans l'actif i , et $E(R_i)$ est son rendement attendu.

3.1 Théorie

Rendement attendu d'un portefeuille

- Exemple simple :

Portefeuille = (50% AAPL, 50% TSLA) avec un rendement attendu pour AAPL de 8% et 12% pour TSLA

Alors le rendement de notre portefeuille est $R_p = (0.5 \times 8\%) + (0.5 \times 12\%) = 4\% + 6\% = 10\%$

3.1 Théorie

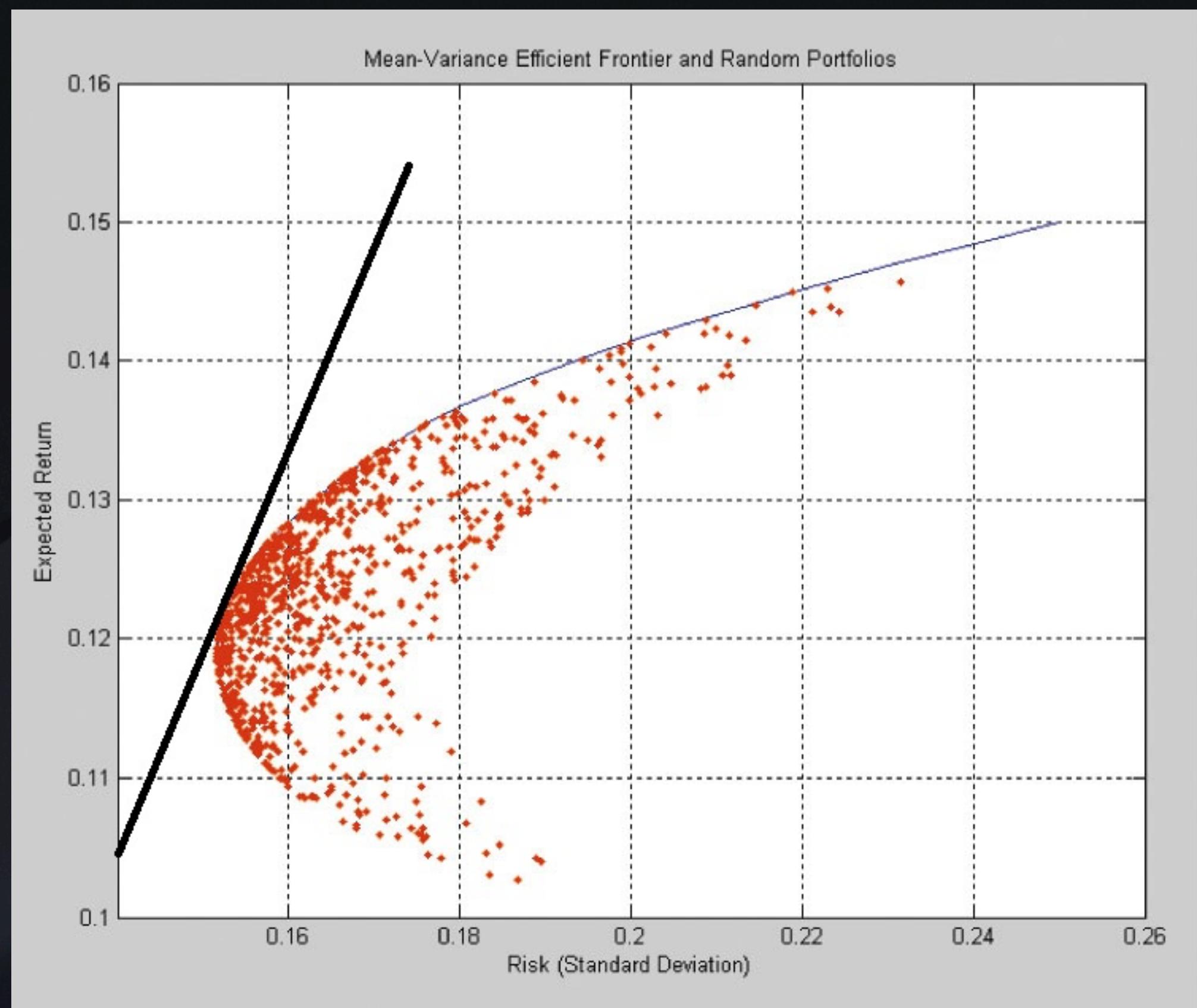
Risque d'un portefeuille

- Représente l'incertitude sur les rendements futurs
- Mesuré par la variance (ou l'écart-type) des rendements
- Exemple d'un portefeuille constitué de 2 actifs :
$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$
Où ρ_{12} est la corrélation entre les actifs 1 et 2.
- + la volatilité est élevée, + les rendements fluctuent fortement, donc + le portefeuille est risqué

3.1 Théorie

Frontière efficace

- Représente l'ensemble des portefeuilles optimaux qui offrent le meilleur rendement possible pour un niveau de risque donné
- Tout portefeuille en dessous de la frontière efficace est sous-optimal —> on pourrait obtenir un meilleur rendement pour le même risque



3.2 Pratique

Calcul du rendement d'un portefeuille

```
1 import numpy as np
2
3 # Rendements attendus des actifs (en %)
4 expected_returns = np.array([8, 12, 10]) # AAPL, TSLA, MSFT
5
6 # Poids des actifs dans le portefeuille
7 weights = np.array([0.4, 0.3, 0.3]) # 40% AAPL, 30% TSLA, 30% MSFT
8
9 # Calcul du rendement attendu du portefeuille
10 portfolio_return = np.dot(weights, expected_returns)
11
12 print("Rendement attendu du portefeuille :", round(portfolio_return, 2), "%")
```

```
>>> (executing file "<tmp 1>")
Rendement attendu du portefeuille : 9.8 %
```

3.2 Pratique

Calcul du risque d'un portefeuille

```
1 import yfinance as yf
2 import numpy as np
3
4 # Télécharger les données
5 tickers = ["AAPL", "TSLA", "MSFT"]
6 data = yf.download(tickers, start="2023-01-01", end="2023-12-31")["Close"]
7
8 # Calcul des rendements quotidiens
9 returns = data.pct_change().dropna()
10
11 # Définir les poids du portefeuille
12 weights = np.array([0.4, 0.3, 0.3]) # Exemple : 40% AAPL, 30% TSLA, 30% MSFT
13
14 # Calcul de la matrice de covariance
15 cov_matrix = returns.cov()
16
17 # Calcul de la volatilité du portefeuille (formule matricielle)
18 portfolio_volatility = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(cov_matrix, weights)))
19 * np.sqrt(252)
20
print("Volatilité annuelle du portefeuille :", round(portfolio_volatility,
4)*100, "%")
```

```
>>> (executing file "<tmp 1>")
[          0%          ] [
0%          ] [*****100%*****
*****] 3 of 3 completed
Volatilité annuelle du portefeuille : 24.97 %
```

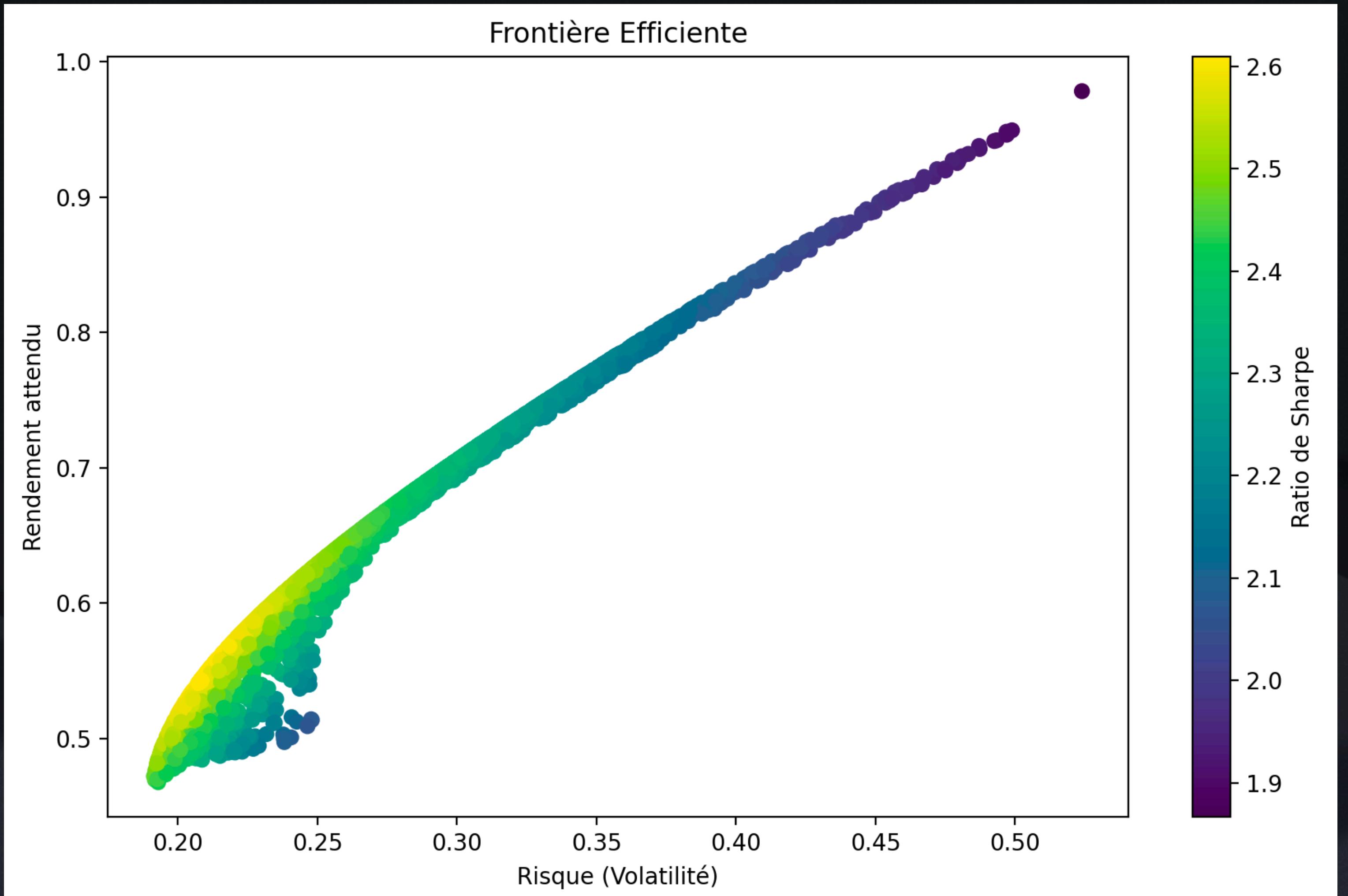
3.2 Pratique

Calcul de la frontière efficace

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 # Nombre de simulations
4 num_portfolios = 5000
5 all_weights = np.zeros((num_portfolios, len(tickers)))
6 ret_arr = np.zeros(num_portfolios)
7 vol_arr = np.zeros(num_portfolios)
8
9 for i in range(num_portfolios):
10     # Générer des poids aléatoires
11     weights = np.random.random(len(tickers))
12     weights /= np.sum(weights) # Normalisation
13     all_weights[i, :] = weights
14
15     # Calculer rendement et risque
16     ret_arr[i] = np.dot(weights, returns.mean()) * 252
17     vol_arr[i] = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(cov_matrix, weights))) *
18                 np.sqrt(252)
19
20     # Tracer la frontière efficiente
21     plt.figure(figsize=(10, 6))
22     plt.scatter(vol_arr, ret_arr, c=ret_arr / vol_arr, cmap="viridis")
23     plt.colorbar(label="Ratio de Sharpe")
24     plt.xlabel("Risque (Volatilité)")
25     plt.ylabel("Rendement attendu")
26     plt.title("Frontière Efficiente")
27     plt.show()
```

3.2 Pratique

Affichage de la frontière efficace



3.3 Révisions

Kahoot

- Le Kahoot suivant est là pour s'assurer que les notions vues précédemment sont bien assimilées
 - > Important pour la suite des formations (Machine Learning, Statistique, Trading Algorithmique)
- Quelques questions de programmation en Python, de finance, de stratégies de trading
 - > Si vous réussissez le quizz, alors vous avez déjà de bonnes bases en finance quantitative !!

Prochaine séance : Introduction au
Trading Algorithmique & Backtesting

Merci de votre attention !