

PILHAS

Prof.: Julio Cesar dos Reis

Roteiro

2

- Conceito de pilha
- Implementação com arranjos
- Implementação com listas ligadas

Motivação

3

- ❑ Listas lineares não restringem a disciplina de acesso aos elementos
- ❑ Inadequadas quando aplicações precisam preservar a ordem de entrada e saída
- ❑ Necessidade de estruturas lineares com políticas de operações mais específicas

Pilhas (*Stack*)

4

- Primeiro a entrar é o último a sair
- Remove primeiro elementos inseridos há menos tempo



Pilhas (*Stack*)

5

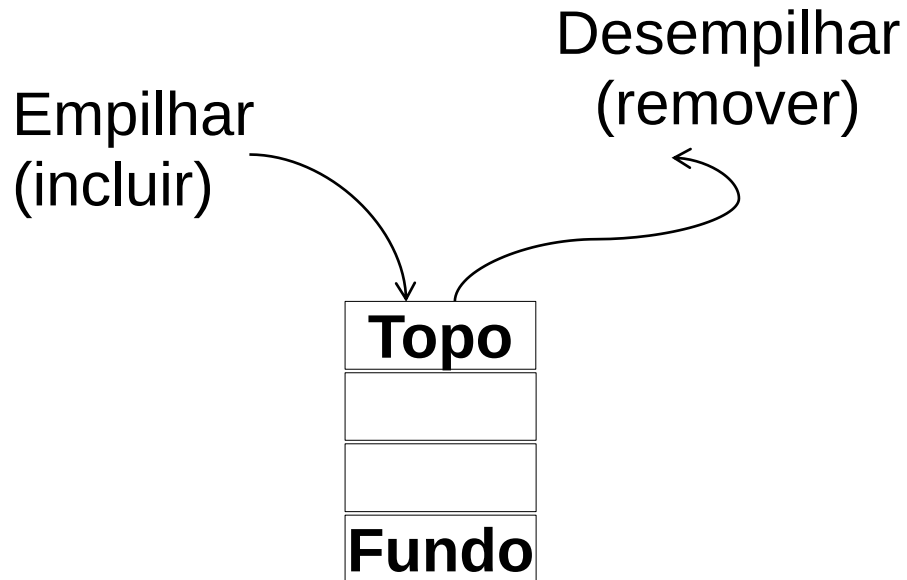
- Primeiro a entrar é o último a sair
- Remove primeiro elementos inseridos há menos tempo
- Inserção e remoção se faz pela mesma extremidade (topo da pilha)
 - ▣ Utiliza-se a mesma lógica de uma pilha de papéis



TAD Pilha

6

□ Operações

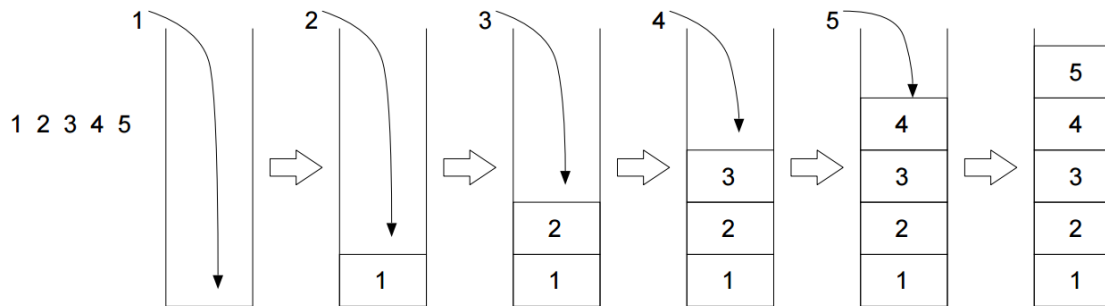


- empilhar
- desempilhar
- pilhaVazia
- pilhaCheia
- topoPilha
- tamanho

Exemplo de operações em pilha

7

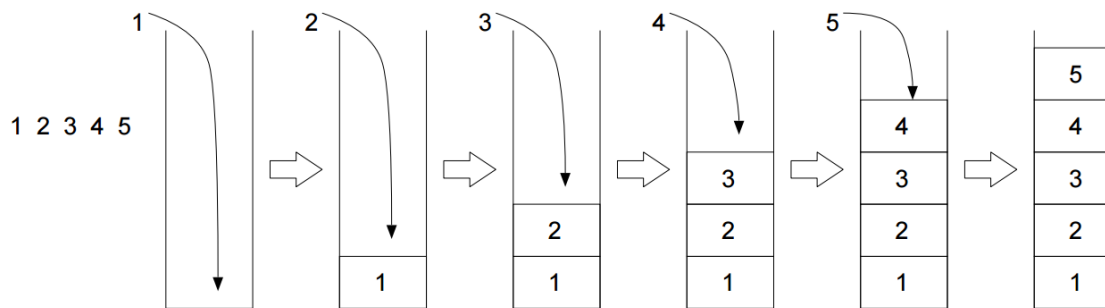
□ Sequência de empilhamento



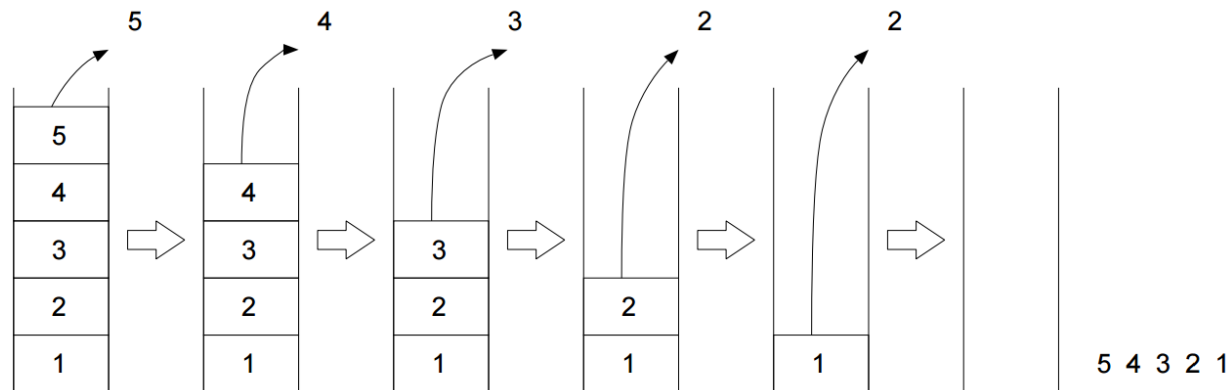
Exemplo de operações em pilha

8

□ Sequência de empilhamento



□ Sequência de desempilhamento



Abordagens de implementação

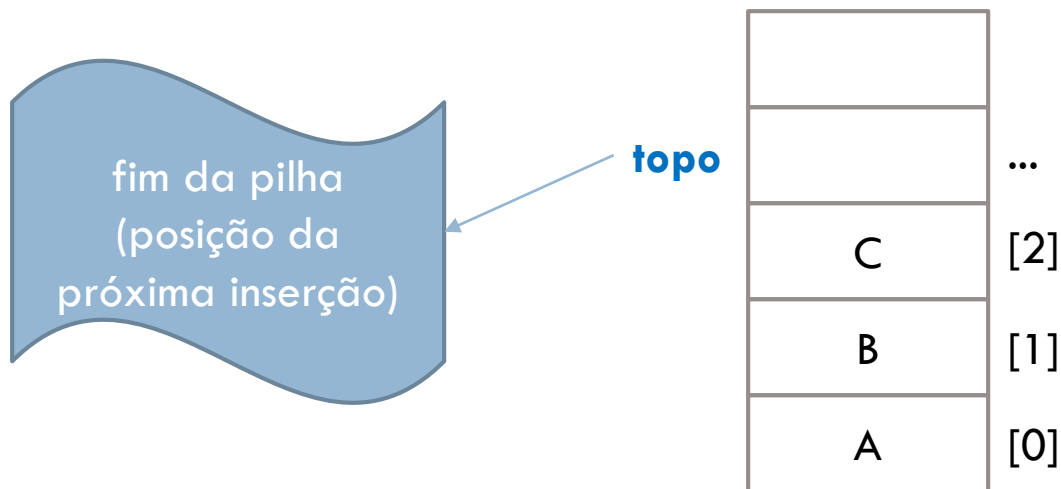
9

- Sequencial com uso de arranjos
- Encadeada usando uma estrutura ligada

Implementação com arranjos

10

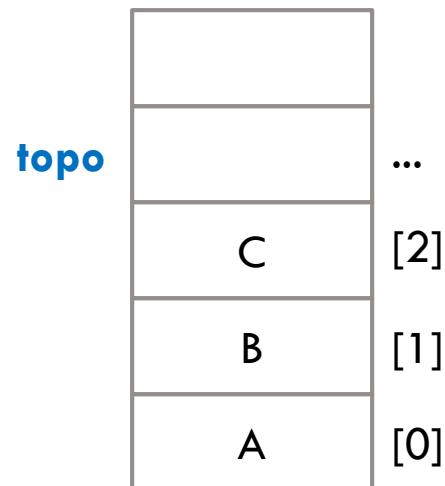
- Uso de vetor
 - ▣ Tamanho máximo do vetor (n elementos)
 - ▣ Índice de **topo** da pilha



Implementação com arranjos

11

- Uso de vetor
 - ▣ Tamanho máximo do vetor (n elementos)
 - ▣ Índice de **topo** da pilha
 - Pilha está cheia se $\text{topo} == n$
 - Pilha está vazia se $\text{topo} == 0$

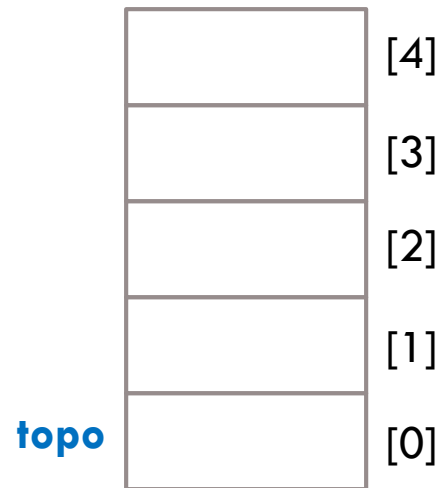


Exemplo com Pilha (vetor)

12

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)

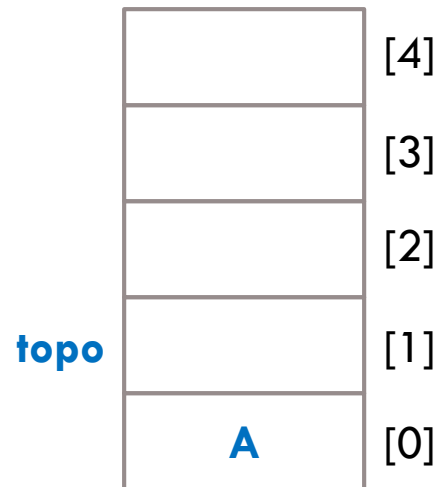


Exemplo com Pilha (vetor)

13

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- **empilhar(A)**
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)

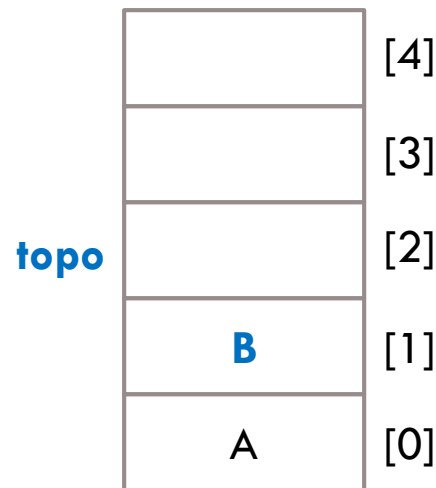


Exemplo com Pilha (vetor)

14

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- **empilhar(B)**
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)

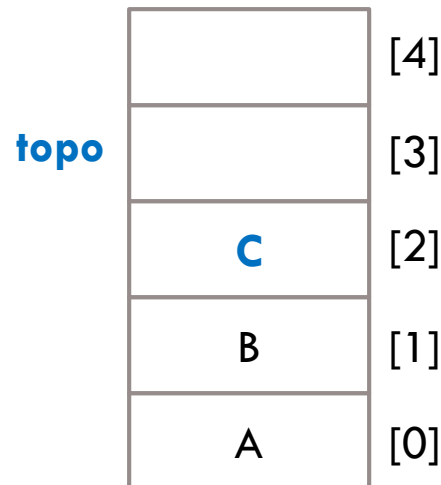


Exemplo com Pilha (vetor)

15

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- **empilhar(C)**
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)

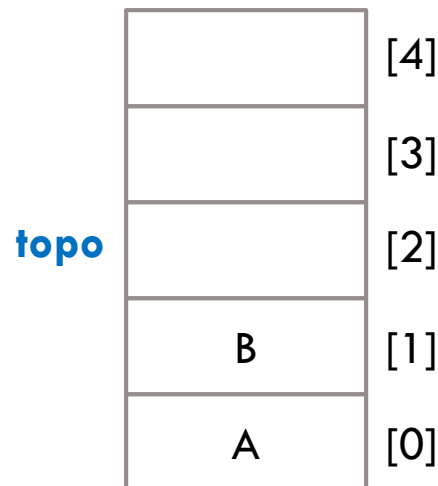


Exemplo com Pilha (vetor)

16

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- **desempilhar()**
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)

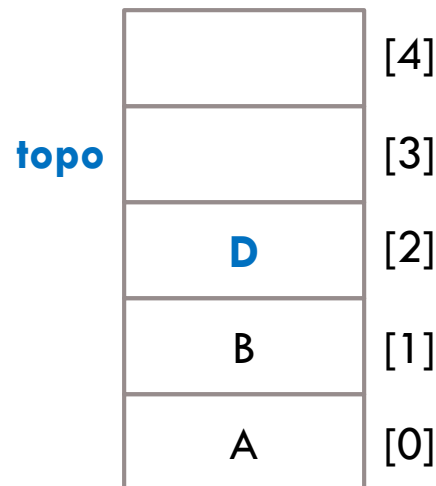


Exemplo com Pilha (vetor)

17

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- **empilhar(D)**
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)



Exemplo com Pilha (vetor)

18

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- **empilhar(E)**
- desempilhar()
- empilhar(F)
- empilhar(G)

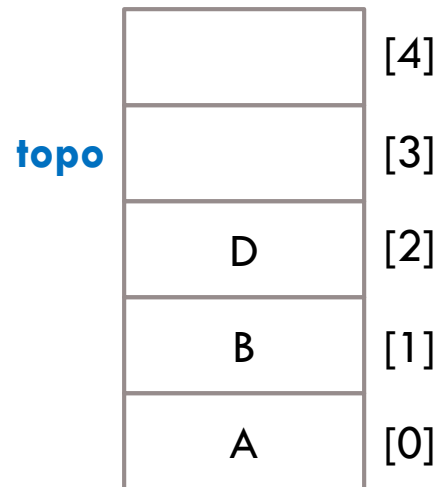
topo		[4]
	E	[3]
	D	[2]
	B	[1]
	A	[0]

Exemplo com Pilha (vetor)

19

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- **desempilhar()**
- empilhar(F)
- empilhar(G)

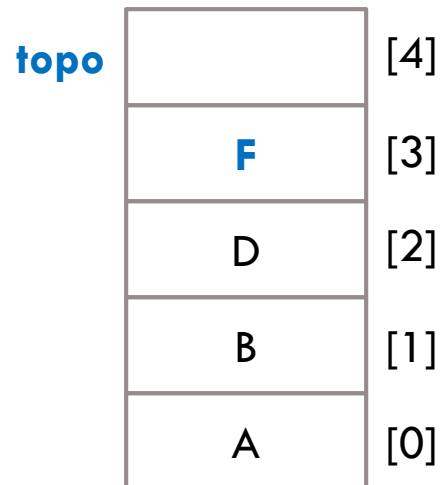


Exemplo com Pilha (vetor)

20

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- **empilhar(F)**
- empilhar(G)



Exemplo com Pilha (vetor)

21

□ Pilha de tamanho máximo igual a 5

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()
- empilhar(D)
- empilhar(E)
- desempilhar()
- empilhar(F)
- **empilhar(G)**

topo

G	[4]
F	[3]
D	[2]
B	[1]
A	[0]

PILHA CHEIA

Estrutura da pilha com arranjo

22

```
typedef struct Pilha {  
    int *elems; //alocação de vetor para armazenar os dados  
    //int elems[T_MAX] [#define T_MAX 50;]  
    int topo; //índice de fim da pilha  
} Pilha;
```

Operações da Pilha (com vetor)

23

□ Inicialização

```
Pilha* inicializarPilha(int tam){  
    Pilha pilha, *p; p=&pilha;  
    p->elems=malloc(sizeof(int*tam));  
    p->topo=0;  
    return p;  
}
```

Operações da Pilha (com vetor)

24

□ Inserção

```
bool empilhar(Pilha *p, int valor){  
    p->elems[p->topo] = valor; //verificar se pilha cheia?  
    (p->topo)++;  
    return true; }
```


Operações da Pilha (com vetor)

25

□ Inserção

```
bool empilhar(Pilha *p, int valor){  
    p->elems[p->topo] = valor;  
    (p->topo)++;  
    return true; }
```



```
bool empilhar(Pilha *p, int valor){  
    if (p->topo != p->qtd_max){  
        p->elems[p->topo] = valor;  
        (p->topo)++;  
        return true; }  
}
```

Operações da Pilha (com vetor)

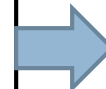
26

□ Inserção

```
bool empilhar(Pilha *p, int valor){  
    p->elems[p->topo] = valor;  
    (p->topo)++;  
    return true; }
```



```
bool empilhar(Pilha *p, int valor){  
    if (p->topo!=p->qtd_max){  
        p->elems[p->topo] = valor;  
        (p->topo)++;  
        return true; }  
}
```



```
typedef struct Pilha {  
    int *elems;  
    int topo;  
    int qtd_max;  
} Pilha;
```

inicialização

```
p->qtd_max=tam;
```

Operações da Pilha (com vetor)

27

□ Remoção

```
int desempilhar(Pilha *p){  
    (p->topo)--; //verificar se pilha vazia?  
    return p->elems[p->topo];  
}
```

Operações da Pilha (com vetor)

28

□ Remoção

```
int desempilhar(Pilha *p){  
    (p->topo)--;  
    return p->elems[p->topo];  
}
```



```
int desempilhar(Pilha *p){  
    if (p->topo!=0){ //podemos ter uma função pilhaVazia  
        (p->topo)--;  
        return p->elems[p->topo];  
    }  
}
```

Operações da Pilha (com vetor)

29

□ Elemento do topo

```
int itemTopo(Pilha *p){ return p->elems[p->topo-1]; }
```

□ Pilha Cheia

```
bool pilhaCheia(Pilha *p, int T_MAX){  
    if (p->topo==p->qtd_max) return true; else return false;  
}
```

□ Pilha Vazia

```
bool pilhaVazia(Pilha *p){  
    if (p->topo==0) return true; else return false;  
}
```

Implementação com estruturas ligadas

30

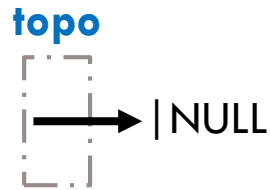
- Uso de nós em uma lista ligada
- Não necessitam de uma porção de memória contígua alocada a priori
- Alocação de elementos feita sob demanda

Exemplo de Pilha (com lista)

31

□ Pilha vazia então *topo* aponta para *NULL*

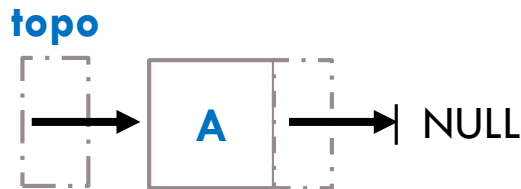
- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()



Exemplo de Pilha (com lista)

32

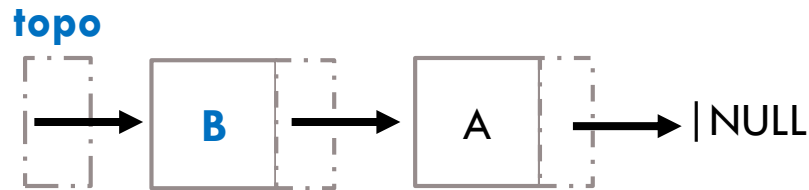
- Empilhamento deve inserir elemento no início da lista
- **empilhar(A)**
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- desempilhar()



Exemplo de Pilha (com lista)

33

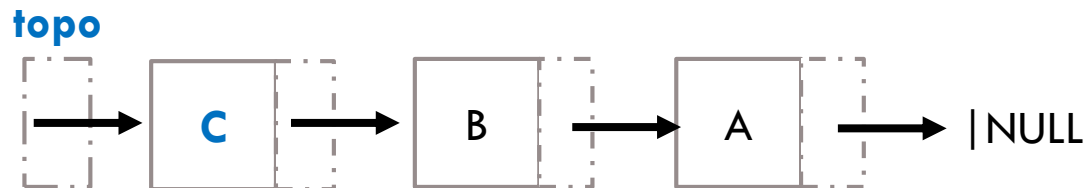
- empilhar(A)
- **empilhar(B)**
- empilhar(C)
- desempilhar()



Exemplo de Pilha (com lista)

34

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- **empilhar(C)**
- desempilhar()

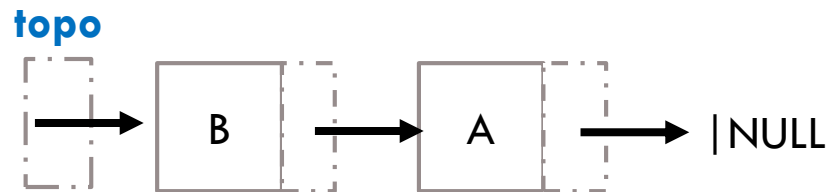


Exemplo de Pilha (com lista)

35

□ Desempilhamento remove elemento do início da lista

- empilhar(A)
- empilhar(B)
- empilhar(C)
- **desempilhar()**



Estrutura da Pilha (com lista)

36

Elemento nó

```
typedef struct NoPilha{  
    int chave;  
    struct NoPilha *prox;  
} NoPilha;
```

Pilha

```
typedef struct Pilha {  
    NoPilha *topo;  
} Pilha;
```

Operações da Pilha (com lista)

37

□ Inserção (empilhamento)

```
bool empilhar(Pilha *p, int valor){
    NoPilha* novo=malloc(sizeof(NoPilha));
    if (novo!=NULL){
        novo->chave=valor;
        novo->prox=p->topo; //inserção no inicio
        p->topo=novo;
        return true;
    } return false;
}
```

Operações da Pilha (com lista)

38

□ Remoção (desempilhamento)

```
int desempilhar(Pilha *p){  
    NoPilha *aux = p->topo;  
    if (aux==NULL) return -1; //pilha vazia  
    int chave = aux->chave;  
    p->topo=p->topo->prox; //caminha na lista  
    free(aux);  
    return chave;  
}
```

Operações da Pilha (com lista)

39

□ Elemento do topo

```
int itemTopo(Pilha *p){  
    if (p!=NULL) //poderia verificar se pilha não vazia  
        return p->topo->chave;  
}
```

□ Pilha Vazia

```
bool pilhaVazia(Pilha *p){  
    if (p!=NULL && p->topo==NULL)  
        return true;  
    else  
        return false;  
}
```

Uso de duas pilhas

40

- Um professor gostaria de organizar a correção de provas
 - ▣ Necessita cadastrar um conjunto de provas à corrigir
 - ▣ A cada prova corrigida, um subconjunto de provas corrigidas é criado

Uso de duas pilhas

41

- Um professor gostaria de organizar a correção de provas
 - ▣ Necessita cadastrar um conjunto de provas à corrigir
 - ▣ A cada prova corrigida, um subconjunto de provas corrigidas é criado

- Desenvolva um programa que auxilie o professor a gerenciar a correção das provas
 - ▣ Use pilhas

Uso de duas pilhas

42

```
int main(){
    Pilha pr_n_corrigidas, pr_corrigidas;
    Pilha *p_n, *p_c;
    p_n=&pr_n_corrigidas; p_c=&pr_corrigidas;
    int prova;
    //cadastrado de provas não corrigidas
    do{
        println("Digite o código da prova: "); scanf("%d", &prova);
        if (prova!=-1)
            empilhar(p_n, prova);
    } while(prova!=-1)
    (...)
```

Uso de duas pilhas

43

```
//corrigindo provas
while(!pilhaVazia(p_n)){
    empilhar(p_c, desempilhar(p_n));
}
//apresentando provas corrigidas
while(!pilhaVazia(p_c)){
    printf("Prova corrigida %d\n", desempilhar(p_c));
}
return(0);
}
```

Exercício

44

- Resolva o problema de correção de provas utilizando uma pilha implementada com um arranjo de tamanho predefinido
 - Apenas um único vetor pode ser utilizado

Exercício

45

- Resolva o problema de correção de provas utilizando uma pilha implementada com um arranjo de tamanho predefinido
 - ▣ Apenas um único vetor pode ser utilizado
- ▣ Dicas
 - Organize uma pilha em cada extremidade do arranjo
 - Defina índices para controlar a posição do elemento que está no topo das pilhas

Exemplos de aplicação de pilhas

46

- Cálculo de expressões matemáticas
- Meio de implementar recursão
- Percurso em estruturas de dados avançadas (e.g., grafos)

Síntese

48

- Pilha é uma estrutura de dados linear com disciplina de acesso
 - ▣ Primeiro a entrar é o último a sair
- Estudamos a definição e operações para implementação com vetores e com listas ligadas
- Pilhas possuem diversas aplicações relevantes em computação