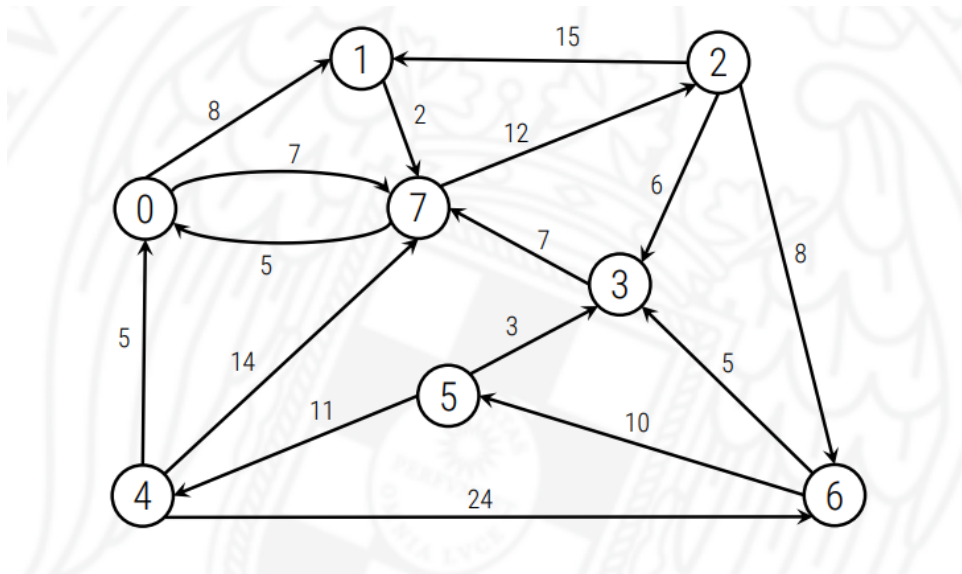


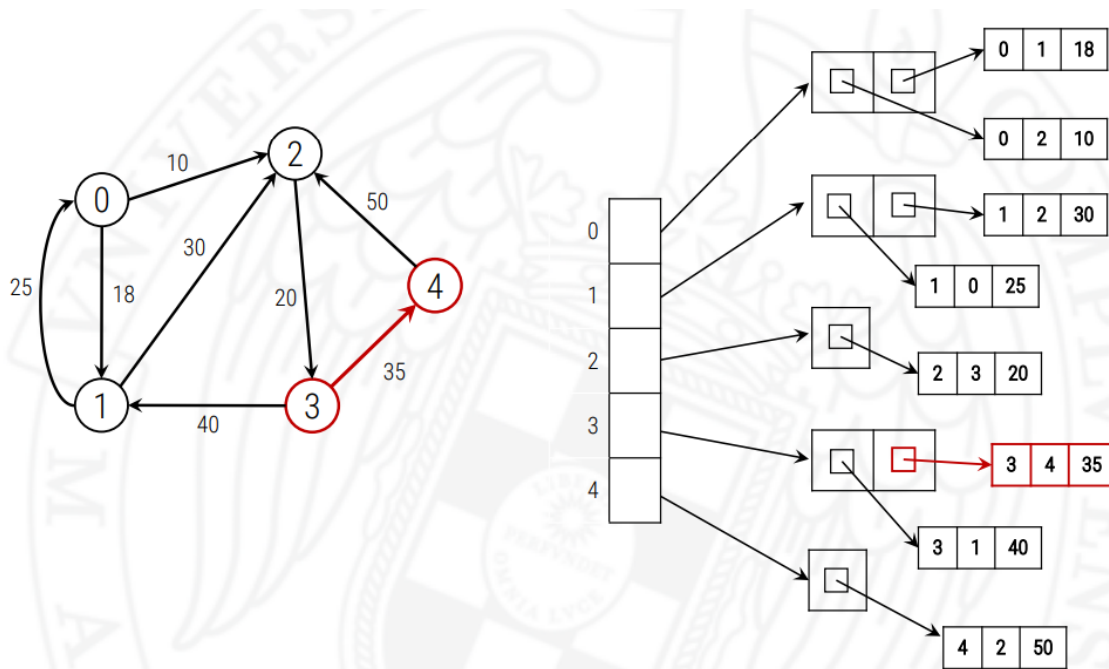
Semana 7.- Dígrafos valorados y caminos mínimos

Grafos con aristas orientadas que tienen asociado un valor (peso, coste).



Listas de adyacentes

Los almacenamos en un vector de tamaño N (siendo N el número de nodos). Para cada nodo guardamos el origen, el destino y el coste de la siguiente manera:



Construcción de un dígrafo valorado

La complejidad para la inversa está en $O(V+A)$

Recorrido en profundidad de un dígrafo

La complejidad está en $O(V+A)$.

Caminos mínimos

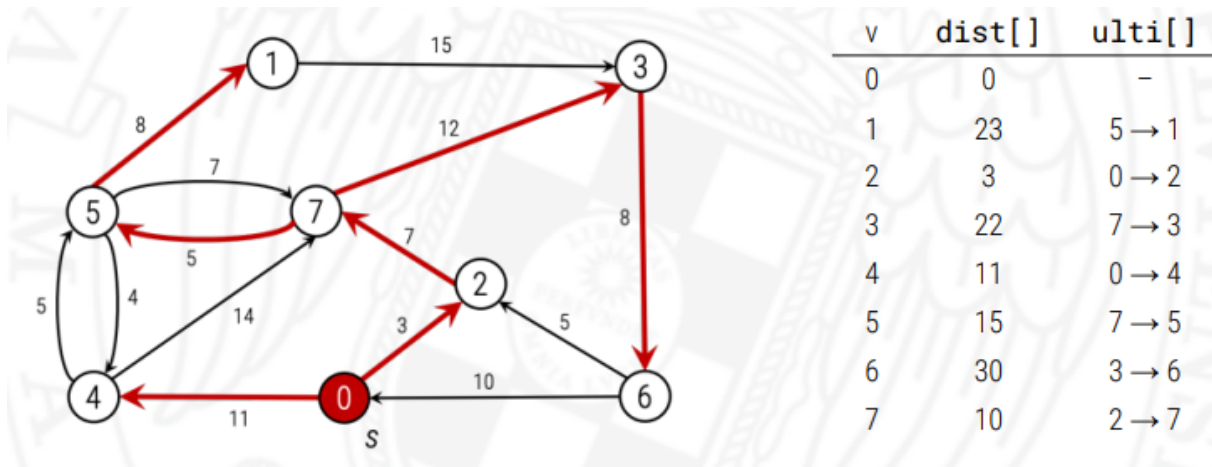
Dado un dígrafo valorado, queremos encontrar un camino de coste mínimo entre un vertice s y v .

Caminos mínimos desde un origen único

Los caminos mínimos forman un árbol de caminos mínimos.

Se pueden representar todos los caminos con dos vectores:

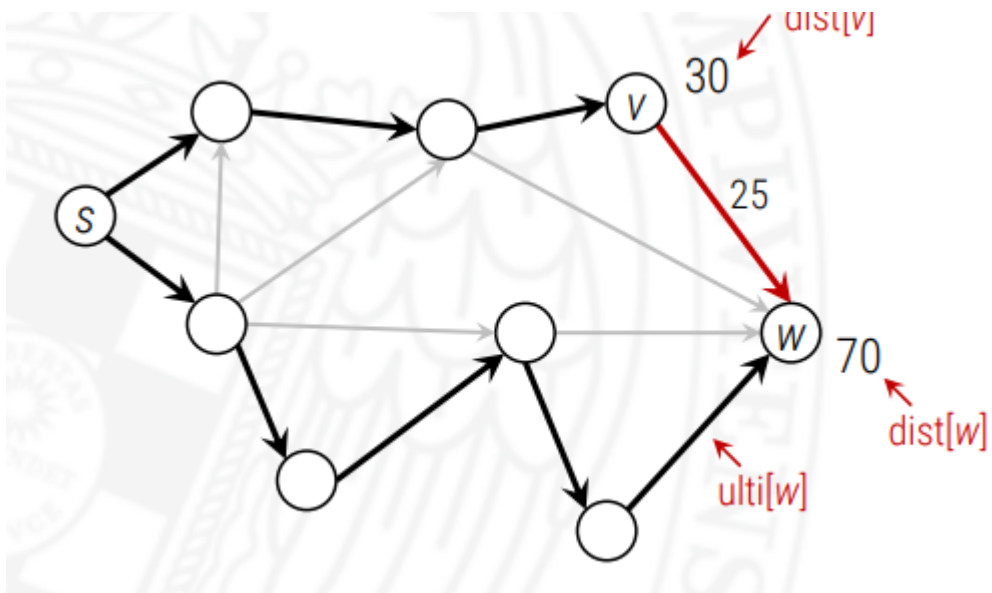
- $\text{dist}[v]$. Es la longitud del camino más corto desde el origen a v .
- $\text{ulti}[v]$. Es la última arista del camino más corto desde el origen a v .

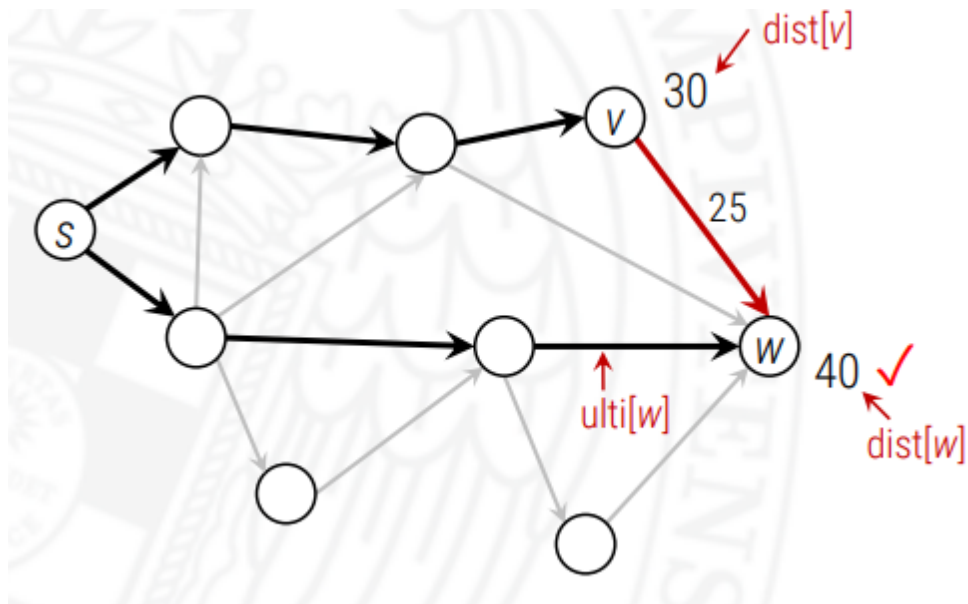
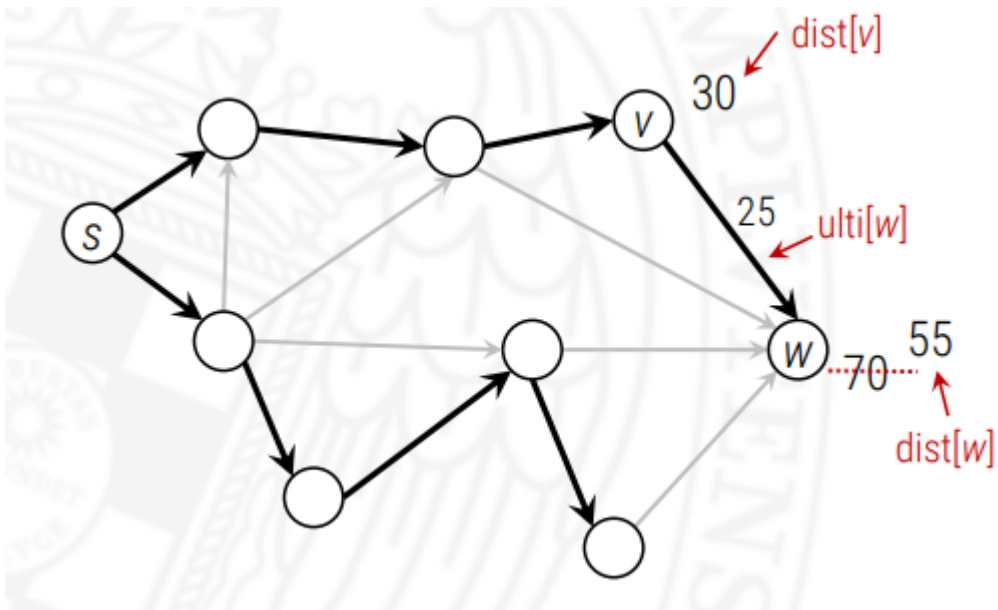


Relajación de aristas

- **dist[v]** es la longitud del camino más corto conocido de s a v.
- dist[w] es la longitud del camino más corto conocido se s a w.
- ulti[w] es la última arista del camino más corto conocido de s a w.

Si la arista $v \rightarrow w$ proporciona un camino más corto hasta w a través de v, se actualizan tanto dist[] como ulti[w].





Condiciones de optimalidad.

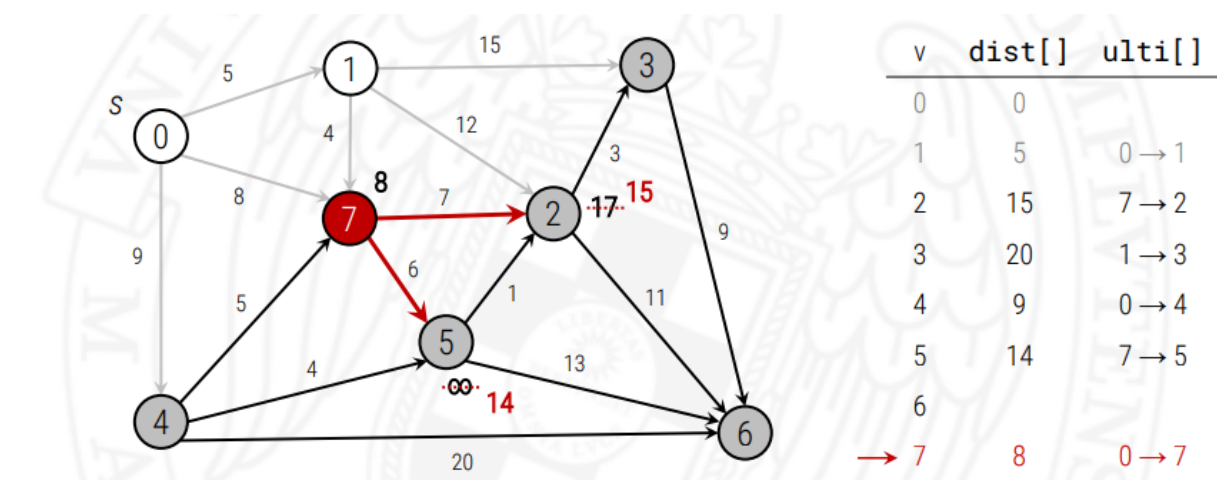
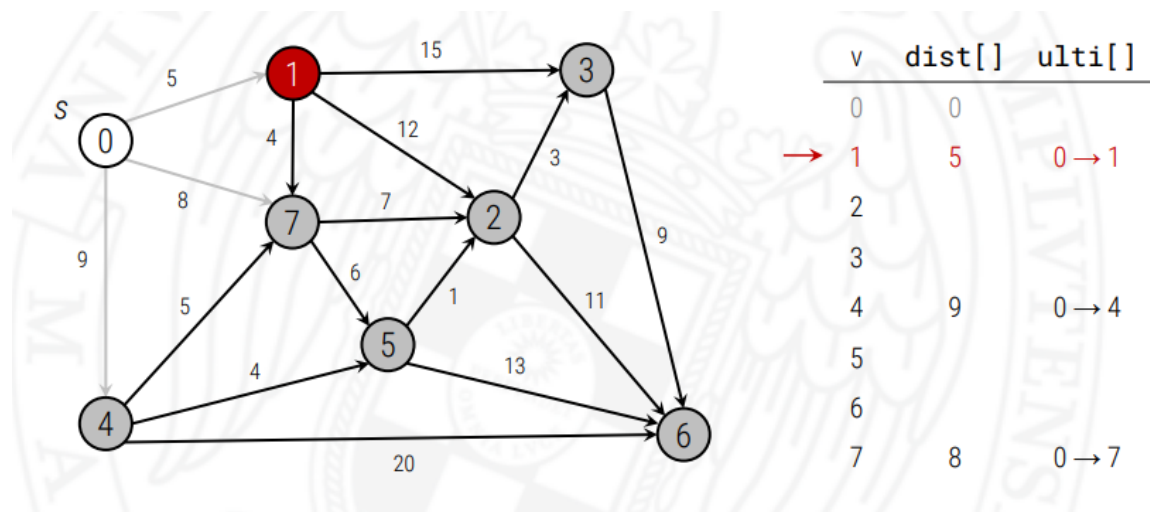
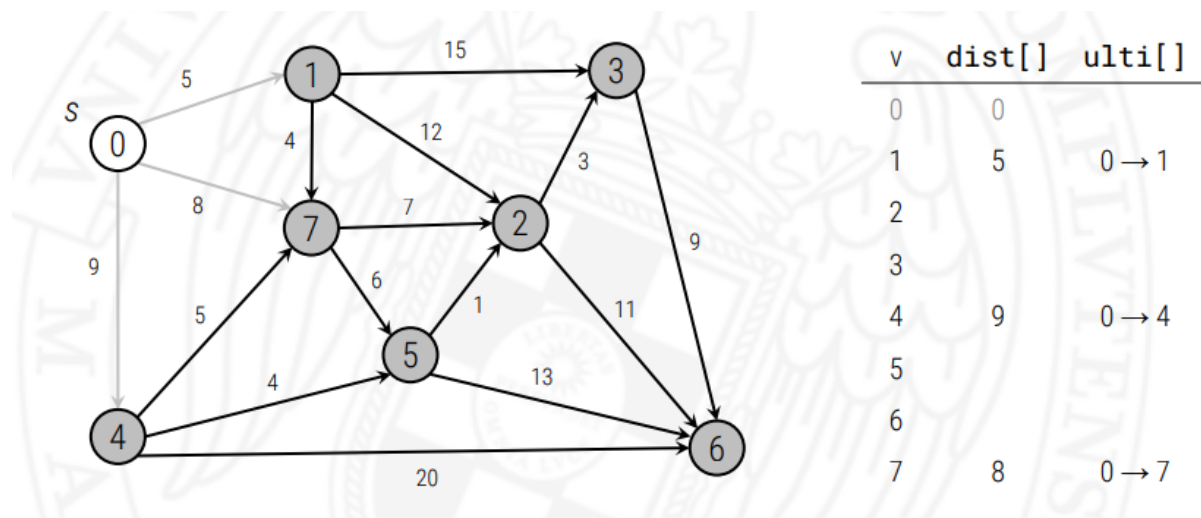
Sea G un digrafo valorado. $dist[]$ contiene la distancia de los caminos mas cortos si.

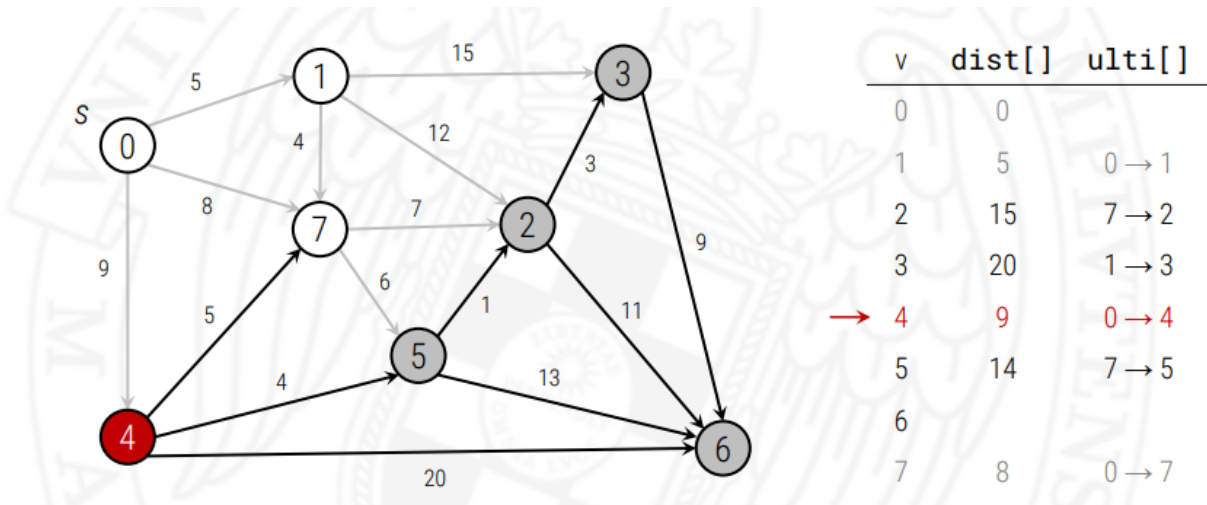
- $dist[s] = 0$
- Para todo v , $dist[v]$ es la longitud de algún camino de s a v .
- Para toda arista $v \rightarrow w$, $dist[w] \leq dist[v] + a.valor()$.

Algoritmo de Dijkstra

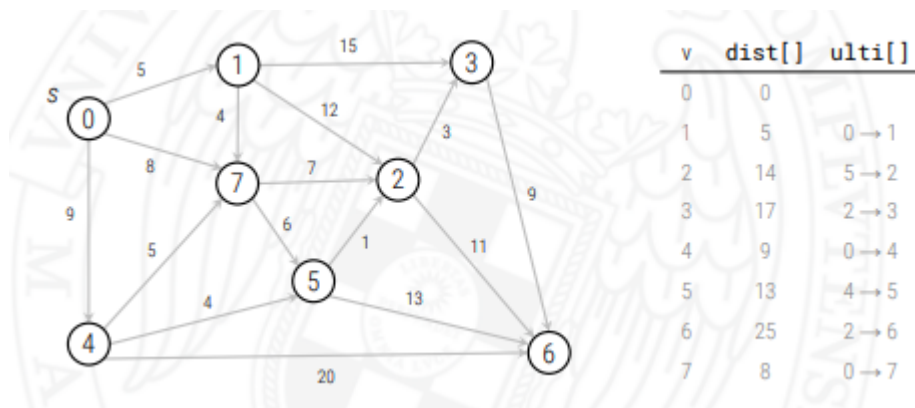
Considera los vértices en orden creciente de distancia desde el origen.

Añade el vértice al árbol y relaja todas las aristas que salen de él.





Tras todos los pasos queda de la siguiente manera:



Análisis del coste

El coste en tiempo es de $O(A \log V)$ con un espacio adicional de $O(V)$.

Operación	Frecuencia	Coste por operación
inicializar los vectores	1	V
construir cola prioridad	1	V
<u>pop</u>	V	<u>log V</u>
<u>update</u>	A	<u>log V</u>