

MatrixCalc

Tarkoituksena on toteuttaa kirjasto, jonka avulla voidaan suorittaa matriisien laskutoimenpiteitä. Kirjaston toteutuskielenä on Java, ja sillä pystytään suorittamaan seuraavat laskutoimitukset;

Matriisien yhteenlasku, erotus ja matriisin kertominen skalaarilla

Kahden matriisin kertominen keskenään

Matriisin determinantin laskeminen

Matriisin käänteismatriisin laskeminen

Yhteenlasku, erotus ja skalaarikertominen ovat yksinkertaisia toimituksia, eikä niitä varten tarvitse toteuttaa erillisiä algoritmeja. Kahden matriisin kertomisen suoritusaika naivilla metodilla noin $O(n^3)$ suoritusaajan toimenpide. Tämän sijaan pyrin toteuttamaan kerronnan Strassen-algoritmilla, jolla pystytään saavuttamaan n. $O(n^{2.807})$ suoritusaika. Tehokkaampia algoritmeja on olemassa (Coppersmith-Winograd ja sen muunnelmat, n. $O(n^{2.372})$), mutta näillä saavutettu etu tulee ilmi vasta niin isoilla matriiseilla, ettei niiden laskeminen ole käytännöllistä (Le Gall 2012, s. 515).

Matriisin determinantin laskemisessa hyödynnetään LU-hajotelmaa, joka lasketaan Doolittle-algoritmin avulla. Doolittle-algoritmia käyttämällä voidaan LU-hajotelma laskea n. $O(n^3)$ suoritusaikassa, ja determinantin laskeminen hajotelmasta on triviaali toimenpide ($O(n)$).

Käänteismatriisi voidaan laskea pilkkomalla matriisi pienemmiksi lohkoiksi, laskemalla 2×2 kokoisten lohkojen käänteismatriisi ($O(1)$), ja laskemalla suurempien lohkojen käänteismatriisit näitä kertomalla. Koska menetelmässä voidaan soveltaa suoraan Strassen-algoritmia, voidaan myös käänteismatriisi laskea n. $O(n^{2.807})$ ajassa.

Matriisit on luonnollista toteuttaa kaksiulotteisina taulukkoina, ja nämä tulevatkin toimimaan kirjaston syötteenä ja palautteena. Koska kirjasto käsittelee pääsääntöisesti matriiseja, ei muita tietorakenteita tarvita.

Lähteet:

Le Gall, F. (2012), "Faster algorithms for rectangular matrix multiplication" teoksessa *Proceedings of the 53rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, sivut 514–523.