

TEST D'ENTRÉE AU TUTORAT OLYMPIQUE ANIMATH

Si vous souhaitez participer, merci de nous faire parvenir :

- Nom, prénom, date de naissance, classe ;
- Adresse, téléphone et courrier électronique ;
- L'engagement suivant signé : « Je souhaite participer aux activités du Tutorat Olympique Animath et m'engage à répondre assidûment aux envois qui me seront adressés. Je joins mes solutions du test d'entrée, et déclare ne pas avoir été aidé pour résoudre ces exercices », date et signature.
- Les solutions ou amorces de solutions, *même si vous n'avez pas tout résolu* ; il n'est pas du tout nécessaire d'avoir tout résolu pour participer...

Le tout est à renvoyer à :

Olympiade française de mathématiques
Tutorat Olympique Animath
École normale supérieure
45 rue d'Ulm
75005 Paris

Exercice 1. Astrid a quatre ans de plus que Béatrice, qui a trois ans de plus que Cécile. Sachant que la somme de leurs âges est 34 ans, quel âge a chacune ?

Exercice 2. Si a , b et c sont des nombres tels que $\frac{b}{a} = 2$ et $\frac{c}{b} = 3$, combien vaut $\frac{a+b}{b+c}$?

Exercice 3. Deux poteaux verticaux, de hauteurs respectives 20m et 80m se tiennent séparés sur un plan horizontal. Chaque poteau est relié à l'autre par un câble qui joint son sommet au pied de l'autre. Quelle est la hauteur du point d'intersection des deux câbles ?

Exercice 4. Soit ABC un triangle ; on note S l'aire du triangle. Deux médianes BB' et CC' se coupent en G . Quelle est l'aire du quadrilatère $AB'GC'$?

Exercice 5. Considérons la suite de nombres entiers dont les deux premiers termes valent 1 et dont chaque terme est la somme des deux termes précédents. Plus rigoureusement, cette suite est définie par $u_1 = 1$, $u_2 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$ pour les termes suivants. Par exemple, $u_3 = u_2 + u_1 = 2$ et $u_4 = 2 + 1 = 3$.

1. Calculer les quinze premiers termes de cette suite.
2. Montrer que tous les termes de la forme u_{3n} (avec n entier non nul) sont pairs.
3. Réciproquement, montrer que si un terme de cette suite est pair alors ce terme est de la forme u_{3n} (avec n entier non nul).