

ANIMATH

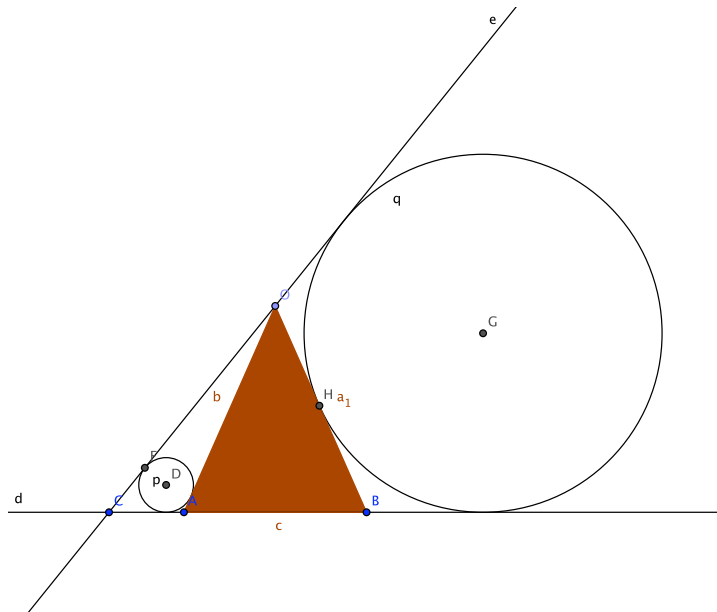
Problèmes du mois d'avril 2010

Les solutions à ces exercices sont à renvoyer au plus tard le 20 avril 2010 à minuit par mail; l'adresse et les instructions sont indiquées sur le site www.animath.fr

Problème pour collégiens

La balançoire

On donne un triangle isocèle OAB , de base $[AB]$ (dessinée horizontale), de sommet O et C un point de la droite (AB) extérieur au segment $[AB]$, disons du côté de A . On trace deux cercles: le cercle inscrit au triangle OAC et le cercle exinscrit dans l'angle C au triangle OBC . Montrer que lorsque la droite (OC) pivote autour du point O la somme des rayons des deux cercles est constante.



Problème pour lycéens

Soit n un entier. Soit a et b deux nombres réels strictement positifs.

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$a + \frac{b}{a + \frac{b}{a + \frac{b}{a + \cdots + \frac{b}{a + \frac{b}{x}}}}} = x,$$

avec n barres de fraction. Par exemple, pour $n = 1$, l'équation est :

$$a + \frac{b}{x} = x,$$

pour $n = 2$:

$$a + \frac{b}{a + \frac{b}{x}} = x,$$

pour $n = 3$

$$a + \frac{b}{a + \frac{b}{a + \frac{b}{x}}} = x.$$