

Differentiation

differentiation বা অন্তরীকরণঃ কোন ফাংশন দ্বারা সৃষ্ট রেখা এর কোন বিন্দুতে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঢাল নির্ণয়ের প্রক্রিয়াকে অন্তরীকরণ বলে।

limit বা সীমাঃ চলমান রাশি x এর মান একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা a এর দিকে অগ্রসর হয়ে a এর যথেষ্ট সন্নিকটবর্তী হবার যদি একটি প্রদত্ত ফাংশন $f(x)$ একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা l এর যথেষ্ট সন্নিকটবর্তী হয় তাহলে l কে a বিন্দুতে $f(x)$ ফাংশনের লিমিট বলা হয়।

limit বা সীমা লেখার নিয়মঃ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

কতিপয় প্রয়োজনীয় ধারাঃ

1. $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \infty$
2. $e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots \infty$
3. $a^x = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{x^2 (\ln a)^2}{2!} + \frac{x^3 (\ln a)^3}{3!} + \dots \infty$
4. $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots \infty$
5. $\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots \infty$

লিমিট এর মৌলিক ধর্মাবলীঃ

1. $\lim \{u(x) \pm v(x) \pm w(x)\} = \lim \{u(x)\} \pm \lim \{v(x)\} \pm \lim \{w(x)\}$
2. $\lim \{u(x) \times v(x)\} = \lim \{u(x)\} \times \lim \{v(x)\}$
3. $\lim \left\{ \frac{u(x)}{v(x)} \right\} = \frac{\lim \{u(x)\}}{\lim \{v(x)\}}$

লিমিট সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ সূত্রঃ

1. $\lim (c) = c$ [c ধ্রুবক]
2. $\lim (cx) = c \lim (x)$ [c ধ্রুবক]
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x} = 1$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin^{-1} x} = 1$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1} x} = 1$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = 1$
12. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{m}{x}\right)^x = e^m$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
18. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{d}{dx} \{f(x)\}$

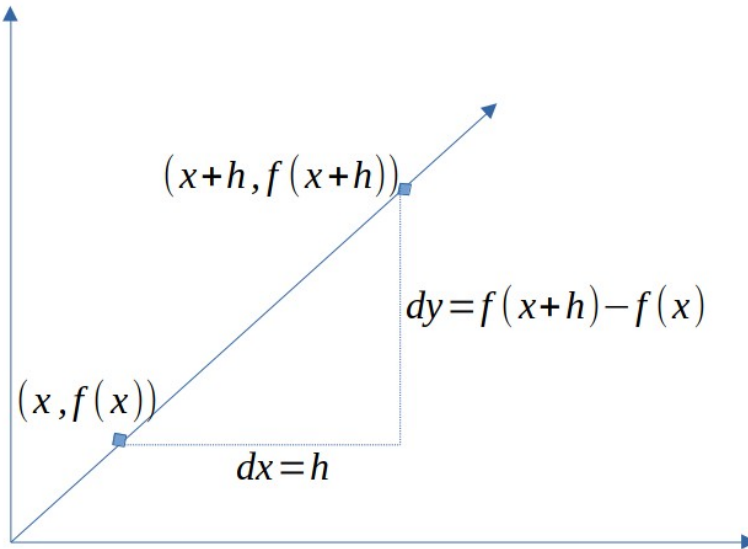
অন্তরীকরণঃ কোন ফাংশন দ্বারা সৃষ্ট রেখা এর কোন বিন্দুতে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঢাল নির্ণয়ের প্রক্রিয়াকে অন্তরীকরণ বলে।

প্রকাশঃ একে $\frac{dy}{dx}$ অথবা $f'(x)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

মূল নিয়মে অন্তরকঃ $\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

প্রমাণঃ

$y = f(x)$ হলে,



$$f(x) \text{ রেখাটির ঢাল } (x, f(x)) \text{ বিন্দুতে} = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

অন্তরীকরণ এর সূত্র সমূহঃ

1. $\frac{d}{dx}(x^n) = n x^{n-1}$
2. $\frac{d}{dx}(\sin nx) = n \cos nx$
3. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
4. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
5. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$
6. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \cdot \tan x$
7. $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
8. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
9. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
10. $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x} \log_a e$
11. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$
12. $\frac{d}{dx}(u v) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
13. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$
14. $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
16. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
17. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
18. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2}$

$$19. \frac{d}{dx}(\sec^{-1}x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$20. \frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1}x) = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$21. f'(x) = \frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$22. \frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

$$23. \frac{d}{dx}(u v w) = v w \frac{d}{dx}(u) + u w \frac{d}{dx}(v) + u v \frac{d}{dx}(w)$$

n-তম অন্তরক এর সূত্রঃ

$$1. y = x^n \text{ হলে } y_n = n!$$

$$2. y = e^{ax+b} \text{ হলে } y_n = a^n e^{ax+b}$$

$$3. y = a^x \text{ হলে } y_n = a^x (\ln a)^n$$

$$4. y = \sin(ax+b) \text{ হলে } y_n = a^n \sin\left[\frac{n\pi}{2} + ax+b\right]$$

$$5. y = \cos(ax+b) \text{ হলে } y_n = a^n \cos\left[\frac{n\pi}{2} + ax+b\right]$$

$$6. y = \ln(x) \text{ হলে } y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{x^n}$$

$$7. y = e^{ax} T(bx+c) \text{ হলে } y_n = (a^2 + b^2)^{\frac{n}{2}} e^{ax} T\left(bx+c+n \tan^{-1} \frac{b}{a}\right) \text{ (যেখানে } T = \sin \text{ বা } \cos)$$