

## (الف)

- در اندازه گیری سیستم را به طور مستقیم و از نزدیک مورد مطالعه قرار می دهیم به همین دلیل این راه انعطاف پذیری کمی در برابر آزمایشات دارد و پرهزینه است و همچنین گاهی غیرممکن اما از مزایای آن به صحت و باورپذیری زیاد آن می توان اشاره کرد.
  - مدل تحلیلی در زمانی که اندازه گیری ممکن نباشد انجام می شود و به صورت abstract است و در آن از فرمول ها و راه های ریاضی استفاده می شود. این مدل انعطاف پذیری بیشتری نسبت به سایر مدل ها دارد و همچنین هزینه آن کم است اما از دقت و صحت کمی برخوردار است و نامحبوب و غیرقابل باور است.
  - مدل شبیه سازی که با معنا دادن به نقاط مدل abstract از مدل تحلیلی به دست می آید. برای این مدل برنامه نوشته می شود. شبیه سازی تا حدی انعطاف پذیری زیادی دارد اما می تواند نسبت به اندازه گیری کم هزینه تر باشد با این حال گاهی هزینه زیاد نیز می تواند داشته باشد. از نظر دقت و باورپذیری نیز قابل قبول و متوسط است.
- همچنین علاوه بر موارد بالا مدل تحلیلی مدلی سخت و پیچیده است اما سرعت بیشتری از مدل شبیه سازی دارد. همینطور پارامتر های آن واضح و همواره در دسترس است.

## (ب)

Validation به معنای یک آرزو و یک مشخصه است که باید این مشخصه را پیاده سازی کرده تا به تحقق برسد.

به عبارتی یعنی توانایی انجام دادن آنچه طراحی شده و قصدش را داریم. در شبیه سازی با دید مثبت به دنبال اثبات و درستی برنامه می رویم.

اما در اینجا هیچگاه به طور 100% مشخصه تحقق نمی یابد و همیشه failure داریم. اما اگر total نباشد آن را به صورت خطای برنامه باید در گزارش بیاوریم.

(ج)

1. تحلیل ساختار (structure)

2. تحلیل عملکردها (functionality)

3. تحلیل رفتارها (behavior)

4. تحلیل عملیات (operation)

2.

$$C_5(8) = \binom{8}{5} = \frac{8!}{5!(8-5)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

$$p = 60/100 = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$q = 1 - p = 1 - 0.6 = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$a = \binom{5}{8} \cdot p^5 \cdot q^{8-5} = \binom{5}{8} \cdot 0.6^5 \cdot 0.4^{8-5} = 0.2787$$

$$C_6(8) = \binom{8}{6} = \frac{8!}{6!(8-6)!} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$$

$$C_7(8) = \binom{8}{7} = \frac{8!}{7!(8-7)!} = \frac{8}{1} = 8$$

$$C_8(8) = \binom{8}{8} = \frac{8!}{8!(8-8)!} = \frac{1}{1} = 1$$

$$p_6 = \binom{6}{8} \cdot p^6 \cdot q^{8-6} = \binom{6}{8} \cdot 0.6^6 \cdot 0.4^{8-6} \doteq 0.209$$

$$p_7 = \binom{7}{8} \cdot p^7 \cdot q^{8-7} = \binom{7}{8} \cdot 0.6^7 \cdot 0.4^{8-7} \doteq 0.0896$$

$$p_8 = \binom{8}{8} \cdot p^8 \cdot q^{8-8} = 1 \cdot 0.6^8 \cdot 0.4^{8-8} \doteq 0.0168$$

$$b = p_6 + p_7 + p_8 = 0.209 + 0.0896 + 0.0168 = 0.3154$$

3.

(الف)

اگر ✓ نشانه متصل بودن و ✗ نشانه قطع اتصال باشد فضای نمونه به صورت زیر است:

$S = \{(\checkmark, \checkmark, \checkmark, \checkmark, \checkmark), (\checkmark, \checkmark, \checkmark, \checkmark, \times), (\checkmark, \checkmark, \checkmark, \times, \checkmark), (\checkmark, \checkmark, \times, \checkmark, \checkmark), (\checkmark, \times, \checkmark, \checkmark, \checkmark),$   
 $(\times, \checkmark, \checkmark, \checkmark, \times), (\times, \checkmark, \checkmark, \times, \checkmark), (\times, \checkmark, \times, \checkmark, \checkmark), (\times, \times, \checkmark, \checkmark, \checkmark), (\times, \checkmark, \checkmark, \checkmark, \checkmark)$   
 $(\checkmark, \times, \times, \checkmark, \checkmark), (\checkmark, \checkmark, \times, \times, \checkmark), (\checkmark, \checkmark, \checkmark, \times, \times), (\checkmark, \checkmark, \times, \checkmark, \times), (\checkmark, \times, \checkmark, \checkmark, \times)$   
 $(\checkmark, \times, \checkmark, \times, \checkmark), (\checkmark, \checkmark, \times, \times, \times), (\checkmark, \times, \checkmark, \times, \times), (\checkmark, \times, \times, \checkmark, \times), (\checkmark, \times, \times, \times, \checkmark)$   
 $(\times, \times, \times, \checkmark, \checkmark), (\times, \times, \checkmark, \times, \checkmark), (\times, \checkmark, \times, \times, \checkmark), (\times, \checkmark, \checkmark, \times, \times), (\times, \times, \checkmark, \checkmark, \times)$   
 $(\times, \checkmark, \times, \checkmark, \times), (\checkmark, \times, \times, \times, \times), (\times, \checkmark, \times, \times, \times), (\times, \times, \checkmark, \times, \times)$   
 $(\times, \times, \times, \checkmark, \times), (\times, \times, \times, \times, \checkmark), (\times, \times, \times, \times, \times)\}$

و اندازه فضای نمونه  $2^5 = 32$  است.

(ب)

طبق فضای نمونه بالا حالات هایلات شده حالات مورد نظر است که برابر با 10 است.

$$\binom{5}{2} = 10$$

4.

S samsung

P panasonic

L LG

D معیوب بودن

$$P(S) = 0.4, P(P) = 0.25, P(L) = 0.35$$

$$P(D|S) = 0.01, P(D|P) = 0.01, P(D|L) = 0.02$$

$$P(L|D) = \frac{P(D|L)P(L)}{P(D|L)P(L) + P(D|S)P(S) + P(D|P)P(P)}$$

$$= \frac{0.02(0.35)}{0.02(0.35) + 0.01(0.4) + 0.01(0.25)} = 0.51850$$

.5

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{49}{50} \cdot 3 + \frac{1}{50} \cdot (-80) \\ &= \frac{147}{50} - \frac{80}{50} \\ &= \frac{67}{50} \\ &= 1.34 \end{aligned}$$

با توجه به مثبت بودن امید، می توان انتظار سود را داشت.  
به طور متوسط آن ها برای هر گجت 1.34 دلار سود میکنند.

6.

$$\lambda = 1 / 40$$

(الف)

$$P(x < 35) = 1 - e^{-\lambda * 35} = 0.583$$

(ب)

$$P(x > 50) = e^{-\lambda * 50} = 0.286$$

(ج)

$$P(x > 60 | x > 40) = P(x > 20 + 40 | P > 40) = P(x > 20) = e^{-\lambda * 20} = 0.606$$

7.

$\Omega = \{t: 0 \leq t < \infty\} \rightarrow$  زمان خرابی:  $t$

$$P(\{\tau \leq t < \infty\}) = e^{-\alpha t^2}$$

$$A = \{t_1 < t < t_2\} = \{t_1 < t < \infty\} - \{t_2 \leq t < \infty\}$$

$$M = \{T \leq t < \infty\}$$

$$P(A | M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} = \frac{P(A)}{P(M)} = \frac{e^{-\alpha t_1^2} - e^{-\alpha t_2^2}}{e^{-\alpha T^2}}$$

یعنی  $P(A | M)$  بزرگتر از  $P(A)$  است (واقعه  $M$  اطلاعات مثبت در مورد وقوع واقعه  $A$  دارد).

8. انتگرال تابع از 0 تا مثبت بی‌نهایت باید برابر 1 شود.

$$\int k e^{-4x} dx = -\frac{1}{4}(k e^{-4x}) \Big|_0^{+\infty} = 1 \Rightarrow k = 4$$

$$P(0.4 < x < 1) = -0.018 + 0.201 = 0.183$$

.9

$$P\{|\bar{X} - \mu| \geq \varepsilon\} \rightarrow 0 \quad \text{as } n \rightarrow \infty$$

$$\mu = E[X_i], \quad X_1, \dots, X_n \text{ i.i.d}$$

$$E[\bar{X}] = \mu, \text{VAR}[\bar{X}] = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\text{Chebyshev's Theorem: } P\{|\bar{X} - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2} \rightarrow 0$$

$$n \rightarrow \infty$$

$$P(\theta - c < x < \theta + c) \geq 1 - \frac{(\theta * (1 - \theta))}{(n * c^2)}$$

(الف)

$$\theta = 0.5, c = 0.1, n = 900$$

$$P(0.4 < x < 0.6) \geq 35/36$$

(ب)

$$\theta = 0.5, c = 0.003, n = 1000000$$

$$P(0.4 < x < 0.6) \geq 35/36$$

.10

$$E = Z_{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n}$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.96, \sigma = 13, n = 25$$

$$E = 1.96 * 13 / 5 = 5.09$$

$$CI = 56.4 \pm 5.09$$

.11  
(الف)

$$P(x < \alpha + p(\beta - \alpha)) = \int_{\alpha}^{\alpha + p(\beta - \alpha)} \frac{dx}{\beta - \alpha} = p$$

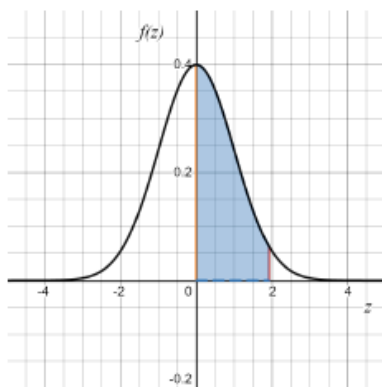
(ب)

$$E[x] = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{xdx}{\beta - \alpha} = \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

$$E[x^2] = \frac{\beta^2 + \alpha\beta + \alpha^2}{3}$$

$$\sigma^2 = E[x^2] - E^2[x] = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}$$

(الف)



$$P\{0 \leq X \leq z\} = P\{-\infty < X \leq z\} - P\{-\infty < X \leq 0\}$$

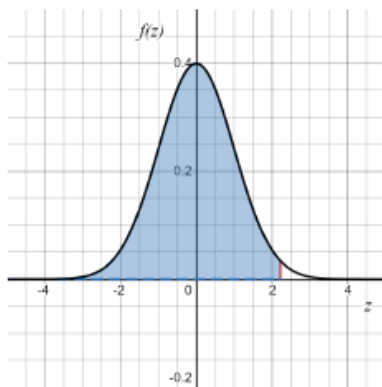
$$P\{0 \leq X \leq z\} = \phi(z) - \phi(0)$$

$$0.4726 = \phi(z) - 0.5$$

$$\phi(z) = 0.9726$$

$$\xrightarrow{\text{using standard normal table}} z = 1.92$$

(ب) در چپ  $z$ ، برابر 0.9868 باشد.



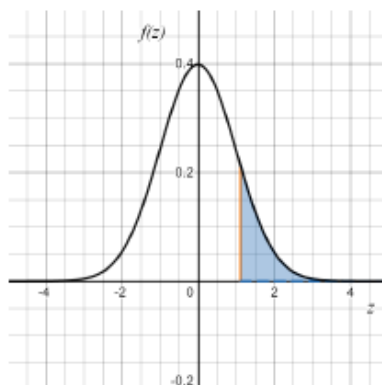
$$P\{-\infty \leq X \leq z\} = 0.9868$$

$$\phi(z) = 0.9868$$

$$\xrightarrow{\text{using standard normal table}} z = 2.22$$

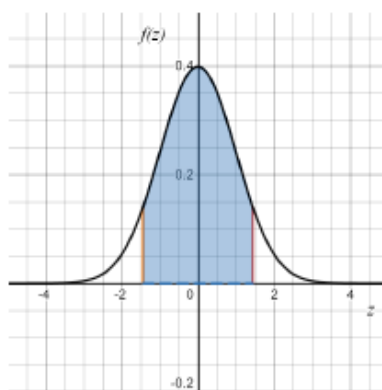


(ج)



$$\begin{aligned}
 P\{z \leq X < \infty\} &= 0.1314 \\
 1 - P\{-\infty < X \leq z\} &= 0.1314 \\
 1 - \phi(z) &= 0.1314 \\
 \phi(z) &= 0.8686 \\
 \xrightarrow{\text{using standard normal table}} z &= 1.12
 \end{aligned}$$

(د) بین  $-z$  و  $z$ ، برابر 0.8502 باشد. (صورت سوال طبق پیام داخل گروه توسط دستیار آموزشی اصلاح شد)



$$\begin{aligned}
 P\{-z \leq X \leq z\} &= 0.8502 \\
 2 \cdot P\{0 \leq X \leq z\} &= 0.8502 \\
 P\{0 \leq X \leq z\} &= 0.4251 \\
 P\{-\infty < X \leq 0\} + P\{0 \leq X \leq z\} &= P\{-\infty < X \leq 0\} + 0.4251 \\
 P\{-\infty < X \leq z\} &= \phi(0) + 0.4251 \\
 \phi(z) &= 0.5 + 0.4251 \\
 \phi(z) &= 0.9251 \\
 \xrightarrow{\text{using standard normal table}} z &= 1.44
 \end{aligned}$$