

Théorie de la ruine en assurance

Samir GUEBLAOUI

Janvier 2024

1 Introduction

L'analyse de la théorie de la ruine occupe une place centrale dans le domaine de l'assurance, offrant des outils mathématiques puissants pour évaluer les risques financiers associés aux sinistres. Cette théorie se concentre sur la modélisation des fluctuations du capital d'une compagnie d'assurance au fil du temps, prenant en compte les paiements de primes, les arrivées aléatoires de sinistres et les coûts associés. L'objectif principal est d'estimer la probabilité de ruine, c'est-à-dire la probabilité que le capital de l'assureur atteigne un niveau critique, mettant potentiellement en péril sa stabilité financière.

À travers l'utilisation de concepts probabilistes, tels que les processus stochastiques et les chaînes de Markov, la théorie de la ruine permet d'anticiper les scénarios où les paiements des sinistres peuvent dépasser les primes collectées, conduisant ainsi à la défaillance financière de la compagnie d'assurance. Cette approche analytique fournit des informations cruciales pour la prise de décisions en matière de tarification des primes et de gestion globale des risques, offrant ainsi un cadre robuste pour garantir la viabilité à long terme des entreprises d'assurance face à l'incertitude inhérente aux sinistres aléatoires.

2 Modèle

Considérons un exemple concret dans le domaine de l'assurance automobile avec des processus de Poisson. Supposons qu'une compagnie d'assurance traite les demandes de sinistres automobiles. Les sinistres surviennent de manière aléatoire avec une moyenne de 2 sinistres par jour, modélisés par un processus de Poisson.

Chaque sinistre peut avoir un coût aléatoire, par exemple, modélisé par une distribution exponentielle avec une moyenne de 5000 euros. La compagnie d'assurance doit payer les coûts associés à chaque sinistre.

Le problème est alors de modéliser et de simuler le processus de demande de sinistres au fil du temps, d'estimer les coûts associés, et d'évaluer comment ces coûts impactent le capital initial de la compagnie d'assurance. La théorie de la ruine peut être appliquée pour analyser la probabilité de ruine de la compagnie, en prenant en compte ces sinistres aléatoires et les coûts associés. Les simulations pourraient aider à estimer les risques financiers et à explorer des stratégies de gestion des risques, telles que l'utilisation de la réassurance.

3 Simulation

Nous allons dans un premier temps définir les paramètres de la simulation, tels que le capital initial de la compagnie d'assurance, la moyenne des sinistres par jour, la moyenne des coûts de sinistre, le paiement mensuel constant des clients, la durée de la simulation en jours, et le nombre de simulations que nous souhaitons effectuer.

Nous allons ensuite simuler les arrivées des sinistres par des processus de poisson de moyenne 2 et simuler les coûts des sinistres par une distribution exponentielle.

Nous aurons donc le capital restant d'une simulation égal au capital initial + (le nombre de jours de la simulation \times le paiement journalier des clients) - \sum (arrivées de sinistres \times leurs coûts).

Nous initialiserons aussi une liste pour stocker la probabilité de ruine à chaque simulation, c'est à dire ajouter 0 à la liste si le capital restant de la simulation descend en dessous de 0 ou ajouter 1 sinon.

Nous pourrions alors faire la moyenne des éléments de la liste pour avoir la probabilité de ruine du modèle.

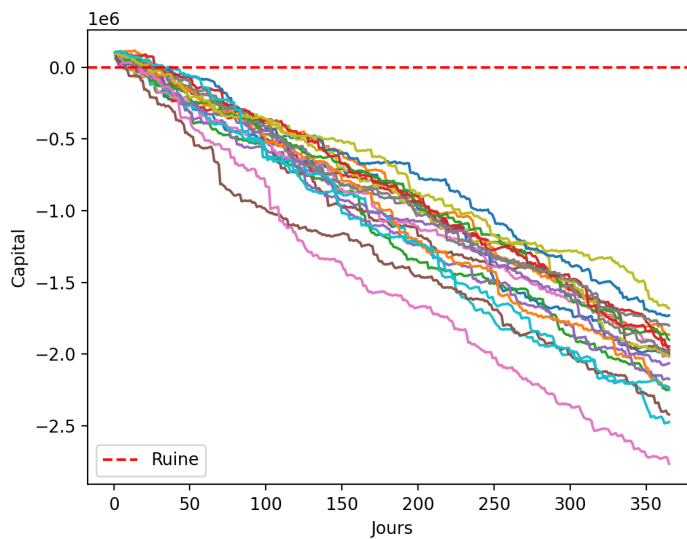
4 Résultat de la Simulation

Nous allons maintenant simuler notre modèle en faisant varier le montant que perçoit l'assurance par les clients tout les jours.

Pour les paramètres suivants :

```
# Paramètres de la simulation
capital_initial = 100000
moyenne_sinistres_par_jour = 2
moyenne_cout_sinistre = 5000
paiement_total_journaliers_clients = 4000
jours_simulation = 365
nombre_simulations = 20
```

On obtient :



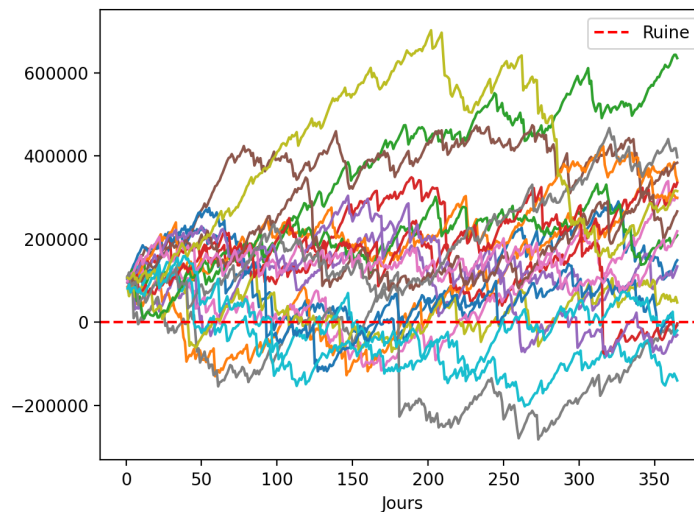
```
Probabilité moyenne de ruine sur 20 simulations : 1.0
```

La probabilité de ruine étant de 1 on conclut que si l'assurance perçoit 4000 euros par jour par les clients au total ils seront presque sûrement en ruine.

Pour les paramètres suivants :

```
# Paramètres de la simulation
capital_initial = 100000
moyenne_sinistres_par_jour = 2
moyenne_cout_sinistre = 5000
paiement_total_journaliers_clients = 10000
jours_simulation = 365
nombre_simulations = 20
```

On obtient :



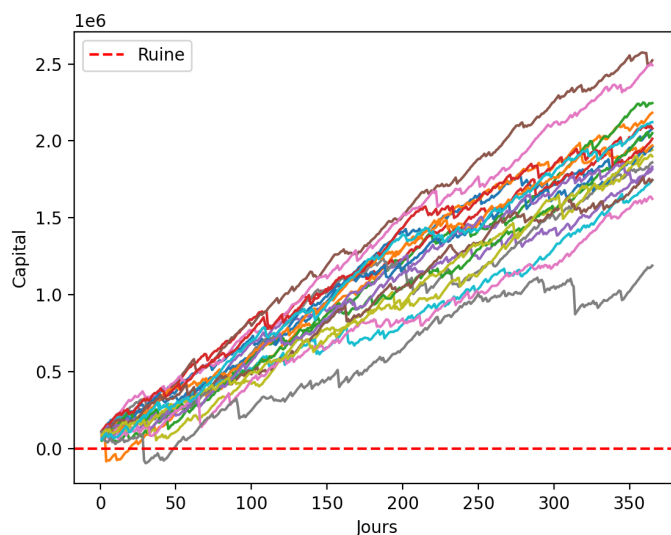
```
Probabilité moyenne de ruine sur 20 simulations : 0.55
```

La probabilité de ruine étant de 0.55, on conclut que si l'assurance perçoit 10000 euros par jour par les clients au total ils auront environ une chance sur deux d'être en ruine.

Pour les paramètres suivants :

```
# Paramètres de la simulation
capital_initial = 100000
moyenne_sinistres_par_jour = 2
moyenne_cout_sinistre = 5000
paiement_total_journaliers_clients = 15000
jours_simulation = 365
nombre_simulations = 20
```

On obtient :



```
Probabilité moyenne de ruine sur 20 simulations : 0.1
```

La probabilité de ruine étant de 0.01, on conclut que si l'assurance perçoit 15000 euros par jour par les clients au total ils auront très peu de chance d'être en ruine.

5 Conclusion

En conclusion, le modèle de simulation que nous avons développé offre une approche quantitative pour évaluer la théorie de la ruine en assurance, en prenant en compte des paramètres clés tels que les arrivées aléatoires de sinistres, les coûts associés, et les paiements mensuels des clients. La probabilité de ruine, qui représente le risque financier pour la compagnie d'assurance, est un indicateur essentiel fourni par ce modèle.

En observant les résultats de nos simulations, il devient évident que la variation du paiement mensuel des clients a un impact significatif sur la probabilité de ruine. L'ajustement de ce paramètre peut influencer la stabilité financière de la compagnie d'assurance.

En augmentant le paiement mensuel, la compagnie peut renforcer son capital restant, réduisant ainsi la probabilité de ruine. Cependant, cette stratégie doit être équilibrée, car des paiements mensuels excessivement élevés pourraient entraîner une compétitivité réduite sur le marché de l'assurance.

En revanche, des paiements mensuels insuffisants peuvent accroître le risque de ruine. Il devient donc crucial pour les compagnies d'assurance de trouver un équilibre optimal entre des paiements mensuels attractifs pour les clients et la préservation d'une base financière robuste.