

ডাচ্-বাংলা ব্যাংক - প্রথম আলো জাতীয় গণিত উৎসব ২০০৭

৫ম বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড

আয়োজনে : বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

Category: Secondary (৯ম ও ১০ম শ্রেণী)

পূর্ণমান : ১৪০

সময় : ৪ঘন্টা

১. $x^x = y$ এবং $y^y = x$ হলে x ও y এর বাস্তব সমাধান (x, y) নির্ণয় কর। ৮
Solve for (x, y) in real number where $x^x = y$ and $y^y = x$.
২. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত পরপর লিখে একটি বড় পূর্ণ সংখ্যা N গঠন করা হল, অর্থাৎ ১৫
 $N = 123456789101112...9899100$ । N কে ৩ দ্বারা ভাগ করলে কত অবশিষ্ট থাকবে?
Writing down all the integers from 1 to 100 we make a large integer N .
 $N = 123456789101112...9899100$. What will be remainder if we divide N by 3?
৩. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ২ একক। ধরা যাক, S হল এমন একটি সেট যার উপাদান হল ২ ১০
একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট এমন সব রেখাংশ যাদের প্রান্ত বিন্দু দ্বয় বর্গটির সন্নিহিত বাহুগুলোর উপর
অবস্থিত। আরো ধরা যাক L হল এমন একটি সেট যা S সেটের অন্তর্ভুক্ত রেখাংশগুলোর
মধ্যবিন্দু সমূহের সমন্বয়ে গঠিত। L দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
A square has sides of length 2. Let S is the set of all line segments that have
length 2 and whose endpoints are on adjacent side of the square. Say L is the set
of the midpoints of all segments in S . Find out the area enclosed by L .
৪. একটি বৃত্তের সমান্তরাল দুটি জ্যা এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ১০ ও ১৪ একক। এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব ১৫
৬ একক। জ্যাদ্বয় হতে সমদূরত্বে এমন আরেকটি জ্যা রয়েছে যা উল্লিখিত জ্যাদ্বয়ের
সমান্তরাল এবং যার দৈর্ঘ্য \sqrt{a} । a এর মান নির্ণয় কর।
Two parallel chords of a circle have length 10 and 14. The distance between
them is 6. The chord parallel to these chords and half way between them has
length \sqrt{a} . Find a .
৫. একটি বলকে মাটি থেকে উপরের দিকে উল্লম্ব ভাবে নিক্ষেপ করায় সেটি ৬৫০ মিটার উপরে ১০
উঠে নিচে নামতে শুরু করল। প্রতিবার বলটি মাটি স্পর্শ করার পর তার পূর্ববর্তী উচ্চতার $\frac{2}{5}$
অংশ উপরে উঠে আসে। থেমে যাওয়ার আগ পর্যন্ত বলটি মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?
A ball is thrown upward vertically to a height of 625 meters from ground. Each
time it hits the ground, it bounces $\frac{2}{5}$ of the height it fell in the previous stage.
How much the ball will travel before it stops?
৬. $|x + y| + |x - y| = 4$ এই ক্ষেত্রটি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর, যেখানে x ৭
ও y বাস্তব সংখ্যা।
What is the area bounded by the region $|x + y| + |x - y| = 4$. Where x, y are real
numbers.

ডাচ্-বাংলা ব্যাংক - প্রথম আলো জাতীয় গণিত উৎসব ২০০৭

৫ম বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড

আয়োজনে : বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

৭. $\sqrt{1+2+3+\dots+n}$ একটি পূর্ণ সংখ্যা হলে n এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর, যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $1 < n < 10$ । ১২
- Find the smallest positive integer $n > 1$, such that $\sqrt{1+2+3+\dots+n}$ is an integer. Note: $n < 10$.
৮. যদি $m+12 = p^a$ এবং $m-12 = p^b$ হয়, যেখানে a, b, m পূর্ণসংখ্যা এবং p মৌলিক সংখ্যা। $p > 0$ এর সম্ভাব্য সকল ধনাত্মক মান নির্ণয় কর। (খেয়াল কর, p এর কেবল তিনটি মান সম্ভব।) ১৫
- If $m+12 = p^a$ and $m-12 = p^b$ where a, b, m are integers and p is a prime number. Find all possible primes $p > 0$. [Note: p only takes three values]
৯. $x^3 + bx^2 + cx + 11$ রাশিটির একটি উৎপাদক $x^2 + 3x - 4$ হলে b ও c এর মান নির্ণয় কর। ৭
- If $x^2 + 3x - 4$ is a factor of $x^3 + bx^2 + cx + 11$, then find the values of b and c .
১০. একটি বাগ্জে ১০০ টি কাল, ৮০ টি নীল, ৬০ টি লাল ও ৪০ টি সাদা মোজা আছে। আন্দাজে বাগ্জ থেকে একটি একটি করে মোজা তোলা হল, কিন্তু মোজার রঙ কি তা মোজাটি বাগ্জ থেকে বের না করা পর্যন্ত জানা সম্ভব ছিল না। সর্বনিম্ন কয়টি মোজা তুললে নিশ্চিত হওয়া যাবে যে ১০ জোড়া মোজা তোলা হয়েছে? (এক জোড়া মোজা মানে দুটি একই রঙের মোজা) ১১
- A drawer in a room contains 100 black socks 80 blue socks, 60 red socks and 40 purple socks. Someone randomly selects one sock at a time from the drawer, but is unable to the color of the sock until he has taken it out of the drawer. What is the smallest number of socks that must be taken out to guarantee that 10 pairs have been taken out? [A pair of sock = 2 socks of the same color]
১১. ৫, ৬ এবং ৭ একক দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের অভ্যন্তরে সবচেয়ে বড় যে বর্গক্ষেত্রটি আঁকা সম্ভব, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৫
- Find the area of the largest square inscribed in a triangle of sides 5, 6 and 7.
১২. $(x^{100} - 2x^{51} + 1)$ কে $(x^2 - 1)$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? ১৫
- Find the remainder on dividing $(x^{100} - 2x^{51} + 1)$ by $(x^2 - 1)$
১৩. প্রমাণ কর যে, দুটি পূর্ণ সংখ্যার গুলফল তাদের ল.সা.গু এবং গ.সা.গু এর গুণফলের সমান। ১০
- Prove that if a and b are two integers, then $a \times b = LCM(a, b) \times GCD(a, b)$.