

## ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০২১

## আঞ্চলিক পর্ব





				_
ক্যান্যগাব•	সেকেন্ডারি	সময়: ১	١,	হান্য
17100 11.40	0.104.011.4	• • • • • •	,	7 0

নাম (বাংলায়): শ্রেণি (২০২০ সাল):

Name (In English): Registration No:

Name of Institution: Phone No:

## এই উত্তরপত্রের নির্দিষ্ট স্থানে উত্তর লিখতে হবে। খসড়ার জন্য পৃথক কাগজ ব্যবহার করতে হবে এবং তা জমা দিতে হবে। সকল সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা হয়েছে। সবাইকে নিজ নিজ উত্তরপত্র জমা দিতে হবে।

নং	সমস্যা	উত্তর
1	চিত্রে বড় আর ছোট বর্গের কেন্দ্র একই। তাদের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 আর 10। ছায়াকৃত অংশের ক্ষেত্রফল কত? (1 পয়েন্ট)  In the figure, the two squares have the same center. They have side lengths equal to 12 and 10. What is the area of the shaded region? (1 point)	
2	তোমার কাছে ছয়টা বাক্স আছে যাদের গায়ে যথাক্রমে $1, 2, 3, 4, 5, 6$ নম্বরিং করা। তোমার বন্ধু এই বাক্সগুলোর মধ্যে $n$ -টা বল ভাগ করে দিয়েছে। $n$ -এর মান সর্বনিম্ন কত হলে তুমি গ্যারান্টি দিয়ে বলতে পারবে যে এমন একটা বাক্স আছে যার মধ্যে বলের সংখ্যা তার গায়ে লেখা নম্বরের বর্গের সমান বা বেশি? (2 পয়েন্ট)  You have six boxes numbered $1, 2, 3, 4, 5$ and $6$ respectively. Your friend has distributed $n$ balls among these boxes. What is the smallest value of $n$ for which you can guarantee that there is at least one box that contains at least as many balls as the square on the number written on it? (2 points)	

3	সূক্ষকোণী $\triangle ABC$ -এর পরিকেন্দ্র হলো $O$ । $\triangle AOB$ -এর অন্তঃকেন্দ্র হলো $I$ । $\angle AIB=112^\circ$ হলে $\angle ACB$ -এর মান ডিগ্রিতে কত? $(3$ পয়েন্ট $)$	
	The circumcenter of the acute $\triangle ABC$ is $O$ . The incenter of $\triangle AOB$ is $I$ . If $\angle AIB = 112^{\circ}$ , what is the value of $\angle ACB$ in degrees? (3 points)	
4	তন্ময় আর রাইয়্যান একটা খেলা খেলছে। প্রথমে, তন্ময় একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $n$ বাছাই করে যেন $1 < n \le 50$ । এরপরে রাইয়্যান একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $d$ বাছাই করে যেন $d < n$ হয়। $T(n,d)$ হলো সবচেয়ে ছোট ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যার জন্য $T(n,d) \times d$ সংখ্যাটা $n$ দিয়ে বিভাজ্য হয়। তন্ময়ের লক্ষ্য হচ্ছে $T(n,d)$ -কে যত বড় সম্ভব বানানো। আর রাইয়্যানের লক্ষ্য হলো $T(n,d)$ -কে যত ছোট সম্ভব বানানো। $n$ হিসেবে তন্ময়ের কোন সংখ্যাটা বাছাই করা উচিৎ? $(3)$ পয়েন্ট)	
	Tanmoy and Raiyan play a game. First, Tanmoy chooses any positive integer $n$ with $1 < n \le 50$ . Then Raiyan chooses a positive integer $d$ with $d < n$ . Let $T(n,d)$ be the smallest positive integer such that $n$ divides $T(n,d) \times d$ . Tanmoy's goal is to make $T(n,d)$ as large as possible while Raiyan's goal is to make $T(n,d)$ as small as possible. What value should Tanmoy choose for $n$ ? (3 points)	
5	কতগুলো ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা $a_1,a_2,\cdots,a_k$ -এর জ্যামিতিক গড় হলো $\sqrt[k]{a_1a_2\cdots a_k}$ । কোনো একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $n$ -এর উৎপাদক গড় হলো তার সব ধনাত্মক উৎপাদকের জ্যামিতিক গড়। যেসব ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $n$ -এর উৎপাদক গড় $32$ -এর চেয়ে বেশি না, তাদের সংখ্যা যদি $N$ হয়, তাহলে $N$ -এর মান কত? $(3$ পয়েন্ট)	
	The geometric mean of a bunch of positive reals $a_1, a_2, \dots, a_k$ is $\sqrt[k]{a_1 a_2 \cdots a_k}$ . The factor mean of a positive integer $n$ is equal to the geometric mean of its (positive) factors. If the number of positive integers $n$ whose factor mean is not greater than 32 is $N$ , then what is $N$ ? (3 points)	
	ছবিতে, $AP=6,\ BP=5,\ CQ=7,\ DQ=12,\ PQ=27$ । $RS$ -এর দৈর্ঘ্য কত? (3 পয়েন্ট)	
6	In the figure, $AP = 6$ , $BP = 5$ , $CQ = 7$ , $DQ = 12$ , $PQ = 27$ . What is the length of $RS$ ? (3 points)	

7	একটা প্যালিন্ড্রোমিক সংখ্যা হলো এমন একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যেটাকে বাম আর ডান দিক থেকে পড়লে একই হয়। যেমন $1221$ একটা প্যালিড্রোমিক সংখ্যার উদাহরণ। মুরসালিন একটা চার অঙ্কের প্যালিড্রোমিক সংখ্যা $n$ নিল। এরপর সে $n$ -এর মাঝের দুটো অঙ্ক মুছে দিয়ে একটা দুই অঙ্কের সংখ্যা $m$ বানাল। যদি $\frac{n}{m}$ একটা পূর্ণসংখ্যা হয়, তাহলে এমন সম্ভাব্য কতগুলো $n$ আছে? (3 পয়েন্ট)  A palindromic number is a positive integer that reads the same forwards and backwards. For example, $1221$ is a palindromic number. Mursalin takes a four-digit palindromic number $n$ and deletes its middle two digits to obtain a two-digit number $m$ . If $\frac{n}{m}$ is an integer, how many possible choices for $n$ are there? (3 points)	
8	মনে করো, $S=\{1,2,3,\cdots,12\}$ । কতগুলো ফাংশন $f:S\to S$ আছে যেন $f(f(x))=x$ হয় আর $f(x)-x$ , 3 দিয়ে বিভাজ্য হয়? (6 পয়েন্ট) Let $S=\{1,2,3,\cdots,12\}$ . How many functions $f:S\to S$ are there such that $f(f(x))=x$ and $f(x)-x$ is divisible by 3? (6 points)	