

ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০২১

বাছাই পর্ব: ঢাকা জেলা





ক্যাটেগরি: হায়ার সেকেন্ডারি	সময়: ১ ঘণ্টা

নাম (বাংলায়): শ্রেণি (২০২০ সাল):

Name (In English): Registration No:

Name of Institution: Phone No:

এই উত্তরপত্রের নির্দিষ্ট স্থানে উত্তর লিখতে হবে। খসড়ার জন্য পৃথক কাগজ ব্যবহার করতে হবে এবং তা জমা দিতে হবে। সকল সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা হয়েছে। সবাইকে নিজ নিজ উত্তরপত্র জমা দিতে হবে।

নং	সমস্যা	উত্তর
1	সকাল এবং রায়ের প্রত্যেকের 50-টা আপেল ভর্তি একটা বস্তা আছে। প্রত্যেকটা আপেলই হয় লাল অথবা সবুজ। যদি রায়ের তুলনায় সকালের তিনগুণ লাল আপেল আর অর্ধেক সংখ্যক সবুজ আপেল থাকে, তাহলে সকালের কয়টা লাল আপেল আছে?	
	Sakal and Roy each have a sack of 50 apples. All apples are either red or green. If Sakal has three times as many red apples as Roy does and half as many green apples as Roy does, how many red apples does Sakal have?	
0	যদি $1 \leq n < 100$ হয়, তাহলে n -এর কতগুলো মানের জন্য $1+2+3+\cdots+n$ রাশিটা n দিয়ে বিভাজ্য হবে না?	
2	For how many values of n is the sum $1+2+\cdots+n$ not divisible by n if $1 \le n < 100$?	
3	সাহসী অভিযাত্রী মারুফ তার কালো বন্দুক নিয়ে গণিতরাক্ষসের সাথে লড়াই করছে। মারুফের কালো বন্দুক থেকে ছুঁড়ে মারা প্রতি তিনটা গুলির দুটো সঠিক দিকে যায়। অন্য দিকে, গণিতরাক্ষস তার দিকে ছুটে আসা প্রতি সাতটা গুলির পাঁচটাকে জাদুর বলে থামিয়ে দিতে পারে। গণিতরাক্ষসকে মারতে হলে তার গায়ে মোট আশিটা গুলি সফলভাবে লাগাতে হবে। তাহলে মারুফকে কমপক্ষেকতগুলো গুলি করতে হবে?	
	Brave adventurer Maruf is fighting against the Mathmonster with his Black Shotgun. Out of every 3 bullets shot from Maruf's Black Shotgun, 2 bullets follow the correct direction. On the other hand, Mathmonster can magically stop 5 out of every 7 bullets that are shot towards it. A total of 80 bullets are needed to hit the Mathmonster's body successfully to kill it. Then at least how many bullets does Maruf need to shoot?	

4	একটা বোর্ডে 144 সংখ্যাটা লেখা আছে। প্রতি ধাপে তুমি বোর্ডে লেখা সংখ্যাকে হয় একটা মৌলিক সংখ্যা p দিয়ে গুণ দিতে পারো অথবা একটা মৌলিক সংখ্যা p দিয়ে গুণ করতে পারো। কিন্তু ভাগ করার ক্ষেত্রে বোর্ডে লেখা সংখ্যাটাকে p দিয়ে বিভাজ্য হতে হবে। উদাহরণস্বরূপ, একটা সম্ভাব্য ধাপের সিকুয়েন্স হতে পারে: $144,72,24,8,40,120$ । বোর্ডে 2700 সংখ্যাটা আনতে হলে সর্বনিম্ন কতটা ধাপ লাগবে? The number 144 is written on a board. At each step, you can take the number written on the board and either multiply it by a prime p or divide	
	it by a prime p . In the second case, the number must be divisible by p . For example, a possible series of steps would be $144, 72, 24, 8, 40, 120$. Find the minimum number of steps to make 2700 appear on the board.	
5	সবচেয়ে বড় ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n বের করো যার সবগুলো অঙ্কই আলাদা এবং যা $2,3,4,5,6,8$ বা 9 -এর কোনোটা দিয়েই বিভাজ্য না।	
	Find the maximum positive integer n all of whose digits are distinct and it is not divisible by any of $2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$.	
6	$ABCD$ বর্গন্ধেত্র যার বাহুর দৈর্ঘ্য 4 একক। E , F হলো যথাক্রমে AB আর DC -এর মধ্যবিন্দু। \mathbb{E} তিভুজ OFQ -এর ক্ষেত্রফলকে $\frac{m}{n}$ আকারে লেখা যায় যেখানে m আর n পরস্পর সহমৌলিক ধনাত্মক পূর্বসংখ্যা। $10m+n$ -এর মান কত? $ABCD \text{ is a square with side length } 4. \ E \text{ and } F \text{ are the midpoints of } AB \text{ and } DC \text{ respectively.}$ The area of triangle OFQ can be expressed as $\frac{m}{n}$ where m and n are coprime positive integers. What is the value of $10m+n$?	

7	মনে করো, n একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার একটা অনুক্রমকে n -এর একটা ডিভিসর চেইন বলা হবে যদি অনুক্রমটার যেকোনো পদ তার ঠিক পরের পদের প্রকৃত উৎপাদক হয় এবং অনুক্রমের শেষের পদটা n হয়। যেমন $2,6,12,60,600$ হলো 600 -এর একটা ডিভিসর চেইন। 600 -এর কতগুলো ডিভিসর চেইন আছে যাদের দৈর্ঘ্য সর্বোচ্চ? Suppose n is a positive integer. A sequence of positive integers is called a divisor chain of n if every element in the sequence is a proper divisor of the next one and the last element is n . For example $2,6,12,60,600$ is a divisor chain of 600 . How many divisor chains of 600 are there of maximum length?	
8	চিত্রের $ABCD$ বর্গে, $AB=26, AS=DQ=x, AR=BP=y$ । বর্গটার কালো অংশের ক্ষেত্রফল এবং সাদা অংশের ক্ষেত্রফল সমান হলে, $x+y$ -এর সম্ভাব্য সর্বোচ্চ মান নির্ণয় করো। In the square $ABCD, AB=26, AS=DQ=x, AR=BP=y$. It is given that the area of the black region is equal to the area of the white region inside the square. Find the largest possible value of $x+y$.	
9	একটা গণিত অলিম্পিয়াডে 14 জন শিক্ষার্থী অংশ নিয়েছে। অলিম্পিয়াডের প্রতিটা সমস্যাই ঠিক 7 জন শিক্ষার্থী সমাধান করেছে। আরও বলে দেওয়া আছে যে, প্রথম 13 জন শিক্ষার্থী ঠিক 10টা করে সমস্যার সমাধান করেছে। 14তম শিক্ষার্থী যদি ঠিক k টা সমস্যার সমাধান করে থাকে, তাহলে k -এর সম্ভাব্য সব মানের যোগফল কত? 14 students have taken part in a math olympiad. Every problem in that olympiad has been solved by exactly 7 students. Furthermore, the first 13 students have all solved 10 problems each. If the 14th student has solved exactly k problems, then what is the sum of all possible values of k ?	

তোমার কাছে একটা জাদুর মেশিন আছে যেটাতে তুমি একটা জোড় সংখ্যা ইনপুট দিলে সে তার অর্ধেক তোমাকে ফেরত দেয়। আর বিজোড় সংখ্যা ইনপুট দিলে তার সাথে তিন যোগ করে ফেরত দেয়। মেশিনটা এভাবে চলতেই থাকে: এইবারের আউটপুটকে আগামীবারের ইনপুট হিসেবে ব্যবহার করে। মেশিনটা তখনই থামে যখন সে এমন একটা সংখ্যা ইনপুট পায় যেটা সে আগেই দেখেছে। এই মেশিনটাকে সবচেয়ে বেশিক্ষণ চালিয়ে রাখার জন্য 100-এর চেয়ে বড় না এমন কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাটা শুরুতে ইনপুট হিসেবে দিতে হবে?

10

You have a magical machine that when given an even integer as input returns one-half of it. And when it is given an odd integer as input, it adds three to that integer and returns it. The machine then keeps on going by using its output as input. The only time it stops is when it sees a number it has already seen. To make sure the machine runs as long as possible, what positive integer not greater than 100 must you provide to it as input initially?