

## ডাচ বাংলা ব্যাংক প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০২১

বাছাই পর্ব: ঢাকা জেলা





ক্যাটেগরি:	সেকেন্ডারি	সময়:	۵	ঘণ্টা
13100 11010		1 1 -1 -	•	, -,

নাম (বাংলায়): শ্রেণি (২০২০ সাল):

Name (In English): Registration No:

Name of Institution: Phone No:

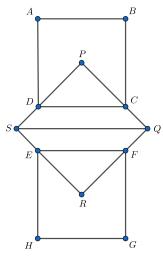
## এই উত্তরপত্রের নির্দিষ্ট স্থানে উত্তর লিখতে হবে। খসড়ার জন্য পৃথক কাগজ ব্যবহার করতে হবে এবং তা জমা দিতে হবে। সকল সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা হয়েছে। সবাইকে নিজ নিজ উত্তরপত্র জমা দিতে হবে।

নং	সমস্যা	উত্তর
1	সবচেয়ে ছোট কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাকে $2021$ -টা আলাদা আলাদা পূর্ণসংখ্যার যোগফল আকারে লেখা যায়?	
	What is the smallest positive integer that can be expressed as the sum of 2021 distinct integers?	
2	সবচেয়ে ছোট ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $a$ -এর মান বের করো যার জন্য আলাদা আলাদা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা $b,c,d$ আছে যেন $a=b^2=c^3=d^4$ হয়।	
	Find the smallest positive integer $a$ for which there exist distinct positive integers $b, c, d$ such that $a = b^2 = c^3 = d^4$ .	
3	তোমার কাছে দুটো সমান উচ্চতার মোমবাতি আছে যার মধ্যে একটা পুড়ে শেষ হতে $6$ ঘণ্টা লাগে আর অপরটা পুড়ে শেষ হতে $9$ ঘণ্টা লাগে। এক রাতে তুমি দুটো মোমবাতি জ্বালিয়ে ঘুমিয়ে গেলে। ঘুম থেকে উঠে দেখলে একটা মোমবাতির উচ্চতা অপরটার অর্ধেক হয়ে গিয়েছে। তুমি কত মিনিট ঘুমিয়ে ছিলে?	
	You have two candles of equal height. The first one takes 6 hours to burn out while the second one takes 9 hours to burn out. One night before going to sleep, you lit both candles. Upon waking up, you noticed that one of the candles is now half the height of the other. How many minutes were you asleep for?	

চিত্রে ABCD, EFGH আর PQRS হলো তিনটা একই আকারের বর্গ। P আর R হলো যথাক্রমে বর্গ ABCD আর EFGH-এর কেন্দ্র। যদি  $SQ=10\sqrt{2}$  হয়, তাহলে এই বর্গগুলো দ্বারা আবৃত এলাকার ক্ষেত্রফল কত?

In the figure, ABCD, EFGH and PQRS are three identical squares. P and R are the centers of ABCD and EFGH respectively. If  $SQ = 10\sqrt{2}$ , what is the area of the region covered by these squares?

4



মনে করো, n একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার একটা অনুক্রমকে n-এর একটা ডিভিসর চেইন বলা হবে যদি অনুক্রমটার যেকোনো পদ তার ঠিক পরের পদের প্রকৃত উৎপাদক হয় এবং অনুক্রমের শেষের পদটা n হয়। যেমন 2,6,12,60,600 হলো 600-এর একটা ডিভিসর চেইন। 600-এর কোনো ডিভিসর চেইনের সর্বোচ্চ সম্ভাব্য দৈর্ঘ্য কত?

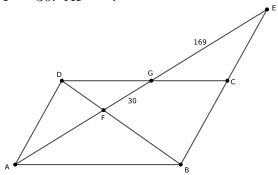
5

Suppose n is a positive integer. A sequence of positive integers is called a divisor chain of n if every element in the sequence is a proper divisor of the next one and the last element is n. For example 2, 6, 12, 60, 600 is a divisor chain of 600. What is the maximum possible length of a divisor chain of 600?

ABCD সামান্তরিকের BC বাহুকে এমনভাবে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো যেন C,BE-এর মাঝে থাকে। মনে করো, AE রেখাংশ BD এবং CD-কে যথাক্রমে F এবং G বিন্দুতে ছেদ করে।  $EG=169,GF=30,AF^2=?$ 

Extend the side BC of a parallelogram ABCD to E so that C lies between B and E. Let the line segment AE cut BD and CD at F,G respectively. Let EG=169, GF=30.  $AF^2=?$ 

6



7	মনে করো, $S=\{0,1,2\}$ । $f(x)$ এমন একটা ফাংশন যার ডোমেইন আর কোডোমেইন উভয়ই $S$ । এমন সম্ভাব্য কতগুলো $f$ আছে যেন $f(2)+f(f(0))+f(f(f(1)))=5$ হয়? Let $S=\{0,1,2\}$ . $f(x)$ is a function with domain and codomain both equal to $S$ . How many possible $f$ are there such that $f(2)+f(f(0))+f(f(f(1)))=5$ ?	
	নিচের চিত্রে $A$ আর $B$ হলো বৃত্ত দুটোর কেন্দ্র। যদি $AD=3$ , $BC=4$ আর $AB=6$ হয়, তাহলে $CD$ -এর দৈর্ঘ্যকে $\frac{m}{n}$ আকারে লেখা যায় যেখানে $m$ আর $n$ পরস্পর সহমৌলিক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। $10m+n$ কত? In the figure below, the points $A$ and $B$ are the centers of the two circles. If $AD=3$ , $BC=4$ and $AB=6$ , then the length of $CD$ can be expressed	
8	as $\frac{m}{n}$ where $m$ and $n$ are coprime positive integers. What is $10m + n$ ?	
9	11 জন রাজনীতিবিদ মিলে কতগুলো কমিটি তৈরি করেছে। প্রতিটা কমিটিতেই ঠিক 6 জন সদস্য আছে। প্রথম দশজন রাজনীতিবিদ ঠিক 7-টা করে কমিটির সদস্য। একাদশতম রাজনীতিবিদ যদি ঠিক n-টা কমিটির সদস্য হয়, তাহলে n-এর সম্ভাব্য সব মানের যোগফল কত?  11 politicians have formed a number of committees. Every committee has exactly 6 members. The first ten politicians are in exactly 7 committees each. If the eleventh politician is in exactly n committees, what is the sum of all possible values of n?	

তোমার কাছে একটা জাদুর মেশিন আছে যেটা ইনপুট হিসেবে একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা নেয়। তুমি যদি মেশিনটাতে একটা জোড় সংখ্যা ইনপুট দাও, তাহলে সে তার অর্ধেক তোমাকে ফেরত দেয়। আর যদি একটা বিজোড় সংখ্যা ইনপুট দাও, তাহলে সে তার সাথে তিন যোগ করে ফেরত দেয়। আউটপুট দিয়েই সে থেমে যায় না। বরং সে বর্তমান আউটপুটকে পরবর্তী ইনপুট হিসেবে নিয়ে চলতেই থাকে। মেশিনটা তখনই থামে যখন সে এমন একটা সংখ্যা আউটপুট দেয় যেটা সে আগেই ইনপুট হিসেবে পেয়েছে। S হলো এসব সম্ভাব্য পূর্ণসংখ্যার সেট যাদেরকে আউটপুট দেওয়ার পরপরই মেশিনটা থেমে যেতে পারে। S-এর উপাদানগুলোর যোগফল কত?

10

You have a magical machine that takes a positive integer as input. If you give an even number as input to the machine, it returns one-half of it as output. If you give an odd number as input to it, it adds three to it and returns it as output. The machine does not stop there. Instead, it keeps running by using its current output as the next input. It only stops running once it outputs a number it has already received as input in the past. Let S be the set of possible numbers the machine stops on. What is the sum of the elements of S?