



PHS4700

Physique pour les applications multimédia

Automne 2018

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro du groupe : 2

Numéro de l'équipe : 2

Numéro de devoir : 3





Nom: Arar Signature : 	Prénom : Tamer	Matricule : 1828776
Nom: Dandenault Signature : 	Prénom : Vincent	Matricule : 1792866
Nom: Favreau Signature : 	Prénom : Charles-Olivier	Matricule : 1789479
Nom: Turner Signature : 	Prénom : Philippe	Matricule : 1850185

Table of Contents

<i>Introduction.....</i>	<i>3</i>
<i>Théorie et équations.....</i>	<i>4</i>
Équations du mouvement à résoudre	4
Équations pour la collision.....	6
Vitesse après la collision.....	9
Équation pour l'arrêt de la simulation	11
Méthode de résolution des équations du mouvement.....	12
Intervalles de temps Δt choisies pour la résolution	12
<i>Présentation et analyse des résultats</i>	<i>12</i>
Présentation des résultats	13
Analyse des résultats	16
<i>Conclusion.....</i>	<i>18</i>

Introduction

Dans ce travail, nous allons présenter une simulation d'une collision entre une boîte de conserve et une balle. En effet, dans le cadre du développement d'un jeu vidéo, nous avons conçu un moteur physique pour simuler cette collision. Ainsi, notre simulation prend les centres de masses, les vitesses initiales, les vitesses angulaires initiales ainsi que les positions initiales de la boîte de conserve et de la balle et retourne ces mêmes données après une collision probable. Ainsi, la simulation donne une valeur booléenne qui représente si la boîte de conserve et la balle entre en collision. Alors, nous avons quatre simulations distinctes :

- 1) La boîte de conserve n'a pas de vitesse angulaire initialement et le lancer de la balle possède seulement des vitesses selon l'axe des x et des z ($[6.85;0;6.85]$ m/s). La balle est lancée au temps $t_1 = 0.66$.
- 2) La boîte de conserve n'a pas de vitesse angulaire initialement et le lancer de la balle possède des vitesses selon les trois axes, soit l'axe des x, des y et des z ($[28;0.5;10]$ m/s). La balle est lancée au temps $t_1 = 1.10$.
- 3) La boîte de conserve a une vitesse angulaire initiale selon l'axe des y (2.3 rad/s) et le lancer de balle possède seulement des vitesses selon l'axe des x et des z ($[6.85;0;6.85]$ m/s). La balle est lancée au temps $t_1 = 0.66$.
- 4) La boîte de conserve a une vitesse angulaire initiale selon l'axe des y (2.3 rad/s) et le lancer de la balle possède des vitesses selon les trois axes, soit l'axe des x, des y et des z ($[28;0.5;10]$ m/s). La balle est lancée au temps $t_1 = 0.66$.

En effet, ce rapport comportera, dans un premier temps, une section sur la théorie qui contiendra l'information et les équations nécessaires pour la réalisation des simulations. Dans un deuxième temps, nous présenterons les résultats de nos simulations, ainsi que leurs figures respectives. Dans un troisième temps, nous ferons l'analyse de nos résultats et nous conclurons sur nos problèmes rencontrés dans la réalisation de ce devoir.

Théorie et équations

Équations du mouvement à résoudre

La force gravitationnelle sur le ballon et sur la boîte de conserve est donnée par une multiplication de la constante de localisation sur l'axe de la hauteur, soit l'axe des Z.

$$\vec{F}_g = m_b(0, 0, -9.8)^T$$

Équation 1

La force de frottement visqueux (force de traînée) est donnée par l'équation 2. Le ballon et la boîte de conserve se déplacent dans l'air (fluide). En résumé, des collisions élastiques et inélastiques avec les molécules de l'air se somment à une force de frottement. Alors, le ballon subit un mouvement de rotation. Dans cette équation, k est une constante qui vaut $k = 0,1$.

$$\vec{F}_v = -kA\vec{v}$$

Équation 2

Pour calculer la force de frottement visqueux, nous avons l'air du ballon :

$$A = \pi r_{ballon}^2$$

Équation 3

Pour calculer la force de frottement visqueux, nous avons l'air de la boîte de conserve :

$$A = r_{boîte}^2 + h_{boîte}^2$$

Équation 4

Finalement, pour bien calculer les propriétés de la balle et de boîte de conserve, on doit utiliser la 1^{ère} loi de Newton. Puisque ceux-ci reçoivent une force et que ceux-ci ont une masse constante, la balle et la boîte de conserve ont un vecteur d'accélération tel que :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Équation 5

De cette équation, nous pouvons déterminer l'accélération appliqué sur l'objet selon sa masse et la force appliqué.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

De plus, les objets qui seront simulé sont des objets symétriques et ont une inertie.

$$\vec{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

Ainsi pour la boîte :

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{m_{boîte} * r_{boîte}^2}{2} + \frac{m_{boîte} * l_{boîte}^2}{12}$$

$$I_{zz} = m_{boîte} * r_{boîte}^2$$

Et pour la balle :

$$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{2 * m_{balle} * r_{balle}^2}{5}$$

De plus, ces inerties peuvent être déplacé sur un point de l'objet selon le théorème des axes parallèle :

$$\vec{I}_d = \vec{I}_c + m * \vec{d}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} d_y^2 + d_z^2 & -d_x * d_y & -d_x * d_z \\ -d_x * d_y & d_x^2 + d_z^2 & -d_z * d_y \\ -d_x * d_z & -d_z * d_y & d_y^2 + d_x^2 \end{bmatrix}$$

Les objets peuvent aussi subir des rotations, ainsi, pour pouvoir effectuer les calculs dans un certains référentiels, des matrices de rotations seront utilisés. Ces matrices peuvent être identifié sous ces équations dans lesquelles α , β et γ représente des angles selon l'axe de rotation:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{R_x} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \\ \overrightarrow{R_y} &= \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \\ \overrightarrow{R_z} &= \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Équations pour la collision

Nous devons d'abord, à chaque itération, vérifier si la balle a touché le sol. Nous vérifions cette condition grâce à l'équation suivante :

$$CDM(z)_{balle} - R_{balle} \leq 0$$

Équation 6

Ensuite, nous devons vérifier si la balle touche la boîte de conserve. Pour effectuer ces vérifications, il sera nécessaire de déplacer les objets dans un référentiel plus facile à évaluer. Dans cette situation, le référentiel en question est selon le cylindre en position debout (axe des z parallèle) et avec comme origine le centre de masse de la boîte de conserve. Pour effectuer la rotation du référentiel, on utilise l'angle de la boîte de conserve au moment voulu et on applique les matrices de rotations selon ces angles à nos objets. De plus, une translation du référentiel est aussi nécessaire, donc on déplace tous nos objets selon le vecteur du centre de masse de la boîte de conserve.

Trois types de collision sont possible entre une sphère et un cylindre. Pour vérifier une collision, on devra, regarder si chacun des types de collisions est présent.

Dans un premier cas, la collision peut avoir lieu avec le dessous ou le dessus de la boîte. Pour que cette collision se produise on doit avoir s'assurer que les coordonnées x et y de la sphère sont compris dans ceux du cylindre. On peut vérifier cette condition selon cette équation :

$$x_{t,balle} + y_{t,balle} < Rayon_{balle}$$

Si cette condition est passé, on peut vérifier si on heurte le dessus ou le dessous de la boîte.

On a pour le dessous de la boîte la condition :

$$z_{t,balle} + \frac{h_{boite}}{2} \geq -Rayon_{balle}$$

Équation 7

On a pour le dessus de la boîte la condition :

$$z_{t,balle} - \frac{h_{boite}}{2} \leq Rayon_{balle}$$

Équation 8

Ces conditions vérifient si le rayon de la sphère est en contact avec un plan z.

Dans un deuxième cas, la collision peut avoir lieu sur les côtés de la boîte. Pour que cette collision se produise on doit avoir s'assurer que les coordonnées en z de la sphère sont comprises dans ceux du cylindre. On peut vérifier cette condition selon cette équation :

$$-\frac{h_{boite}}{2} < z_{t,balle} < \frac{h_{boite}}{2}$$

Si cette condition est passé, on peut vérifier si on heurte le côté de la boîte, soit en suivant cette condition :

$$Rayon_{xy} \leq Rayon_{balle} + Rayon_{boite}$$

Équation 9

Où :

$$R_{xy} = \sqrt{(x_{t,balle})^2 + (y_{t,balle})^2}$$

Équation 10

Ces conditions vérifient si, sur un plan x-y a une position z, le rayon de la sphère entre en contact avec le rayon de la boîte.

Dans un troisième cas, la collision peut avoir lieu sur les arrêtes de la boîte (coin). Pour être en situation de collision sur un arrête, cette condition doit au moins être atteinte.

$$Rayon_{boite} < \sqrt{(x_{t,balle})^2 + (y_{t,balle})^2} \leq Rayon_{balle} + Rayon_{boite}$$

Cette condition vérifie si la balle se situe en distance de collision avec la boîte sans être dans la boîte. Si cette condition passe, on a pour le coin du haut de la boîte les conditions suivantes :

$$0 \leq z_{t,balle} - \frac{h_{boite}}{2} \leq Rayon_{balle}$$

$$Rayon_{xy} \leq Rayon_{boite} + Rayon_{contact}$$

Équation 11

Où :

$$R_{contact} = \sqrt{(R_{balle})^2 - (z_{t,balle} - \frac{h_{boite}}{2})^2}$$

Équation 12

Ces conditions vérifient sur un plan x-y si le rayon de la sphère a cette hauteur est en contact avec cylindre. De même, pour le coin du bas de la boîte les conditions :

$$-Rayon_{balle} \leq z_{t,balle} + \frac{h_{boite}}{2} < 0$$

$$Rayon_{xy} \leq Rayon_{boite} + Rayon_{contact}$$

Équation 13

Où :

$$R_{contact} = \sqrt{(R_{balle})^2 - (z_{t,balle} + \frac{h_{boite}}{2})^2}$$

Équation 14

Pour trouver le point de contact, les valeurs en x et y suivent toujours la même équation, soit :

$$x_{col} = x_{t,balle} * \frac{Rayon_{boite}}{\sqrt{(x_{t,balle})^2 + (y_{t,balle})^2}}$$

$$y_{col} = y_{t,balle} * \frac{Rayon_{boite}}{\sqrt{(x_{t,balle})^2 + (y_{t,balle})^2}}$$

Pour les valeurs de la coordonné en z, cela dépend du type de collision. Pour une collision sur le dessus de la boîte et sur l'arrête du dessus :

$$z_{col} = \frac{l_{boite}}{2}$$

Pour une collision sur le dessous de la boîte et sur l'arrête du dessous :

$$z_{col} = \frac{-l_{boîte}}{2}$$

Pour une collision sur les face latérale (côté) :

$$z_{col} = z_{t,balle}$$

Pour rapporter ces coordonnées de positions dans le répertoire voulu, il faut effectuer l'inverse des démarches effectué auparavant pour transformer le référentiel, soit la translation et la rotation du référentiel.

Vitesse après la collision

Pour déterminer la vitesse finale des deux objets, nous avons eu recours à la méthode des collisions selon conditions initiales sans frottement. Pour ce faire, nous avons recours à deux équations :

$$\begin{aligned} v_r^- &= \hat{n} \cdot \vec{v}_{a-b}(t_i) = \hat{n} \cdot (\vec{v}_{a,p}(t_i) - \vec{v}_{b,p}(t_i)) , \\ v_r^+ &= \hat{n} \cdot \vec{v}_{a-b}(t_f) = \hat{n} \cdot (\vec{v}_{a,p}(t_f) - \vec{v}_{b,p}(t_f)) . \end{aligned}$$

Équation 15

Pour déterminer la vitesse a un certain point d'un objet on utilise la formule :

$$\vec{v}_{c,p} = \vec{v}_{cdm} + (\vec{\omega}_{cdm} \times \vec{r}_{c,p})$$

Pour résoudre ces équations, nous avons recours à la force normale au point de contact, c'est-à-dire la normale du vecteur impulsions donné à l'équation, ainsi que le moment d'inertie des objets. Il est à noter que la loi des collisions sans frottement suppose que:

$$v_r^+ = -\varepsilon v_r^-$$

Équation 16

Où ε est le coefficient de restitution qui suit la contrainte :

$$0 \leq \varepsilon \leq 1$$

Finalement, le vecteur de l'impulsion est donné par :

$$\overrightarrow{J_{a/b}} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{a/b}(t) dt$$

Équation 17

Puisque nous parlons de la méthode des conditions initiales, nous ne ferons pas référence à des forces, il faut donc trouver une valeur au vecteur d'impulsion selon les conditions cinétiques avant la collision. Or, nous trouvons la résolution pour le vecteur de l'impulsion par le biais des équations si dessous, la valeur de $r_{a,p}$ et $r_{b,p}$ représente le vecteur de distance entre le centre de masse de l'objet et le point de collision :

$$\hat{n} = \frac{r_{a,p}}{|r_{a,p}|} \text{ ou } \frac{-r_{b,p}}{|r_{b,p}|}$$

Équation 18

Dans ces équations, \hat{n} représente le vecteur unitaire normal à la collision, il permet donc de faire les calculs selon les directions normales à la collision.

$$G_a = \hat{n} \cdot \left[(\vec{I}_a^{-1} * (r_{a,p} \times \hat{n})) \times r_{a,p} \right]$$

$$G_b = \hat{n} \cdot \left[(\vec{I}_b^{-1} * (r_{b,p} \times \hat{n})) \times r_{b,p} \right]$$

On a que M_a et M_b sont les masses de l'objet a et b. G_a et G_b sont les centres de gravité de l'objet a et l'objet b. On a que \hat{n} est le vecteur unitaire perpendiculaire au côté impacté. I_a et I_b sont les moments d'inerties. $R_{a,p}$ représente le vecteur partant de $G_{\{a,b\}}$ jusqu'au point de collision.

$$\alpha = - \frac{1}{\frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b} + G_a + G_b}$$

$$v_r^- = \hat{n} * \vec{v_r^-}$$

$$j = \alpha(1 + \varepsilon)v_r^-$$

$$\vec{J} = \hat{n}j$$

Ainsi, nous pouvons déterminer nos vitesses finales, après la collision, tel que :

$$\begin{aligned}\vec{v}_a(t_f) &= \vec{v}_a(t_i) + \frac{\vec{J}}{m_a} \\ \vec{v}_b(t_f) &= \vec{v}_b(t_i) - \frac{\vec{J}}{m_b} \\ \vec{\omega}_a(t_f) &= \vec{\omega}_a(t_i) + \vec{I}_a^{-1} * (r_{a,p} \times \vec{J}) \\ \vec{\omega}_b(t_f) &= \vec{\omega}_b(t_i) - \vec{I}_b^{-1} * (r_{b,p} \times \vec{J})\end{aligned}$$

Équation 19

Équation pour l'arrêt de la simulation

Il y a deux possibilités pour la fin de la simulation donné par le tableau suivant :

Code	Description
1	La balle a touché la boîte de conserve
0	La balle ne touche pas la boîte de conserve

$[Coup\ tf\ vbaf\ vbof\ wbof\ rbaf\ rbof] = Devoir3(vbal, wboi, tl)$

Ainsi, notre fonction prend un temps de départ avant que la balle soit lancée tl , la vitesse de la balle $vbal$ et la vitesse angulaire de la boîte $wboi$. Il est à noter que la précision requise (erreur de mesure) pour les simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions du ballon en x, y et z de ± 1 mm.

Méthode de résolution des équations du mouvement

```
function qs=SEDRK4t0(q0,t0,Deltat,g)
% Solution equations differentielles par methode de RK4
% Equation a resoudre : dq/dt=g(q,t)
% avec
%   qs      : solution [q(to+Deltat)]
%   q0      : conditions initiales [q(t0)]
%   Deltat  : intervalle de temps
%   g       : membre de droite de ED.
%           C'est un m-file de matlab
%           qui retourne la valeur de g au temps choisi
k1=feval(g,q0,t0);
k2=feval(g,q0+k1*Deltat/2,t0+Deltat/2);
k3=feval(g,q0+k2*Deltat/2,t0+Deltat/2);
k4=feval(g,q0+k3*Deltat,t0+Deltat);
qs=q0+Deltat*(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
```

Pour déterminer la position finale de la balle et de la boîte de conserve, nous devons résoudre nos équations de mouvements, c'est-à-dire des équations différentielles. Ainsi, nous faisons appel à Runge-Kutta d'ordre 4. En bref, l'algorithme, fourni par le professeur, est

basé sur une méthode par itérations qui prédit un résultat final et qui corrige ensuite cette prédiction. Cette méthode nous permet de faire, de manière relativement précise, une estimation de la prochaine position des objets dans l'espace en résolvant des équations différentielles. De cette manière, on aura des trajectoires d'objets (balle et boîte de conserve) plus exactes. Ainsi, voici la fonction « SEDRK4t0 » dans Matlab. La fonction prend en paramètres d'entrée q_0 , $Deltat$, g et t_0 .

Intervalles de temps Δt choisies pour la résolution

En bref, Runge-Kutta nous permet, par son exécution, l'obtention d'une valeur m qui correspond à un facteur de division pour le Δt . En effet, l'équation $\Delta t/2^{m-1}$ nous sort un intervalle de temps respectables pour chacune de nos simulations.

Présentation et analyse des résultats

Dans cette section nous présenterons, d'abord, les résultats obtenus à la suite des différentes simulations effectués et, ensuite, nous discuterons de ces résultats à travers une analyse vigoureuse.

Présentation des résultats

D'abord, nous avons eu différents résultats lors de la simulation de nos 4 tirs de la balle avec des conditions initiales différentes de la balle et de la boîte de conserve. Ces conditions initiales sont décrites dans l'introduction. Ainsi, il y a eu 4 collisions avec la boîte de conserve et aucune collision avec le sol.

Tableau I. Résultats du Tir 1 de la balle après 0.66 seconde que la boîte de conserve est lâchée.

Résultat	Collision de la balle avec la boîte de conserve			
Temps (s)	1.0982			
	Balle		Boîte	
	Avant	Après	Avant	Après
Vitesse (m/s)	[6.8359; 0.0; 2.5469]	[6.8359; 0.0; -8.5355]	[0; 0; -10.5577]	[0; 0; -1.9872]
Vitesse angulaire (rad/s)	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]	[0; 1.9214; 0]
Position (m)	(2.9979, 0, 4.0582)		(3, 0, 4.1662)	

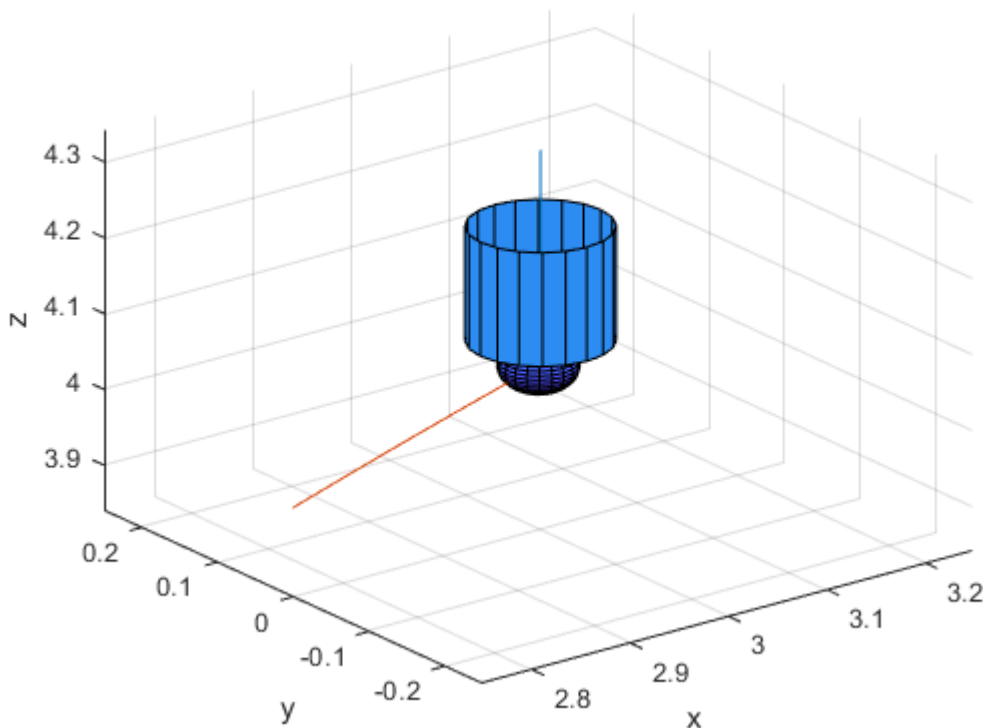
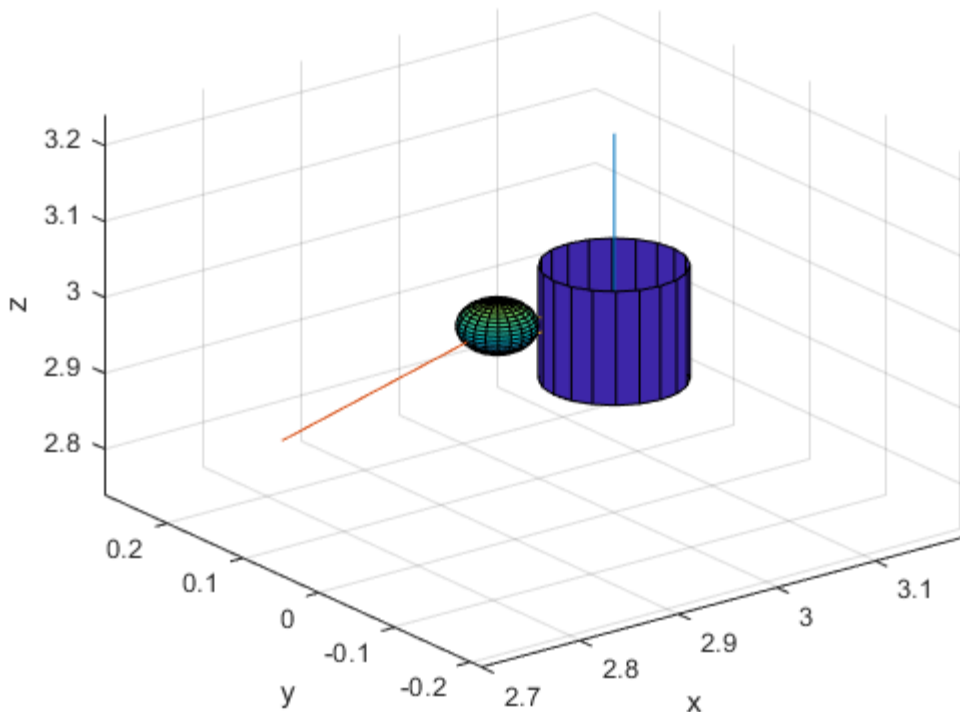


Figure 1 : Simulation du Tir 1 de la balle après 0.66 seconde que la boîte de conserve est lâchée.

Tableau II. Résultats du Tir 2 de la balle après 1.1 secondes que la boîte de conserve est lâchée.

Résultat	Collision de la balle avec la boîte de conserve			
Temps (s)	1.2044			
	Balle		Boîte	
	Avant	Après	Avant	Après
Vitesse (m/s)	[27.9863; 0.4998; 8.9727]	[11.7095; 11.2584; 8.9727]	[0; 0; -11.5573]	[12.5878; -8.3203; -11.5573]
Vitesse angulaire (rad/s)	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]	[-1.9976; -3.0221; 0]
Position (m)	(2.9211, 0.0522, 2.9899)		(3, 0, 2.9917)	

**Figure 2 :** Simulation du Tir 2 de la balle après 1.1 secondes que la boîte de conserve est lâchée.**Tableau III.** Résultats du Tir 3 de la balle après 0.66 seconde que la boîte de conserve est lâchée.

Résultat	Collision de la balle avec la boîte de conserve			
Temps (s)	1.0966			
	Balle		Boîte	
	Avant	Après	Avant	Après
Vitesse (m/s)	[6.836; 0; 2.5626]	[4.3928; 0; -9.1704]	[0; 0; -10.5426]	[1.8893; 0; -1.4690]
Vitesse angulaire (rad/s)	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]	[0; 2.3; 0]	[0; -7.2477; 0]
Position (m)	(2.987, 0, 4.0541)		(3, 0, 4.1830)	

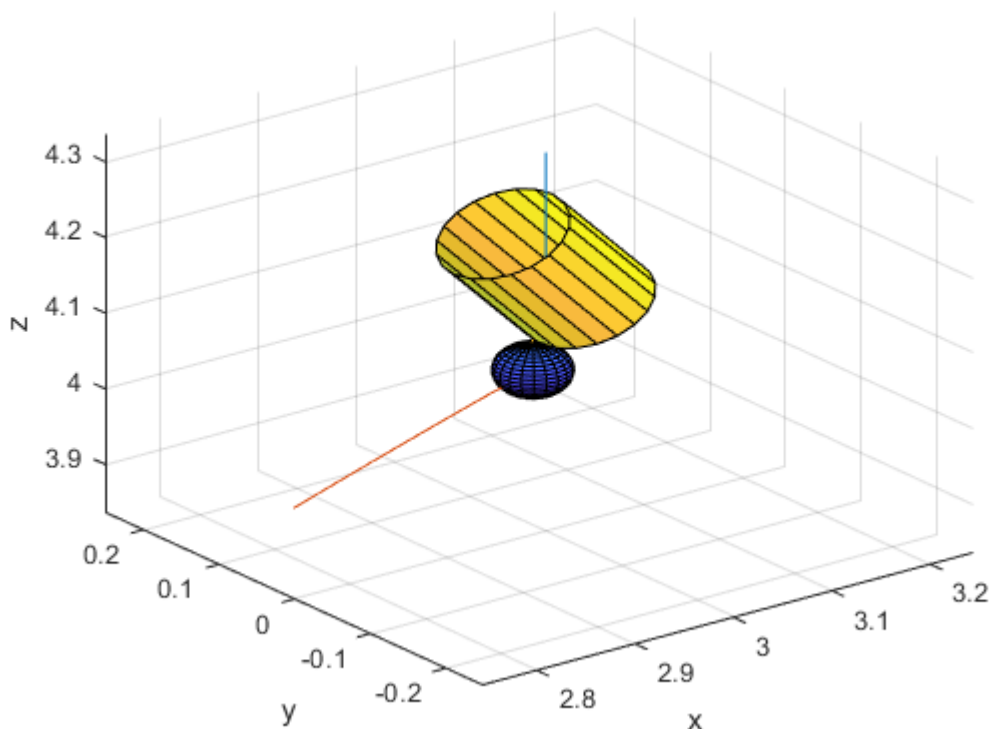


Figure 3 : Simulation du Tir 3 de la balle après 0.66 seconde que la boîte de conserve est lâchée.

Tableau IV. Résultats du Tir 4 de la balle après 1.1 secondes que la boîte de conserve est lâchée.

Résultat	Collision de la balle avec la boîte de conserve			
Temps (s)	1.2042			
	Balle		Boîte	
	Avant	Après	Avant	Après
Vitesse (m/s)	[27.9863; 0.4998; 8.9739]	[11.0717; 12.5697; 2.3769]	[0; 0; -11.5562]	[13.0806; -9.3341; -6.4544]
Vitesse angulaire (rad/s)	[0; 0; 0]	[0; 0; 0]	[0; 2.3; 0]	[71.1330; 39.5957; 189.0434]
Position (m)	(2.9176, 0.0521, 2.9888)		(3, 0, 2.9932)	

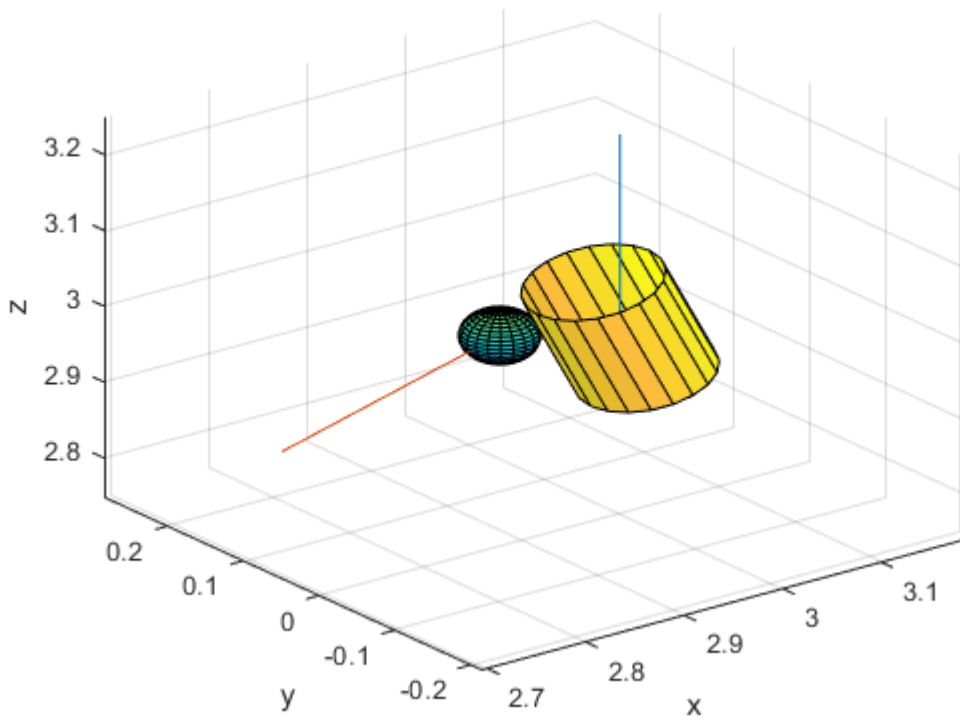


Figure 4 : Simulation du Tir 4 de la balle après 1.1 secondes que la boîte de conserve est lâchée.

Analyse des résultats

En premier lieu, on peut voir (*figure 1*) que la balle rentre en collision dans la boîte de conserve par le dessous de celle-ci. Ainsi, cela fait passer la vitesse de la balle en z de 2.5 à -8.5 m/s ce qui a grandement accéléré la vitesse de la balle qui touchera plus tôt le sol. De plus, cela fait également passer la vitesse de chute libre de la boîte en z de -10.56 à -1.99 m/s. Cette force soudaine de la part de la balle va créer un moment où la boîte de conserve restera un peu plus longtemps dans les airs avant qu'elle ne touche le sol. Aussi, la boîte de conserve gagne une vitesse angulaire de 1.92 rad/s en y , ce qui va faire tourner de presque 360 degrés la boîte par rapport au plan y .

En deuxième lieu, on peut voir (*figure 2*) que la balle rentre en collision dans la boîte de conserve sur son côté gauche. Ainsi, cela va affecter la vitesse en x de la balle qui va passer de 27.99 à 11.71 m/s, mais qui obtiendra une augmentation sur la vitesse en y qui passera de 0.5 à 11.26 m/s. Ceci décrit une situation où la balle est redirigée vers la gauche. Par contre, la boîte sera redirigée plus vers la droite en raison de sa vitesse en x qui passera de 0 à 12.59 m/s et en y qui passera de 0 à -8.32 m/s. La vitesse de chute en z reste inchangée. De plus, on peut voir une vitesse rotationnelle de la boîte en ces 2 axes (x et y) qui change de $[0; 0]$ à $[-2; -3.02]$ rad/s.

En troisième lieu, on peut voir (*figure 3*) que la balle rentre en collision dans la boîte de conserve par le dessous de celle-ci, mais en touchant son coin du bas. Cela est comparatif à la simulation 1, mais que dans ce cas, si le coin bas est touché, c'est parce qu'une vitesse angulaire de 2.3 rad/s en y a été appliquée initialement sur la boîte de conserve. Ainsi, cela va affecter la vitesse de la balle en l'axe des x et de z (contrairement à la simulation 1 où seulement la vitesse en z a été affectée), puisqu'en plus de frapper la balle vers le bas, la boîte la frappe vers sa position initiale de lancée. La vitesse passe alors de $[6.84; 0; 2.56]$ à $[4.39; 0; -9.17]$ m/s. De plus, la boîte, elle, va être propulsée dans la direction où la balle était dirigée initialement, soit la vitesse en x de la boîte passera de 0 à 1.89 m/s. On voit aussi une baisse de vitesse en z (-10.55 à -1.47 m/s). D'un autre côté, ce qui est étonnant, c'est la vitesse angulaire en y de la boîte qui passe de 2.3 rad/s à -7.25 rad/s c'est-à-dire, que la boîte tourne maintenant de l'autre sens par rapport au plan y .

En quatrième lieu, on peut voir (*figure 4*) que la balle rentre en collision dans la boîte de conserve par le côté supérieur gauche de celle-ci, puisque la boîte subit une rotation initiale de 2.3 rad/s, contrairement à la simulation 2, où il n'y avait pas de vitesse angulaire. Ainsi, on peut voir que la vitesse de la balle change en diminuant en x et en z , mais augmente en y ($[27.99; 0.5; 8.97]$ à $[11.07; 12.57; 2.38]$ m/s). Ainsi, la balle aura tendance à aller vers la gauche, comme dans la simulation 2, mais, que, dans ce cas présent, contrairement à la simulation 2 où la vitesse z reste inchangée, la vitesse vers le bas est augmentée, mais elle n'est pas assez suffisamment élevée pour faire diriger la balle complètement vers le bas. De plus, la boîte, aura une chute déviée vers l'axe x positifs et l'axe y négatif (vers l'avant droit) en raison de sa vitesse qui change de $[0; 0; -11.56]$ à $[13.08; -9.33; 6.45]$ m/s. On remarque également une diminution de la vitesse en z négatif. Par ailleurs, ce qui est impressionnant c'est la vitesse angulaire de la boîte qui change grandement et

qui passe de $[0; 2.3; 0]$ à $[71.13; 39.60; 189]$ rad/s. La boîte atteint alors facilement plus de 20 tours par seconde après l'impact. Ceci est expliqué par la vitesse de 100km/h de la balle qui touche le coin de la boîte, un endroit très éloigné de son centre de masse.

Conclusion

Pour conclure, nous avons réussi à implémenter un moteur physique qui simule la collision entre une balle et une boîte de conserve. Ainsi, avec des conditions initiales particulières sur la balle et sur la boîte de conserve, on peut observer différents lieux d'impacts de la balle sur la boîte de conserve après un certain temps. On a aussi remarqué le fait que la vitesse et la vitesse angulaire sur ces objets changent après les collisions. Mais cela n'a pas été sans difficulté. Premièrement, on a eu de la difficulté à suivre les étapes des notes de cours pour détecter les collisions. La détection de la collision était notre plus grande difficulté dans ce devoir. Après maints essais d'implémentation, nous avons réussi à représenter les côtés de notre cylindre par des plans et où la collision correspondait à l'intersections de deux cercles dans ce plan. Deuxièmement, l'implémentation de Runge-Kutta n'a pas directement marché. Au début on rentrait une mauvaise marge d'erreur, mais, à la fin, on a réussi à correctement implémenter l'algorithme. Finalement, il a bien sûr fallu organiser des rencontres lors de la réalisation de ce devoir pour que tous les membres de l'équipe soit tenu à jour de l'avancement de ce dernier. De plus, on travaille sur la plateforme Git qui permet à tout l'équipe d'avoir accès au code et d'y apporter des modifications. Par ailleurs, il sera intéressant de faire cette expérience avec un troisième objet pour que l'on obtienne, après impact de la balle, un rebondissement de la boîte de conserve sur un objet à proximité.