

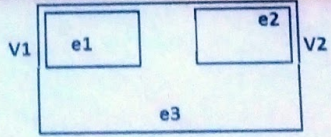
Metody numeryczne

projekt zespołowy - cw. 15.  
sprawozdanie

Samuel Urbanowicz  
Michał Ostrycharz

# 1. Wstęp

## Zadanie

15	Równanie Laplace'a, dla zadanego obszaru oraz podanych wartości przenikalności dielektrycznych $\epsilon_1$ i $\epsilon_2$ , z zadanymi warunkami Dirichleta na brzegach w postaci potencjałów $V_1, V_2$		$\epsilon_1 = \epsilon_3 = 60$ $\epsilon_2 = 5$ $V_1 = 1$ $V_2 = 2$
----	---	--	--

rozwiązano metodą różnic skończonych. W zadaniu chodzi o przybliżenie rozwiązania równania Laplace'a danego wzorem:

$$\xi(j, k) \cdot \Delta V = 0.$$

$\xi(j, k)$  – funkcja zwracająca wartość  $\epsilon$  dla współrzędnych  $j, k$   
 $V$  – potencjał elektryczny.

## 2. Założenia

1. Przyjęto, że wymiary płytki wynoszą 200x400. Obszar płytki podzielono siatką 80x80.
2. Zmianę rozkładu przenikalności elektrycznej modelowanego ośrodka opisano funkcją:

```
%  
% Funkcja zwracająca epsilon dla danych pozycji siatki j,k  
%  
function mEps = get_epsilon(i,j)  
    %% constants  
    e1=60;  
    e2=5;  
    e3=e1;  
    rows = rowsNum;  
    cols = colsNum;  
    %% returned  
    mEps=e3;  
    %% współrzędne prostokata zawierajacego eps2  
    e2x1=colsNum-10;  
    e2x2=e2x1-20;  
    e2y1=rowsNum-10;  
    e2y2=e2y1-20;  
    %% sprawdzanie obszaru dla j,k  
    if i<rows && j<rows  
        if (i<=e2x1 && i>=e2x2) && (j<=e2y1 && j>e2y2)  
            mEps = e2;  
        end  
    end  
end
```

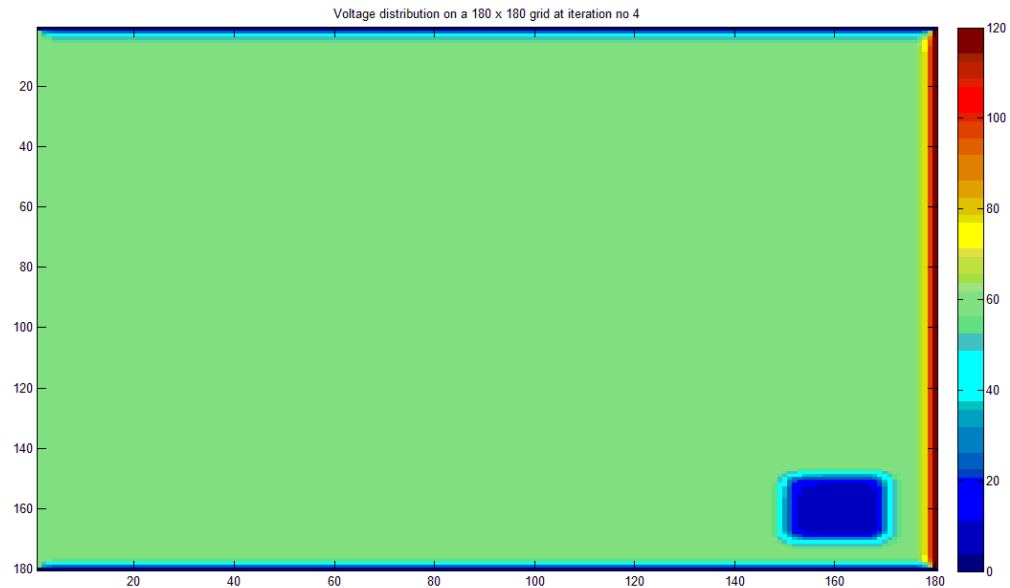
### 3. Metoda rozwiązania

Obliczanie dyskretnych wartości potencjału elektrycznego  $V$ , w punktach siatki zaimplementowano korzystając z iteracyjnej metody różnic skończonych, korzystającej z różnicy centralnej. Liczymy potencjał w pierwszym punkcie uwzględniając podane założenia (wartości nieznanych potencjałów równe zero); w każdym następnym punkcie z uwzględnieniem wyniku otrzymanego dla poprzedniego punktu. Wszystkie obliczenia zostają powtórzone, przy czym potencjały sąsiednie mają wartość różną od zera. Obliczenia przeprowadzamy n razy, tj. dotąd, dopóki wynik nie zmieści się w granicy założonego błędu. Wartość błędu została ustalona na 0.4. Dla tej wartości rozwiązanie wygląda na dobrze przybliżone. Pętla, w której wykonywany jest algorytm metody różnic skończonych wygląda następująco:

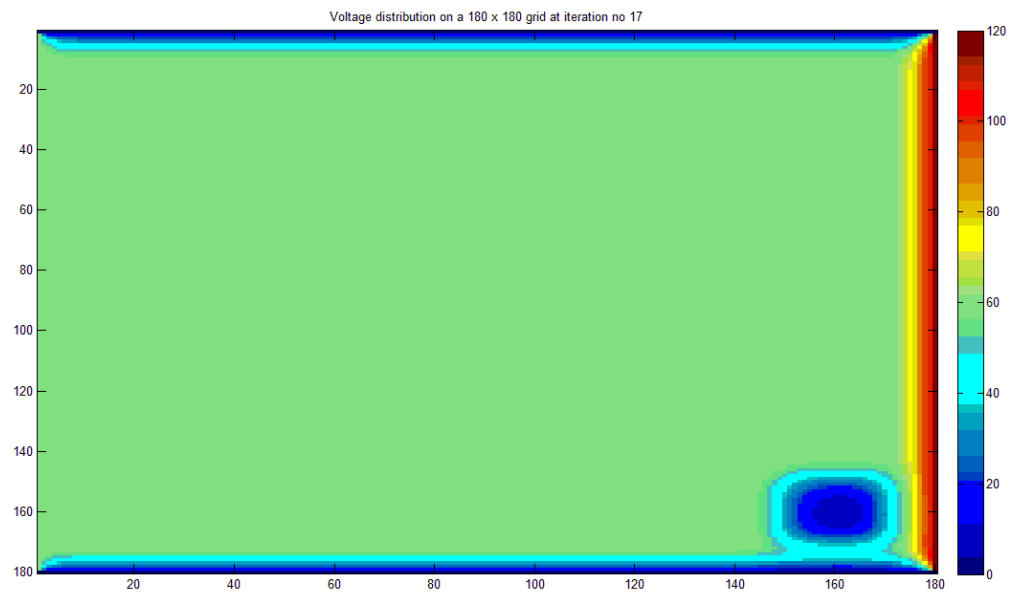
```
% licznik iteracji
iter=0;
% wartosc bledu
error=max(max(abs(V_now-V_prev)));
% constant
cons = 1/(2*dx^2*dy^2)*(dy^2+dx^2);
while(error>0.4 && iter<300)
    iter=iter+1;
    for i=2:1:rows-1
        for j=2:1:cols-1
            V_now(i,j)=((V_now(i-1,j)+V_now(i+1,j)+V_now(i,j-1)+V_now(i,j+1))/4);
        end
    end
    % blad
    error=max(max(abs(V_now-V_prev)));
    V_prev=V_now;
    % filmik
    imagesc(V_now);colorbar;
    title(['Voltage distribution on a ',int2str(rows),' x ',int2str(cols),' grid at
iteration no ',int2str(iter)],'Color','k');
    getframe;
end
```

## 4. Wyniki obliczeń

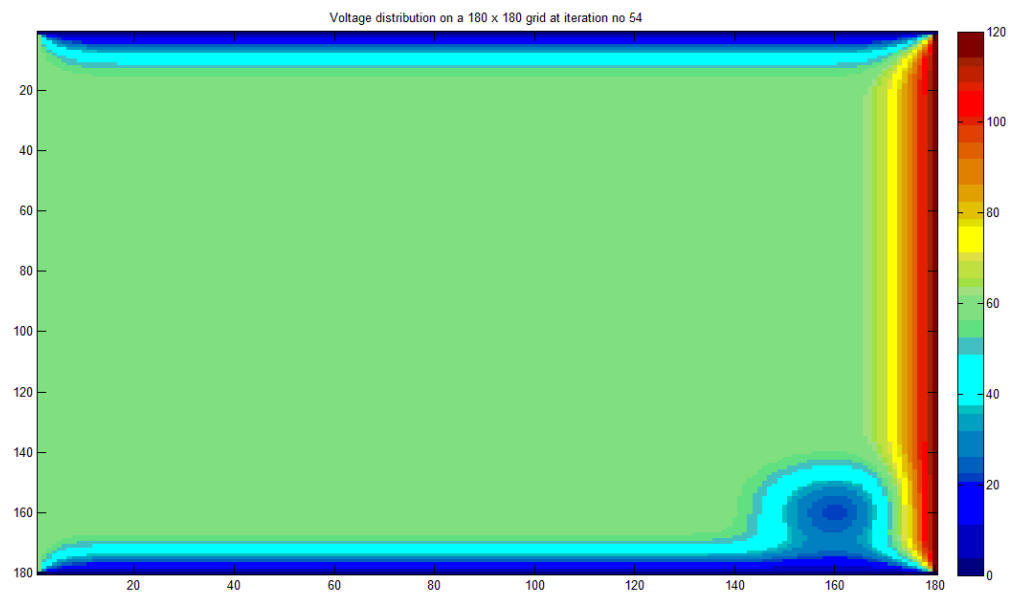
Podczas wykonywania się głównej pętli możemy śledzić jak zmienia się wynik przybliżenia rozkładu potencjału.



Rys.1 Wizualizacja dla iteracji nr 4

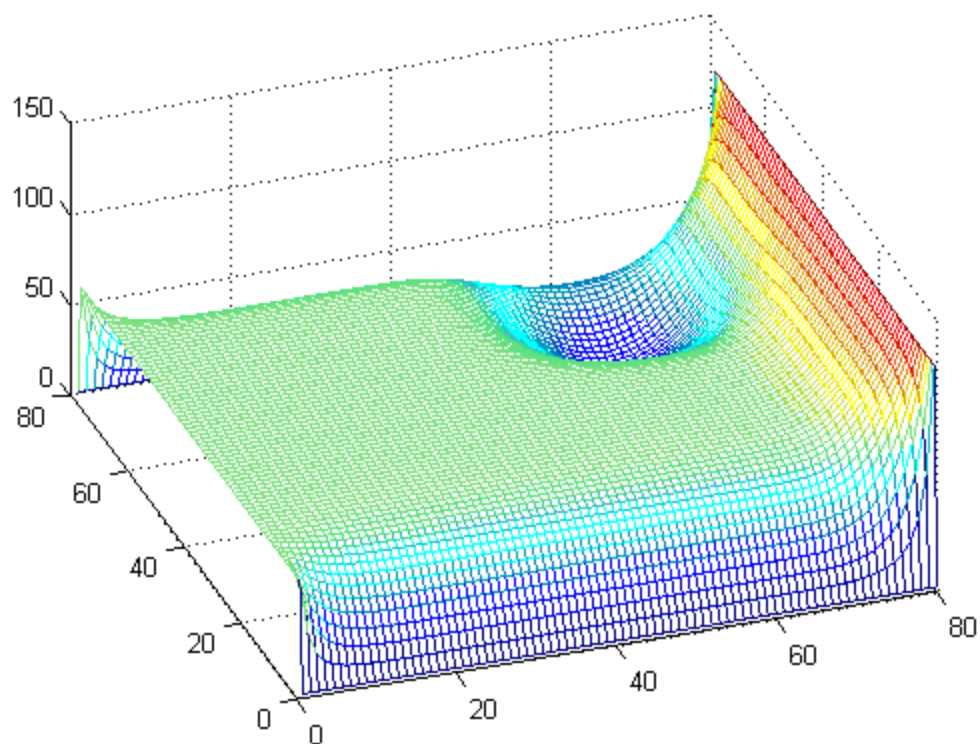


Rys.2 Wizualizacja dla iteracji nr 17



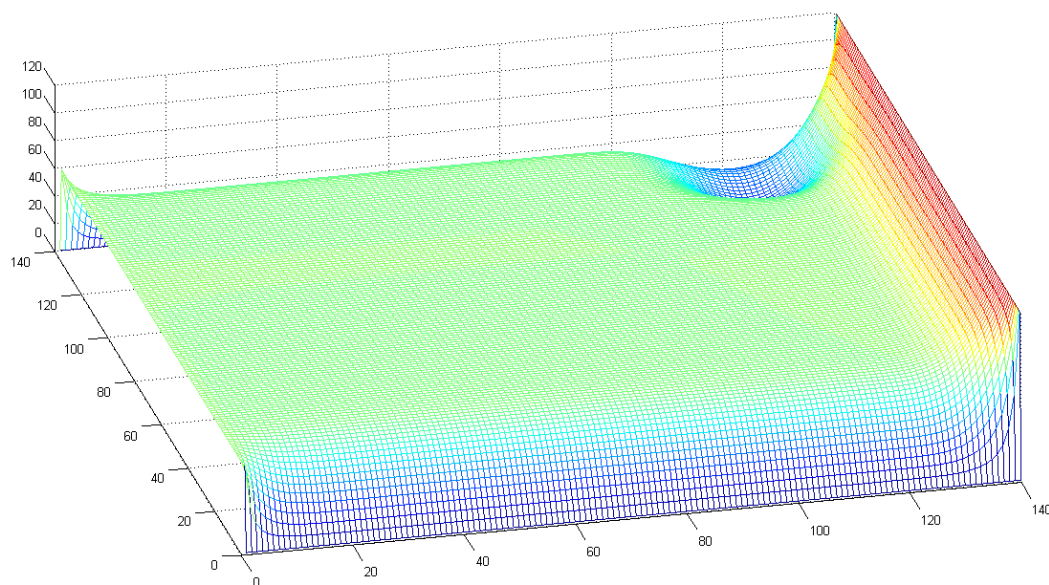
Rys. 3 Wizualizacja dla iteracji nr 54

Wykres 3D wyniku końcowego wygląda następująco:



## 5. Testy

Aby przetestować poprawność rozwiązania zwiększono gęstość siatki do 140x140. Otrzymano podobny wynik.



## 6. Podsumowanie

Wykonano przybliżenie rozkładu potencjału metodą różnic skończonych. Przyjęto proporcjonalny wpływ współczynnika  $\varepsilon$  na wartość potencjału w punktach siatki.

Wątpliwości może budzić wymuszenie przy dłuższych krawędziach siatki. Zostało ono przyjęte jako równe zero, ponieważ nie było to podane w treści zadania. Takie założenie nie jest do końca zgodne z rzeczywistymi modelami pola elektromagnetycznego.



