

## باسمه تعالی

تکلیف ۲ درس مبانی هوش مصنوعی - دکتر جوانمردی

سید امیرمهدی میرشریفی - ۹۸۳۱۱۰۵

سوال ۱ (۲۰ نمره)

الف) صحیح یا غلط بودن موارد زیر را با ذکر دلیل بیان کنید.

۱- حداکثر تعداد دفعاتی که یک الگوریتم جستجوی backtracking، ممکن است در یک مسئله

ارضای محدودیت با ساختار درختی backtrack کند، (در صورتی که arc consistency اعمال شود و از

ترتیب بهینه متغیرها استفاده کند) از مرتبه  $O(1)$  است.

۲- در یک مسئله ارضای محدودیت، مجموعه مقادیر باقیمانده در پایان الگوریتم arc consistency به

ترتیب پردازش arcها بستگی ندارد.

(۱) غلط. درست است که تعداد یک ترک به شدت کاهش پیدا می کند اما جایی اثباتی دال بر این که از بین می رود یافت نشد.

(۲) درست- زیرا پردازش Arc دورنمای انتخاب آن متغیر و مقدار را نشان می دهد و ترتیب اهمیتی ندارد.

ب) عملکرد یک بازی با دو درخت که با روش جست و جوی خصمانه عمل می کند به این صورت است:

درخت اول: گرهی که در ریشه ی درخت است یک maximizer است و مقدار minimax آن برابر M است.

درخت دوم: یک درخت همسان است که هر گره minimizer با یک گره شانس، که توزیع احتمال دلخواه اما

مشخص دارد، جایگزین شده است. مقدار خروجی این درخت که expectimax است برابر E است. با توجه به

نکات گفته شده مقدار M و E را با هم مقایسه کنید و برای نتیجه ی خود دلیل بیاورید.

پاسخ: اگر احتمالات ما در درخت دوم درست باشد، برای مثال احتمالات ما تقریباً به این فرض نزدیک است که حریف ما خصمانه

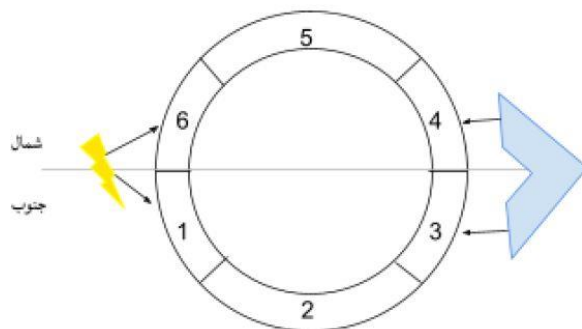
بازی میکند، در این صورت جواب ما هم به احتمال زیاد همانند جواب درخت اول است. یعنی  $M=E$ .

اما اگر ما احتمالاتمان برخلاف واقعیت حریف باشد آنگاه جواب های خروجی پیش بینی شده ما با جواب حریف یکسان نخواهد

بود.

سوال ۲ (۳۰ نمره)

ساختمان دانشکده ی مهندسی کامپیوتر دانشگاه به شکل زیر است:



در این دانشکده ۶ استاد تدریس میکنند . (A, B, C, D, E, F)

دفتر اساتید می تواند کنار یکدیگر باشد اگر یکدیوار مشترک بین آن ها باشد، مثل دفتر ۱ و ۲ با ۱ و ۶. دفترها می توانند رو به روی یکدیگر باشند، مثل دفتر ۶ و ۳. پنجره ی دفتر ۱ و ۶ رو به منبع برق دانشگاه و پنجره ی دفتر ۴ و ۳ رو به دریاچه است. همچنین دانشکده به دو بخش شمالی و جنوبی تقسیم شده که دفاتر ۱، ۲ و ۳ در ناحیه ی جنوبی و دفاتر ۴، ۵ و ۶ در ناحیه ی شمالی هستند.

۱. دفتر استاد A رو به دریاچه باشد.
۲. دفتر استاد B&E رو به روی یکدیگر نباشد.
۳. دفتر استاد C رو به منبع برق باشد
۴. دفتر استاد F&D کنار یکدیگر باشد.
۵. دفتر استاد E&D روبه روی یکدیگر باشد.
۶. دفتر استاد A&C کنار یکدیگر نباشد.
۷. دفتر استاد C&D در دو ناحیه مخالف باشد.
۸. هیچ دو دفتری یکی نیست.

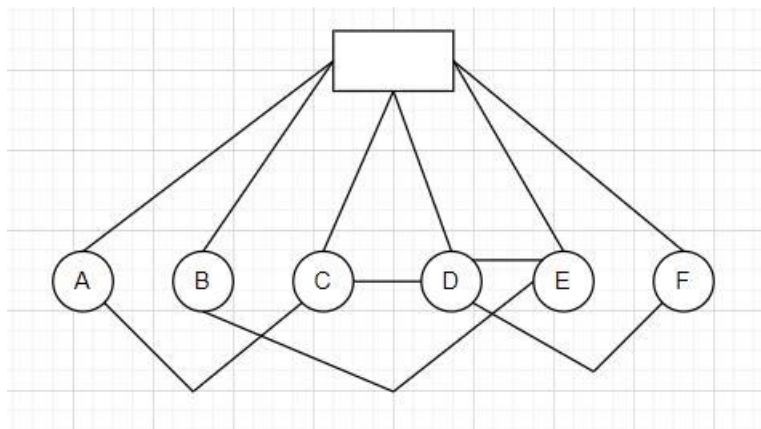
الف) متغیرها و دامنه و محدودیت ها را مشخص کنید.

متغیر=استاد	دامنه=دفتر
A	3,4
B	1,2,3,4,5,6
C	1,6
D	1,2,3,4,5,6
E	1,2,3,4,5,6
F	1,2,3,4,5,6

محدودیت ها:

- $|C_B - C_E| \neq 3$
- $|C_F - C_D| = 1$  or  $(C_F, C_D) \in ((6,1), (1,6))$
- $|C_E - C_D| = 3$
- $\text{Not}(|C_A - C_C| = 1 \text{ or } (C_A, C_C) \in ((6,1), (1,6)))$
- $C_C \text{ in } (1,2,3) \text{ and } C_D \text{ in } (4,5,6) \text{ or } C_D \text{ in } (1,2,3) \text{ and } C_C \text{ in } (4,5,6)$
- For all persons  $C_i \neq C_j$

ب) گراف محدودیت CSP این مسئله را رسم کنید.



ج) محدودیت سوم را به صورت صریح بنویسید.

در اینجا مهم است که  $C_C$  برابر یک یا شش باشد و بقیه محدودیت ها را در نظر نمیگیریم.

$$(C_A, C_B, C_C, C_D, C_E, C_F) \in$$

$$((2,3,1,4,5,6), (6,2,1,3,4,5), (5,6,1,2,3,4), \dots, (2,3,6,4,5,1), (1,2,6,3,4,5), (5,1,6,2,3,4))$$

د) بعد از اعمال محدودیت های ۱ و ۳، و تعیین کردن مقدار ۱ برای متغیر C، دامنه ی متغیرها به شکل زیر است. مقداری که با استفاده از روش Forward Checking حذف می شوند را تعیین کنید.

A			3	4		
B	1	2	3	4	5	6
C	1					
D	1	2	3	4	5	6
E	1	2	3	4	5	6
F	1	2	3	4	5	6

ه) بعد از اعمال محدودیت‌های ۱ و ۳، تعیین کردن مقدار ۱ برای متغیر C و ۳ برای متغیر E، دامنه‌ی متغیرها به شکل زیر است. تمامی مقادیری که در صورت اعمال arc consistency حذف می‌شوند را تعیین کنید. توجه داشته باشید که اجرای arc consistency شامل تمام هرس‌های قبلی می‌شود.

A			3	4		
B	1	2	3	4	5	6
C	1					
D	1	2	3	4	5	6
E			3			
F	1	2	3	4	5	6

در این مرحله فقط هرس‌هایی که در مرحله forward checking صورت می‌گیرد انجام می‌شود و در ادامه کار بین تمام گره‌ها سازگاری وجود دارد.

سوال ۳ (۲۰ نمره)

می‌خواهیم معادله رمزنگاری شده زیر را به صورت یک مسئله ارضای محدودیت (CSP) مدل کرده و حل کنیم.  
بدیهی است هر حرف نشان دهنده یک رقم و هر کلمه نشان دهنده یک عدد است.  
الف) متغیرها و دامنه آنها و محدودیت‌های سوال را به صورت ریاضیاتی بنویسید.  
ب) گراف محدودیت‌ها را رسم کنید.  
ج) با توجه به MRV و LCV با توضیح ترتیب اولویت‌ها یک جواب مسئله را بیابید.

DO

+ IT

NOW

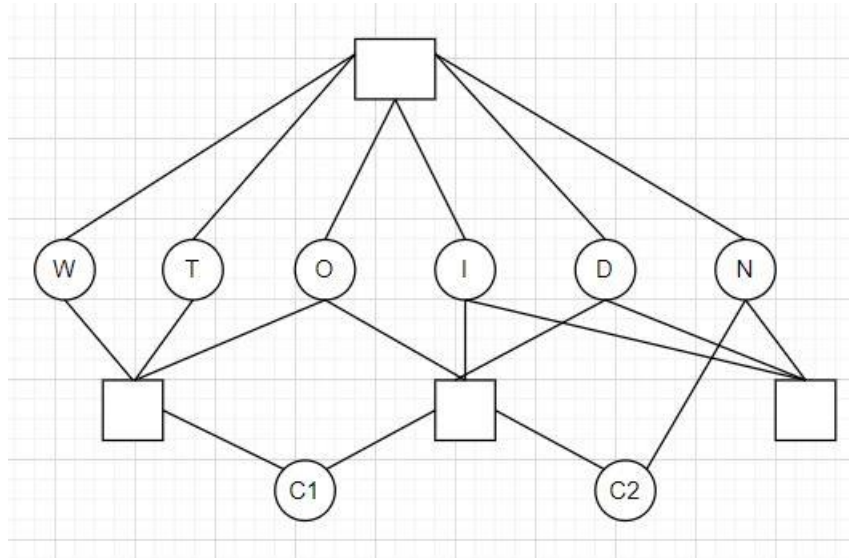
پاسخ:

الف)

متغیر	دامنه
O	0,1,2,3,4,5,.....,9
T	0,1,2,3,4,5,.....,9
D	1,2,3,4,5,6,.....,9
I	1,2,3,4,5,6,.....,9
W	0,1,2,3,4,5,.....,9
N	1,2,3,4,5,6,.....,9
C1,C2	0,1

محدودیت‌ها :

- 1)  $O + T = 10 C_1 + W$
- 2)  $C_1 + D + I = 10 C_2 + O$
- 3)  $N = C_2$
- 4)  $N \& D \& I \neq 0$
- 5) Different values.



(ب)

(ج)

Step1:

According to c3 and c4:  $N=1$  ,  $C_2=1$

$D(n)=(1)$

$D(D,I)=(1,2,3,\dots,9)$

$D(O,T,W)=(0,1,2,3,\dots,9)$

MRV  $\rightarrow$  variable= N  $\Rightarrow N=1 \Rightarrow D(D,I)=(2,3,4,\dots,9)$

$D(O,T,W)=(0,2,3,\dots,9)$

Step2:

MRV  $\rightarrow$  variable=D  $\rightarrow$  LCV has no effect  $\rightarrow$  value = 2

$c2 \Rightarrow 2 + I + C_1 = O + 10$

$\Rightarrow D(I)=(3,4,5,\dots,9)$

$D(O,W,T)=(0,3,4,\dots,9)$

Step3:

MRV  $\rightarrow$  variable= I

in c2 if :  $I < 7 \Rightarrow O < 0 \rightarrow$  backtrack

$I=7 \Rightarrow$  if  $C_1 = 0 \rightarrow O < 0 \rightarrow$  backtrack if  $C_1=1 \rightarrow O=0$

$I > 7 \Rightarrow$  true

LCV  $\Rightarrow$  variable=8

$c2 \Rightarrow 2 + 8 + C_1 = O + 10$

$\Rightarrow D(O,W,T)=(0,3,4,5,6,7,9)$

Step4:

Variable= O

In c2  $\Rightarrow O = C_1 \Rightarrow$  if  $C_1=1 \Rightarrow$  backtrack , if  $C_1=0 \Rightarrow$  in c1  $T=W \Rightarrow$  back track

So  $\Rightarrow$  backtrack to step 4.

Step 4:

$I = 9 \Rightarrow D(O, W, T) = (0, 3, \dots, 8)$

Step 5 :

In c2 :  $2 + 9 + C_1 = O + 10 \Rightarrow O = C_1 + 1 \Rightarrow$  if  $C_1 == 0 \rightarrow O = 1$  backtrack

If  $C_1 == 1 \rightarrow O = 2$  backtrack

There is no other value for I so backtrack to step 2.

Step2:

$D=3 \Rightarrow$  in c2  $\Rightarrow 3 + I + C_1 = O + 10 \Rightarrow D(I) = (2, 4, 5, \dots, 9)$

$D(O, W, T) = (0, 2, 4, \dots, 9)$

Step 3:

MRV  $\rightarrow$  variable = I & LCV  $\rightarrow$  value = 7

$\Rightarrow$  In c2 :  $3 + 7 + C_1 = O + 10 \Rightarrow O = C_1 \Rightarrow$  backtrak

$I = 8$

In c2  $\Rightarrow O = C_1 + 1 \Rightarrow$  backtrack

$I = 9$

In c2  $\Rightarrow O = C_1 + 2 \Rightarrow$  if  $C_1 = 1 \rightarrow O = 3$  back track . if  $C_1 == 0 \rightarrow O = 2$

$\Rightarrow I = 9, C_1 = 0, O = 2 \Rightarrow D(W, T) = (4, 6, \dots, 8)$

Step 4:

In c1 :  $T + 2 = W + 0$

If  $W = 4 \Rightarrow T = 2 \rightarrow$  backtrack

If  $W = 5 \Rightarrow T = 3 \rightarrow$  backtrack

If  $W = 6 \Rightarrow T = 4$

$W = 6, I = 9, D = 3, T = 4, O = 2, N = 1 \Rightarrow 32 + 94 = 126$

(امتیازی ۱۰ نمره)

EAT

+ THAT

---

FROG



محدودیت ها برابر است با:

$$C1: 2T = G + 10 c1$$

$$C2: 2A + c1 = O + 10 c2$$

$$C3: E + H + c2 = R + 10 c3$$

$$C4: F = T + c3$$

$$C5: T \& E \& F \neq 0$$

C6: all variables are different.

### Step 1 :

In C4 if  $c3 == 0 \rightarrow F = T \rightarrow \text{false} \rightarrow c3 = 1$

$$D(T, E, F) = (1, 2, \dots, 9)$$

$$D(G, A, O, H, R) = (0, 1, \dots, 9)$$

MRV  $\rightarrow$  variable=E  $\rightarrow$  value=1

In C3 :  $1 + H + c2 = R + 10$

$$D(T, F) = (2, \dots, 9)$$

$$D(G, A, O, H, R) = (0, 2, \dots, 9)$$

### Step 2:

MVR  $\rightarrow$  variable= F  $\rightarrow$  value = 2  $\Rightarrow$  in C4:  $2 = T + 1 \Rightarrow T = 1$  backtrack

Value=3 $\Rightarrow$  in C4:  $3 = T + 1 \Rightarrow T = 2 \Rightarrow$  in C1 :  $4 = G + 10 c1$

If  $c1 == 0$ :  $G = 4$  if  $c1 == 1$ :  $G = -6$  backtrack

$$\Rightarrow T = 2, F = 3, G = 4, c1 == 0$$

$$D(A, O, H, R) = (0, 5, 6, 7, 8, 9)$$

### Step 3:

In C3:  $1 + H + C2 = R + 10 \rightarrow$  if  $c2 == 0 \rightarrow H = R + 9 \rightarrow H = 9, R = 0$ , if

If  $c2 == 1 \rightarrow H = R + 8 \rightarrow H = 8, R = 0$

$$\Rightarrow H = 9, R = 0, c2 = 0$$

$$D(A, O) = (5, 6, 7, 8)$$

### Step 4:

In C2  $\rightarrow 2*A = O \rightarrow$  backtrack

So return step3

### Step 3:

$$H = 8, R = 0, c2 = 1$$

$$D(A, O) = (5, 6, 7, 9)$$

### Step 4:

In C2 :  $2*A + 0 = O + 10 \rightarrow$  backtrack

So return step2

### Step2:

$$T = 3, F = 4, G = 6, c1 == 0$$

$$D(A, O, H, R) = (0, 2, 5, 7, 8, 9)$$

### Step3:

$$\text{In C2: } 2A + 0 = O + 10c2$$

If  $c2 == 0 \rightarrow 2A = O \rightarrow$  backtrack

If  $c2=1 \rightarrow 2A = O + 10$

$\Rightarrow A=9, O=8, c2=1 \quad D(H,R)=(0,2,5,7)$

**Step4:**

In C3:  $H + 2 = R + 10 \rightarrow \text{backtrack}$

So return step2.

**Step2:**

$T=4, F=5, G=8, c1=0 \quad D(A,O,H,R)=(0,2,3,6,7,9)$

**Step3:**

Variable  $\rightarrow A$

In C2:  $2A + 0 = O + 10c2 \rightarrow \text{if } c2=0 \rightarrow A=3, O=6$

If  $c2=1 \rightarrow A=6, O=2$

$\Rightarrow A=3, O=6, c2=0 \quad D(H,R)=(0,2,7,9)$

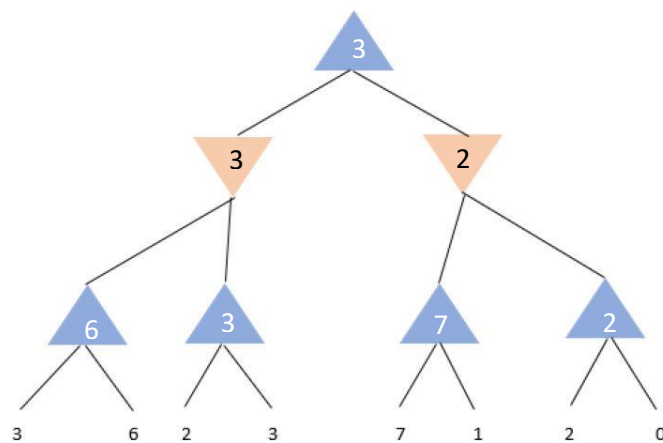
**Step 4:**

In C3:  $1 + H + 0 = R + 10 \Rightarrow H=9, R=0$

$H=9, R=0, A=3, O=6, T=4, F=5, G=8, E=1, c1=0, c2=0, c3=1$

سوال ۴ (۱۰ نمره)

الف) مقادیر درخت Minimax زیر را پس از اجرای الگوریتم جایگذاری کنید.



ب) فرض کنید در یک شرایط خاص، عامل maximizer، قابلیت این را دارد که حرکت حریف خود را کاملاً کنترل کند، اما هر بار بخواهد از این روش استفاده کند باید یک هزینه  $c$  پردازد که این هزینه در مقیاس همان مقادیر پایین درخت محاسبه می‌شود. هر دفعه که نوبت حریف است، عامل ما می‌تواند انتخاب کند که از قابلیت استفاده کند یا اجازه دهد حریف خودش حرکتش را طبق minimax انجام دهد.

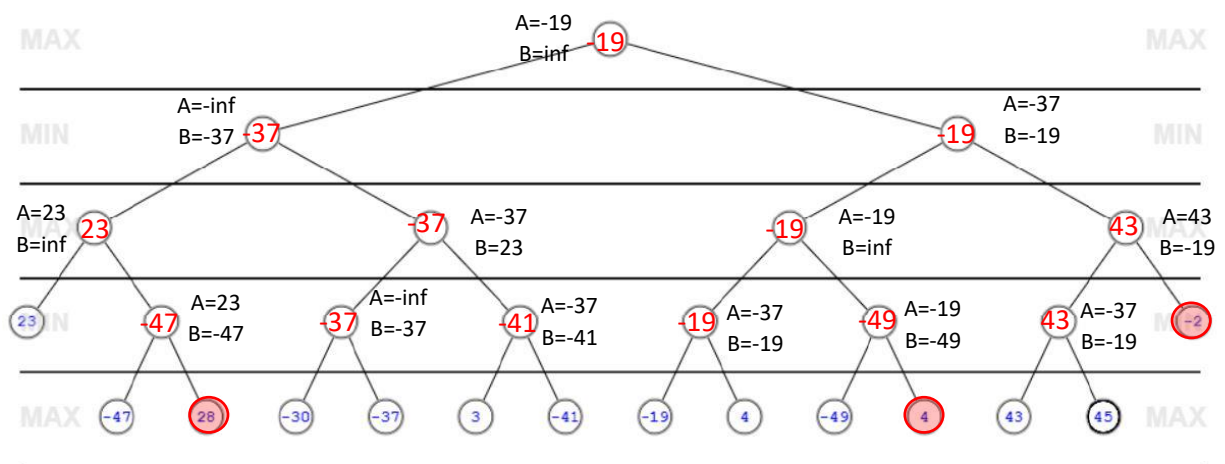
۱- با فرض  $c=2$ ، همان درخت قبلی را در نظر بگیرید. آیا بهینه است که عامل از قدرتش استفاده کند؟ اگر بله، مشخص کنید در کدام قسمت درخت از این قابلیت استفاده می‌کند. پاسخ را با  $c=5$  هم بررسی کنید.

۲- فرض کنید حریف از قابلیت عامل ما آگاه شده است و به همین دلیل دیگر شیوه minimax همیشگی خود را پیش نمی‌گیرد و قابلیت‌های عامل ما را در نظر خواهد داشت. شبه کد الگوریتم استاندارد minimax را که در اسلایدها بررسی گردید به گونه‌ای تغییر دهید که مقدار بهینه را برای عامل ما با توجه به شرایط جدید بازگرداند. (امتیازی ۱۰ نمره)

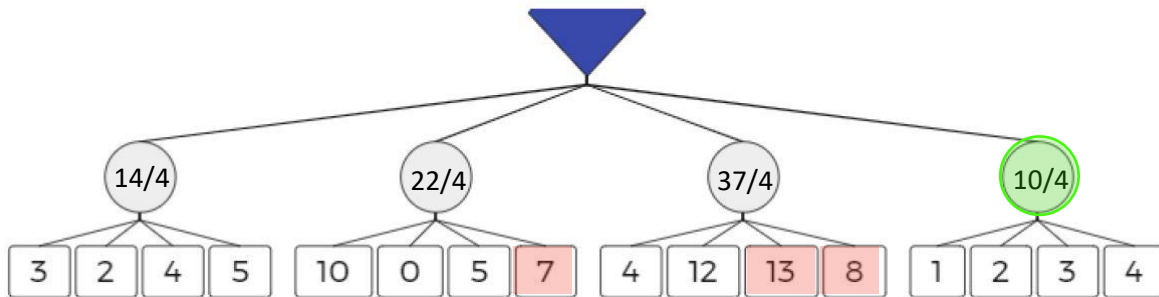
پاسخ:

۱) بله. اگر ما در زمان انتخاب حریف از بین ۲ و ۷ از قابلیت خود استفاده کنیم و ۷ را انتخاب کنیم آنگاه در نهایت ۷ نصیب ما شده و ۲ هم هزینه کردیم و یعنی در نهایت نسبت به ۳ که قبلاً به دست می‌آوردیم، ۲ امتیاز سود کردیم. اگر هزینه ۵ باشد و ما بخواهیم ۷ را بالا بیاوریم در نهایت نسبت به ۳ ای که می‌توانستیم به دست بیاوریم ۱ امتیاز ضرر کرده ایم.

پ) بر روی درخت زیر هرس آلفا بتا را انجام دهید.



در این مسئله ما یک بازی را به صورت یک عامل کمینه کننده و یک عامل احتمالی مدل کرده ایم. فرض کنید که تمام فرزندان نود های احتمالی، احتمال رخ دادن های برابر دارند. (شروع بررسی از چپ ترین نود است). الف) درخت اکسپکت مین زیر را تکمیل کنید.



\* گر های قرمز مربوط به بخش بعدی هستند.

ب) فرض کنید که اطلاعات اضافه ای به شما داده می شد که تمام مقادیر مثبت هستند و نود های احتمالی دقیقاً ۴ فرزند دارند. حالا کدام نود ها را می توانستیم حرص کنیم؟

پاسخ:

در ابتدا ۴ گر چپ را بررسی می کنیم و می بینیم که امید ریاضی آن برابر ۱۴/۴ میشود. سپس سراغ ۴ گر بعدی می رویم. وقتی ۳ گر ۱۰ و ۰ و ۵ را بررسی میکنیم متوجه میشویم امید ریاضی آن از ۱۴/۴ بیشتر می شود بنابراین دیگر نیاز به چک کردن گر چهارم نیست. بعد از آن سراغ ۴ گر بعدی میرویم و با چک کردن دو گر اول نتیجه بخش قبل را میگیریم. بنابراین گر ۱۳ و ۸ چک نمی شوند. در آخر تمام ۴ گر بعدی چک می شود.

ج) برای حرص کردن نود های درخت اکسپت ماکس، مانند حرص در قسمت ب، چه شرایطی نیاز است؟ یا محدودیت سقف برای اعداد بگذاریم یا کلا اعداد را منفی در نظر بگیریم.

د) برای حرص شدن هر کدام از نود های الف، ب، ج و حرص نشدن د که در شکل زیر مشخص شدند،

مقادیر مناسب برای x را بیابید. (شرایط بخش ب برقرار است).

1)  $x+9 \leq 11 \Rightarrow x \leq 2$

2)  $x+9 \leq 29 \Rightarrow x \leq 20$

3)  $x+9 \leq 1 \Rightarrow x \leq -8$

4)  $x > 0$

So no value for x

