

به نام ایزد منان

پاسخنامه تمرین سوم درس مبانی هوش محاسباتی، «الگوریتم های تکاملی»

استاد درس: دکتر عبادزاده

بهار 1402 – دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر



(1 الف) ارتباط میان انتخاب طبیعی و تنوع در تکامل، و همچنین ارتباط این دو با جستجوی عمومی و جستجوی محلی را شرح دهید.

انتخاب طبیعی و تنوع در خلاف یکدیگر عمل می‌کنند به این ترتیب که تنوع انواع موجودات با ویژگی‌ها و شایستگی‌های متفاوت (طیف گسترده‌ای از موجودات قوی یا ضعیف) را به وجود می‌آورد (که منجر به افزایش کمیت، واگرایی الگوریتم، کاهش شایستگی، کاهش سرعت همگرایی، و فرار از بهینه‌ی محلی می‌شود) و برعکس آن انتخاب طبیعی تنها موجودات قوی را برای انتقال به نسل بعدی بر می‌گزیند (که منجر به افزایش کیفیت، همگرایی، افزایش شایستگی، افزایش سرعت همگرایی، و گیر کردن در بهینه‌ی محلی می‌شود). وجود تنوع و انتخاب لازمه‌ی الگوریتم‌های تکاملی است و در نبود هرکدام الگوریتم عملکرد خویش را از دست می‌دهد. به این طریق که تنوع به تنهایی نمی‌تواند باعث شود الگوریتم به سمت موجودات شایسته‌تر پیش برود و برعکس انتخاب طبیعی به تنهایی در بهینه‌ی محلی گیر می‌کند و هر دو برای داشتن عملکرد مفید به یکدیگر وابسته هستند.

تنوع در ارتباط با جستجوی عمومی، و انتخاب طبیعی متناسب با جستجوی محلی می‌باشد. بدین شکل که تنوع که معادل با Variation در موجودات است، باعث می‌شود که انتخاب از Range گسترده‌تری از موجودات صورت گیرد (جستجوی عمومی) اما انتخاب طبیعی در طول زمان منجر به گزینش موجودات شایسته‌تر و دادن شانس بقا به آن‌ها می‌شود (جستجوی محلی)

ب) از مشکلات روش انتخاب بر حسب بهترین شایستگی، می‌توان به همگرایی زودرس و ساکن شدن الگوریتم اشاره کرد. هر کدام از این دو حالت را توضیح داده و بررسی کنید هر کدام تحت چه شرایطی اتفاق می‌افتند؟ جواب خود را با مثالی ساده نشان دهید.

همگرایی زودرس: فرض کنید شیوه ی انتخاب متناسب با شایستگی است، و موجود X با شایستگی f_i به طوری که $f_{avg} < f_i < f_{max}$ تولید شود، طبیعتاً معیار "انتشار" برای این موجود بسیار بالا خواهد بود و بزرگ بودن انتشار، باعث پر شدن جمعیت توسط ژن‌های این موجود می‌شود. در این حالت بازترکیبی قادر به تولید جواب‌ها جدید نخواهد بود و فقط جهش می‌تواند جواب‌های جدید را تولید کند. در این حالت الگوریتم همیشه در حالت $f_{max} < f_{avg}$ خواهد ماند.

ساکن شدن: اگر در انتهای تولید یک نسل کلی افراد جمعیت دارای مقادیر شایستگی نزدیک به هم باشند معیار "انتشار" برای همه آنها تقریباً یکسان خواهد بود، در این حالت هیچ گونه فشار انتخابی برای حرکت به سمت جواب‌های بهتر وجود ندارد و احتمال انتخاب موجودات با هم برابر است و در نتیجه احتمال اینکه این جمعیت دوباره در نسل‌های بعدی تکرار شود زیاد است. این اتفاق در صورتی که شرایط انتخاب متناسب با شایستگی باشد و $f_{avg} \propto f_b$ باشد اتفاق می‌افتد.

2) همانطور که می‌دانید دو اصل اساسی الگوریتم‌های تکاملی «انتخاب طبیعی» و «تنوع» است، و دو شیوه‌ی $EA(\mu, \lambda)$ و $EA(\mu + \lambda)$ نیز برای انتخاب بازماندگان معرفی شده‌اند؛ که برحسب مقدار μ و λ حالات مختلفی برای الگوریتم داریم. در هر یک از حالات داده‌شده‌ی زیر، ابتدا با ذکر دلیل مشخص کنید الگوریتم تکاملی محسوب می‌شود یا خیر، و شیوه‌ی کار هر کدام را توضیح دهید:

الف) $EA(\mu, 1)$

در این مدل از μ موجودی که داریم، به تعداد 1 فرزند تولید می‌کنیم و در قدم بعدی باید به تعداد μ تا از این موجودات را برای انتقال به نسل بعد برگزینیم! در نتیجه باید همیشه توجه داشته باشیم که $\mu < \lambda$ باشد.

ب) $EA(1, 1)$

در این روش یک موجود داریم و با اعمال جهش روی آن یک موجود دیگر تولید می‌شود و آن را به نسل بعدی می‌بریم (برای بازترکیبی نیاز به بیش از یک والد داریم و در نتیجه در اینجا بازترکیبی اتفاق نمی‌افتد) یعنی انتخابی صورت نگرفته در نتیجه این سازوکار نمی‌تواند الگوریتم تکاملی باشد!

$$EA(\mu, \mu) \text{ (ج)}$$

در این روش از جمعیت μ که داریم به همین تعداد فرزند با اعمال بازترکیبی و جهش تولید می‌کنیم و به نسل بعدی انتقال می‌دهیم. توجه شود که در اینجا نیز کل فرزندان تولید شده به نسل بعد می‌روند و برای اینکه بتوانیم انتخاب داشته باشیم در مرحله‌ی انتخاب والدین این مهم را اعمال می‌کنیم.

$$EA(\mu + 1) \text{ (د)}$$

این الگوریتمی بسیار تدریجی است، از μ والد به تعداد یک فرزند تولید می‌کند و از بین همه‌ی این‌ها برای انتقال به نسل بعدی برمیگزیند. به این الگوریتم std state گویند و حالت خاص آن genitor است که فرزند جدید تولید شده جایگزین بدترین موجود در جمعیت بشود.

3) فرض کنید برای داده‌های زیر که نشان‌دهنده‌ی شایستگی‌ها هستند، می‌خواهیم 5 مورد را در مرحله‌ی انتخاب بازماندگان انتخاب کنیم و به نسل بعدی ببریم. ابتدا روش‌های sus و roulette wheel را با یکدیگر مقایسه کنید. به نظر شما برای این تعداد انتخاب، کدام روش بهتر عمل می‌کند؟ چرا؟ (اعداد تصادفی تولید کنید و الگوریتم را پیش ببرید)

7 1 2 2 1 6 1 8 3 4 5

هر دو روش SUS و roulette wheel سعی در انتخاب به صورت تصادفی یکنواخت دارند. در روش roulette wheel خط‌کشی به طول $[1,0]$ در نظر می‌گیریم و به هر کدام از موجودات بسته به احتمالشان که با فرمول $P_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$ به آنها نسبت داده شده، فضا اختصاص می‌دهیم، سپس به صورت تصادفی از روی خط‌کشی تولید شده انتخاب‌هایمان را شکل می‌دهیم و بدین ترتیب موجود با شایستگی بیشتر، احتمال انتخاب بیشتری دارد. در روش SUS نیز مانند روش roulette wheel به موجودات متناسب با

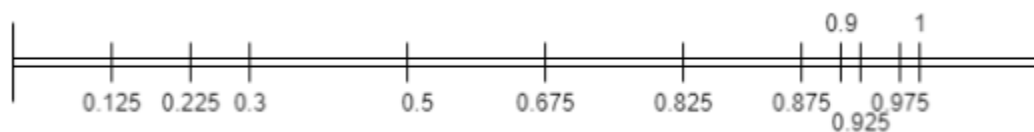
شایستگی آنها فضا اختصاص می‌دهیم. با این تفاوت که این بار یک عدد تصادفی در بازه $[-\frac{1}{N2}, 0]$ تولید میکنیم که این عدد، ابتدای خط کش جدید ما خواهد بود. حال از ابتدای $\frac{1}{N2}$ پیش می‌رویم تا به انتهای خط کش برسیم و هر نقطه‌ی توقف روی خط کش جدید، یک انتخاب خواهد بود. به این ترتیب اطمینان داریم که از کل فضا انتخاب‌ها انجام می‌شود. در روش roulette wheel اگر تعداد انتخاب‌ها کم باشند، نمی‌توانیم به تضمین یکنواختی آن اعتماد کنیم و در نتیجه در اینجا که تعداد انتخاب‌هایمان کم است، روش SUS عملکرد بهتری خواهد داشت.

حل با کمک roulette wheel:

ابتدا به کمک شایستگی‌های داده شده، احتمال انتخاب هر یک از موجودات را مشخص می‌کنیم:

$$p1=\frac{5}{40}, p2=\frac{4}{40}, p3=\frac{3}{40}, p4=\frac{8}{40}, p5=\frac{7}{40}, p6=\frac{6}{40}, p7=p9=\frac{2}{40}, p8=p10=p11=\frac{1}{40}$$

و سپس این احتمالات را روی خط کش کنار یکدیگر می‌گذاریم.



و به تعداد 5 عدد تصادفی بین 0 و 1 تولید می‌کنیم برای مثال اعداد 0.22 و 0.45 و 0.84 و 0.35 و 0.54 که مشاهده می‌شود طبق این احتمالات، انتخاب‌های $P2$ و $P4$ و $P7$ و $P4$ و $P5$ را خواهیم داشت. فشار انتخاب برای این روش برابر با 1 خواهد بود.

حل با کمک SUS:

در این روش نیز مانند روش roulette wheel باید احتمال انتخاب موجودات را به دست آوریم و خط کش را ایجاد کنیم. سپس یک نقطه در بازه 0 و $\frac{1}{N2}$ به صورت تصادفی انتخاب کنیم، برای مثال فرض کنیم این نقطه تصادفی 0.12 باشد، این نقطه به عنوان نقطه شروع خط کش جدید و اولین انتخاب می‌باشد، سپس هر بار به اندازه $\frac{1}{N2}$ جلو رویم، نقاط جدید برابر با 0.12 و 0.32 و 0.52 و 0.72 و 0.92 خواهد بود که متناظر با $p1$ و $p4$ و $p5$ و $p6$ و $p9$ می‌باشد. اگر اندازه قطاع روی خط کش

از بازه ای که به هر موجود نسبت دادیم کمتر باشد آنگاه احتمال انتخاب آن موجود 1 است غیر این صورت احتمال انتخاب برابر می شود با تقسیم اندازه بازه نسبت داده شده به هر موجود به اندازه قطاع جدا شده بر روی خط کش. توجه کنید به این دلیل که جمع احتمال انتخاب موجودات می تواند برابر با 1 نشود در نتیجه امید ریاضی نداریم پس این روش فاقد فشار انتخاب بر اساس تعریف است.

4) فرض کنید الگوریتم ژنتیک را برای ایجاد یک رشته باینری به طول n استفاده کردیم که دارای خاصیت تقارن باشد. برای مثال رشته 110011 یک رشته متقارن و رشته 011011 نامتقارن است. جمعیت اولیه مجموعه ای از رشته های باینری با طول n بوده که در آن n عددی زوج است.

الف) ابتدا یک تابع شایستگی مناسب برای این مساله انتخاب کنید.

در این مساله هدف تابع شایستگی باید سنجش میزان تقارن در یک رشته باشد. تقارن در این زمینه به این معنی است که ارقام یک طرف رشته با ارقام مربوطه در طرف دیگر یکسان باشند. در نتیجه مقدار شایستگی را میتوان بر اساس تعداد جفت بیت های منطبق در نقطه میانی رشته (جایی که رشته به دو نیمه تقسیم میشود) محاسبه تعریف کرد. در این صورت باید به ازای هر یک جفت ارقام یکسان یک واحد شایستگی را افزایش داد. کمترین مقدار شایستگی که برای رشته ایست که هیچ دو رقم متقارنی ندارد 0 خواهد بود و بیشترین مقدار برای رشته کاملاً متقارن $\frac{n}{2}$ میشود.

ب) در صورتی که جمعیت اولیه سه رشته 011101، 011000 و 110001 باشد، مراحل اجرای یک فاز از الگوریتم ژنتیک را با توجه به شرایط زیر بر روی این جمعیت نشان دهید.

- از $EA(\mu, \mu)$ استفاده کنید و $\mu = 3$ در نظر بگیرید.
- انتخاب والدین را متناسب با شایستگی و به کمک roulette wheel انجام دهید.
- بازترکیبی را یک نقطه ای با $P_c = 0.8$ انجام دهید.
- جهش را با احتمال $P_m = 0.25$ انجام دهید.

۱- محاسبه شایستگی هر رشته:

$$f(110001) = 2 \qquad f(011000) = 1 \qquad f(011101) = 1$$

۲- انتخاب والدین:

با استفاده از انتخاب roulette wheel مبتنی بر شایستگی، احتمال انتخاب برای هر رشته باینری با مقدار شایستگی آن متناسب است. نتایج انتخاب والدین را اعداد زیر فرض کنیم:

والدین: 110001، 011000، 011101

۳- بازترکیبی:

بازترکیبی یک نقطه ای را با احتمال 0.8 انجام می‌دهیم. به طور تصادفی یک نقطه متقاطع را انتخاب کنید. فرض می‌کنیم بازترکیبی زیر رخ می‌دهد:

نقطه تقاطع را وسط رشته فرض کردیم.

نسل تولید شده: 101|110، 001|011، 000|011

۴- جهش:

هر بیت در فرزندان 25 درصد احتمال دارد که تغییر کند. بیایید فرض کنیم جهش‌های زیر رخ می‌دهد:

فرزندان جهش یافته: 111|010، 001|111، 010|011

۵- جایگزینی فرزندان در جمعیت اولیه برای رسیدن به جمعیت ثانویه:

چون از $EA(\mu, \mu)$ استفاده کرده ایم، هر سه رشته ی تولید شده به نسل بعد می‌روند.

جمعیت جدید: 111010، 001111، 010011

موفق باشید

تیم تدریسیاری