

بسم الله الرحمن الرحيم



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

تکلیف ۲ درس هوش محاسباتی

دکتر عبادزاده

سید امیرمهدی میرشریفی

۹۸۳۱۱۰۵

سوال ۱: الف) مجموعه‌ی مرجع $X = \{a, b, c, d, e\}$ و دو زیرمجموعه‌ی $A = \{\frac{.8}{a}, \frac{.2}{b}, \frac{1}{c}, \frac{.5}{d}\}$ و $B = \{\frac{.9}{b}, \frac{.1}{c}, \frac{.2}{d}, \frac{1}{e}\}$ را در نظر بگیرید. موارد خواسته شده را در هر قسمت بیابید:

۱. اجتماع دو مجموعه A و B

پاسخ: اگر اجتماع را ماکس در نظر بگیریم :

$$A \text{ or } B = \{0.8/a, 0.2/b, 1/c, 0.5/d, 1/e\}$$

۲. اشتراک دو مجموعه A و B

پاسخ: اگر اشتراک را مینیمم در نظر بگیریم :

$$A \text{ and } B : \{0.2/b, 0.1/c, 0.2/d\}$$

۳. مکمل مجموعه A و مکمل مجموعه B

$$\text{Not } A = \{0.2/a, 0.8/b, 0.5/d, 1/e\}$$

$$\text{Not } B = \{1/a, 0.1/b, 0.9/c, 0.8/d\}$$

۴. هسته (core)، مرز (boundary)، تکیه گاه (support) و ارتفاع (height) برای مجموعه A و مجموعه B

پاسخ: هسته برابر است با ناحیه ای از اطلاعات که کامل یا به عبارتی مقدار تعلقشان یک است که برای مجموعه A برابر است با c و برای مجموعه B برابر است با e. مرز برابر است با نقاطی که مقدار تعلقشان بین صفر و یک است که برای مجموعه A برابر است با a, b, d و برای مجموعه B برابر است با b, c, d. ارتفاع هم ماکسیمم مقدار تعلق یک مجموعه است که برای دو مجموعه برابر است با یک.

۵. برش های لامبدای هر یک از مجموعه های A و B را با مقادیر $\lambda = 0.2$ و $\lambda = 0.8$ به دست آورید. سپس A^λ و

B^λ را با مقادیر λ داده شده به دست آورید.

پاسخ: برش لامبدا برابر است با عناصری که مقدار تعلق آنها بزرگتر مساوی لامبدا باشد که برای مجموعه A برابر است با کل مجموعه A و برای مجموعه B برابر است با b, e. A^{lamda} برابر است با همان مجموعه ای که الان به دست آمد به علاوه مقدار تعلق برای عناصر برابر با لامبدا که برابر است با 0.2 و برای B نیز به همین صورت با مقدار تعلق 0.8

ب) فرض کنید مجموعه های مرجع $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ و $Y = \{2, 3, 6\}$ را داریم و زیرمجموعه های زیر وجود دارند:

$$A = \{\frac{.1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{.7}{3}\}, \quad B = \{\frac{.5}{2}, \frac{.3}{6}\}, \quad C = \{\frac{.2}{6}, \frac{.8}{2}, \frac{1}{4}\}$$

در صورتیکه X مجموعه‌ی مرجع برای A و C باشد و Y مجموعه‌ی مرجع برای B باشد، ابتدا BUC را حساب کرده و سپس

اشتراک آن را با A حساب کنید.

$$B \text{ or } C = \{0.8/2, 1/4, 0.3/6\} \text{ then } A \text{ and } (B \text{ or } C) = \{0.1/2\}$$

سوال ۲: فرض کنید رابطه S و R به صورت زیر هستند:

R	b1	b2	b3
a1	0.3	0.7	0.7
a2	0.3	0.8	0.9
a3	0.3	0.8	1

S	c1	c2	c3
b1	0.4	0.7	0.5
b2	0.4	0.8	0.5
b3	0.4	0.4	0.4

الف) جدایی پذیر بودن روابط R و S را بررسی کنید.

پاسخ: اگر یک رابطه جدا پذیر باشد هنگامی که تصویر آن را روی ابعاد به دست می آوریم و مجدد توسعه استوانه ای می‌دهیم میبایست همان رابطه به دست بیاید.
 بنابراین برای رابطه R ، تصویر رابطه روی بعد a میشود : $\{0.7/a1, 0.9/a2, 1/a3\}$ و برای بعد b : $\{0.3/b1, 0.8/b2, 1/b3\}$ میشود . حال با توسعه استوانه ای حاصل برابر است با حاصل اولیه بنابراین جداپذیر است.
 در رابطه S تصویر روی بعد b : $\{0.7/b1, 0.8/b2, 0.4/b3\}$ و بعد c : $\{0.4/c1, 0.8/c2, 0.5/c3\}$ و پس از توسعه استوانه ای مشاهده میشود که مجدد رابطه برابر است . بنابراین این رابطه هم جداپذیر است.

ب) رابطه RoS را به کمک Min-max محاسبه کنید

$$R \circ S = \vee (\mu_R \wedge \mu_S) = \text{Max}(\text{Min}(\mu_R, \mu_S))$$

پاسخ: طبق رابطه روبرو:

$$\begin{aligned} u(a1, c1) &= \max(0.3, 0.4, 0.4) = 0.4 & u(a1, c2) &= \max(0.3, 0.7, 0.4) = 0.7 & u(a1, c3) &= \max(0.3, 0.5, 0.4) = 0.5 \\ u(a2, c1) &= \max(0.3, 0.4, 0.4) = 0.4 & u(a2, c2) &= \max(0.3, 0.8, 0.4) = 0.8 & u(a2, c3) &= \max(0.3, 0.5, 0.4) = 0.5 \\ u(a3, c1) &= \max(0.3, 0.4, 0.4) = 0.4 & u(a3, c2) &= \max(0.3, 0.8, 0.4) = 0.8 & u(a3, c3) &= \max(0.3, 0.5, 0.4) = 0.5 \end{aligned}$$

سوال ۳: مجموعه های U_1, U_2, U_3, U_4 و همچنین رابطه ی Q که در فضای ضرب کارترین $U_1 \times U_2 \times U_3 \times U_4$ تعریف شده است را در نظر بگیرید و موارد خواسته شده را به دست آورید.

$$U_1 = \{a, b, c\}, U_2 = \{s, t\}, U_3 = \{x, y\}, U_4 = \{i, j\}$$

$$Q = \frac{0.3}{b, t, y, i} + \frac{0.4}{a, s, x, i} + \frac{0.9}{b, s, y, i} + \frac{0.6}{b, s, y, j} + \frac{0.1}{a, t, y, j} + \frac{0.7}{c, s, y, i}$$

الف) تصویر رابطه ی Q بر $U_1 \times U_2 \times U_3$

پاسخ: با توجه به آن که برای تصویر کردن ، ماکسیمم مقدار تعلق برای عناصر $U_1 * U_2 * U_4$ به ازای توابع U_4 می بایست انتخاب شود و در این معادله تعلق تمام مرجع های $U_1 * U_2 * U_4$ متفاوت هستند بنابراین فقط $y \& x$ حذف خواهند شد و مقدار تعلق و بقیه عناصر ثابت میمانند:

$$Q = 0.3 / b, t, l + 0.4 / a, s, l + 0.9 / b, s, l + 0.6 / b, s, j + 0.1 / a, t, j + 0.7 / c, s, i$$

ب) تصویر رابطه ی Q بر U_4

پاسخ: با توجه به نکات بالا بیشترین مقدار تعلق به ازای حالتی که i و j (برای هر کدام جدا) در نظر میگیریم:

$$Q = 0.9 / l + 0.7 / j$$

ج) گسترش استوانه ای رابطه ی حاصل از بند الف به فضای $U_1 \times U_2 \times U_3 \times U_4$

پاسخ عبارت است ضرب کارتزین تمام عبارت بالا با مجموعه U_3 که در آن مقدار تعلق مینیمم دو المنت ضرب شده است که با توجه به عبارت به دست آمده از بخش الف دارای $2 * 6$ عبارت خواهد بود.

د) گسترش استوانه ای رابطه ی حاصل از بند ب به فضای $U_1 \times U_2 \times U_3 \times U_4$

پاسخ : حاصل عبارت از ضرب کارتزین رابطه به دست آمده از بخش ب در $2 * 2 * 3$ حالتی که از ترکیب های متلف مجموعه های دیگر به دست می آید که در نهایت رابطه نهایی $2 * 2 * 2 * 3$ عبارت خواهد داشت.

سوال ۴: فرض کنید رابطه $y = x_1^2 x_2 - x_1 x_2^2$ بین سه متغیر x_1 برگرفته از مجموعه فازی $A_1 = \{\frac{0.2}{1} + \frac{0.8}{2}\}$

و x_2 برگرفته از مجموعه فازی $A_2 = \{\frac{0.9}{1} + \frac{0.3}{2}\}$ و y برگرفته از مجموعه فازی B است. مجموعه B را بیابید.

جمع و ضرب جبری

$$s_{as}(a, b) = a + b - ab$$

$$t_{ap}(a, b) = ab$$

پاسخ : اگر طبق رابطه روبرو این مسئله را حل کنیم

پاسخ برابر است با:

$$x_1^2 = \{ 0.04 / 1, 0.64 / 2 \} \Rightarrow x_1^2 x_2 = \{ 0.036 / 1, 0.192 / 2 \}$$

$$x_2^2 = \{ 0.81 / 1, 0.09 / 2 \} \Rightarrow x_2^2 x_1 = \{ 0.162 / 1, 0.072 / 2 \} \Rightarrow -x_2^2 x_1 = \{ 0.838 / 1, 0.928 / 2 \}$$

$$\Rightarrow B = \{ 0.84 / 1, 0.94 / 2 \}$$

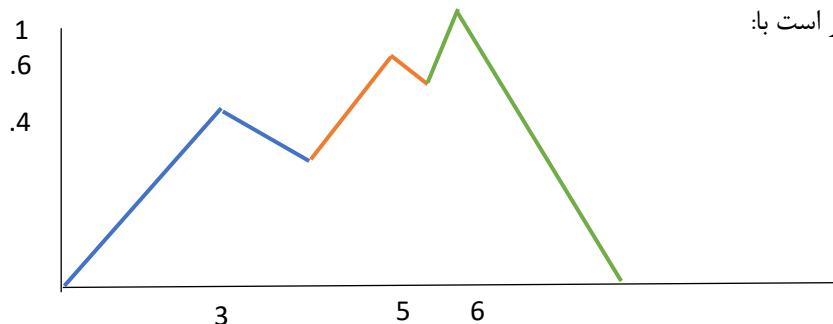
سوال ۵: الف) فازی سازی و غیر فازی سازی را تعریف کنید.

ب) مجموعه های فازی زیر را در نظر بگیرید. مجموعه ی $D=A \cup B \cup C$ را با تکنیک های خواسته شده غیر فازی کنید.

۱- روش ماکسیمم گیری

الف) معلولا ورودی ها به صورت فازی نیستند و برای آن که بتوان از آن ها در سیستم های خبره فازی استفاده کرد می بایست آنها را تبدیل به مجموعه های فازی کرد. از جهت دیگر پس از اتمام فرایند پردازش با منطق فازی نیاز است تا نتیجه به صورت اولیه تحویل شود که لازم است تا یک عملیات غیر فازی سازی روی نتیجه فازی انجام دهیم.

ب)



در روش ماکسیمم گیری نقطه ای که بیشترین مقدار تعلق را دارد به عنوان نتیجه برگردانده میشود که در این نمودار نقطه ۶ که مقدار تعلق یک را دارد برگردانده میشود.

۲- روش متوسط وزنی مراکز

پاسخ : در این روش مجموع مقدار تعلق مراکز ضرب در مختصات آنها تقسیم بر مجموع تعلقات این مراکز ، مختصات جواب را میدهد که در این نمودار برابر است با $(3*0.4 + 5*0.6 + 6*1)/2=5.1$

سوال ۶: درستی یا نادرستی گزاره های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) اجتماع دو مجموعه ی فازی محدب ، همیشه یک مجموعه ی فازی محدب خواهد بود.

ب) با فرض مجموعه جهانی X و مجموعه ی دلخواه A و A' (مکمل A) ، اشتراک A و A' همیشه برابر تهی است.

ج) اگر R جداناپذیر نباشد، می توان $A \circ R = B$ را نتیجه گرفت.

پاسخ :

الف) خیر - اگر دو مجموعه محدب اشتراک در نقطه ای که یکی شیب منفی و یکی شیب مثبت داشته باشد، داشته باشند آنگاه دیگر نتیجه محدب نخواهد بود.

ب) خیر - اگر مجموعه کلاسیک باشد در ست است اما در صورتی که منطق فازی برقرار باشد ممکن است درست باشد ممکن است نباشد.

پ) خیر - در صورتی که رابطه جداپذیر باشد این تساوی به صورت قطع برقرار است و گرنه لزوماً برقرار نیست.

سوالات امتیازی:

سوال ۷: الف) چرا ترکیب max-min از لحاظ فیزیکی و شهودی قابل قبول می باشد؟ (در صورت نیاز با ترسیم شکل مناسب توضیح دهید.)

Max-min درست است زیرا مقادیر فازی مرتبط با وضعیت های طبیعی هستند که به صورت پیوسته تغییر می کنند. برای مثال، دما به صورت پیوسته تغییر می کند و مقادیر فازی "گرم" و "سرد" نیز به همین صورت تغییر می کنند. با استفاده از max-min، می توان این دو مقدار را برای تولید یک مجموعه فازی جدید ترکیب کرد. همچنین، max-min، مجموعه های فازی را با حفظ نسبت مقادیر عضویت، ترکیب می کند که باعث می شود ترکیب مجموعه های فازی به صورت منطقی و قابل قبولی صورت بگیرد. در نتیجه، max-min در رابطه های فازی به عنوان یک عملگر ترکیبی درست است.

ب) با رسم شکل نشان دهید که دو توجیه مختلف زیر برای رابطه $A \Rightarrow B$ در چه ناحیه ای هایی با هم برابر و در چه ناحیه ای هایی با هم متفاوت هستند. (مقادیر تعلق حاصل در هر ناحیه را برای هر دو رابطه نشان دهید.)

a) $A \Rightarrow B = (A \times B) \cup (A' \times Y)$

b) $A \Rightarrow B = A' \cup B$

پاسخ: در رابطه دوم به بیان عامیانه، رابطه صرفاً بیان میکند که اگر A برقرار بود آنگاه B که این برابر است با حاصل ضرب کارتزین که برابر است با تصویر سمت چپ. اما اگر به این دید هم نگاه نکنیم که اگر برقرار نبود هر کاری خواستی بکن یا غیره میشود تصویر سمت چپ

