

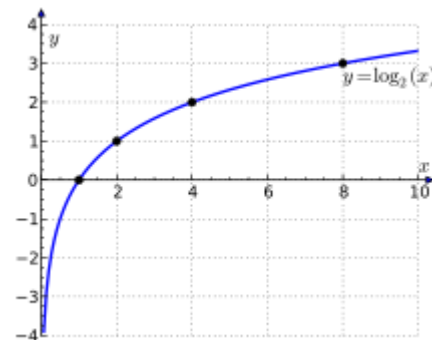
Logaritmo binário

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Na matemática, **logaritmo binário** ($\log_2 n$) é o logaritmo de base 2. Consequentemente, é o inverso da potência de dois (2^n). O logaritmo binário de n é definido pela seguinte equivalência:^[1]

$$x = \log_2 n \iff 2^x = n.$$

O logaritmo binário está intimamente ligado ao sistema de numeração binário. Historicamente, seu primeiro uso foi na teoria musical pelo matemático e pioneiro no estudo dos logaritmos Leonhard Euler. Sua aplicação é muito vasta, sendo utilizado em teoria da informação (bit como unidade fundamental de informação), complexidade computacional e fotografia.



Esboço do gráfico $\log_2 n$

História

Potências de dois são conhecidas desde a antiguidade. Elas aparecem, por exemplo, em Os Elementos de Euclides, nas proposições IX.32 (sobre a fatorização das potências de dois) e IX.36 (metade do Teorema de Euclides-Euler, sobre a estrutura de números perfeitos pares). O logaritmo binário de uma potência de dois é apenas sua posição na sequência ordenada das potências de dois. Baseado nisto, Michael Stifel é reconhecido por ter publicado a primeira tabela de logaritmos binários em 1544. Seu livro *Arithmetica Integra* contém diversas tabelas que mostram os inteiros com suas respectivas potências de dois. Inverter as colunas dessas tabelas permite que elas sejam interpretadas como tabelas de logaritmos binários.^{[2][3]}

Antes de Stifel, o matemático jainista Virasena é reconhecido como o precursor do logaritmo binário. Seu conceito de *ardhacheda* foi definido como o número de vezes que um certo número pode ser dividido sem resto por dois. Essa definição cria uma função que coincide com o logaritmo binário em potências de dois,^[4] porém é diferente para os outros inteiros, gerando a valorização 2-ádica ao invés do logaritmo.^[5]

A forma moderna do logaritmo binário, aplicável a qualquer número (não apenas potências de dois) foi considerada explicitamente por Leonhard Euler em 1739. Euler estabeleceu a aplicação de logaritmos binários à teoria musical, antes de aplicações mais significativas em teoria da informação e ciência da computação serem conhecidas. Como parte de seu trabalho na área, Euler publicou uma tabela dos logaritmos binários de 1 a 8, com sete dígitos de precisão.^{[6][7]}



Leonhard Euler foi o primeiro a aplicar logaritmos binários à teoria musical, em 1739.

Definição e Propriedades

A função logaritmo binário pode ser definida como a função inversa à função potência de dois, que é estritamente crescente nos números reais positivos, assim possuindo uma inversa única.^[8] Alternativamente, pode ser definida como $\ln n / \ln 2$, sendo \ln o logaritmo natural definido de forma usual. Usar o logaritmo complexo nessa definição permite estender o logaritmo binário aos números complexos.^[9]

Assim como os demais logaritmos, o logaritmo binário obedece às seguintes equações, que podem ser utilizadas para simplificar fórmulas que combinam logaritmos binários com multiplicação ou exponenciação:^[10]

$$\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$$

$$\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$$

$$\log_2 x^y = y \log_2 x.$$

Outras identidades podem ser encontradas em Identidades logarítmicas.

Notação

Na matemática, o logaritmo binário de um número é frequentemente escrito como $\log_2 n$.^[11] No entanto, outras notações para essa função já foram propostas e utilizadas, especialmente em áreas aplicadas.

Alguns autores adotam a notação $\lg n$ para o logaritmo,^[12] utilizada, por exemplo, no *The Chicago Manual of Style*. Donald Knuth atribui essa notação a uma sugestão de Edward Reingold, porém seu uso em teoria da informação e ciência da computação antecede o período de atividade de Reingold. Outra notação utilizada para a mesma função é $\text{ld } n$, principalmente na literatura científica alemã, cuja origem é o termo em latim *logarithmus dualis*.

Aplicações

Teoria da informação

O número de dígitos (bits) na representação binária de um inteiro positivo n é a parte inteira de $1 + \log_2 n$, ou seja,^[12]

$$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1.$$

Referências

1. Cover, Thomas M. (2012). *Elements of Information Theory* (<http://books.google.com/books?id=VWq5GG6ycxMC&pg=PT33>). [S.l.]: John Wiley & Sons. 33 páginas. ISBN 9781118585771
2. Groza, Vivian Shaw; Shelley, Susanne M. (1972). *Precalculus mathematics* (https://books.google.com/books?id=yM_ISq1eJv8C&pg=PA182) (em inglês). Nova Iorque: Holt, Rinehart and Winston. p. 182. ISBN 978-0-03-077670-0
3. Stifel, Michael (1544). *Arithmetica integra* (<https://books.google.com/books?id=fndPsRv08R0C&pg=PA22>) (em latim). [S.l.: s.n.] p. 31

4. Joseph, G. G. (2011). *The Crest of the Peacock* (<https://books.google.com/books?id=ymud91nTc9YC&pg=PA352>) 3 ed. [S.l.]: Princeton University Press. p. 352.
5. Shparlinski, Igor (2013), *Cryptographic Applications of Analytic Number Theory: Complexity Lower Bounds and Pseudorandomness* (<https://books.google.com/books?id=z635BwAAQBAJ&pg=PA35>), ISBN 978-3-0348-8037-4, Progress in Computer Science and Applied Logic, **22**, Birkhäuser, p. 35.
6. Euler, Leonhard (1739). *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae* (<http://eulerarchive.maa.org/pages/E033.html>) (em latim). [S.l.]: Academia de São Petersburgo. pp. 102–112
7. Tegg, Thomas (1829), «Binary logarithms», *London encyclopaedia; or, Universal dictionary of science, art, literature and practical mechanics: comprising a popular view of the present state of knowledge, Volume 4* (<https://books.google.com/books?id=E-ZTAAAYAAJ&pg=PA142>) (em inglês), pp. 142–143.
8. Batschelet, E. (2012). *Introduction to Mathematics for Life Scientists* (<https://books.google.com/books?id=vbT0CAAQBAJ&pg=PA128>). [S.l.]: Springer. p. 128. ISBN 978-3-642-96080-2.
9. O Microsoft Excel, por exemplo, fornece a função IML0G2 para logaritmos binários complexos: ver Bourg, David M. (2006). *Excel Scientific and Engineering Cookbook* (<https://books.google.com/books?id=uKctiVg2dylC&pg=PT248>). [S.l.]: O'Reilly Media. p. 232. ISBN 978-0-596-55317-3.
10. Kolman, Bernard; Shapiro, Arnold (1982). *Algebra for College Students* (<https://books.google.com/books?id=i7vSBQAAQBAJ&pg=PA334>). [S.l.]: Academic Press. pp. 334–335. ISBN 978-1-4832-7121-7.
11. Essa notação é utilizada na *Encyclopedia of Mathematics* e no *The Princeton Companion to Mathematics*
12. Sedgewick, Robert; Wayne, Kevin Daniel (2011). *Algorithms* (<https://books.google.com/books?id=MTpsAQAAQBAJ&pg=PA185>). [S.l.]: Addison-Wesley Professional. p. 185. ISBN 978-0-321-57351-3.

Obtida de "[https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Logaritmo_binário&oldid=53895546](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Logaritmo_bin%C3%A1rio&oldid=53895546)"