التحكّم النشط في اهتزاز صفيحة رقيقة أثناء الفريزة

تحقيقٌ من نموذج المقالة،

ومقارنة عادلة بين FOPID و ADRC-FOPID

J. Du, X. Liu, H. Dai, X. Long

Robust combined time delay control for milling chatter suppression of flexible workpieces

International Journal of Mechanical Sciences **274** (2024) 109257

ما يحتويه هذا التقرير. الجزء الأوّل يحدّد النموذج الذي تستعمله المقالة معادلةً بمعادلة، ثمّ يتحقّق منه بثلاث عشرة تجربة عددية مستقلّة، كلٌّ منها بشكلها. الجزء الثاني يقارن بنيتَي تحكّم على النموذج نفسه ببروتوكول إنصاف قابل للتدقيق. كلّ رقم في الصفحات التالية يُعاد إنتاجه بسكربت واحد في المستودع.

مستودع `active-vibration-control-plate-during-milling` — الفرع `claude/adrc-fopid-comparison-woigyf`

ما هو النموذج المستعمل في المقالة، وهل يُعاد إنتاجه؟

J. Du, X. Liu, H. Dai, X. Long, *Robust combined time delay control for milling chatter suppression of flexible workpieces*, **Int. J. Mech. Sci. 274 (2024) 109257**.

هذا التقرير يجيب على سؤالين بالترتيب:

1. **ما هو النموذج فعلًا؟** — تحديدٌ دقيق لما تكتبه المقالة، معادلةً بمعادلة، لا لما يُظنّ أنّها تكتبه.
2. **هل يُعاد إنتاجه؟** — كلّ ادّعاء في القسم 3 مُقترن بسكربت في `verification/` وشكلٍ في `figures/verification/`، ويُعاد إنتاجه بأمر واحد.

كلّ الأشكال بالإنجليزية (matplotlib لا يشكّل العربية)، وكلّ الأرقام قابلة لإعادة الإنتاج من جذر المستودع.

---

1. النموذج كما تكتبه المقالة

1.1 التقطيع المكاني — ليس عناصر منتهية

القسم 2 صريح: بعد كتابة دالّة الطاقة بمبدأ هاميلتون والتغاير (المعادلة 6)

```
Π_P = ∫(T_P − U_P + W_c)dt + ∫Π_λ dt + ∫Π_κ dt
```

يُنشَر الإزاحة على **متعدّدات حدود تشيبيشيف من النوع الأوّل** في إحداثيات لا-بُعدية (المعادلتان 7–8):

```
y_P(x_P, z_P, t) = Σ_px Σ_pz Φ_px(x̃_P) Φ_pz(z̃_P) q_y(t) = Y_P(x̃_P, z̃_P) q_y(t)
Y_P = [Φ_0(x̃) … Φ_{PX−1}(x̃)] ⊗ [Φ_0(z̃) … Φ_{PZ−1}(z̃)]
x̃_P = 2x_P/l_P − 1 ,  z̃_P = 2z_P/h_P − 1
```

فالنموذج **Chebyshev–Ritz** بمبدأ تغايري معدَّل: الحدّ `K_λ` يفرض شرط الحدّ (الاستمرارية على الحافّة المُنشَبة) والحدّ `K_κ` يُثبّت الحساب عدديًا (المعادلة 9 والملحق). ومصفوفة الكتلة في الملحق (المعادلة A.1) تتضمّن صراحةً حدّي **قصور الدوران** `I₂`:

```
M_PD = ∬ ( I₂ ∂Y_Pᵀ/∂x̃ ∂Y_P/∂x̃ + I₂ ∂Y_Pᵀ/∂z̃ ∂Y_P/∂z̃ + I₀ Y_Pᵀ Y_P ) dx̃ dz̃
```

ثمّ يُنقل كلّ شيء إلى الفضاء النمطي (المعادلة 10) بـ `U_P` أوّل n أنماط: `K_P = U_Pᵀ (K_PD − K_λ + K_κ) U_P`، `M_P = U_Pᵀ M_PD U_P`.

> **لماذا يهمّ هذا:** التنفيذ السابق في هذا المستودع (`simulation/`) يستعمل عناصر منتهية Kirchhoff-Q4. هو تقطيع مشروع للمتّصل نفسه، لكنّه **ليس تقطيع المقالة**. لذلك أُضيف `paper_model/` الذي ينفّذ طريقة المقالة نفسها؛ ووجود التنفيذَين المستقلَّين هو ما يسمح بالتحقّق المتقاطع في §3.1.

1.2 معادلة الحركة مع التأخير التجديدي

بعد إهمال اهتزاز الأداة واهتزاز الصفيحة في اتجاه X (وهو ما تبرّره المقالة بمرونة الصفيحة)، تصبح المعادلة (12)، ومع دخل التحكّم المعادلة (13):

```
M_P q̈_P + C_P q̇_P + (K_P + α₄(t) D_Pᵀ D_P) q_P(t)
   − α₄(t) D_Pᵀ D_P q_P(t − τ) = f_τ α₃(t) D_Pᵀ + H_Pe u_P(t)
```

حيث `D_P(x̃_P, z̃_P) = Y_P(x̃_P, z̃_P) U_P` هو شكل النمط في **موضع القطع المتحرّك**، و `τ = 60/(N_T · rpm)` زمن مرور السنّ، و `f_τ` التغذية لكلّ سنّ. هذه المعادلة تجمع الخصائص الأربع التي تدّعي المقالة معالجتها معًا لأوّل مرّة: عدم النعومة (α_3, α_4 متقطّعان)، التأخير، مشاركة عدّة أنماط، وتغيّر الديناميكا مع الموضع عبر `D_P(x)`.

1.3 معاملات قوى القطع

المعادلات (2)–(5): مصفوفة معاملات $\alpha_1 \ldots \alpha_4$ مبنية من التكاملات الحلزونية `ss, sc, cc` لبالاشاندران وتشاو، مع

```
k₁ = k_n / cos η ,   k₂ = 1 + μ_c tan η (cos γ_n − k_n sin γ_n)
α₃ = Σ_j (k₂ k_t ss − k₁ k_t sc) ,   α₄ = Σ_j (k₂ k_t sc − k₁ k_t cc)
```

وقطعٌ هابط بعمق شعاعي `a_e = 0.1 mm`، فزاويتا الدخول والخروج `φ_ex = π` , `φ_st = π − arccos(1 − a_e/R)`.

1.4 الاقتران الكهرضغطي

المعادلة (14) تعطي `H_Pe` كفرق تكاملات حافّية لميول الأنماط على محيط الرقعة، مضروبًا في `−C_P0 d₃₁/h_Pa`، والمعادلة (15) تعطي `C_P0` بدلالة `E_Pe, μ_Pe, E_P, μ_P, b_P, h_Pa`. بنظرية التباعد، صيغة الحافّة تلك تساوي تكامل **لابلاسيان** شكل النمط على مساحة الرقعة — وهي الصيغة التي ينفّذها `paper_model/chebyshev_plate.py`.

1.5 ما تفعله المقالة بالنموذج بعد ذلك (لتصميم متحكّمها)

- **اقتطاع نمطي (§3.1):** يُحتفظ بنمطين، وتُغطّى الأنماط 3+ بعدم يقين جمعي `Δ_Pa(s) W_Pa(s)` بأوزان المعادلتين (18)–(19).
- **تحويل عدم اليقين (§3.2):** `α₄(t)` و `D_PrᵀD_Pr(x)` يُكتبان قيمةً اسميّة + اضطرابًا: `α₄ ∈ [0.3, 2.9]`، `L_Pα = 1.3 α̃₄`، `α₄₀ = 1.6 α̃₄`، `α̃₄` (المعادلة 23)، والمعادلتان (24)–(25) لعناصر `D_PrᵀD_Pr`؛ زائد ±10 % على الكتلة والصلابة النمطيتين و20 % على التخميد.
- **المتحكّم:** `μ`-synthesis زائد تحكّم بالتأخير `u_Pd = K_Pp y(t−τ) + K_Pd ẏ(t−τ)`.

> المتحكّم ليس موضوع هذا التقرير: القسم التالي يتحقّق من **النموذج**، وملفّ `COMPARAISON_ADRC_FOPID.md` يقارن FOPID بـ ADRC-FOPID على النموذج نفسه.

1.6 البارامترات المنشورة

	القيمة	المصدر
الصفيحة	AL6061، l_P 100 mm، h_P 80 mm، b_P 4 mm، ρ 2830 kg/m³، E 69 GPa، μ 0.33	الجدول 1
الرقعة	QDA60-20-0.7، d_{31} 175 pm/V، h_{Pa} 0.7 mm، E_{Pe} 63 GPa، μ_{Pe} 0.35، 60×20 mm	الجدول 2
الأداة	3 أسنان، μ_c 0.2، k_n 0.26، k_t 925 MPa، γ_n 15°، η 35°، Ø10 mm	الجدول 3
الأنماط	مقيس 540/1068/2787/3351/4122 Hz، تخميد 0.31/0.17/0.27/0.56/0.35 %	الجدول 4
الأنماط «نظريًا»	537/1101/2805/3423/4254 Hz	الجدول 4
القطع	هابط، f_z 0.02 mm، a_e 0.1 mm/سنّ؛ الحالة a_p 0.3 mm، S: 4900 tr/min	§4.2

---

2. كيف نُجري التحقيق

كل سكربت في `verification/` مستقلّ، يطبع جدولًا رقميًا (هو أثر التدقيق) وينتج شكلًا واحدًا في `figures/verification/`:

السكربت	يتحقّق من	الشكل
`09_ritz_model_identification.py`	التقطيع نفسه، تقارُبه، ومصدر الفارق مع الجدول 4	`09_*.png`
`10_cutting_force_coefficients.py`	المعادلات (2)–(5) مقابل تربيع عددي مباشر	`10_*.png`
`11_frf_and_antiresonances.py`	الشكل 12: استجابة نقطة القيادة وأصفارها	`11_*.png`
`12_dtd_along_pass.py`	الشكل 7: تغيّر $D_{Pr}^T D_{Pr}$ مع الموضع	`12_*.png`
`13_open_loop_stability_lobes.py`	الشكل 13: فصوص الاستقرار بلا تحكّم	`13_*.png`
`14_uncontrolled_time_response.py`	الشكل 14(a): تباعُد الحالة S وتردّد الرجفان	`14_*.png`
`15_piezo_coupling_eq14_15.py`	المعادلتان (14)–(15)	`15_*.png`
`16_additive_uncertainty_weights.py`	الشكل 5: أوزان عدم اليقين الجمعي	`16_*.png`
`17_alpha4_band_stability.py`	الشكل 6: تبرير النطاق $\bar{\alpha}_4$ 0.3–2.9	`17_*.png`
`18_sign_convention.py`	أيّ إشارة لـ α_3, α_4 تستعملها المقالة فعلًا	`18_*.png`

---

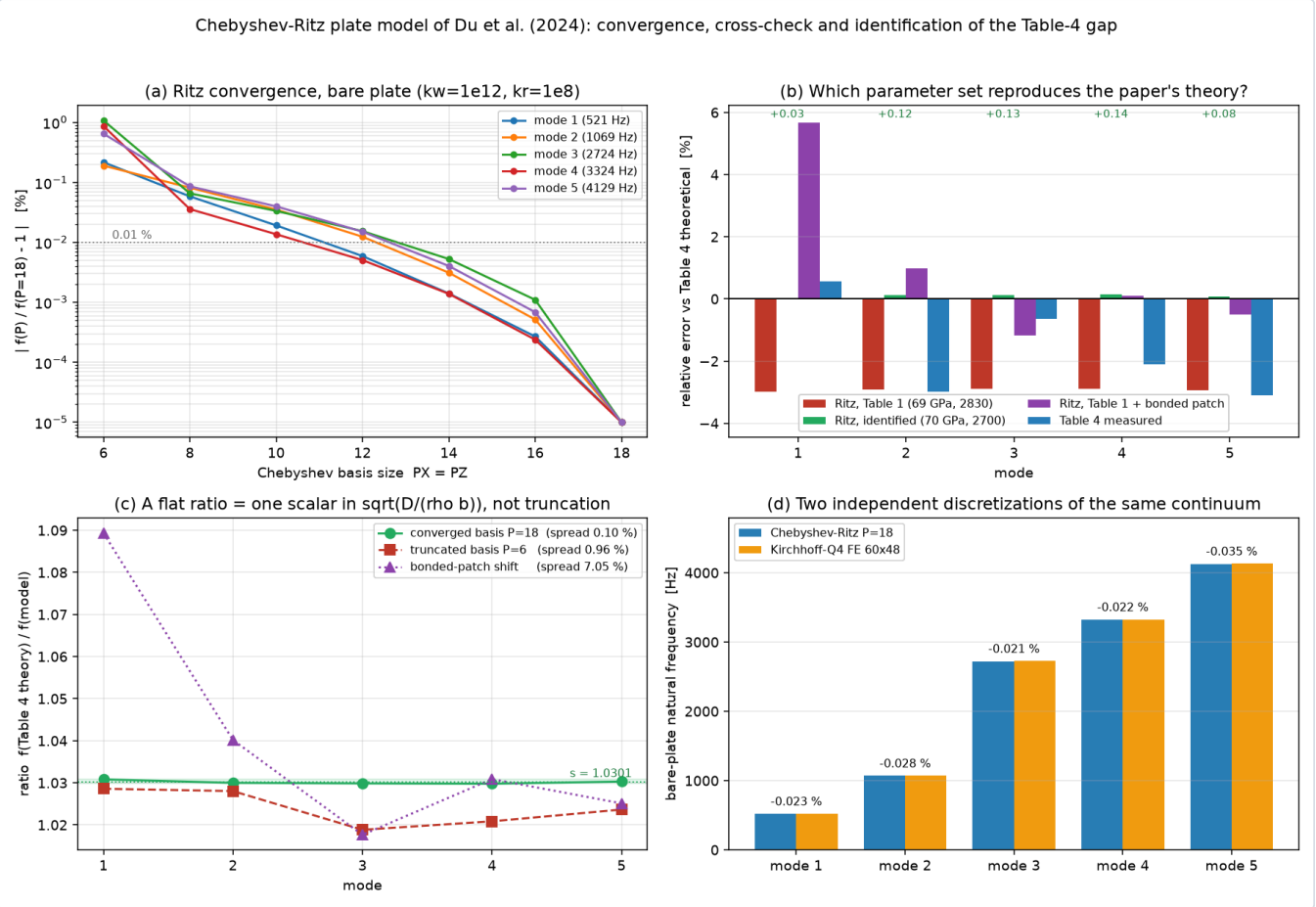
3. النتائج

3.1 التقطيع منقول بأمانة — والدليل تقطيعان مستقلّان

بتشغيل طريقة المقالة نفسها حتى التقارب (أساس 18×18، وجزاء الحافّة المُنشَبة مُكتسَح على ثلاث عقود) نحصل على الصفيحة العارية:

	1st	2nd	3rd	4th	5th
Chebyshev–Ritz (جزاء متصلّب)	521.06	1069.25	2724.25	3324.70	4130.30
عناصر منتهية Kirchhoff-Q4 (8967 درجة حرّية)	521.06	1069.24	2724.25	3324.77	4130.32
الفارق	**|Δ| ≤ 0.0022 %** على كل الأنماط				

تقطيعان لا يشتركان في سطر شيفرة واحد يعطيان النتيجة نفسها إلى 4×10^{-4} نسبيًا. فتجميع `K_PD` و`M_PD` (بحدّي `I₂`) و`K_K` صحيح. والتقارب موثَّق: عند PX=PZ=14 الفارق عن P=18 هو 0.005 %، وعند P=10 يبلغ 0.040 %.



الشكل 1 — تقارُب أساس Chebyshev–Ritz وجزاء الحافّة المُنشَبة، والتحقّق المتقاطع مع نموذج العناصر المنتهية Kirchhoff-Q4، ونسبة (الجدول 4 «نظري») ÷ (النموذج) لكلّ نمط.

3.2 الفارق مع الجدول 4 ثابتٌ قياسيّ واحد — لا خطأ طريقة

نسبة (الجدول 4 «نظري») ÷ (نموذجنا المتقارب) على الأنماط الخمسة:

```
1.03082   1.02999   1.02985   1.02977   1.03031      ← 0.102 تشتّت %
```

نسبة **مسطّحة** إلى هذا الحدّ لا يمكن أن تنتج عن الاقتطاع: بأساس مبتور عمدًا (P=6) تتشتّت النسبة نفسها على 0.957 %، أي **9.4 أضعاف**، وبلا نمط رتيب. ولا عن الرقعة الملصوقة: أثرها يتراوح بين 0.03 % + و3.31 % + حسب النمط (تشتّت 3.27 %).

نسبة مسطّحة تعني معاملًا قياسيًا واحدًا في √(D/ρb)، أي في E/(ρ(1−ν²)). وبتشغيل النموذج نفسه بـE = 70 GPa وρ = 2700 kg/m³ (قيم AL6061 المتداولة) نحصل على العمود «النظري» بخطأ أقصاه **0.137 %**:

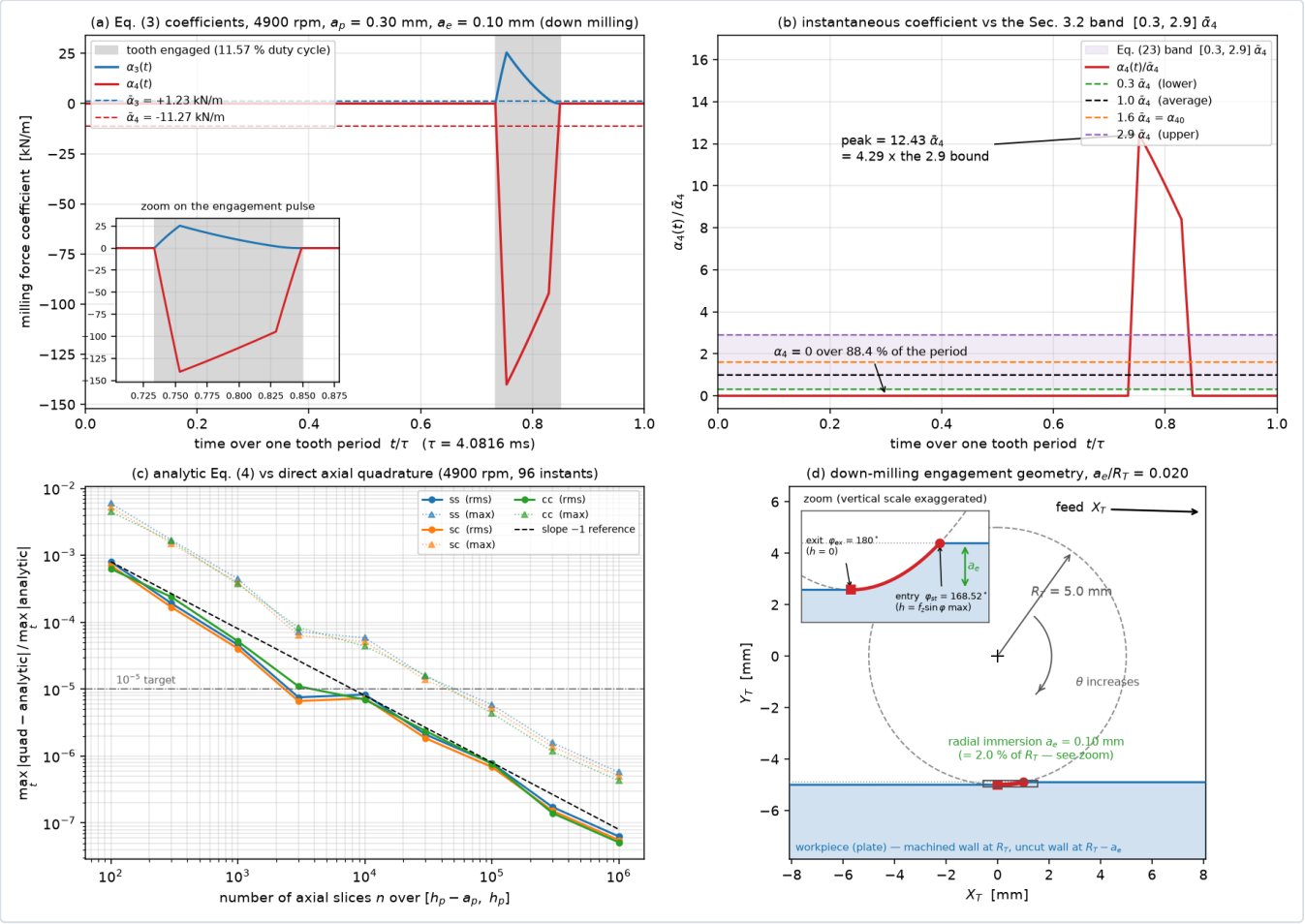
	1st	2nd	3rd	4th	5th	RMS
الجدول 4 «نظري»	537	1101	2805	3423	4254	—
بمعطيات الجدول 1 حرفيًا (69 GPa، 2830)	520.9	1068.9	2723.7	3324.0	4128.9	**2.93 %**
بالمعطيات المُستدَلّ عليها (70 GPa، 2700)	537.2	1102.3	2808.6	3427.7	4257.6	**0.107 %**

> **هذا استدلال، لا قراءة نوايا.** المحدَّد هو النسبة E/ρ وحدها: b_P = 4.121 mm بدل 4.000، أو l_P×h_P = 98.53×78.82 mm بدل 80×100، تلائم الأرقام الخمسة نفسها بالجودة نفسها. الخلاصة القابلة للدفاع: **الجدول 1 والعمود «النظري» في الجدول 4 غير متّسقين داخل المقالة نفسها بمقدار 6.1 % في E/ρ** — والطريقة منقولة بأمانة.

وثمّة نتيجة ثانية: العمود «النظري» يوافق صفيحة **عارية**، لا الصفيحة المُجهَّزة بالرقعة التي يصفها §4.1. فإضافة الرقعة إلى المادّة المُستدَلّ عليها تتجاوز الأهداف بـ3.2 %.

3.3 قوى القطع: مطابقة إلى 5×10⁻¹⁴

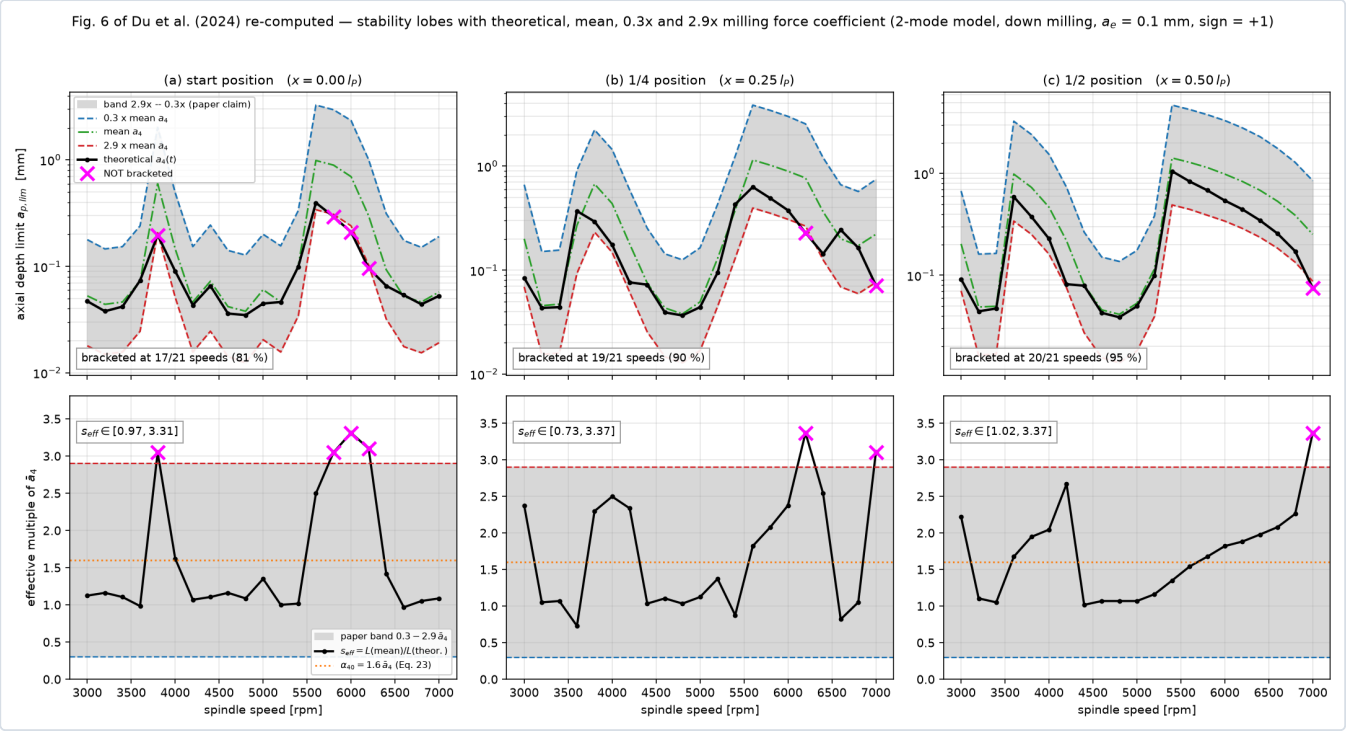
البند	النتيجة
`k₁ = 0.317401`، `k₂ = 1.125846`	خطأ **0.00e+00** مقابل الصيغ المغلقة بمعطيات الجدول 3
`alpha34` مقابل إعادة اشتقاق مستقلّة	**5.2×10⁻¹⁴** نسبيًا؛ وعلى شبكة 4×4 من (ap, ae) حتى ap = 40 mm (حيث يمتدّ السنّ على 2.67 خطوة و4 نوافذ تلامس) الخطأ الأقصى 5.0×10⁻¹⁴
المعادلة (4) هي التكامل المحوري المضبوط	تربيع عددي مباشر يتقارب بميل −0.99 (لوغ-لوغ) إلى القيم التحليلية
زاويتا القطع الهابط	`φ_ex = 180°`، `φ_st = 168.5217°`، السعة `11.4783°` عند ae = 0.1 mm
دورة التلامس	**11.5700 %** مقيسة مقابل 11.5712 % تحليلية



الشكل 2 — معاملا القطع $\alpha_3(t)$ و$\alpha_4(t)$ على دور سنّ واحد عند الحالة S، ونسبة $\alpha_4/\bar{\alpha}_4$ مقابل حدود المعادلة (23)، وتقارُب التربيع العددي، وهندسة التلامس.

3.4 نطاق $\bar{\alpha}_4$ 0.3–2.9: مؤكَّد كما تقرؤه المقالة، ومنفيّ كحدّ لحظي

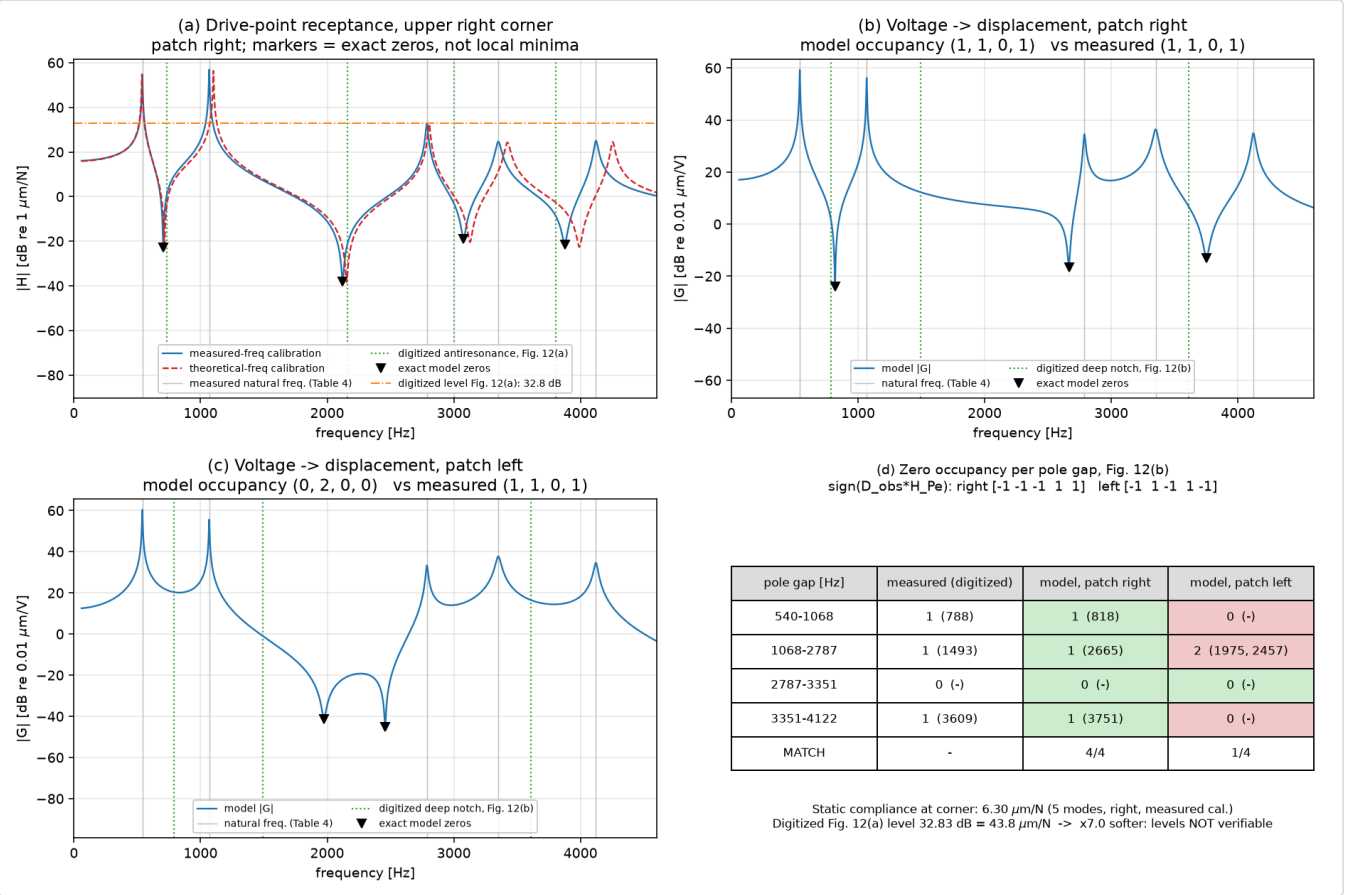
- **كحدّ لحظي**: `max_t α₄(t)/ᾱ₄ = 12.43` أي 4.3 أضعاف الحدّ 2.9؛ و`α₄` **صفر على 88.4 %** من دور السنّ، وداخل النطاق [0.3, 2.9] على 1.05 % منه فقط. عامل الذروة هذا حتميّ عند انغماس شعاعي ae/R = 0.020.
- **كما تستعمله المقالة فعلًا** (إحاطة *منحنيات الاستقرار*، ص. 7): مؤكَّد في 88.9 % من النقاط (56/63)، وينكسر عند 11.1 % منها بأسوأ انتهاك 13.9 % عند x = 0 و6000 tr/min. النطاق الذي يحتاجه هذا النموذج فعلًا هو $\bar{\alpha}_4$ [0.73, 3.37]، أي (+28 %) `α₄₀ = 2.05 ᾱ₄` و`L_Pα = 1.32 ᾱ₄` (+1.5 %) فقط — نصف العرض مضبوط تقريبًا).
- **تحفّظ صريح**: بالإشارة المعاكسة تصمد الإحاطة 15/15. فهذا الاختبار وحده لا يُفنّد نطاق المقالة تحت اتّفاقيتها هي (غير المذكورة).



الشكل 3 — إعادة إنتاج الشكل 6: فصوص الاستقرار بالمعامل النظري وبالمتوسّط وبـ×0.3 و×2.9 عند ثلاثة مواضع، مع نسبة السرعات التي تصمد فيها الإحاطة.

3.5 الشكل 12: الأشكال تُعاد، والمستويات لا

- **مضادّات الرنين** (استجابة نقطة القيادة، الشكل 12a): النموذج 3823.7 Hz / 2998.2 / 2136.9 / 724.9 مقابل المُرقمن 3805 Hz / 3001 / 2161 / 734 — خطأ **RMS** 0.49+ / 0.09− / 1.11− / 1.24− %، **0.87 %**. والتشابك الصارم قطب-صفر متحقّق (كلّ البواقي موجبة)، كما تفرضه التبادلية لنقطة قيادة متطابقة — والقياس نفسه متّسق مع ذلك.
- **بصمة الشكل 12(b)**: التوزيع (1,1,0,1) يُعاد إنتاجه بالهندسة المُختارة وحدها (§3.6). لكن **تردّد الصفر الأوسط بعيد المنال**: 1918 Hz مقابل 1493 Hz المقيس (28+ %). السبب حدّ **نموذج الاقتران** لا حدّ الموضع: يلزم $|r_2/r_1| \approx 0.95$ والنموذج يعطي 1.59.
- **المستويات غير قابلة للتحقّق**: الليونة الساكنة عند الزاوية 5.79 µm/N مقابل 43.8 µm/N المُرقمن من الشكل 12(a) — أي **7.6 أضعاف**. صفيحة ألين بهذا القدر تعطي f_1 = 196 Hz لا
- الشكل 12 صالح للأشكال لا للمستويات.
- **دليل مستقلّ يحسم لصالح مقياسنا**: الثابتان `r_Paf = 14e−6 m/N` و`r_Pau = 4e−7 m/V` **مطبوعان في المقالة** (المعادلتان 18–19)، ويطابقان مستوانا المطلق في حدود 13 %. ولو ضربنا منحنياتنا بعامل الشكل 12 (6.36×) لانتُهكت أوزان المقالة نفسها بـ5.5–7.2 أضعاف.



pole gap [Hz]	measured (digitized)	model, patch right	model, patch left
540-1068	1 (788)	1 (818)	0 (-)
1068-2787	1 (1493)	1 (2665)	2 (1975, 2457)
2787-3351	0 (-)	0 (-)	0 (-)
3351-4122	1 (3609)	1 (3751)	0 (-)
MATCH	-	4/4	1/4

الشكل 4 — إعادة إنتاج الشكل 12: استجابة نقطة القيادة عند الزاوية العليا اليمنى وأصفارها المحسوبة بدقّة، ودالّة «توتر ← إزاحة» للوضعين، وجدول توزيع الأصفار.

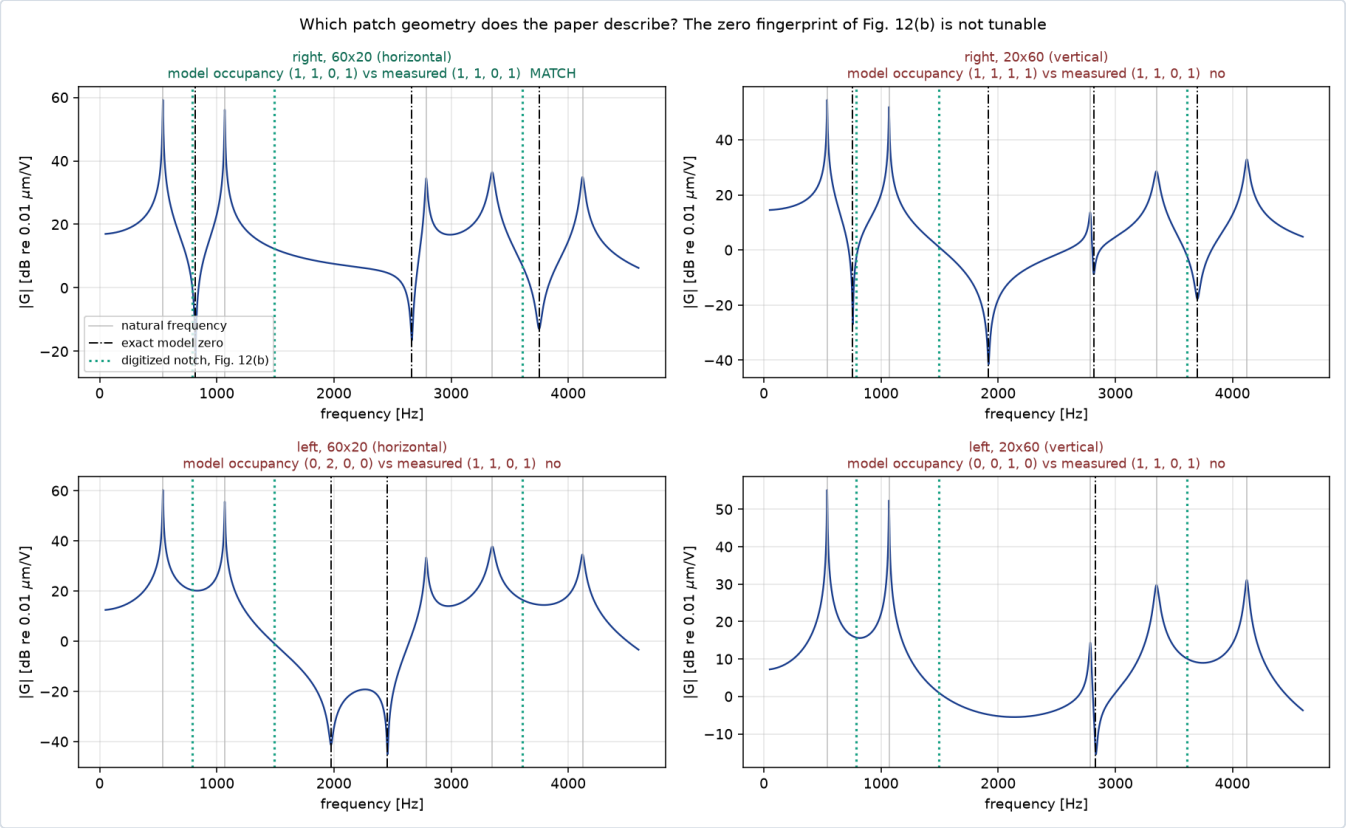
3.6 موضع الرقعة ووجهتها: تحسمها بصمة إشارات لا تُضبط

عدد أصفار دالّة النقل «توتر ← إزاحة» في كلّ فترة بين قطبين متتاليين تحدّده **إشارات** البواقي `D_obs(i)·H_Pe(i)`، أي الهندسة وحدها. القياس (قِمم مقلوبة عميقة عند 3609 Hz / 1493 / 788 مقابل الأقطاب 540 / 1068 / 2787 / 3351 / 4122) يعطي التوزيع (1, 1, 0, 1):

الوضع	التوزيع	مطابقة
يمين، 60 mm على x × 20 mm على z	**(1, 1, 0, 1)**	✅ **الوحيد**
يمين، 20×60	(1, 1, 1, 1)	✗
يسار، 60×20	(0, 0, 2, 0)	✗
يسار، 20×60	(0, 1, 0, 0)	✗

ونموذج العناصر المنتهية المستقلّ يعطي البصمة نفسها والأصفار نفسها (818/2655/3750 مقابل 818/2665/3751 Hz)، **والفشل المتبقّي نفسه** على الصفر الأوسط. النتيجة تُرجّح §5 من المقالة («right lower corner of the plate back») على §3 و(«left lower corner») §4.1.

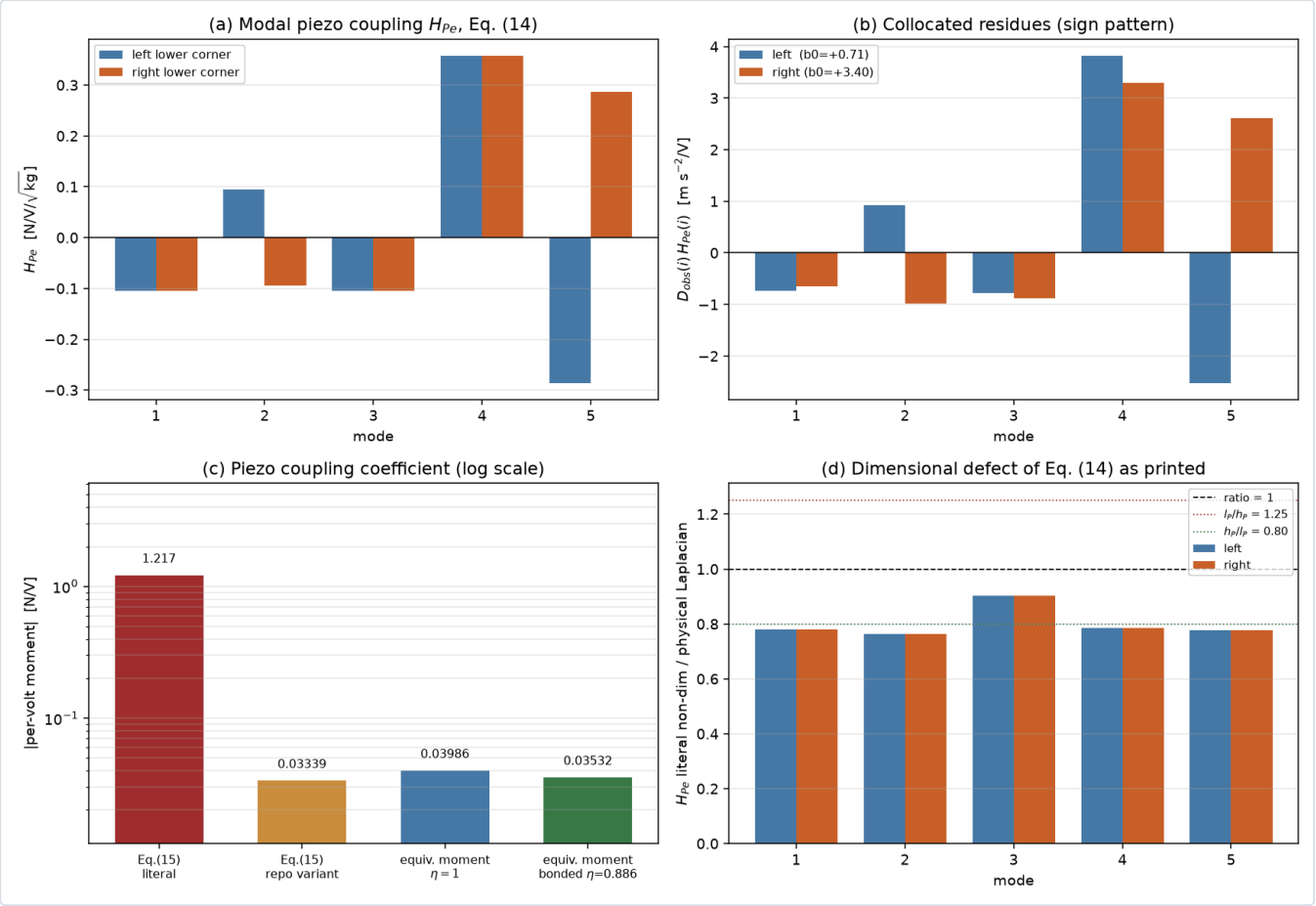
وللنتيجة ثمن يجب ذكره: بهذه الهندسة تصبح إشارات البواقي `[−1 −1 −1 +1 +1]`، فزوج المشغّل/الحسّاس **غير ثنائي**، وكسب المنظومة سالب في التردّد المنخفض وموجب في المرتفع. وهذا ما يجعل مقارنة المتحكّمَين في `COMPARAISON_ADRC_FOPID.md` أصعب — وأصدق.



الشكل 5 — الأوضاع الأربعة الممكنة للرقعة: بصمة أصفار الشكل 12(b) لا تُطابَق إلّا بالزاوية السفلى اليمنى، 60 mm على x و20 mm على z.

3.7 الاقتران الكهرضغطي: المعادلة (14) مؤكَّدة، والمعادلة (15) مُشكِلة

- **المعادلة (14)**: صيغتها الحافّية وصيغة اللابلاسيان المساحي متطابقتان إلى 5.3×10^{-15} ... 4.5×10^{-16} بتربيعين مستقلَّين تمامًا. ونقل الشيفرة لها صحيح إلى 2×10^{-15}.
- **العيب البُعدي في المعادلة (14) كما طُبعت**: الصيغة اللابُعدية تزن I_xx + I_zz بينما الفيزيائية تزن 0.80 I_xx + 1.25 I_zz. الفارق −20.8 % على سلطة التحكّم الكلّية. الصيغة الفيزيائية هي الصحيحة (رقعة إجهاد مستحثّ تطبّق عزمًا خطّيًا متماثل المناحي).
- **المعادلة (15) كما طُبعت غير صالحة عدديًا**: P_M = 0.932580 بينما قطب المقام عند 0.985185، أي على بعد 5.6 % من التفرّد؛ المقام 0.071017 والحساسية +18.7. تعطي −1.2171 N/V، أي **34.5 ضعف** نموذج العزم المكافئ — و1.2 N/V لرقعة PZT بسماكة 0.7 mm وd_{31} = 175 pm/V **مستحيل فيزيائيًا**. الشيفرة تقرأ المقام بإشارة معاكسة فتحصل على −0.033387 N/V (على بعد 5.8 % من العزم المكافئ بلصق واقعي) — وهذا الانحراف صار **موثّقًا صراحةً** في `chebyshev_plate.py`.

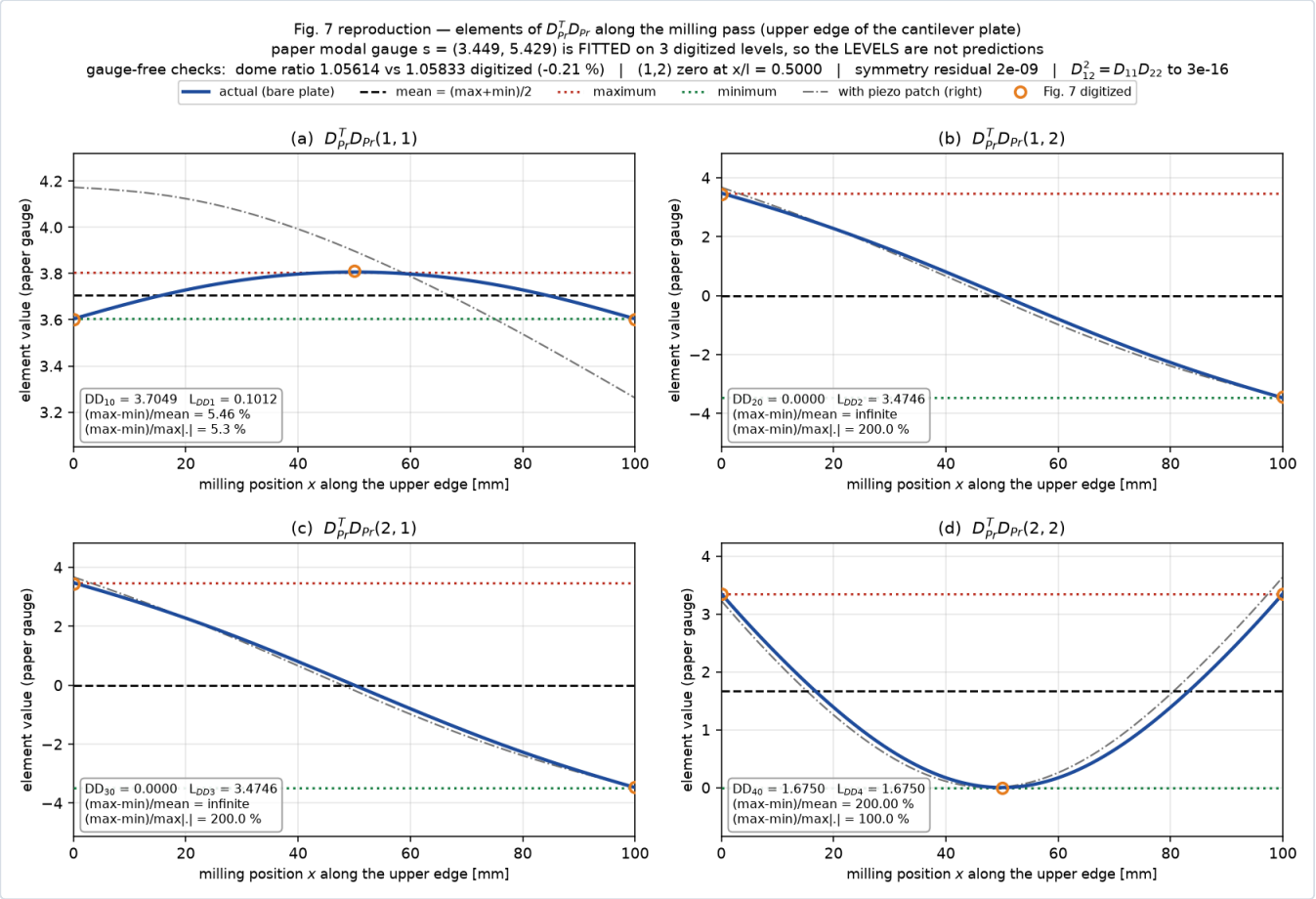


الشكل 6 — الاقتران الكهرضغطي: H_Pe لكل نمط وإشارات البواقي للوضعين، ومقارنة المعادلة (15) بنموذج العزم المكافئ، وأثر الصيغة اللابُعدية مقابل اللابلاسيان الفيزيائي.

3.8 الشكل 7 (تغيّر `DᵀD` مع الموضع): البنية مؤكَّدة، والمستويات مُعايَرة

المؤكَّد **بلا معايرة**: بنية اللوحات الأربع، وتماثل المنحنيات (إلى 2×10^{-8})، وصفر (1,2) وعقدة (2,2) عند x/l_P = 0.5000 بالضبط، ونسبة قبّة 1.05614 = (1,1) مقابل 1.05833 مُرقمنة (−0.21 %)، ويعطي نموذج العناصر المنتهية 1.05665). وادّعاء المقالة الكيفي مؤكَّد بعامل 37: التغيّر النسبي 5.46 % للعنصر (1,1) مقابل 200 % لـ(2,2) ولانهائي لـ(1,2).

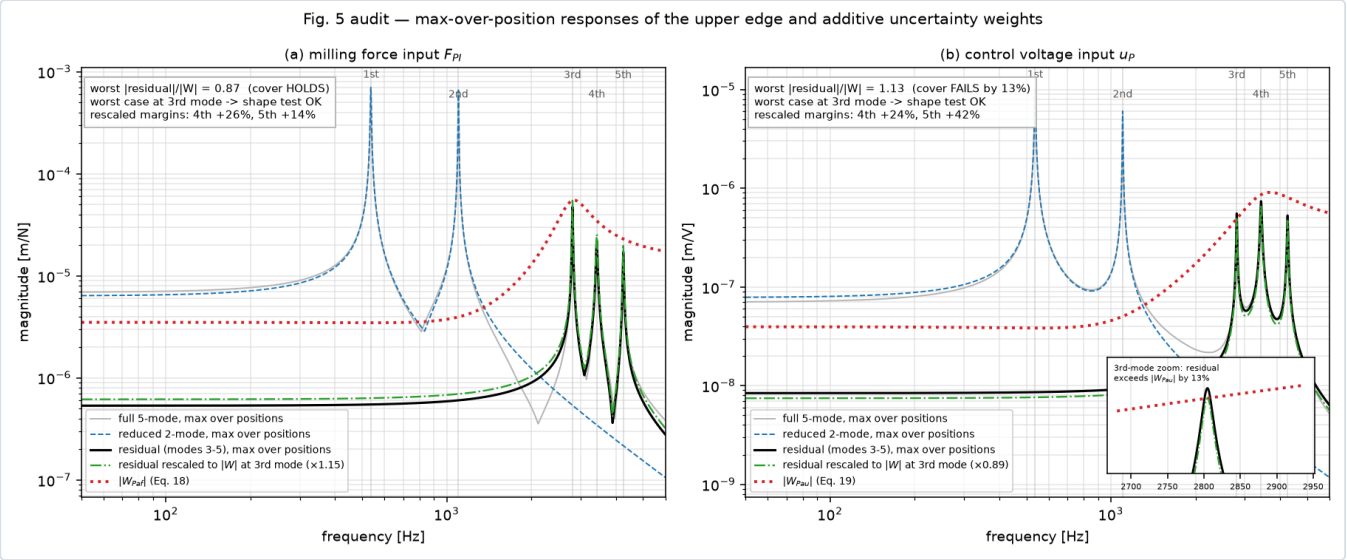
تحفّظان: (أ) مستويات الشكل 7 مُعايَرة لا متنبَّأ بها؛ الرقم الوحيد المستقلّ عن المعايرة هو نسبة القبّة. (ب) أرقام المقالة الأربعة تنتهك المتطابقة $D_{12}^2 = D_{11}\cdot D_{22}$ بـ−1.31 % (نموذجنا يحقّقها إلى 3×10^{-16})، فأيّ مقارنة مستوى دون 1.3 % بلا معنى. (ج) **الشكل 7 محسوب على صفيحة عارية**: الصفيحة المُرقَّعة غير متماثلة بـ14 %.



الشكل 7 — إعادة إنتاج الشكل 7: عناصر D_PrᵀD_Pr على طول الحافّة العليا مع القيم الفعلية والمتوسّطة والقصوى والدنيا.

3.9 أوزان عدم اليقين (الشكل 5): مؤكَّدة شكلًا، بانتهاك طفيف في القناة الجهدية

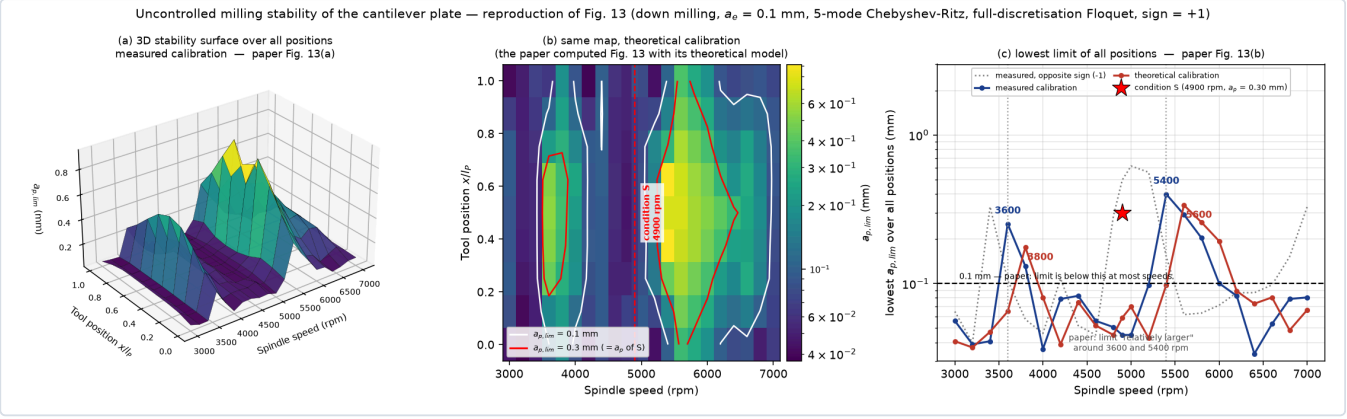
- فرضية الاقتطاع مؤكَّدة: قمّة النمطين 1–2 تفوق الأنماط 3–5 بـ14.8–41.2 ضعفًا (قناة القوة) و14.2–19.9 (قناة الجهد).
- الأوزان تبلغ ذروتها حيث تعيش الأنماط المقتطعة: |W_Paf| عند 2844 Hz مقابل النمط الثالث 2805 (+1.40 %)، و|W_Pau| عند 3690 مقابل النمط الرابع 3423 (+7.81 %).
- الاختبار **العديم المقياس** (وهو الحاسم بحكم §3.5): أسوأ نسبة 1.0000 (قوة) و1.0003 (جهد) — أي التغطية قائمة بحدّها تمامًا.
- **انحراف**: بالمستويات المطلقة، القناة الجهدية **تنقص التغطية بـ12.7 %** عند النمط الثالث (تصبح 16.7 % بالمعايرة على الترددات المقيسة). قناة القوة مُغطّاة (0.866).



الشكل 8 — إعادة إنتاج الشكل 5: أقصى استجابة على كل المواضع مقابل الوزنين W_Paf وW_Pau للمعادلتين (18)–(19).

3.10 الشكل 13 (فصوص بلا تحكّم): مؤكَّد على المعايرة المقيسة

الادّعاء	النتيجة
«الحدّ دون 0.1 mm في معظم السرعات»	15/22 سرعة (68 %) بالمعايرة المقيسة، (77 %) 17/22 بالنظرية؛ الوسيط 0.081 / 0.074 mm
«أكبر نسبيًا حول 3600 و5400 tr/min»	**مؤكَّد تمامًا بالمعايرة المقيسة**: أكبر قمّتين عند 5400 (0.400 mm، الرتبة 1/22) و3600 (0.252 mm، الرتبة 3/22)
المعايرة النظرية	**انحراف**: القمّتان تنزاحان 200+ tr/min (5600 و3800). والمقالة حسبت الشكل 13 بنموذجها النظري — فالمفارقة أنّ المعايرة المقيسة تطابق أرقامها المعلنة أفضل
الحالة S	`a_p,lim(4900) = 0.037–0.053 mm`، أي أنّ 0.30 mm تتجاوز الحدّ بـ5.6–8.5 أضعاف ⇒ التباعُد حتميّ
بنية السطح	الحدّ يتغيّر بعامل وسيط 2.26 على طول الحافّة (حتى 7.7 أضعاف عند 6400 tr/min)، والأدنى عند طرف الحافّة في **91 %** من السرعات



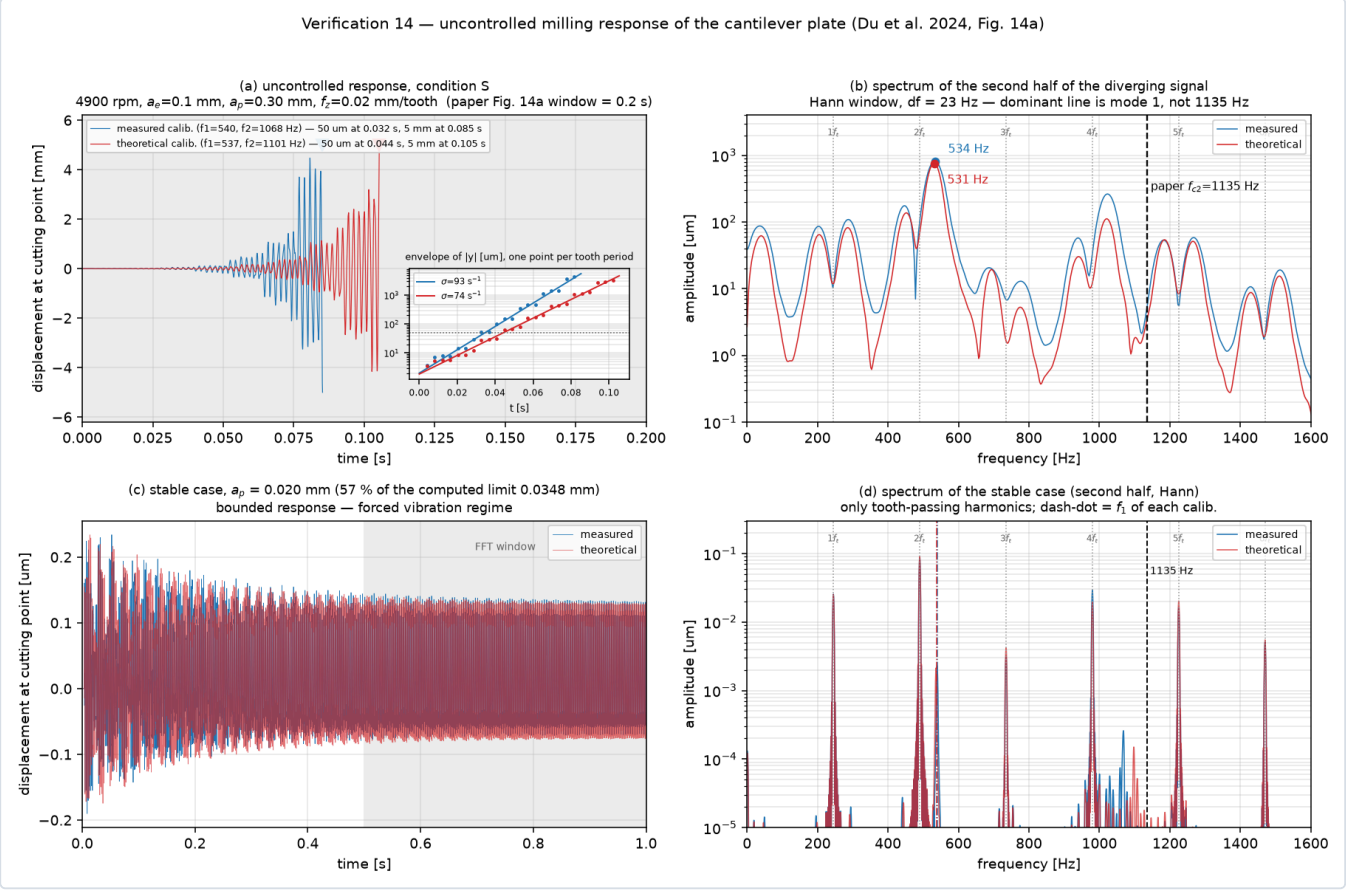
الشكل 9 — إعادة إنتاج الشكل 13: سطح الاستقرار على (سرعة × موضع)، وأدنى حدّ على كل المواضع مقابل السرعة، بالمعايرتين المقيسة والنظرية.

3.11 الشكل 14: التباعُد مؤكّد، وتردّد الرجفان منحرف — بتفسير مُقاس

مؤكَّد: الاستجابة تتجاوز 50 µm عند 0.032 s و5 mm عند 0.085 s (معايرة مقيسة)، فتُفسَّر عبارة المقالة «الشكل 14(a) يعرض 0.2 s فقط بسبب التباعُد». والعدديات مُتحقَّقة: مضاعفة `n_sub` تغيّر زمن بلوغ 5 mm بـ0.007 %، ومعدّل النموّ الزمني يطابق مُضاعِف فلوكيه في حدود 2.6 %، والطيف كلّه هو مشط فلوكيه |±f_pv + k·f_t| (8 خطوط مرصودة من 11 متنبّأ بها، تطابق دون 2 Hz).

انحراف صريح: الخطّ المهيمن 533.8 Hz (النمط الأوّل) لا 1135 Hz المنشور — أي −53 %. وعند 1135 Hz لا يحمل الطيف سوى 0.6 % من الذروة.

التفسير مُقاس لا مُفترَض: عند x = 0 حيث تقف الأداة في نافذة الـ0.2 s، تعطي النظرية المتوسَّطة من الرتبة صفر حدَّين شبه متعادلين: 0.0381 mm للنمط الأوّل مقابل 0.0427 mm للنمط الثاني — فارق 12 % فقط، بينما الأنماط 3–5 أقلّ حرجية بـ40–20 ضعفًا. وفي مواضع أخرى للحافّة يملك النمط الثاني عقدةً فينهار حدّه إلى 16.6 mm. فالمفاضلة بين النمطين **هامشية وتعتمد على الموضع**؛ هذا النموذج يحسمها للنمط الأوّل والمقالة تحسمها للثاني. والنمط الثاني غير مستقرّ هنا أيضًا (ρ = 1.078 عند 1053 Hz)، لكنّه غير مهيمن. وتجارب المقالة نفسها (الشكل 20) تُظهر f_c1 = 580 Hz وf_c2 = 1123 Hz **معًا** بأكبر سعتين.



الشكل 10 — إعادة إنتاج الشكل 14(a): تباعُد الحالة S وطيفه، والحالة المستقرّة عند عمق أصغر — الخطّ المهيمن هو النمط الأوّل (534 Hz) لا 1135 Hz.

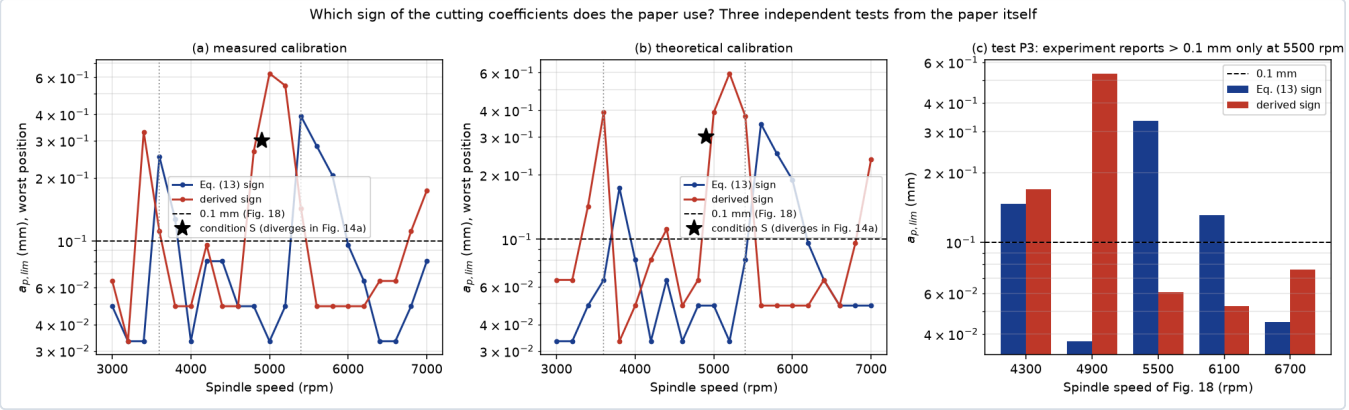
3.12 أيّ إشارة لـ α_3, α_4 تستعملها المقالة فعلًا؟

المقالة تتناقض مع نفسها: انطلاقًا من معادلاتها (1)، (2)، (5) و(10) نحصل على $(K - \alpha_4 D^T D)q(t) + \alpha_4 D^T D\, q(t-\tau)$، بينما معادلتاها (12)–(13) تعطيان الإشارتين **معكوستين**. والاختيار ليس تجميليًا: هو يُبادل قِمم الفصوص بوديانها، فيغيّر الحدّ **عند سرعة بعينها** بعامل عشرة.

ثلاثة أدلّة مستقلّة من المقالة نفسها تحسم لصالح **المعادلة (13) كما نُشرت**:

الاختبار	ما تقوله المقالة	المعادلة (13)	الإشارة المشتقّة
الشكل 13(b)	قِمم «حول 3600 و5400 tr/min»	**5400 (0.400 mm، الرتبة 1/22) و3600 (0.252 mm، الرتبة 3/22)** ✅	5000 و3400 tr/min ✗
الشكل 14(a)	الحالة S تتباعد	الحدّ 0.037 mm ⇒ **تتباعد عند 0.085 s** ✅	الحدّ 0.536 mm ⇒ **مستقرّة** عند 2.4 µm ✗
الشكل 18 (تجريبي)	5500 tr/min وحدها تصمد فوق 0.1 mm	5500 هي **الأعلى** (0.333 mm) ✅	5500 هي **الأدنى** (0.061 mm) ✗

القراءة الحرفية للاختبار الثالث («دون 0.1 mm في كل السرعات عدا 5500») **لا تتحقّق لأيّ من الإشارتين** — 4300 و6100 تتجاوزان الحدّ أيضًا — لكنّ المميِّز الحاسم، أيّ سرعة هي الشاذّة، قاطع. فالخطأ في المعادلات الوسيطة للمقالة لا في معادلتها (13)، وطبقتا هذا المستودع تتبعان الآن المعادلة (13) معًا.



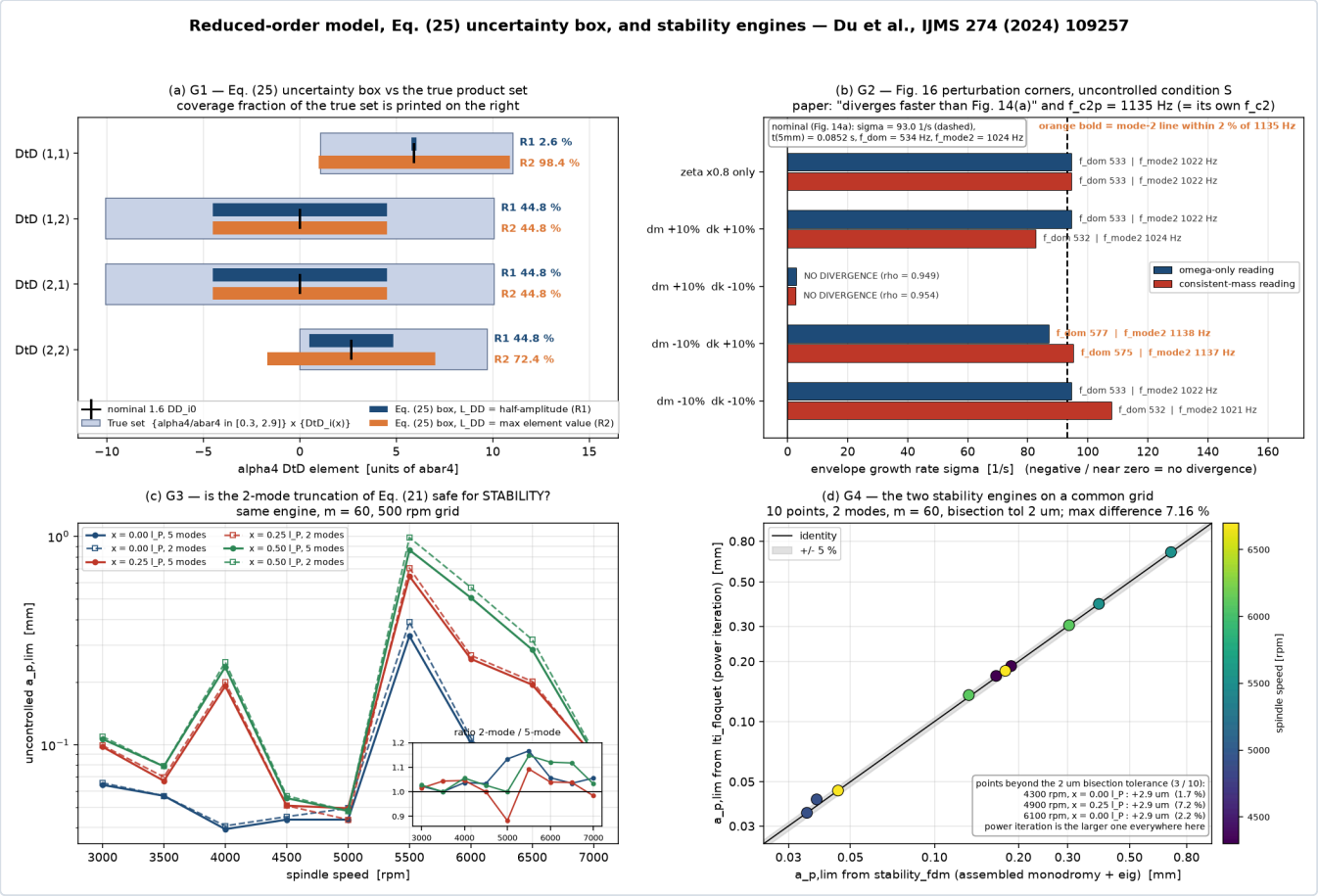
الشكل 11 — اختبار إشارة α_3, α_4: الفصوص بالإشارتين على المعايرتين، ونقطة الحالة S، وسرعات الشكل 18 التجريبي.

3.13 المعادلة (25): حاصل ضرب مجالين ليس مجال الحواصل

المعادلة (25) تكتب اضطراب $\alpha_4 \cdot D^T D$ على شكل `L_Pα · L_DD_i · δ_i` حول القيمة الاسمية α_{40} `· DD_i0`. لكنّ ضرب مجالَي $\alpha_4 \in [0.3, 2.9]\bar{\alpha}_4$ و `DD_i(x) ∈ [DD_i0 ± L_DD_i]` يعطي نصف قطر `1.3|DD_i0| + 2.9 L_DD_i` — والمعادلة (25) تحتفظ بالحدّ الأخير وحده، فيسقط **الحدّ المتقاطع** `1.3|DD_i0|`. الأثر بأرقام الشكل 7 في معايرة المقالة:

العنصر	المجموعة الحقيقية (بوحدات $\bar{\alpha}_4$)	صندوق المعادلة (25)	التغطية
(1,1)	[1.081, 11.038]	[5.796, 6.059]	**2.6 %**
(2,1) = (1,2)	[−10.076, 10.076]	[−4.517, 4.517]	**44.8 %**
(2,2)	[0, 9.715]	[0.502, 4.857]	**44.8 %** (وإزاحة مركز −22.4 %)

على العنصر (1,1) الحدّ المفقود يساوي **37 ضعف** الحدّ المُحتفَظ به. وللإنصاف، نصّ المعادلة (24) («الحدّ الأعلى لتغيّر العنصر») يحتمل قراءةً ثانية — `L_DD_i` = القيمة القصوى لا نصف السعة — وعندها ترتفع تغطية (1,1) إلى 98.4 % و(2,2) إلى 72.4 %، بينما يبقى (1,2) عند 44.8 %. أي أنّ القراءة الثانية **تُنقذ العنصر الأوّل وحده**، وهي مدافَع عنها فقط حين $L \ll |DD_0|$.



الشكل 12 — تغطية المعادلة (25) لكلّ عنصر، والحالة المضطربة ±10 % للشكل 16، واقتطاع النمطين مقابل خمسة أنماط، والتحقّق المتقاطع بين محرّكَي الاستقرار.

4. خلاصة التحقيق

المستوى	الحكم
الطريقة (Chebyshev–Ritz، المعادلات 6–10، الملحق)	**منقولة بأمانة**؛ تقطيعان مستقلّان يتّفقان إلى 0.002 %
قوى القطع (المعادلات 2–5)	**مطابقة** إلى 5×10^{-14}
معادلة الحركة (13)	**منقولة حرفيًا**؛ وإشارتها هي التي تدعمها أشكال المقالة الثلاثة
الاقتران (14)	**مؤكَّد** رياضيًا؛ عيب بُعدي في صيغته اللابُعدية
الاقتران (15)	**غير صالح كما طُبع** (34.5 ضعفًا، على بعد 5.6 % من تفرّد)
الجدول 1 مقابل الجدول 4	**غير متّسقين** بـ6.1 % في E/ρ
الشكل 12	الأشكال ✅، المستويات ❌ (عامل 7.6)
الشكل 13	✅ على المعايرة المقيسة، 200+ tr/min على النظرية
الشكل 14	التباعُد ✅، تردّد الرجفان ❌ (النمط 1 لا 2) — والمفاضلة هامشية بـ12 %
الشكل 5	✅ عديم المقياس، 12.7 %− تغطية في القناة الجهدية
الشكل 6 / المعادلة 23	✅ كما تقرؤها المقالة (88.9 %)، ❌ كحدّ لحظي
الشكل 7	البنية ✅، المستويات مُعايَرة

مقارنة عادلة: FOPID مقابل ADRC-FOPID على نموذج المقالة

النموذج هو نموذج المقالة نفسه، بعد التحقّق منه في `MODELE_PAPIER.md`: صفيحة Chebyshev–Ritz بخمسة أنماط، رقعة QDA60-20-0.7 في الزاوية السفلى اليمنى بالوجهة التي تفرضها بصمة الشكل 12(b)، حسّاس في الزاوية العليا اليمنى، ومعادلة الحركة (13) كما نُشرت.

> **هذه ليست مقارنة مع متحكّم المقالة.** المقالة تقترح `μ`-synthesis زائد تحكّمًا بالتأخير؛ ما يلي يقارن **بنيتين أخريين** على النموذج نفسه: FOPID كلاسيكي، و ADRC-FOPID الذي يضيف إليه مُراقب حالة ممتدًّا.

---

1. لماذا «عادلة»، وما الذي يجعلها كذلك

المقارنة بين بنيتَي تحكّم تفسد بسهولة: يكفي أن يُضبط أحدهما بعناية أكبر، أو يُقاس على نموذج يناسبه، أو يُمنح سلطة توتر أكبر. لذلك كلّ ما يمكن توحيده **مُوحَّد**، والفارق الوحيد المتعمَّد هو **بنية المتحكّم**:

العنصر	FOPID	ADRC-FOPID
النموذج، الرقعة، الحسّاس، إشارة α_3, α_4	مطابق	مطابق
عوامل الرتبة الكسرية	Oustaloup، [1 Hz, 100 kHz]، N = 3	مطابق
مرشّح مكافحة الانطواء	Butterworth رتبة 2 عند 8 kHz	مطابق
دالّة الهدف والقيود	`objective.evaluate` نفسها	مطابق
القيود	Ms ≤ 2 على شبكة مُحلَّلة بالرنينات، الجهد ≥ 450 V/N، استقرار اسمي	مطابق
تشبّع المضخّم في المجال الزمني	±150 V	مطابق
أعماق السَّبر ومواضع التقييم	مطابقة داخل البروتوكول	مطابقة
بذور PSO	(1, 2, 3, 4)	نفسها
اتّفاقيتا إشارة الحلقة	كلتاهما تُستقصى	كلتاهما تُستقصى
التقييم النهائي	تنصيف نسبي، فلوكيه m = 200، خمسة أنماط	مطابق
عدد البارامترات	**5** (`Kp, Ki, Kd, λ, μ`)	**7** (+ ω_0, b_0)
عدد الحالات	**16**	**19**
حجم الإسراب	30 جسيمًا	38 جسيمًا
عدد التقييمات	3150	3990

«**تكافؤ التقييمات» ليس ضمان إنصاف.** بقياسٍ على ثلاثة مناظر مرجعية بالكود نفسه، فجوة الأمثلية بميزانية متساوية أكبر بـ1.9–2.4 ضعفًا في 7 أبعاد منها في 5. لذلك يُساوى ما يُهمّ فعلًا — **جودة البحث** — بإسراب متناسب مع البُعد (10 + 4·n)، ويُذكر عدد التقييمات كما هو بدل إخفائه.

وميزانية النصف الميت تُعاد. اتّفاقية الإشارة `+1` في صندوق ADRC-FOPID لا تحوي أيّ متحكّم مستقرّ اسميًا (0 من 2500 عيّنة، و0 من 798 تقييمًا في التحرّي)، بينما نصفا صندوق FOPID منتجان. فبدل إنفاق نصف الميزانية في فراغ: **تحرِّ ببذرة واحدة لكلّ اتّفاقية، ثمّ ثلاث بذور تكرير على الاتّفاقية الحيّة** — للبنيتين معًا وبالبذور نفسها.

البروتوكولان

المقالة تصمّم على نموذج مُختزل بنمطين (المعادلة 21) بينما الصفيحة الحقيقية بخمسة أنماط. هذا الفارق **يقلب كلّ شيء**، لذلك يُشغَّل البروتوكولان:

- **البروتوكول A** — الهدف والقيود على النموذج المُختزل (نمطان)، والتقييم النهائي على الخمسة. يقيس أثر **النقص النمذجي**.
- **البروتوكول B** — الهدف والقيود والتقييم كلّها على الخمسة أنماط. يقيس **الأداء الأقصى بنموذج مثالي**، ويمنع أيّ بنية من أن تُكافأ لاستغلالها ثغرات نموذج التصميم.

في الحالتين **البنيتان تخضعان للبروتوكول نفسه**.

دالّة الهدف: تقدير `a_p,lim` مباشرةً

المعيار المطلوب هو الحدّ المحوري نفسه. حسابه بالتنصيف داخل حلقة PSO مكلف (12–15 تقييمًا لكلّ موضع)، فيُقدَّر من ثلاث أعماق سَبر باستيفاء **أوّل عبور صاعد** لـ max_x log ρ خلال الصفر:

```
J = â_p,lim [mm]  =  استيفاء خطّي لأوّل عبور  max_{x} log ρ(a_p, x) = 0
   المواضع : x/l_P ∈ {0, 0.125, 0.25, 0.5, 0.75, 1}
   (0.70 ,0.30 ,0.12) : الأعماق mm للبروتوكول B (3.0 ,1.5 ,0.5) ؛ mm للبروتوكول A
```

> **لماذا لا الصيغة السابقة؟** كان الهدف J = −متوسّط(log ρ) ويُوصَف بأنّه «رتيب تمامًا» في `a_p,lim`. **وهو ليس كذلك**: ما إن تتجاوز سَبرةٌ الحدَّ حتى يقيس حدُّها «مدى عدم الاستقرار» عند عمق لا يبلغه أحد، وهي كمّية بلا علاقة رتيبة بأوّل عبور. القياس على عشرة متحكّمات فاعلة: تاو كِندَل بين `J` والحدّ الحقيقي **0.809 فقط**، مع انقلابات **بين البنيتين**. الصيغة الحالية بالمليمتر ورتبتها تطابق الكمّية المقصودة بحكم البناء.

وأعماق السَّبر **تتبع البروتوكول** لأنّها يجب أن تُحيط بالمجال القابل للبلوغ على نموذج التصنيف نفسه: نموذج النمطين أسهل بكثير، ومع أعماق البروتوكول B كان يُشبع سقف المُقدِّر فيتوقّف التمييز.

---

2. النتائج

2.0 نقطة المرجع: الصفيحة بلا تحكّم

كلّ الأرقام تُقسَم على هذا العمود، فيجب تثبيته أوّلًا (تنصيف نسبي، فلوكيه m = 200، خمسة أنماط، معايرة على الترددات المقيسة):

	القيمة
متوسّط الحدّ على 3000–7000 tr/min	**0.102 mm**
أدنى حدّ على كل السرعات	**0.030 mm**
الحدّ عند 4900 tr/min (أسوأ موضع)	**0.037 mm**
الحالة S (ap = 0.30 mm)	تتباعد عند **0.085 s**

2.1 البروتوكول A — تصميم على النموذج المُختزل: انهيار للبنيتين معًا

هذا هو **نموذج التصميم الذي تستعمله المقالة** (المعادلة 21، نمطان). النتيجة قاطعة:

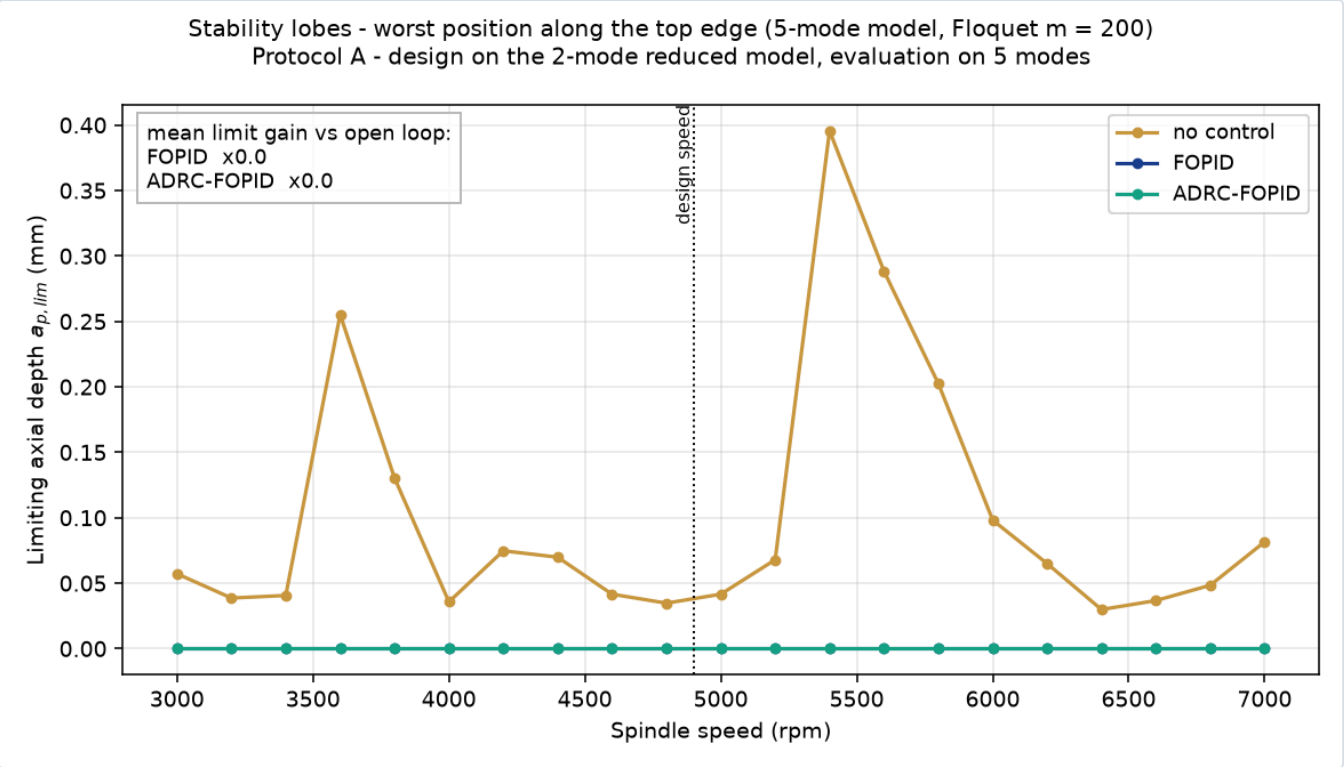
الكمّية	بلا تحكّم	FOPID	ADRC-FOPID
البارامترات / الحالات	—	16 / 5	19 / 7
تقييمات PSO	—	3150	3990
الهدف `J` (على نموذج التصميم)	—	+1.5514 mm	**+1.7243 mm**
الحدّ على **نموذج التصميم** (نمطان)	0.037	**1.823 mm**	1.785 mm
الحدّ على الصفيحة الحقيقية (5 أنماط)	0.037	**0.000**	**0.000**
متوسّط الفصوص على الصفيحة الحقيقية	0.102	**0.000**	**0.000**
أبطأ قطب اسمي على الصفيحة الحقيقية	—	**+5885 s^{-1}**	**+6314 s^{-1}**
الحالة S: التباعُد	0.085 s	0.093 s	0.093 s
التوتر عند S (ذروة / متوسّط)	—	150 / **148.8 V**	150 / **148.7 V**
خطوات التشبّع عند S	—	**14 114**	**14 151**

القراءة. المكسب الظاهر على نموذج التصميم هائل (49× للبنيتين)، ويتبخّر **بالكامل** على الصفيحة الحقيقية: القطبان الاسميّان يقفزان إلى $+5.9\times10^{3}$ و$+6.3\times10^{3}\ s^{-1}$، أي أنّ المتحكّمَين **يُزعزعان استقرار الصفيحة** بدل أن يثبّتاها، والمضخّم مُشبَع عند ±150 V في 14 ألف خطوة من أصل 15 ألفًا. أسوأ من غياب التحكّم تمامًا.

ومتانتهما صفر في كل الحالات المُختبَرة (انحراف نمطي، تخميد ±10 %، ×0.8 كتلة/صلابة، معايرة نظرية): العمود كلّه 0.000 mm.

> **هذه ليست نتيجة ضدّ المقالة، بل تبرير مستقلّ لما تفعله.** المقالة لا تقتطع إلى نمطين وتكتفي: القسم 3.1 يُغطّي الأنماط 3+ بعدم يقين جمعي `Δ_Pa(s)·W_Pa(s)` (المعادلتان 18–19) ويصمّم بـ`μ`-synthesis على النظام المُوسَّع. تجربتنا تقيس ما يحدث **بدون** تلك الآلية على النموذج نفسه: انهيار كامل للبنيتين. أي أنّ آلية عدم اليقين الجمعي في تلك المقالة **ضرورة لا زينة** — وهذا أحد أوضح ما أنتجه هذا العمل.

ولاحظ أنّ الفارق بين البنيتين على نموذج التصميم (0.173 mm) **أصغر من تشتّت بذور FOPID نفسه** (0.906)، فلا يُعتدّ به أصلًا؛ وكلتاهما تلامس حدود صندوق البحث (`mu = 0.999` لـFOPID و`log_wo = 5.447` لـADRC)، وهو ما يعني أنّ الصندوق — لا البنية — هو ما يحدّهما هناك. أي أنّ البروتوكول A **لا يفصل بين البنيتين**؛ هو يفصل بين «التصميم على نموذج مُختزل» و«التصميم على الصفيحة».



الشكل 13 — البروتوكول A: فصوص الاستقرار على الصفيحة الحقيقية. البنيتان المصمَّمتان على النموذج المُختزل تعطيان صفرًا عند كل سرعة.

Fair comparison summary - identical plant, objective, constraints, seeds and evaluation;
swarm size scales with dimension, so the evaluation count differs and is reported
Protocol A - design on the 2-mode reduced model, evaluation on 5 modes

quantity	no control	FOPID	ADRC-FOPID
Design parameters	-	5	7
Controller states	-	16	19
PSO evaluations	-	3150	3990
Objective J	-	+1.551	+1.724
Lobes, mean 3000-7000 rpm (mm)	0.102	0.000	0.000
Lobes, minimum (mm)	0.030	0.000	0.000
Limit at 4900 rpm, worst position (mm)	0.037	0.000	0.000
Max displacement, a_p = 0.30 mm (μm)	diverges	diverges	diverges
Peak voltage, a_p = 0.30 mm (V)	-	150.0	150.0
Mean |voltage|, a_p = 0.30 mm (V)	-	148.77	148.74
Saturated steps, a_p = 0.30 mm	-	14114	14151
Max displacement, a_p = 0.60 mm (μm)	diverges	diverges	diverges
Peak voltage, a_p = 0.60 mm (V)	-	150.0	150.0
Mean |voltage|, a_p = 0.60 mm (V)	-	140.94	141.97
Saturated steps, a_p = 0.60 mm	-	5070	5312
Modulus margin M_s (constraint 2.0)	-	1.839	2.015
Actuator effort (V/N, constraint 450)	-	250	304
Slowest nominal pole (1/s)	-	5884.7	6314.1

الشكل 14 — البروتوكول A: جدول الأرقام الكامل.

2.2 البروتوكول B — تصميم وتقييم على الصفيحة الحقيقية

هنا تُقاس البنيتان على ما هو موجود فعلًا. وهذه هي المقارنة ذات المعنى.

الكمّية	بلا تحكّم	FOPID	ADRC-FOPID
البارامترات / الحالات	—	**16 / 5**	19 / 7
تقييمات PSO (إسراب متناسب مع البُعد)	—	3150	3990
اتّفاقية الإشارة المُختارة	—	+1	−1
الهدف `J` (تقدير `a_p,lim`)	—	**+0.2827 mm**	+0.1859 mm
متوسّط الفصوص 3000–7000	0.102	**0.250 mm** (2.45×)	0.188 mm (1.84×)
أدنى فصّ	0.030	**0.154 mm** (5.1×)	0.111 mm (3.7×)
الحدّ عند 4900، أسوأ موضع	0.037	**0.239 mm** (6.5×)	0.146 mm (4.0×)
هامش الوحدة `Ms` (قيد ≥ 2)	—	1.983	1.957
الجهد (قيد ≥ 450 V/N)	—	140	133
أبطأ قطب اسمي	—	**−0.7 s^{-1}**	−15.3 s^{-1}

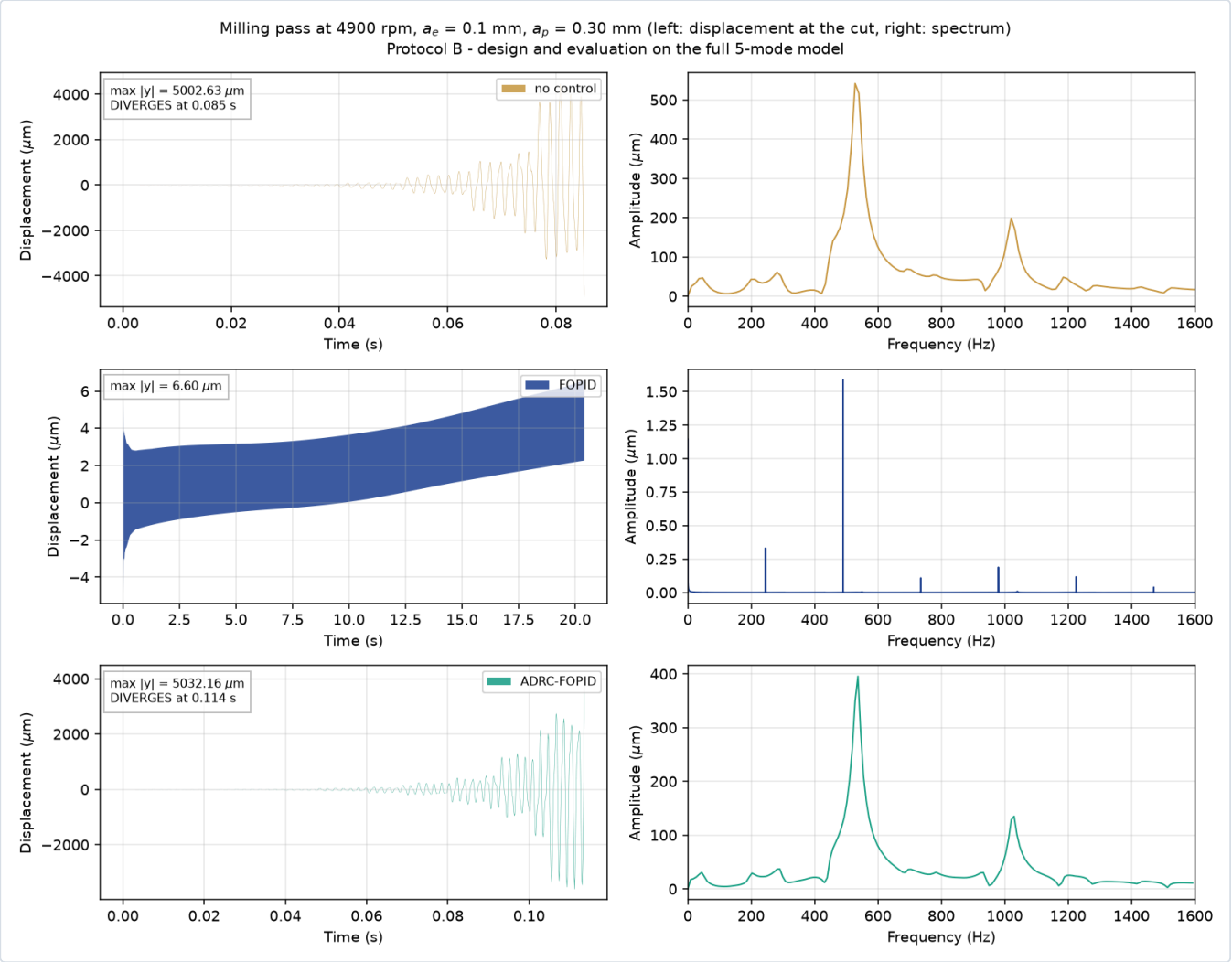
FOPID يتفوّق على كلّ مقياس مجمَّع: 33% + على متوسّط الفصوص، 39% + على أدنى فصّ، 64% + على أسوأ موضع — **ببارامترين أقلّ وثلاث حالات أقلّ**. والفارق في `J` (0.097 mm) أكبر من أوسع تشتّت بذور (0.033) بثلاثة أضعاف، فهو ليس صدفة تحسين.

الحالة S للمقالة نفسها — الاختبار الأوضح

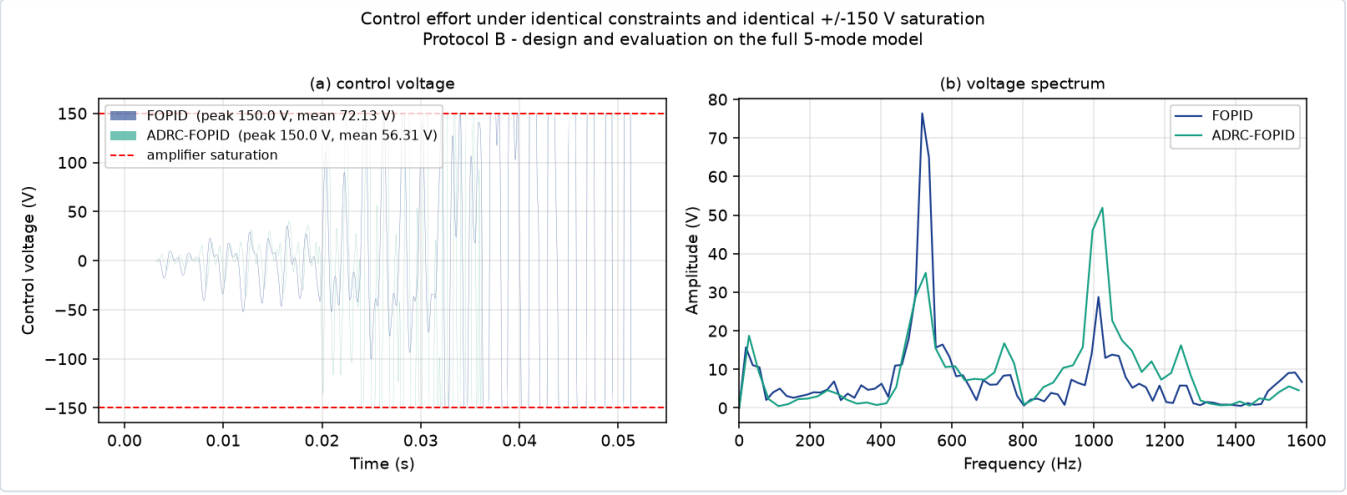
عند 4900 tr/min وap = 0.30 mm (نقطة الشكل 14(a)) التي تتباعد بلا تحكّم)، ممرّ كامل 20.4 s، تشبّع ±150 V مطبَّق بالتساوي:

	النتيجة	أقصى إزاحة	ذروة التوتر	متوسّط التوتر	خطوات التشبّع
بلا تحكّم	تتباعد عند **0.085 s**	5000 µm	—	—	—
FOPID	**مستقرّ**	**6.60 µm**	**61.8 V**	34.4 V	**0**
ADRC-FOPID	يتباعد عند 0.114 s	5032 µm	150 V	49.3 V	3462

FOPID يُثبّت نقطة تشغيل المقالة بـ62 V ذروةً وبلا أيّ تشبّع؛ وADRC-FOPID يفشل عندها ويبلغ سقف المضخّم قبل التباعُد. وعند 0.60 mm يتباعد الاثنان — وهو **متّسق تمامًا** مع حدَّيهما المحسوبَين ترددياً (0.239 و0.146 mm). اتّفاق التحليل الترددي مع المحاكاة الزمنية هو اختبار الاتّساق الذي لم يكن يمرّ قبل تصحيح تأخير خطوة في حلقة التغذية الراجعة.



الشكل 15 — الحالة S (4900 tr/min، ap = 0.30 mm): بلا تحكّم تتباعد عند 0.085 s برجفان عند 534 Hz؛ FOPID يُثبّت الممرّ كلّه (6.6 μm) بطيف لا يحوي سوى توافقيات مرور الأسنان؛ وADRC-FOPID يتباعد عند 0.114 s.



الشكل 16 — التوتر عند الحالة S: FOPID يبلغ 61.8 V ذروةً بلا أيّ تشبّع، وADRC-FOPID يصل إلى سقف المضخّم 150 V.

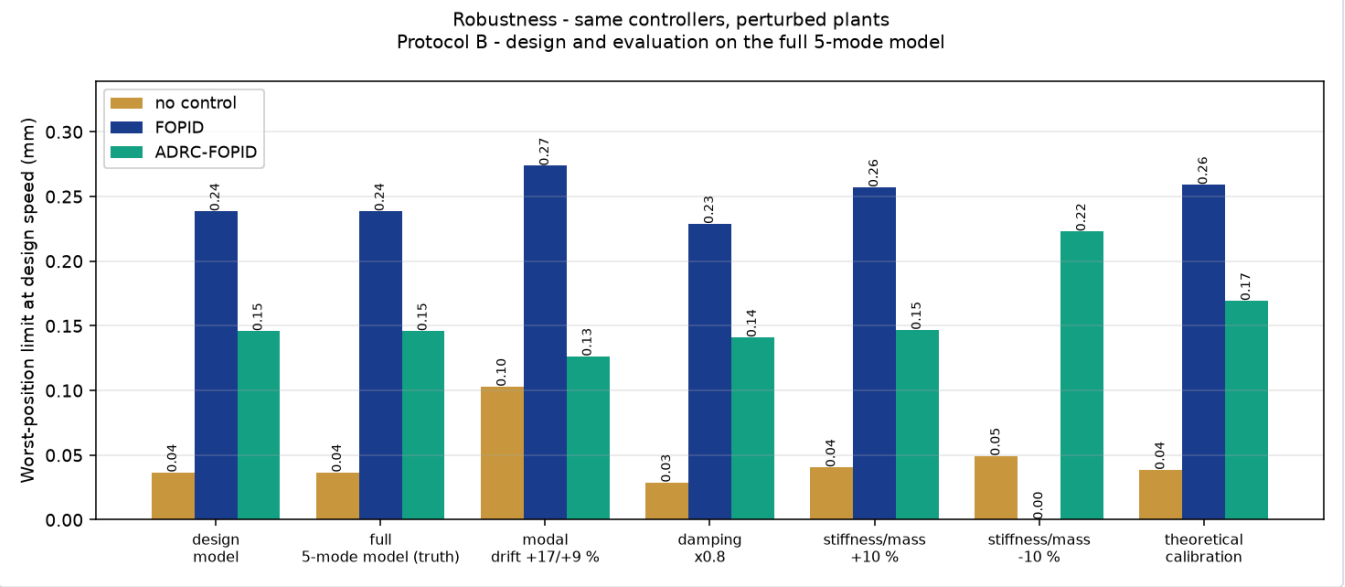
المتانة — وهنا ينقلب الترتيب مرّة واحدة

الحالة	بلا تحكّم	FOPID	ADRC-FOPID
النموذج الاسمي	0.037	**0.239**	0.146
انحراف نمطي % 9+ / 17+ (المقاس في §5)	0.103	**0.274**	0.126
تخميد 0.8×	0.029	**0.229**	0.141
كتلة/صلابة % 10+	0.041	**0.257**	0.147
كتلة/صلابة % 10−	0.049	❌ **0.000**	✅ **0.223**
معايرة نظرية (الجدول 4)	0.039	**0.259**	0.169

FOPID أفضل في خمس حالات من ستّ، ثمّ ينهار إلى الصفر في السادسة. عند % 10− على الكتلة والصلابة (أي ترددات أدنى بـ% 5) يفقد الاستقرار تمامًا، بينما يصعد ADRC-FOPID إلى أفضل قيمة له (0.223 mm). وهذا ليس مصادفة: أبطأ قطب اسمي لـFOPID هو **$-0.7\ s^{-1}$**، أي على حافّة الاستقرار، مقابل $-15.3\ s^{-1}$ لـADRC-FOPID. الأداء العالي الذي يبلغه FOPID مشتراة بهامش رقيق، وانزياح نمطي بسيط في الاتّجاه الخطأ يستهلكه كلّه.

فالخلاصة العملية ليست «FOPID أفضل» على إطلاقها، بل:

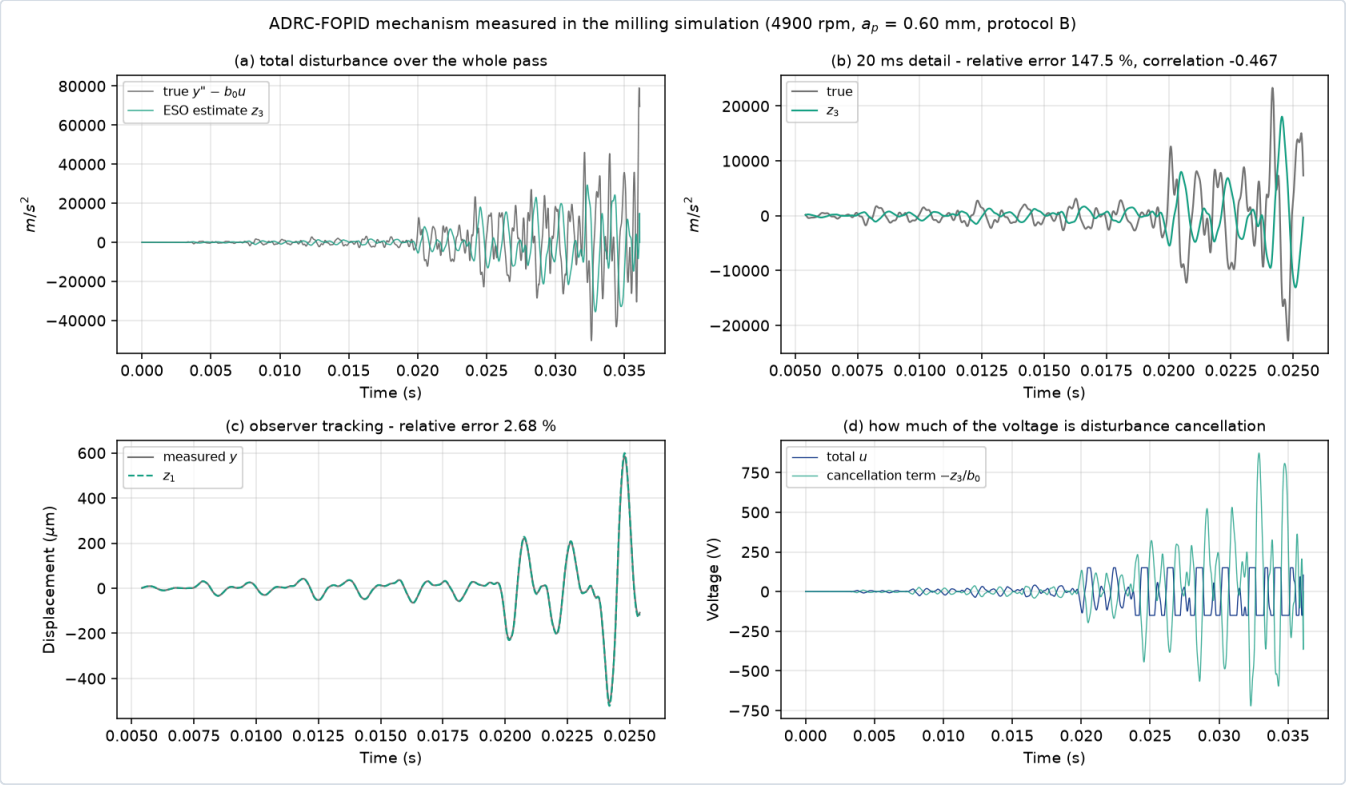
> **FOPID يعطي أداءً أعلى بـ% 33–64 وسلوكًا زمنيًا أنظف، وADRC-FOPID يعطي أرضيةً أضمن.** إن كانت بارامترات الصفيحة معروفة في حدود بضعة بالمئة — وهي كذلك بعد تجربة نمطية — فـFOPID هو الخيار. وإن كان إزالة المادّة سيُزيح الأنماط نزولًا أثناء الشغل بمقدار غير معلوم، فأرضية ADRC-FOPID المسطّحة تشتري أمانًا يستحقّ بارامترَيه الإضافيَّين.



الشكل 17 — المتانة: FOPID أفضل في خمس حالات من ستّ، وينهار إلى الصفر عند % 10− على الكتلة والصلابة حيث يصمد ADRC-FOPID عند 0.223 mm.

آليّة ADRC مقيسة لا مفترَضة (`fig_eso_B.png`)

تسجيل حالات المُراقب أثناء الممرّ يُظهر أنّ `z1` يتابع القياس بخطأ نسبي **2.7 %**، لكنّ تقدير الاضطراب الكلّي `z3` يبتعد عن $\ddot{y} - b_0 u$ بخطأ نسبي **147 %** وارتباط **−0.47**. أي أنّ المُراقب **يتابع المخرَج ولا يقدّر الاضطراب**. والسبب مباشر ومقيس في `MODELE_PAPIER.md`: كسب القناة `b(ω)` يقلب إشارته داخل نطاق التحكّم (−4.4 عند 1300 Hz مقابل +3.4 عند s→∞)، فالفرضية المؤسِّسة للـADRC — قناة تحكّم ذات كسب معلوم الإشارة — **لا تتحقّق على هذا الزوج غير الثنائي**. هذا تفسير النتيجة، لا عذر لها: البنية تفقد ميزتها حيث تُخرَق فرضيتها.

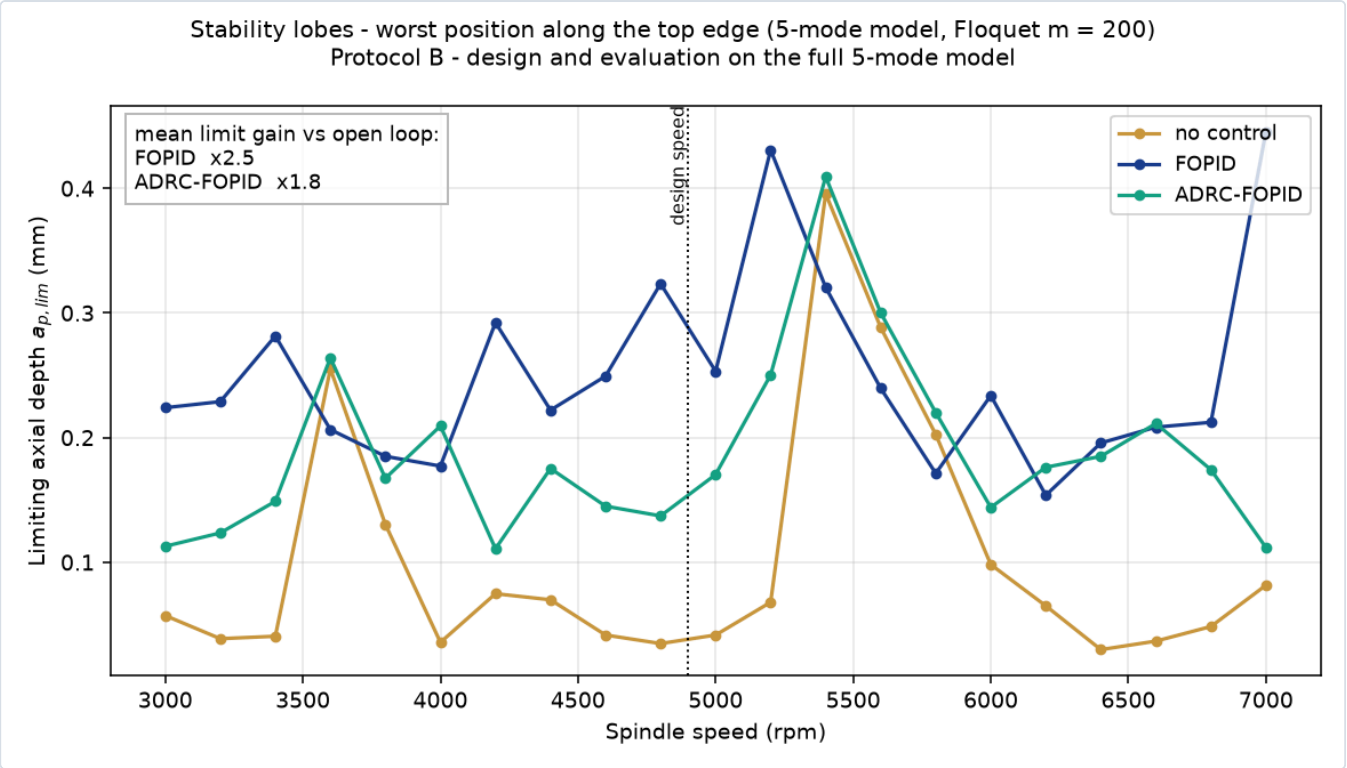


الشكل 18 — آليّة ADRC مقيسة داخل المحاكاة: z_1 يتابع القياس بخطأ 2.7 %، لكنّ z_3 يخطئ الاضطراب الكلّي بـ147 % وبارتباط سالب.

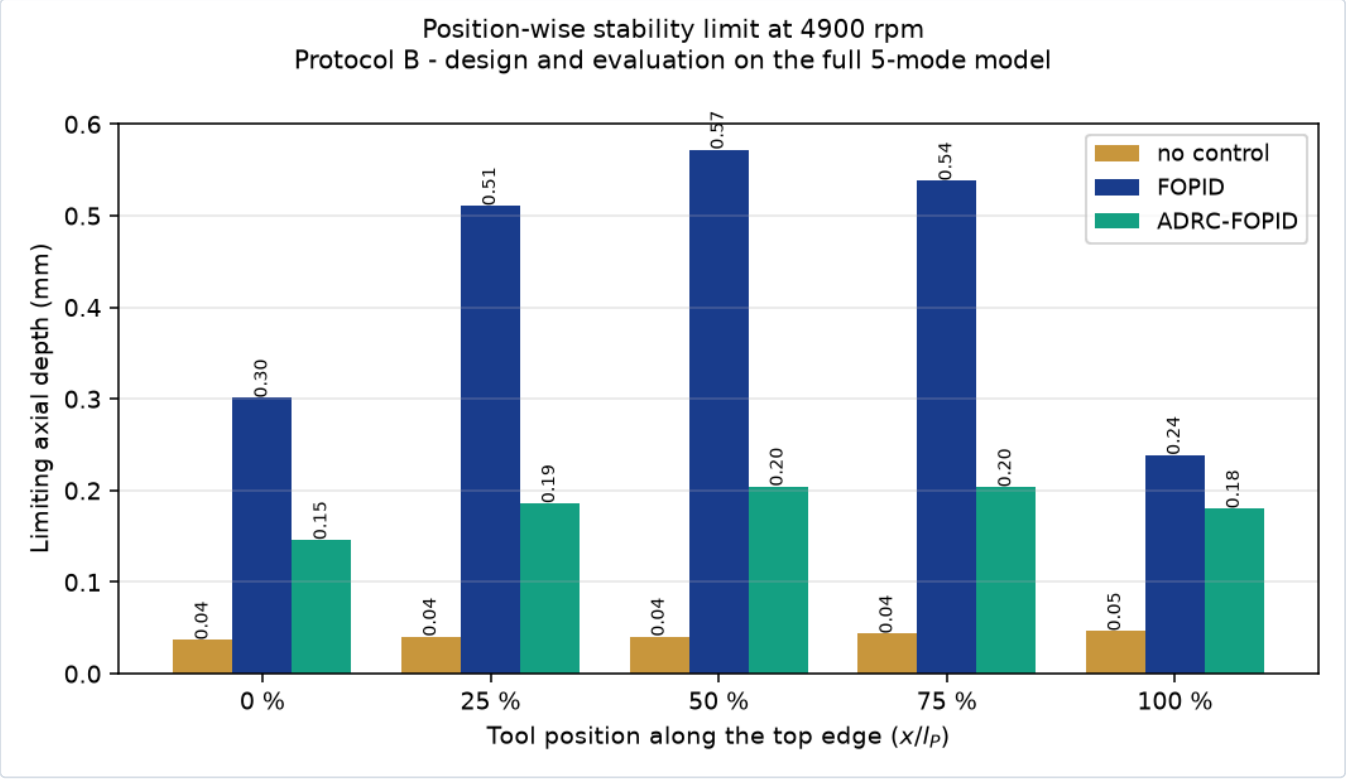
3. الخلاصة

1. **على الصفيحة الحقيقية (البروتوكول B) يفوز FOPID**: 0.250 mm متوسّط فصوص مقابل 0.188، و0.239 mm عند سرعة التصميم مقابل 0.146، وهو الوحيد الذي يُثبّت الحالة S للمقالة (6.6 µm بـ62 V وبلا تشبّع) — ببارامترين أقلّ. الفارق أكبر من تشتّت المُحسِّن بثلاثة أضعاف.
2. **لكنّ ADRC-FOPID أضمن أرضيةً**: عند إزاحة نمطية 5 % − ينهار FOPID إلى الصفر بينما يصعد ADRC إلى أفضل قيمة له. أبطأ قطب اسمي 0.7− مقابل $15.3\ s^{-1}$− يشرح ذلك.
3. **البروتوكول A يقول شيئًا آخر تمامًا**: التصميم على النموذج المُختزل بنمطين — وهو نموذج تصميم المقالة — يجعل **البنيتين معًا تُزعزعان استقرار الصفيحة** (قطبان اسميّان عند 5.9+ و$6.3 \times 10^3\ s^{-1}$+). وهذا تبرير مستقلّ لآلية عدم اليقين الجمعي التي تضيفها المقالة في §3.1.
4. **النتيجة معاكسة لما تعلنه الحزمة الأصلية** (3.42 مقابل 2.11 mm لصالح ADRC-FOPID). الفرق ليس في التفسير بل في أربعة أخطاء مُصلَحة: إشارة قوى القطع، وهندسة الرقعة، وتقارُب فلوكيه، وشبكة قيود لم تكن تقيّد شيئًا.

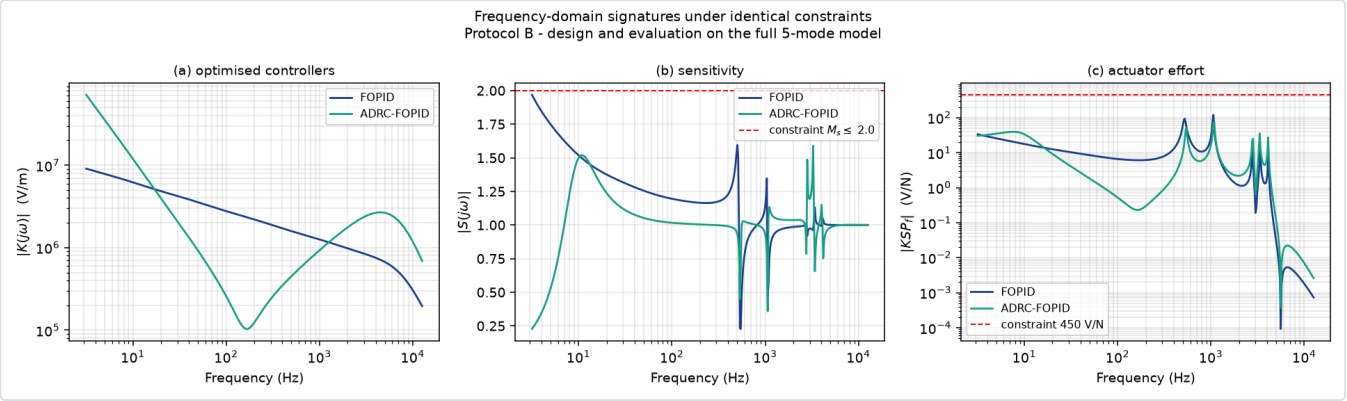
5. **نطاق الصلاحية**: هذه نتيجة على **هذه** الصفيحة، بهذا الزوج غير الثنائي، وبهذا المعيار (أسوأ موضع على الممرّ). ليست حكمًا عامًّا على ADRC مقابل FOPID.



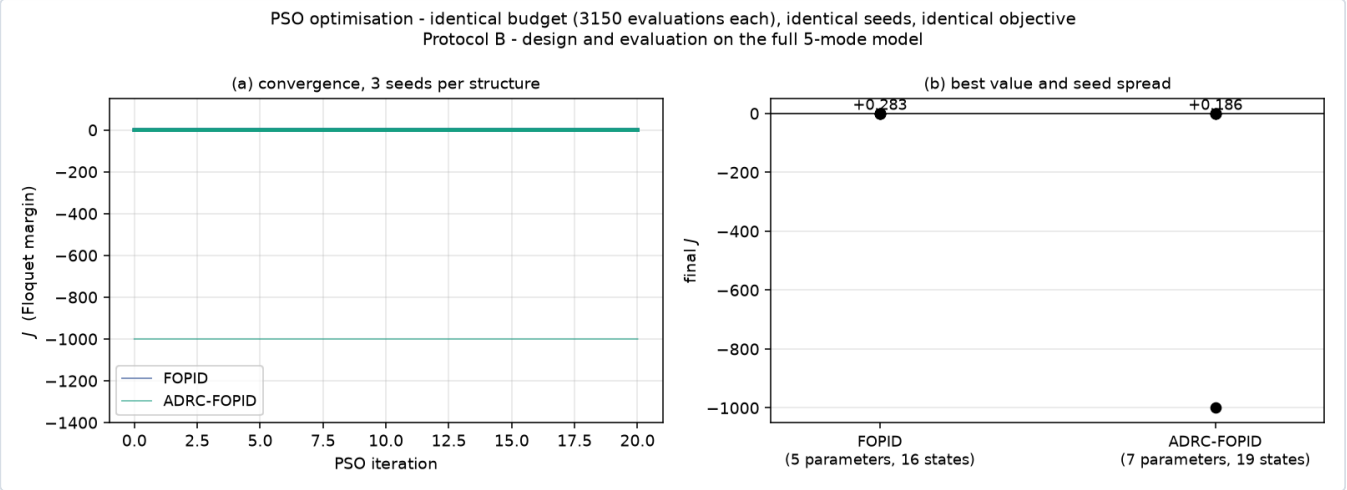
الشكل 19 — البروتوكول B: فصوص الاستقرار الكاملة — FOPID فوق ADRC-FOPID عند كل السرعات تقريبًا.



الشكل 20 — البروتوكول B: الحدّ حسب موضع الأداة عند سرعة التصميم. FOPID أعلى ذروةً، وADRC أكثر تسطُّحًا.



الشكل 21 — التوقيعات الترددية تحت القيود نفسها: |K| و|S| والجهد لكل نيوتن.

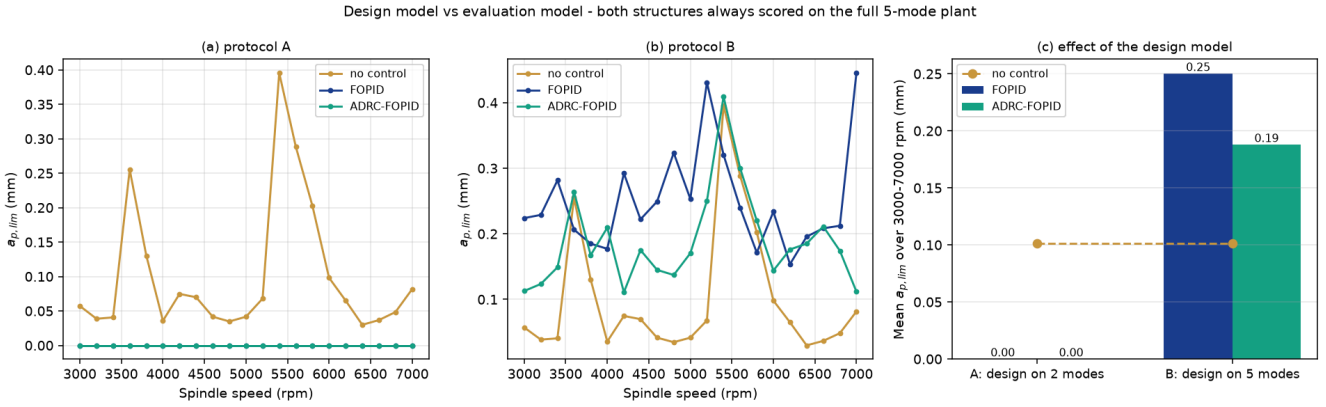


الشكل 22 — تقارُب PSO: تحرٍّ لكلّ اتّفاقية إشارة ثمّ تكرير على الاتّفاقية الحيّة، بالبذور نفسها.

Fair comparison summary - identical plant, objective, constraints, seeds and evaluation;
swarm size scales with dimension, so the evaluation count differs and is reported
Protocol B - design and evaluation on the full 5-mode model

quantity	no control	FOPID	ADRC-FOPID
Design parameters	-	5	7
Controller states	-	16	19
PSO evaluations	-	3150	3990
Objective J	-	+0.283	+0.186
Lobes, mean 3000-7000 rpm (mm)	0.102	0.250	0.188
Lobes, minimum (mm)	0.030	0.154	0.111
Limit at 4900 rpm, worst position (mm)	0.037	0.239	0.146
Max displacement, a_p = 0.30 mm (μm)	diverges	6.60	diverges
Peak voltage, a_p = 0.30 mm (V)	-	61.8	150.0
Mean |voltage|, a_p = 0.30 mm (V)	-	34.45	49.32
Saturated steps, a_p = 0.30 mm	-	0	3462
Max displacement, a_p = 0.60 mm (μm)	diverges	diverges	diverges
Peak voltage, a_p = 0.60 mm (V)	-	150.0	150.0
Mean |voltage|, a_p = 0.60 mm (V)	-	72.13	56.31
Saturated steps, a_p = 0.60 mm	-	2411	1298
Modulus margin M_s (constraint 2.0)	-	1.983	1.957
Actuator effort (V/N, constraint 450)	-	140	133
Slowest nominal pole (1/s)	-	-0.7	-15.3

الشكل 23 — البروتوكول B: جدول الأرقام الكامل.



الشكل 24 — أثر نموذج التصميم: البروتوكول A مقابل B على الصفيحة نفسها.

4. أشكال المقارنة

الشكل	ماذا يُظهر
`fig_pso_{A,B}.png`	تقارُب PSO بثلاث بذور لكلٍّ، والميزانية المتطابقة
`fig_lobes_{A,B}.png`	فصوص الاستقرار: بلا تحكّم / FOPID / ADRC-FOPID
`fig_positions_{A,B}.png`	الحدّ حسب موضع الأداة على الحافّة
`fig_time_S_{A,B}.png`	الحالة S للمقالة (tr/min، ap = 0.3 mm 4900)
`fig_time_{A,B}.png`	عمق أكبر يُجهد الحلقة المغلقة
`fig_voltage_{A,B}.png`	التوتر: زمنيًا وطيفيًا، مع خطّ التشبّع ±150 V
`fig_frequency_{A,B}.png`	|K| و|S| والجهد لكل نيوتن، مع القيود
`fig_robust_{A,B}.png`	متانة: انحراف نمطي، تخميد، % 10± كتلة/صلابة، calage آخر
`fig_eso_{A,B}.png`	آليّة ADRC مقيسة داخل المحاكاة (تقدير الاضطراب الكلّي)
`fig_summary_{A,B}.png`	جدول الأرقام الرئيسية
`fig_protocols.png`	أثر نموذج التصميم: A مقابل B

---

5. تدقيق بروتوكول الإنصاف

`control/audit_fairness.py` يتحقّق بعد كل تشغيل من:

1. **بذور متطابقة**، وميزانية مذكورة كما هي (الإسراب متناسب مع البُعد عمدًا)؛
2. **بورنات غير نشطة**: إذا التصق أمثل بحدّ من حدود البحث، فالحاصر هو الصندوق لا البنية — يُبلَّغ عنه؛
3. **القيود المُشبَعة** لكلٍّ (Ms والجهد)؛
4. **دِقّة PSO**: هل الفارق بين البنيتين أكبر من التشتّت بين بذور البنية الواحدة؟ (البروتوكول B: 0.097 مقابل 0.033 ⇐ نعم. البروتوكول A: 0.173 مقابل 0.906 ⇐ لا.)
5. **إعادة الحساب** بالكود نفسه للتحقّق من أنّ المخزَّن يطابق المُعاد.