Работу выполнили
Самохин Валентин, 676 гр.

под руководством
Нухова А. К.

Маршрут VIII № 3

27 февраля 2018 г.,

Лабораторная работа № 4.2.1: Кольца Ньютона

Цель работы:

- познакомиться с явлением интерференции в тонких плёнках (полосы равной толщины) на примере колец Ньютона и с методикой интерференционных измерений кривизны стеклянной поверхности.

В работе используются: измерительный микроскоп с опак-иллюминатором[1]; плосковыпуклая линза; пластинка из чёрного стекла; ртутная лампа ДРШ; щель; линзы; призма прямого зрения; объектная шкала.

Теоретическая справка.

Плоская волна В общем случае плоская монохроматическая волна имеет вид

$$E(r,t) = a\cos(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \varphi_0), \tag{1}$$

где $\boldsymbol{k}$ - волновой вектор. Плоские монохроматические волны называют также *бегущими плоскими волнами*, подчёркивая таким образом, что волновые поверхности перемещаются в пространстве, и скорость их перемещения - это и есть фазовая скорость.

Сферическая волна Сферическая[2] волна описывается выражением

$$E(r,t) = \frac{a}{r}\cos(\omega t - k\cdot r - \varphi_0). \tag{2}$$

[1]специальное устройство для освещения объекта при работе в отражённом свете
[2]В реальности чисто сферической волна быть не может, т.к. излучает диполь

Комплексная волна В силу формулы Эйлера и того, что линейная суперпозиция решений волнового уравнения также является решением, может быть удобным рассмотрение волны в комплексной форме записи:

$$V(r,t) = a(r)\exp^{-i[\omega t - \varphi(\boldsymbol{r})]}, \tag{3}$$

что можно записать как произведение двух функций, одна из которых

$$f(r) = a(r)\exp^{i\varphi(\boldsymbol{r})}, \tag{4}$$

зависит только от координат - *комплексная амплитуда*, а вторая $\exp^{i\omega t}$ - только от времени.

Уравнение Гельмгольца для комплексных амплитуд

$$\nabla^2 f + k^2 f = 0. \tag{5}$$

Интерференция Если пространстве распространяются две монохроматические волны одинаковой частоты, то для интенсивности результирующего колебания (квадрат амплитуды) по правилу сложения векторов

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\triangle\varphi, \tag{6}$$

где $\triangle\varphi$ - разность фаз.

Интенсивность - величина, пропорциональная плотности потока энергии в волне. Равенство (6) показывает, что плотность потока энергии в результирующей волне не равна в общем случае сумме потоков энергии в слагаемых волнах. В пространстве, где налагаются две волны, происходит перераспределение потоков энергий: в некоторых точках пространства результирующая интенсивностьбольше суммы интенсивностей слагаемых волн, в других точках, наоборот, результирующий поток энергии меньше суммы потоков энергии в слагаемых волнах. Это явление называется **интерференцией**.

В любой двухлучевой интерференционной схеме свет от одного источника приходит в точку наблюдения по двум различным путям r_1 и r_2 (двум "плечам"интерференционной схемы).

Оптический путь - произведение показателя преломления на пройденное светом расстоения.

Контраст интерференционной картины принято характеризовать величиной *видности* V, определяемой равенством

$$\mathcal{V} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \tag{7}$$

При интерференции сферических волн, геометрическое место точек, для которых $r_2 - r_1 = const$ - гиперполоиды вращения, а поверхности интерференционных максимумов - гиперболоиды $r_2 - r_1 = m\lambda$.

При интерференции плоских волн одинаковой частоты и амплитуды мы получим чередующиеся интерференционные полосы. Расстояние l между двумя соседними максимумами (или минимумами) интерференционной картины $I(x)$ называется *шириной интерференционной полосы.*

$$l = \frac{\lambda}{2\sin\frac{\beta}{2}} \simeq \frac{\lambda}{\beta}, \tag{8}$$

где β - угол схождения волн.

Когерентность Волновые или колебательные процессы, протекающие согласованно во времени и пространстве, называют когерентными. Два гармонических колебания являются когерентными, если их разность фаз постоянна во времени. Стабильная интерференционная картина двух волн может наблюдаться, только если колебания в интерферирующих волнах остаются когерентными - то есть имеют практически неизменную разность фаз - в течение времени, достаточного для наблюдения сигнала детектором.

В классической модели время когерентности равно времени затухания (длительности цуга излучения) и равно по порядку величины $\tau_c \simeq 10^{-8}$ с.

Суммарное излучение является суммой излучений большого числа атомов. Уменьшение времени жизни возбужденного состояния приводит к уширению спектпа излучения ($\triangle\omega \sim 2\pi/\tau$).

Из спектрального анализа известно *соотношение неопределенностей*: $\tau_0 \triangle\omega \simeq 2\pi$. Из него получается оценка максимально допустимой разности хода волн и максимального наблюдаемого порядка интерференции:

$$\triangle_{max} = \frac{\lambda^2}{\triangle\lambda},\ m_{max} = \frac{\lambda}{\triangle\lambda} \tag{9}$$

Рассмотрим теперь протяженный источник. Рассмотрение колебаний в различных точках пространства позволяет ввести понятие пространственной когерентности. Количественной мерой пространственной когерентности является функция пространственной когерентности:

$$\Gamma_{12} = \overline{V_1(t)V_2^*(t)} = \overline{A_1(t)A_2^*(t)} \tag{10}$$

Степень пространственной когерентности - нормированная функция пространственной когерентности.

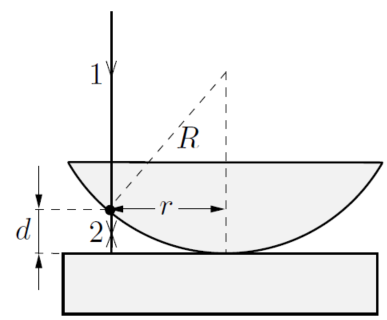
Из-за немонохроматичности и протяжённости источника света интерференционная картина имеет хорошую контрастность (видность) только в определённых областях пространства, т. е. интерференционная картина локализована.

Интерферометры Измерительные приборы, использующие явление интерференции, называют интерферометрами. Оптические интерферометры применяются в физических экспериментах для измерения длин волн спектральных линий, показателей преломления прозрачных сред, абсолютных и относительных длин, для контроля качества оптических деталей и их поверхностей. По числу интерферирующих пучков интерферометры разделяются на два класса - многолучевые и двухлучевые.

Вид интерференционной картины зависит от способа получения когерентных пучков, оптической разности хода, относительной интенсивности, размеров источника, спектрального состава света. Получают когерентные пучки двумя способами - делением волнового фронта и делением амплитуды. В первом способе пучок делится, проходя через два близко расположенных отверстия (как, например, в опыте Юнга). Метод деления волнового фронта прост в реализации, его недостаток - большая апертура интерференции, и как следствие - небольшая интенсивность, поскольку источник должен иметь малые размеры. Второй способ - деление амплитуды - реализуется, когда пучок делится на одной или нескольких частично отражающих поверхностей. Деление амплитуды может применяться при работе с протяжёнными источниками, что обеспечивает большую интенсивность картины (например, в интерферометрах Жамена и Майкельсона).

Кольца Ньютона Этот классический опыт используется для определения радиуса кривизны сферических поверхностей линз. В этом опыте наблюдается интерференция волн, отражённых от границ тонкой воздушной прослойки, образованной сферической поверхностью линзы и плоской стеклянной пластиной. При нормальном падении света интерференционные полосы локализованы на сферической поверхности и являются полосами равной толщины.

Геометрическая разность хода между интерферирующими лучами равна удвоенной толщине воздушного зазора 2d в данном месте. Для точки на сферической поверхности, находящейся на расстоянии r от оси системы, имеем $r_2 = R_2 - (R-d)^2 = 2Rd - d_2$, где R - радиус кривизны сферической поверхности.

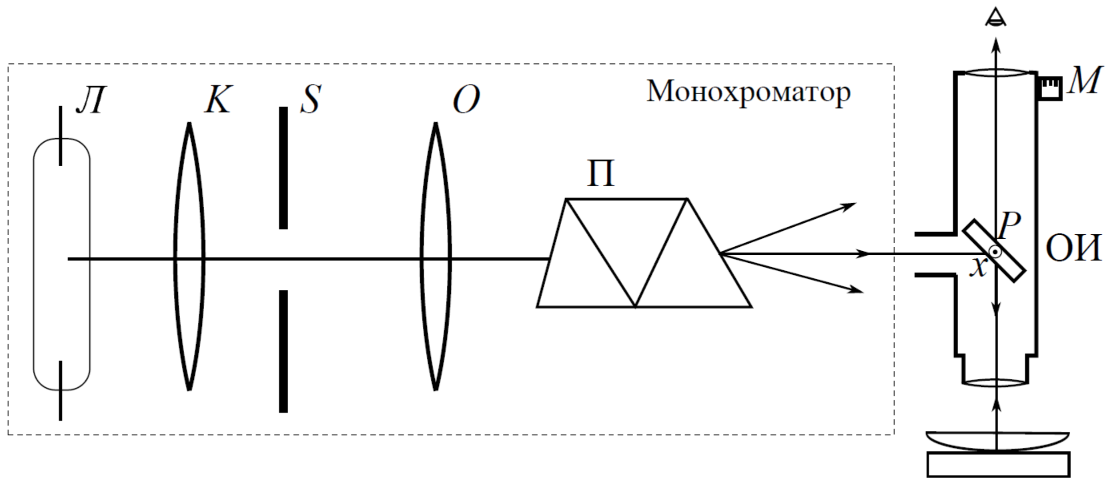


При $R \gg d$ получим $d = r_2/2R$. С учётом изменения фазы на π при отражении волны от оптически более плотной среды (на границе воздух-стекло) получим *оптическую разность хода* интерферирующих лучей:

$$\triangle = 2d + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \tag{11}$$

Радиусы темных колец: $r_m = \sqrt{m\lambda R}$, светлых: $r'_m = \sqrt{(2m-1)\lambda R/2}$

Экспериментальная установка Для протяжённого источника линии равной толщины локализованы на поверхности линзы, если пластинка лежит на линзе, и вблизи поверхности линзы, если линза лежит на пластинке, как в нашем случае. Наблюдение ведётся в отражённом свете.



Источником света служит ртутная лампа, находящаяся в защитном кожухе. Для получения монохроматического света применяется призменный монохроматор, состоящий из конденсора К, коллимато- ра (щель S и объектив O) и призмы прямого зрения П. Эти устройства с помощью рейтеров располагаются на оптической скамье. Свет от монохроматора попадает на опак-иллюминатор (ОИ), расположенный между окуляром и объективом микроскопа - специальное устройство для освещения объекта при работе в отражённом свете. Внутри опак-иллюминатора находится полупрозрачная пластинка P, наклоненная под углом 45° к оптической оси микроскопа. Свет частично отражается от этой пластинки, проходит через объектив микроскопа и попадает на исследуемый объект. Пластинка может поворачиваться вокруг горизонтальной оси x, а опак-иллюминатор - вокруг вертикальной оси.

Определение радиуса кривизны Для определения радиуса кривизны линзы измеряют диаметры колец: устанавливают перекрестие на середину какого-либо достаточно удалённого от центра, но ещё отчётливо видимого тёмного кольца и снимают отсчёт по окулярной шкале: целые деления отсчитываются слева от риски, проходящей через окулярную шкалу, десятые и сотые доли деления - по окулярному микрометрическому винту M. Перемещая перекрестие, последовательно устанавливают его на середины тёмных колец и записывают соответствующие показания окулярной шкалы и микрометра. После прохождения через центральное пятно продолжают измерения, записывая возрастающие номера колец и координаты их диаметров. Для устранения ошибок, возникающих из-за люфта в винте, перекрестие всегда следует подводить к кольцу с одной стороны. Цену одного деления окулярной шкалы определяют сравнивая её с изображением эталонной (объектной) шкалы. По разности отсчётов определяют диаметры, а затем и радиусы тёмных колец. Аналогичная серия измерений выполняется для светлых колец Ньютона.

Наблюдение биений При освещении системы светом, содержащим две спектральные компоненты, наблюдается характерная картина биений: чёткость интерференционных колец периодически изменяется. Это объясняется наложением двух систем интерференционных колец, возникающих для разных длин волн λ_1 и λ_2. Чёткие кольца в результирующей картине образуются при наложении светлых колец на светлые и тёмных на тёмные. Размытые кольца получаются при наложении светлых колец одной картины на тёмные кольца другой. Нетрудно рассчитать период возникающих биений. Пусть в проме- жутке между двумя центрами соседних чётких участков укладывается m колец для спектральной линии с длиной волны λ_1. Тогда в этом промежутке должно располагаться $(\triangle m + 1)$ колец для спектральной линии с длиной волны λ_2 (при $\lambda_2 < \lambda_1$). Для освещения входного окна опак-иллюминатора сразу двумя спектральными линиями (например, жёлтой и зелёной) можно расфокусировать монохроматор, смещая объектив О и призму. Если смешать две линии не удаётся, то, убрав призму прямого зрения, можно объективом О сфокусировать на окно опак-иллюминатора белый свет ртутной лампы. Результаты измерений не изменятся, так как остальные линии в спектре ртутной лампы заметно слабее жёлтой и зелёной.

Обработка результатов

Определение радиуса кривизны Теория говорит (см. раздел "Кольца Ньютона"), что радиусы темных и светлых колец, полученных в результате интерференции, равны соответственно $r_m = \sqrt{m\lambda R}$ и $r'_m = \sqrt{(2m-1)\lambda R/2}$. Возведя данные равенства в квадрат, получим формулу для радиуса кривизны линзы. При этом радиус кривизны будет равен величине коэффициенту наклона прямой, выражающей зависимость $r_m^2/\lambda(m)$. Построим эти графики (с учетом калибровки, проведенной в конце работы, 1 деление шкалы микроскопа примерно равняется $0,100 \pm 0,001$ мм).

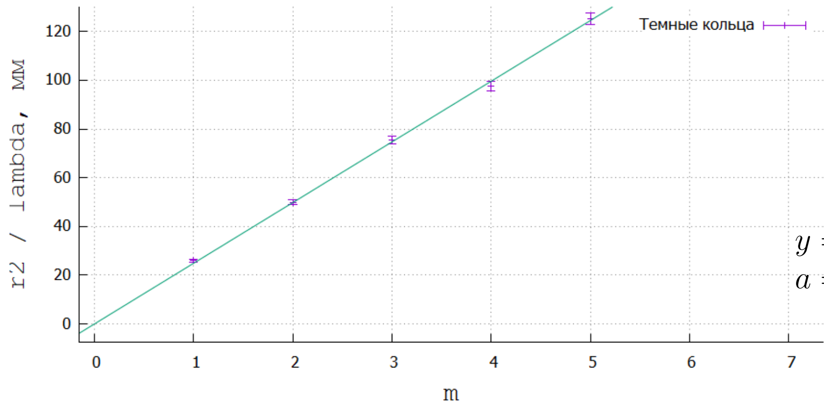
Таблица 1: Подсчет радиусов темных колец

№	левый край, дел. шкалы	правый край, дел. шкалы	d, дел. шкалы	r_m, мм
1	2,42	4,8	2,38	0,119
2	2,04	5,34	3,3	0,165
3	1,7	5,78	4,06	0,203
4	1,49	6,11	4,62	0,231
5	1,22	6,45	5,23	0,2615

Таблица 2: Подсчет радиусов светлых колец

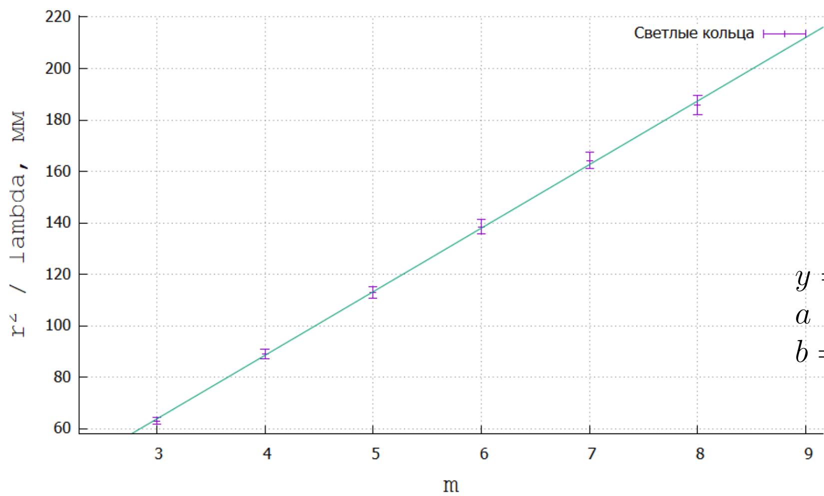
№	левый край, дел. шкалы	правый край, дел. шкалы	d, дел. шкалы	r_m, мм
3	2,05	5,76	3,71	0,1885
4	1,71	6,12	4,41	0,2205
5	1,44	6,41	4,97	0,2485
6	1,22	6,72	5,5	0,275
7	0,99	6,98	5,99	0,2995
8	0,78	7,15	6,37	0,3185

По полученным данным построим графики зависимости $\frac{r_m^2}{\lambda} = f(m)$.



$y = ax$
$a = \rho = (24,89 \pm 0,16)$ мм

Рис. 1: График зависимости $\frac{r_m^2}{\lambda} = f(m)$ для темных колец



$y = ax + b$
$a = \rho = (25,05 \pm 0,26)$ мм
$b = (-11,8 \pm 1,1)$ мм

Рис. 2: График зависимости $\frac{r_m^2}{\lambda} = f(m)$ для светлых колец

В результате получили значение для радиуса кривизны $\boxed{\rho = (25,00 \pm 0,26) mm}$.

Наблюдение биений Найдем разность длин волн желтого и зеленого цвета по картине биений.

При биениях мы имеем наложения m минимума одной волны и $m+1$ минимума другой. Для радиусов темных колец имеем:

$$r_1 = \sqrt{mR\lambda_1},\ r_2 = \sqrt{(m-1)R\lambda_2} \tag{12}$$

Приравняв две величины, получим, что

$$\Delta m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda},$$

откуда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{\Delta m} \tag{13}$$

В результате работы мы получили значение $m \simeq 13,5 \pm 0,5$. Тогда:

$$\boxed{\Delta\lambda = 40,5 \pm 1,5}$$

Значение для желтой волны - $586,5 \pm 1,5$ нм, что соответствует табличному значению (589 нм).

Вывод В ходе работы мы проделали классический опыт с получением колец Ньютона при нормальном падении света. Измерив диаметры темных и светлых колец и построив графики зависимостей, мы смогли определить радиус кривизны линзы, использовавшейся в работе. Также мы наблюдали картину биений. Оценив периодичность четких промежутков, мы смогли определить длину волны желтого цвета по длине волны зеленого цвета. Полученный результат сошелся с табличным.