

# Лабораторная работа №1.3

## Эффект Рамзауэра - рассеяние медленных электронов на атомах

Выполнили студенты 676(б) группы *Агафонов Артем* и *Самохин Валентин*

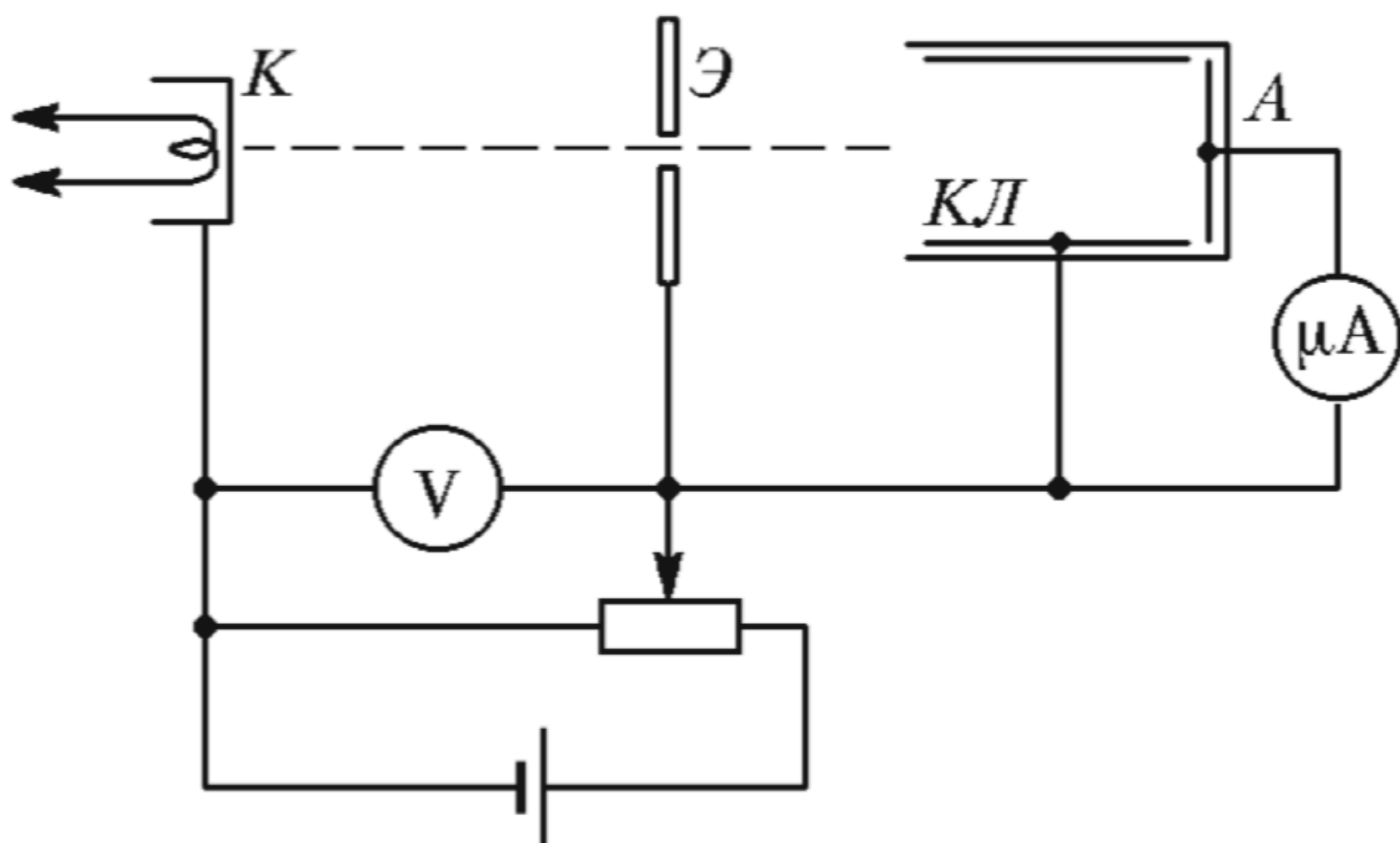
Под руководством *Почернина И.Г.*

### Теоретическое введение

Эффективное сечение реакции --- это величина, характеризующая вероятность перехода системы двух сталкивающихся частиц в результате их рассеяния (упругого или неупругого) в определенное конечное состояние. Сечение  $\sigma$  это отношение числа таких переходов  $N$  в единицу времени к плотности потока  $n\nu$  рассеиваемых частиц, падающих на мишень, т.е. к числу частиц, попадающих в единицу времени на единичную площадку, перпендикулярную к их скорости.

$$\sigma = \frac{N}{n\nu}$$

**Схема установки для измерения сечения рассеяния электронов в газах**



Эффект Рамзауэра нельзя объяснить с позиций классической теории. С квантовой же точки зрения картина рассеяния выглядит следующим образом. Внутри атома потенциальная энергия налетающего электрона отлична от нуля, скорость электрона меняется, становясь равной  $v'$  в соответствии с законом сохранения энергии:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + U$$

а значит, изменяется и длина его волны де Бройля. Таким образом, по отношению к электронной волне атом ведет себя как преломляющая среда с относительным показателем преломления:

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{1 - \frac{U}{E}}$$

Решение задачи о рассеянии электрона на сферическом потенциале достаточно громоздко. Поэтому рассмотрим более простое одномерное приближение: электрон рассеивается на потенциальной яме конечной глубины. Уравнение Шрёдингера в этом случае имеет вид:

$$\psi'' + k^2 \psi = 0 \quad k^2 = \begin{cases} k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \\ k_2^2 = \frac{2m(E+U_0)}{\hbar^2} \end{cases}$$

Коэффициент прохождения равен отношению квадратов амплитуд прошедшей и падающей волн и определяется выражением:

$$D = \frac{16k_1^2 k_2^2}{16k_1^2 k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 l)}$$

Видно, что коэффициент прохождения частицы над ямой, в зависимости от её энергии, имеет вид чередующихся максимумов и минимумов. В частности, если  $k_2 l = \pi$ , то коэффициент прохождения равен 1, т.е. отраженная волна отсутствует, и электрон беспрепятственно проходит через атом. Этот эффект является квантовым аналогом просветления оптики. Таким образом, коэффициент прохождения электронов максимален при условии:

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} l = \pi n$$

Прошедшая волна 1 усилится волной 2, если геометрическая разность хода между ними  $\Delta = 2l = \lambda'$ , что соответствует условию первого интерференционного максимума, т.е.

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}}$$

С другой стороны, прошедшая волна ослабится, если  $2l = \frac{3}{2}\lambda'$ , т.е.

$$2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}}$$

Решая эти уравнения совместно можно исключить  $U_0$  и найти эффективный размер атома  $l$ :

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{2m(E_2 - E_1)}}$$

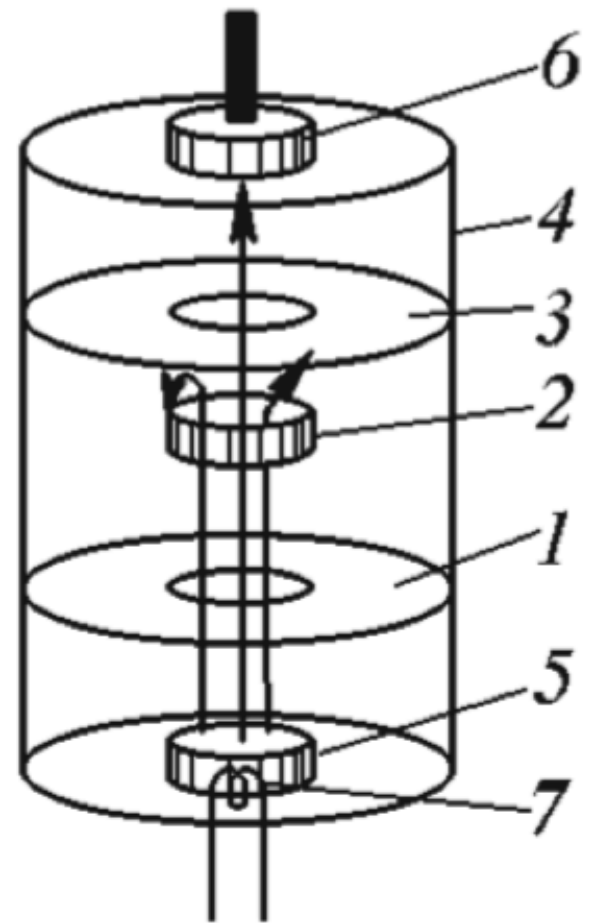
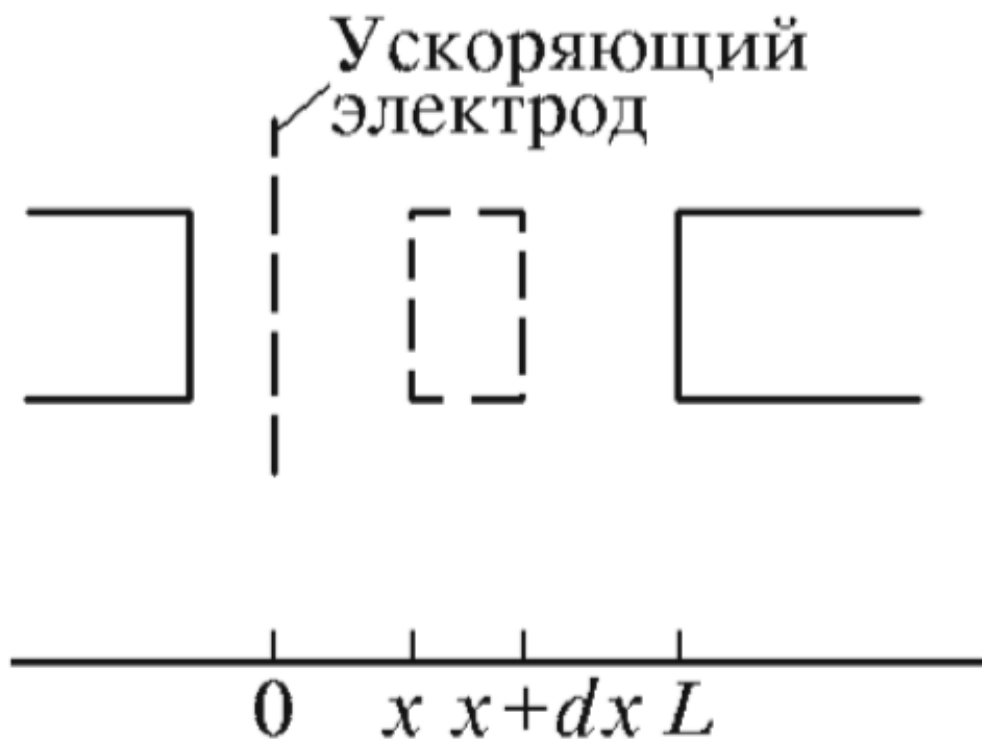
Теперь рассмотрим ВАХ тиратрона. Она имеет вид:

$$I_a = I_0 e^{-C\omega(V)}, \quad C = Ln_a\Delta_a$$

где  $I_0 = eN_0$  - ток катода,  $I_a = eN_a$  - анодный ток,  $\Delta_a$  - площадь поперечного сечения атома,  $n_a$  - концентрация атомов газа в лампе,  $L$  - расстояние от катода до анода,  $\omega(V)$  - вероятность рассеяния электрона на атоме как функция от ускоряющего напряжения. По измеренной ВАХ тиратрона можно определить зависимость вероятности рассеяния электрона от его энергии из соотношения:

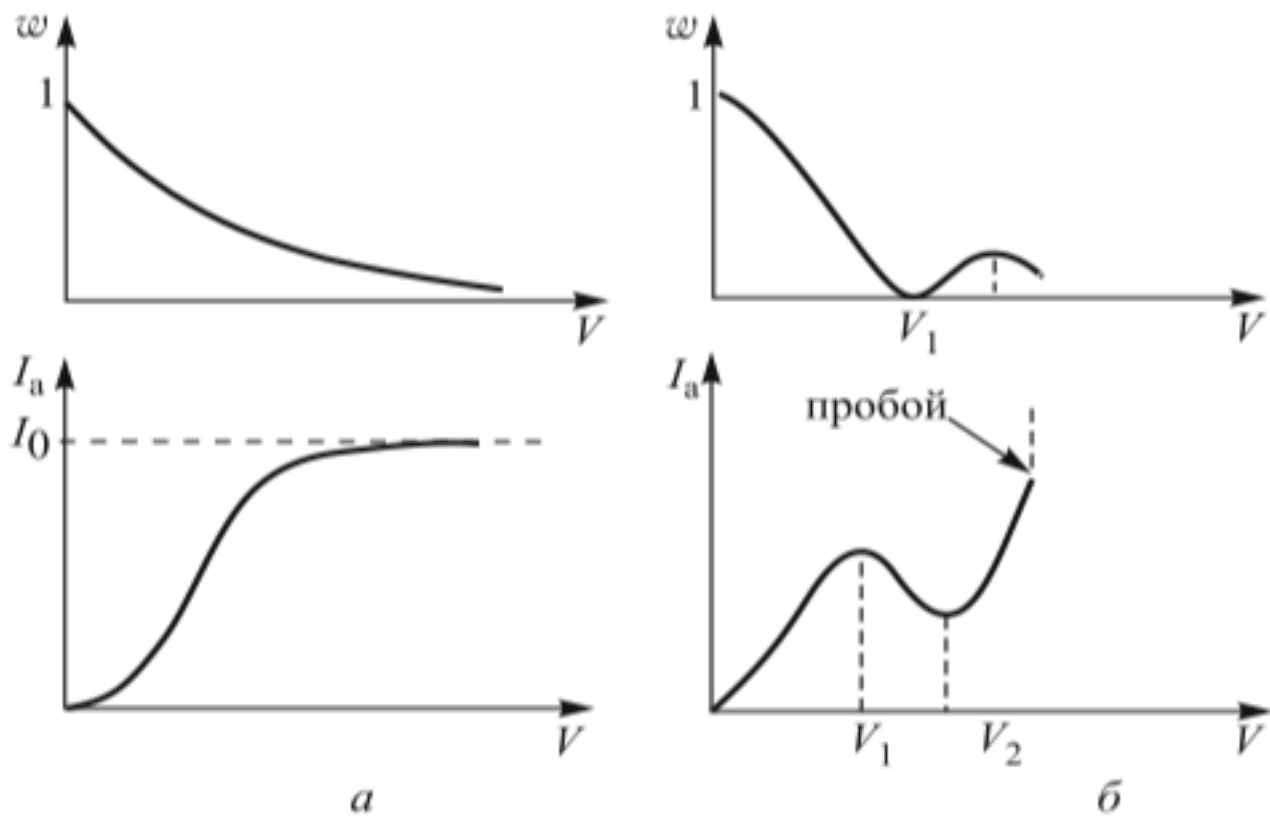
$$\omega(V) = -\frac{1}{C} \ln \frac{I_a}{I_0}$$

## Схематическое изображение тиратрона и его конструкция



1. Сетки
2. Сетки
3. Сетки
4. Внешний металлический цилиндр
5. Катод
6. Анод
7. Накаливаемая спираль

**Качественный вид вероятности рассеяния электрона атомом инертного газа и ВАХ тиратрона при классическом и квантовом рассмотрении.**



## Обработка результатов

### Измерения в динамическом режиме

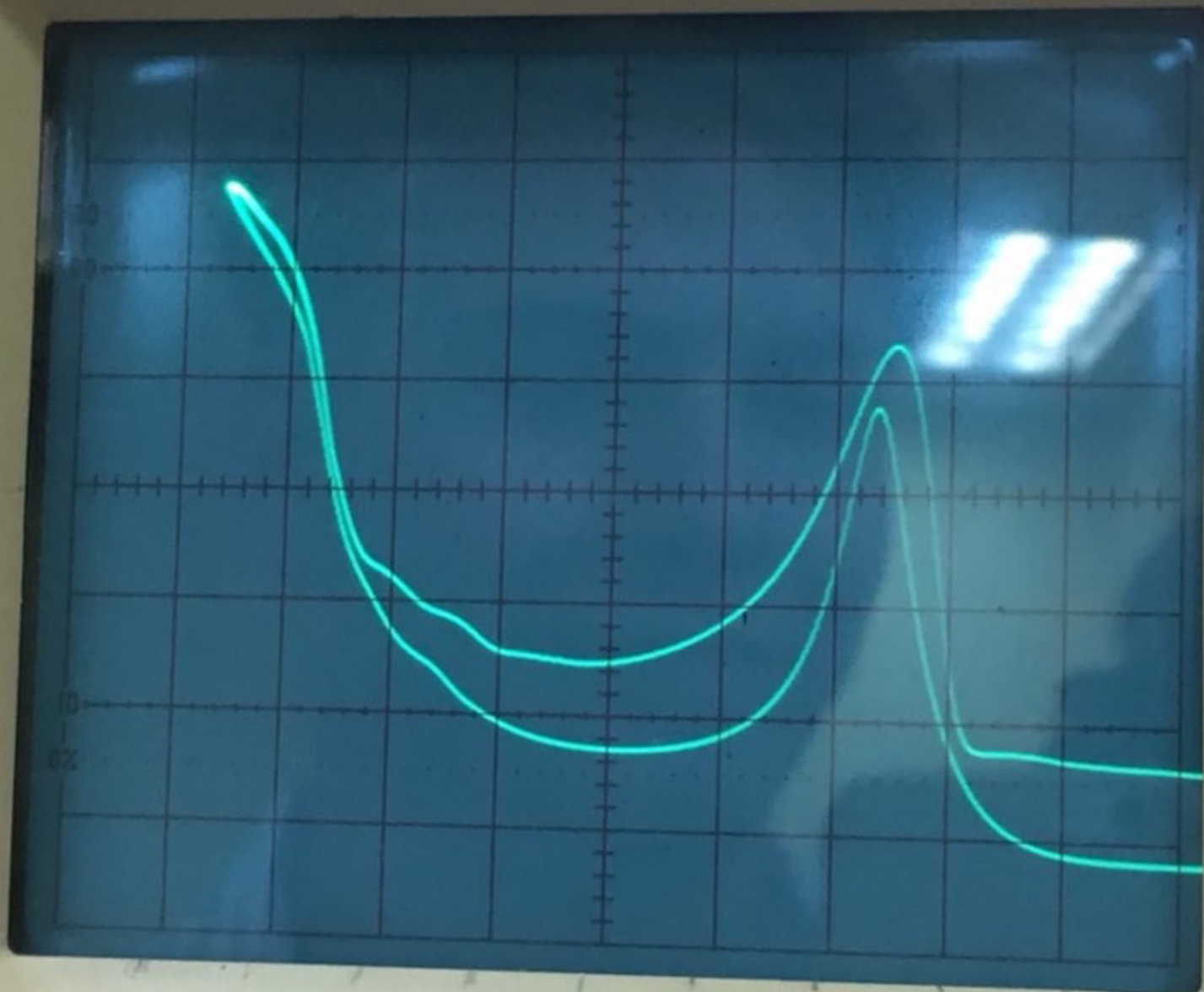
**Картина на осциллографе при работе в динамическом режиме**

GW **INSTEK**

OSCILLOSCOPE

GOS-620

20MHz



CAL  
2Vp-p

1 KHz

INTEN



FOCUS



TRACE  
ROTATION



POWER





In [40]:

```
pd.DataFrame(data = [v_min, v_max, v_break], index = ["Минимум, В", "Максимум, В", "Напряжение пробоя, В"], columns=['$V_n = 2.69 $ В', "$V_n = 2.5$ В"])
```

Out[40]:

	$V_n = 2.69 \text{ В}$	$V_n = 2.5 \text{ В}$
<b>Минимум, В</b>	7.0	6.8
<b>Максимум, В</b>	1.6	1.8
<b>Напряжение пробоя, В</b>	11.2	10.8

По напряжению пробоя определяем, что тиратрон по большей части наполнен *ксеноном* (табличное - 12,1 В).

Рассчитаем размер электронной оболочки и эффективную глубину потенциальной ямы по значениям минимума и максимума, полученным по картине ВАХ в динамическом режиме.

In [7]:

```
pd.DataFrame(data = [size, depth], index = ["Размер эл. оболочки, Å", "Эфф. глубина пот. ямы, эВ"], columns = ['$V_n = 2.69$ В', "$V_n = 2.5$ В", '$\sigma_1$', '$\sigma_2$'])
```

Out[7]:

	$V_n = 2.69$ В	$V_n = 2.5$ В	$\sigma_1$	$\sigma_2$
Размер эл. оболочки, Å	11.801288	12.264258	0.043708	0.049057
Эфф. глубина пот. ямы, эВ	2.720000	2.200000	0.052000	0.052000

In [8]:

```
v_min = [data1['V'][data1['I'].idxmin()], data2['V'][data2['I'].idxmin()]]  
v_max = [data1['V'][data1['I'].idxmax()], data2['V'][data2['I'].idxmax()]]
```

Рассчитаем размер электронной оболочки и эффективную глубину потенциальной ямы по значениям минимума и максимума, полученным по измерениям ВАХ в статическом режиме.

In [10]:

```
pd.DataFrame(data = [size, depth], index = ["Размер эл. оболочки, Å", "Эфф. глубина пот. ямы, эВ"], columns = ['$V_n = 2.69$ В', "$V_n = 2.49$ В", '$\sigma_1$', '$\sigma_2$'])
```

Out[10]:

	$V_n = 2.69$ В	$V_n = 2.49$ В	$\sigma_1$	$\sigma_2$
Размер эл. оболочки, Å	11.052919	11.834207	0.035909	0.044075
Эфф. глубина пот. ямы, эВ	3.309800	2.766000	0.052000	0.052000

По формуле

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E_n + U_0)}{\hbar^2}} l = n\pi \qquad n = \overline{1, 3}$$

оценим положение следующих максимумов.

In [19]:

```
print u'Значения напряжений, при которых должны появляться максимумы в коэффициенте прохождения электронов, равны {0} ± {1} В для n = {2} и {3} ± {4} В для n = {5}'.format(predictions[0], pred_err[0], 2, predictions[1], pred_err[1], 3)
```

Значения напряжений, при которых должны появляться максимумы в коэффициенте прохождения электронов, равны  $7.5 \pm 0.08$  В для  $n = 2$  и  $20.0 \pm 0.18$  В для  $n = 3$

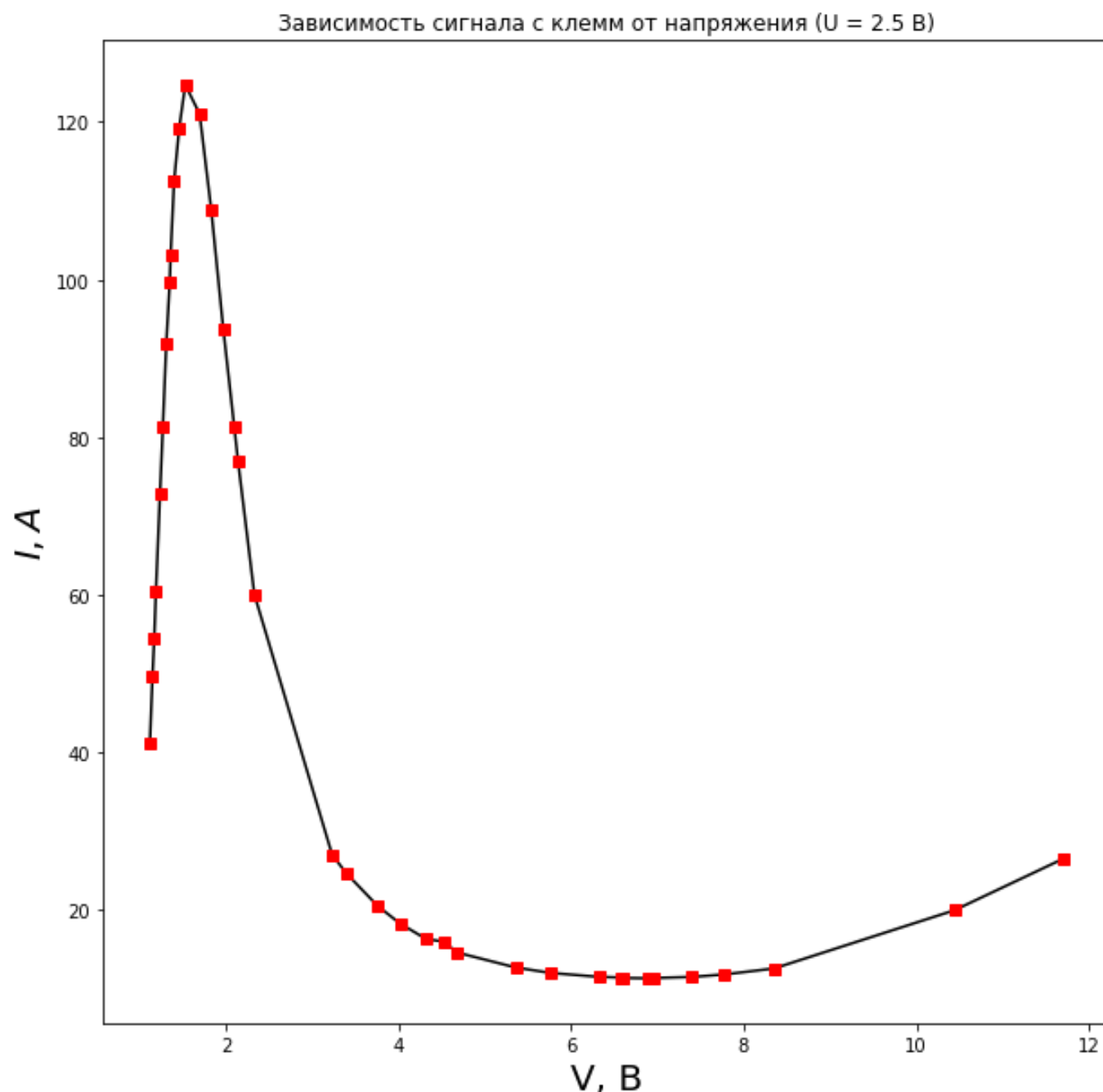
Используя формулу для вероятности из теоретической справки, построим графики зависимости вероятности и сравним их с предложенными в учебнике.

In [20]:

```
def calc_probability(I):  
    C = -2  
    I_0 = 20  
    return -1*np.log(I/I_0)/C  
data1['w'] = map(calc_probability, data1['I'])  
data2['w'] = map(calc_probability, data2['I'])  
  
data1.sort_values(by = 'V', inplace = True)  
data2.sort_values(by = 'V', inplace = True)
```

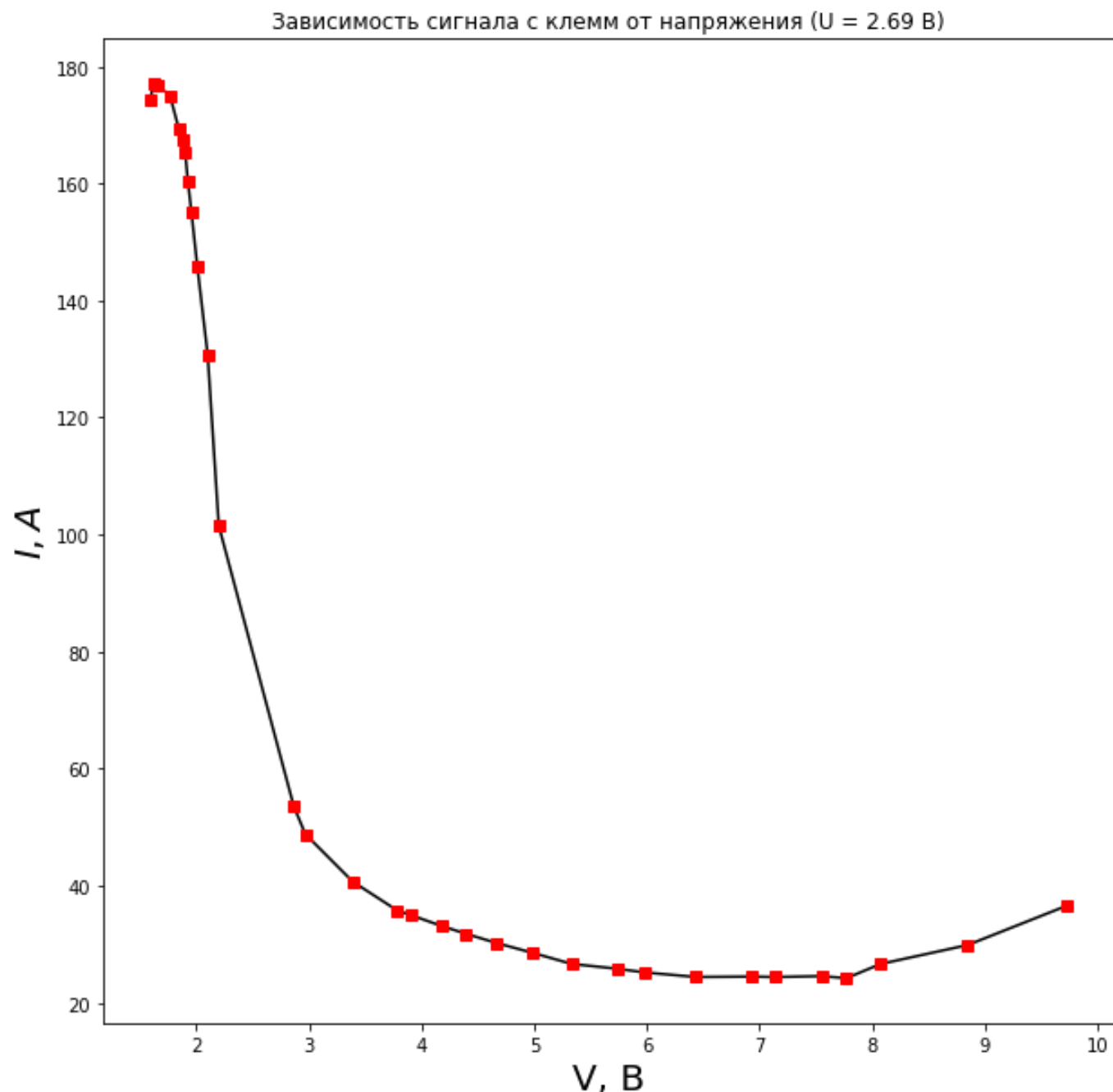
In [35]:

```
I_err = 1/120
V_err = 0.01
import matplotlib.pyplot as plt
fig = plt.figure(figsize = (10,10))
plt.title(u"Зависимость сигнала с клемм от напряжения (U = {} B)".format(v_nakal[]))
plt.xlabel(u'V, B', fontsize = 20)
plt.ylabel(u'$I$, A$', fontsize = 20)
plt.plot(data2['V'], data2['I'], marker='', color = 'black', linestyle='-')
plt.errorbar(data2['V'], data2['I'], xerr=V_err, yerr=I_err,color = 'red', fmt='s', linestyle = '')
plt.show()
```



In [37]:

```
I_err = 1/120
V_err = 0.01
import matplotlib.pyplot as plt
fig = plt.figure(figsize = (10,10))
plt.title(u"Зависимость сигнала с клемм от напряжения (U = {} B)".format(v_nakal[0]))
plt.xlabel(u'V, B', fontsize = 20)
plt.ylabel(u'$I$, A$', fontsize = 20)
plt.plot(data1['V'], data1['I'], marker='', color = 'black', linestyle='-')
plt.errorbar(data1['V'], data1['I'], xerr=V_err, yerr=I_err,color = 'red', fmt='s', linestyle = '')
plt.show()
```



In [32]:

```
I_err = 1/120
```

```
V_err = 0.01
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
fig = plt.figure(figsize = (10,10))
```

```
plt.title(u"Зависимость вероятности рассеяния электронов от напряжени  
я (U = {} B)".format(v_nakal[1]))
```

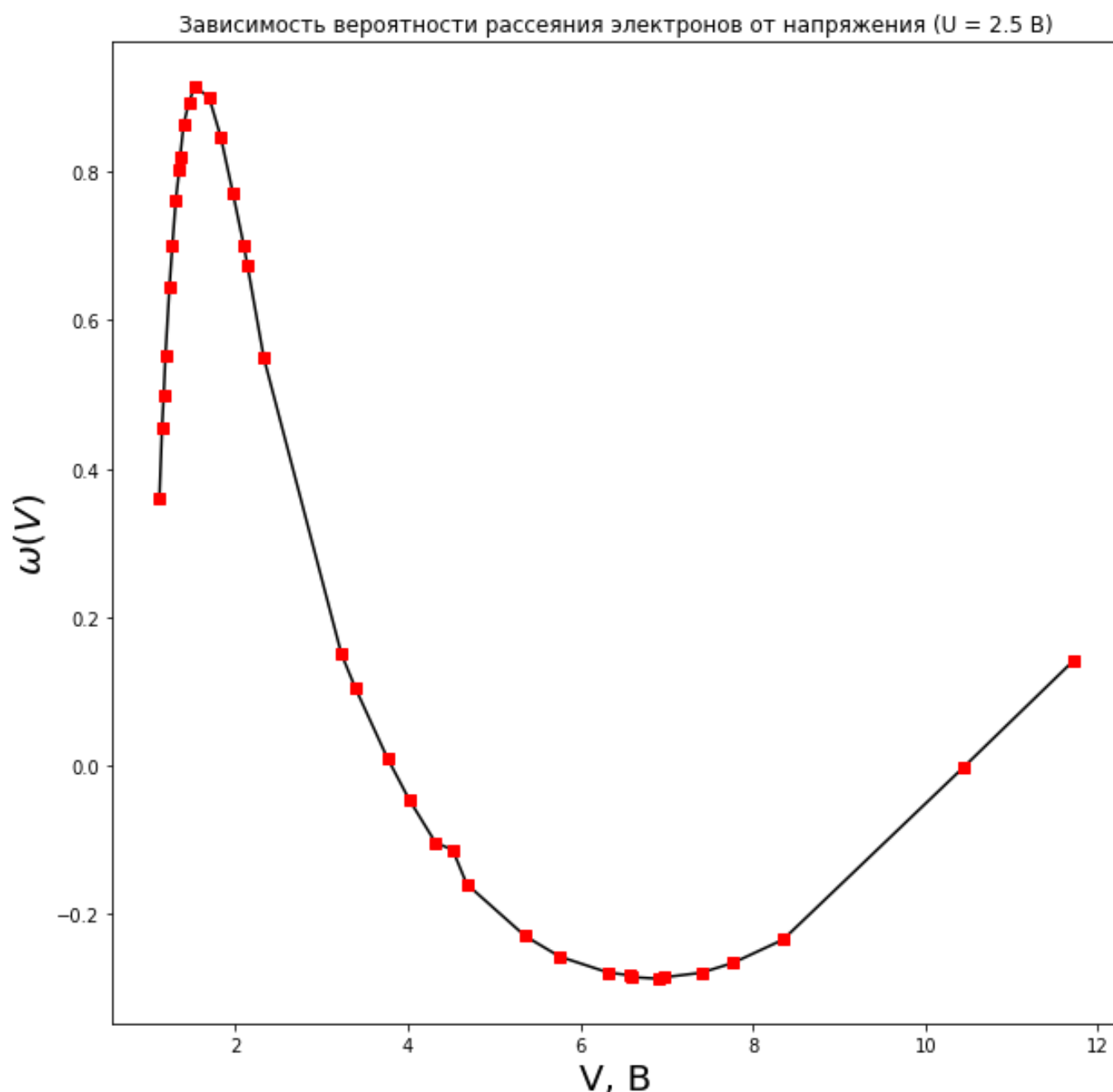
```
plt.xlabel(u'V, B', fontsize = 20)
```

```
plt.ylabel(u'$\omega(V)$', fontsize = 20)
```

```
plt.plot(data2['V'], data2['w'], marker='', color = 'black', line  
style='-')
```

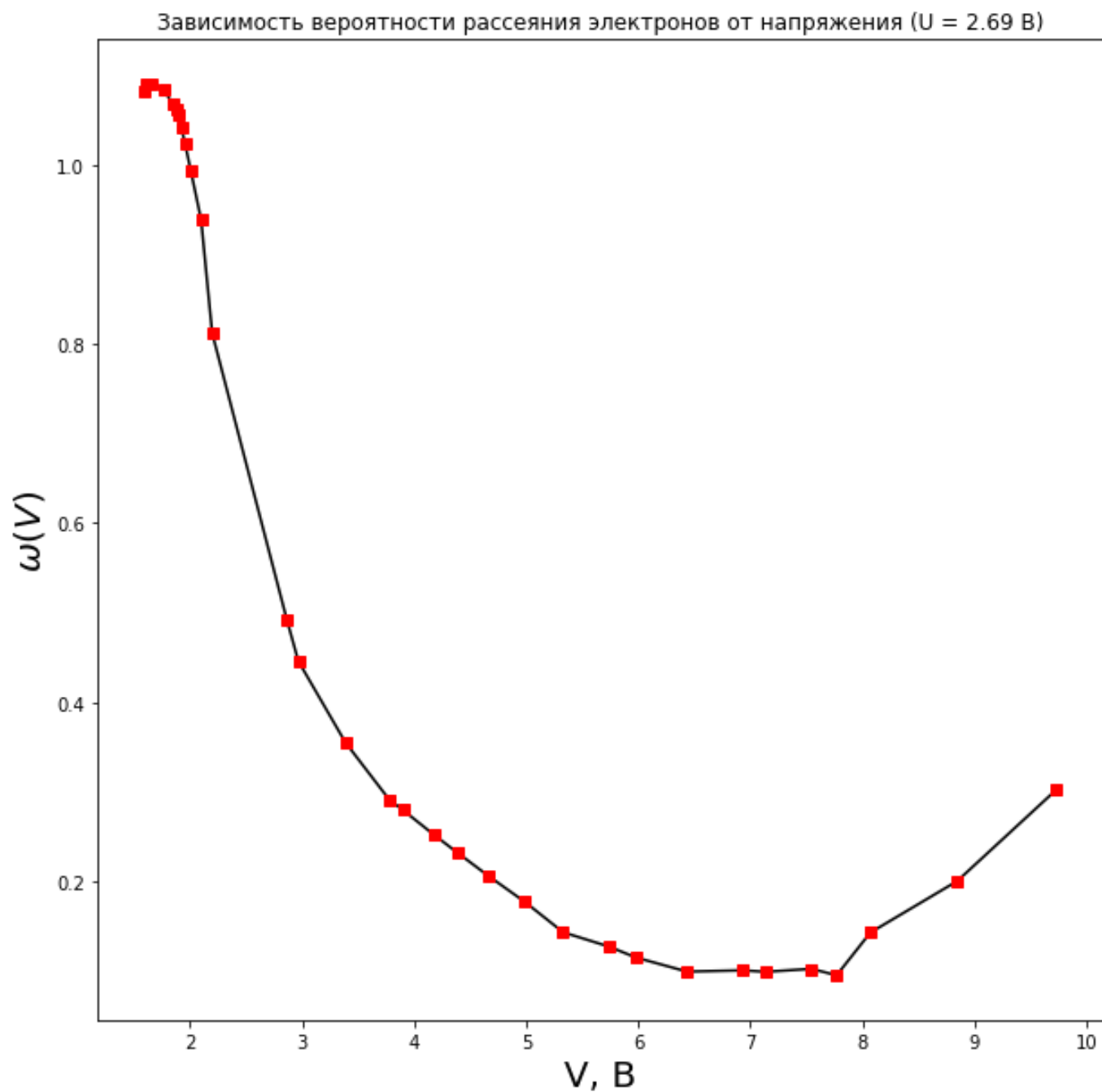
```
plt.errorbar(data2['V'], data2['w'], xerr=V_err, yerr=I_err,color  
= 'red', fmt='s', linestyle = '')
```

```
plt.show()
```



In [38]:

```
fig = plt.figure(figsize = (10,10))
plt.title(u"Зависимость вероятности рассеяния электронов от напряжени  
я (U = {} B)".format(v_nakal[0]))
plt.xlabel(u'V, B', fontsize = 20)
plt.ylabel(u'$\omega(V)$', fontsize = 20)
plt.plot(data1['V'], data1['w'], marker='', color = 'black', line  
style='-')
plt.errorbar(data1['V'], data1['w'], xerr=V_err, yerr=I_err,color  
= 'red', fmt='s', linestyle = '')
plt.show()
```





# Вывод

В проделанной работе было изучено явление рассеяния электронов на атомах ксенона. Экспериментальные данные подтверждают гипотезу о волновых свойствах электрона. Были оценены размеры электронной оболочки ксенона и глубина потенциальной ямы атома. Кроме того, было исследовано влияние магнитного поля на ВАХ тиратрона.