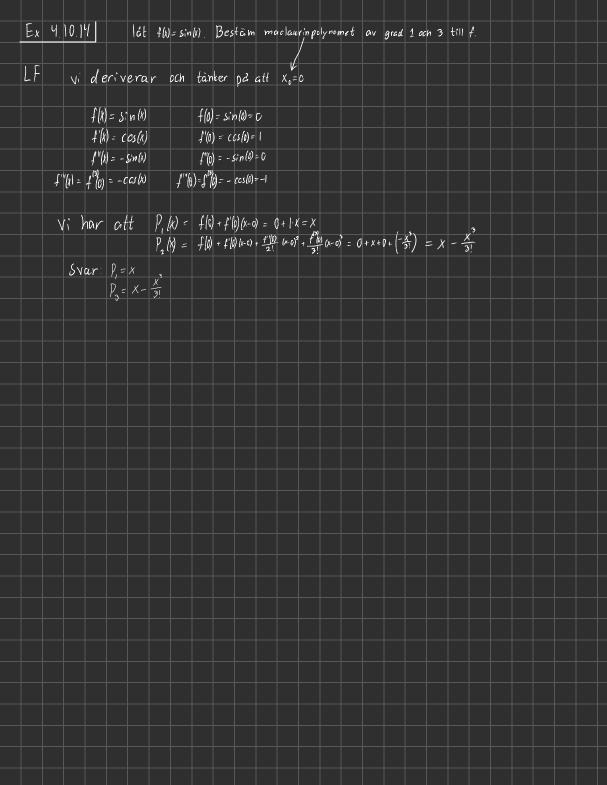
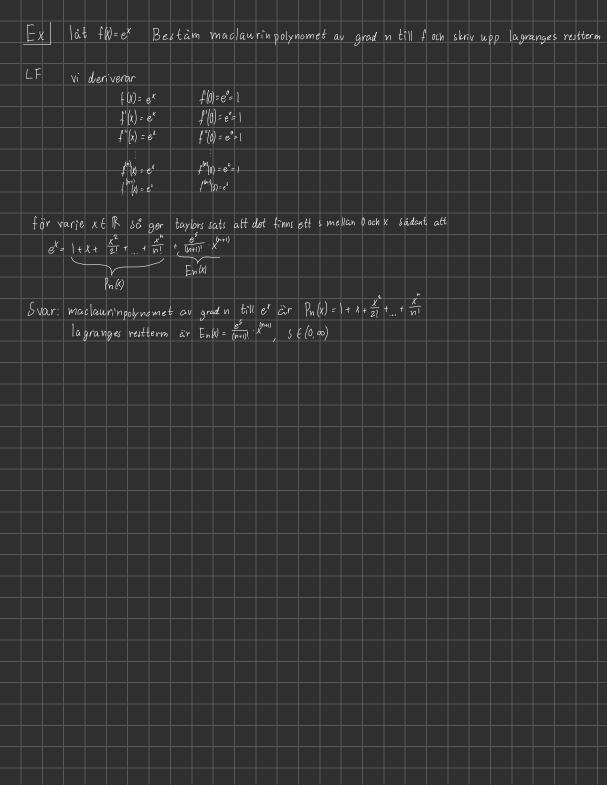
4.10 Taylor polynom Taylorssats: Lát f:[a,b] - R en funktion sadan all 1) (n=1) - derivatar f(n=1) finns på (a,b) 2) f, f', ..., f^(b) är kontinuerliga på [a,b] låt xof [a,b] tör varje x f [a,b] finns ett tal S mellan x och xo Sådant att $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}$ Pn (k) Pn (b) = Taylorpolynomet av grad n till funktionen f kring x Om Xo = 0 kallas f maclaurin polynomet En 1 = Lagranges restterm takultet: 0!=1, 1!=1, 2!=21, 3!=321 osv.. Uppgiftstyper: typ 1(1,3,5,7) Find the taylor polynomial for Tx about x=4, order 3 Hitta Poly for flu = 1x kring xo=4 typ2(9-13) approximate ex with P2W for fW = ex about x=0





Ex	Vi kan visa med hjälp av instäheningssatsen att
F^	
	$\lim_{n\to\infty} \operatorname{En}(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{e^{x}}{[n+1]} \cdot \chi^{(n+1)} = 0$
	$e^{x} = 1 + x + \frac{x^{2}}{21} + \dots + \frac{x^{n+1}}{21} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} + \dots = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^{k}}{k!}$
	2 7 1 1 2 1
-	(1 2) 11022 111 (2) 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
EX	[typ2] 4.10.13 lét fhi=e* mad hiàlp av maclaurin polynomet av grad 2 till f, uppskatta e²
LF	Vi vet sedan tidigare exempe att $e^{x} = \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac$
	Vi vet sedan tidigare exempel att $e^{x} = \underbrace{1 + x + \underbrace{2}_{2} + e^{x}}_{2} + \underbrace{e^{x}}_{2} \times , S \in [0, \infty)$ en ligt uppgift så är $x = \frac{1}{2}$ detta ger $P_{2}(x) = 1 + (\frac{1}{2}) + \underbrace{\frac{1}{2}}_{2} = 0.625$
	CN/1 g2 Uppg17t Sa ar x= 2. detta ger 1/2 17 17 17 27 - 0022
	$E_{s}(\sharp) = \frac{e_{s}}{s!} \cdot (\sharp)^{2} = -\frac{e_{s}}{s!} \cdot (\sharp)^{2} = -e_{$
	l princip sta vi nu hitta ett globalt maximum leller minsta örre begnänsning)
	$av g(0) = E[f] = \frac{(g)^2}{2\pi^2} e^f pa (f, 0)$
	$V_1' = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} e^{$
	VI approximetar 90) [E, [7] = 3; e = 3! 0 20,021
	e ^s ĉir vakande ps (zt,0)
	Vad har vi gjert $e^{\frac{\pi}{2}} = P_2(\frac{\pi}{2}) + E_2(\frac{\pi}{2})$
	$P_{2}(\overline{z}) - 0,021 \le e^{\frac{7}{4}} \le P_{2}(\overline{z}) + 0,021$
	$c. 604 \le e^{\frac{-1}{4}} \le 0.646 (e^{\frac{1}{4}} = 0.625)$
	Svar: $0,609 \le e^{\frac{1}{2}} \le 0,625$
	
-	Taylors sats löserinte alla dessa problem
	Vilka problem kan uppkomma?
	· functioner som inte år tilkräckligt deriverbara
	· Felet minskar inte när man öbar n, dvs lim Enxo
	· Jobbigt att derivera

	Strategi Sna	ck								
	1 1									
10/	Glfm): Mer exempel på	4.10								
	mán: rep + lektion	räkne								
	tis : rep	räkne	: stuga 13	"-15 (M	111. (.305)					
	Ons: lektion-fragestund	,)								
	tors: tenta									
	Max-Min-görbar utan rähna	are								
	învers taylorpolynam-utan raknare									
	tecrifrågar och bevis									
	ars cosa - kanske?									
	ange definitioner									
	Sant-falsk - teori									

	rı			0.															\dashv		\Box			
-	Ex	l	žt	f(k)=	sink.)	Bes-	tām	P, <i>l</i> x	och	P, 60	kn'n	g X=0	ock) a	nge	lagra	nges	restte	rm				
1	LF																							
	\	ıî d		erar.																				
				= 5.`n[x,																				
				= cos(x, = - sîn																				
			f (v)	= - CQI	(x) f ^{ra}	i) = - cc	s (c) = -		{ ⁽³⁾ (5) :	= - CGS	(5)													
			1 (2/10) 1 (2/10)	= sinb) = ccs(x)) f(e	(c) = sir (c) = cc	n(0) = 0 :{(0)=																	
		vi						= X	Ε,0	k) = -	<u>cos(s)</u> 3!	. X ³	,		X 2 S 7	o								
					P, (x))= O+	(x-o) +	0 2! (x-	o)* + =\frac{-1}{3!}	(x-c) ³ =	X - X		Es	(x) = -	5!	· X ⁵		X>\$?	· B					

EX Berähna x-0 X	
	O(x") = 1
Svar: lim sin 60 = 1	
Ex Berähna lim X-sina X	
LX Verauna x-18 X	
LF Vi har att sink)=x-2/3 t Oki) och detta ger	
$\frac{X - Sin(k)}{X} = \frac{X - \left(X - \frac{1}{3} + O(k^2)\right)}{X} = \frac{\frac{X^2}{3!} - O(x^2)}{X} = \frac{\frac{X^2}{3!} + O(x^2)}{X} = \frac{\frac{X^2}{3!} + O(x^2)}{X} = \frac{\frac{X^2}{3!} - O(x^4)}{X} = \frac{X^2}{3!} = X^2$	0.04= 0-0=0
$\int var! \lim_{\kappa \to 0} \frac{x - \sin(k)}{\kappa} = 0$	
Ex Beralna x-1 x-1	
LF vi vill hitta taylorpolynomet tru Indu kning K.=1	
vi deriverar	
f(u) = n(u) $f(1) = n(1) = 0$	
$f'(x) = \frac{1}{x} \qquad f'(x) = \frac{1}{x} = 1$	
$f''(k) = \frac{-1}{k^2} \qquad f''(t) = \frac{-1}{1} = -1$ $f''(k) = \frac{-2}{k^2} \qquad f''(t) = \frac{-1}{1} = 2 \qquad f^{(5)}(s) = 2 \cdot 5^{-3}$	
töt varge x>0 se ger taylors sats att n(x)=0+1·(x-1)-1/1(x-1)* + O(α-10)* = (α-10-1/10(α-10)*)	
Vi har att	
Sva.r; lim 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	