

Восстановление треков заряженных частиц по данным электромагнитного калориметра

Нехаенко П.А.
ЯрГУ им. П.Г. Демидова

Научный руководитель:
Алексеев В.В.

2025

Аппарат **PAMELA** (Payload for Antimatter–Matter Exploration and Light–nuclei Astrophysics) предназначен для исследования космического излучения с акцентом на компоненте антиматерии . Данный аппарат был установлен в гермоблоке спутника «Ресурс-ДК1», и осуществлял работу в 2006–2016 гг.

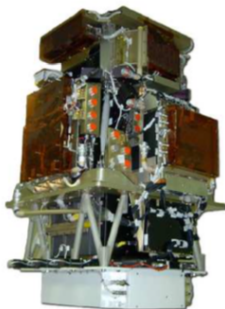


Рис. 1: Компонировка спутникового комплекса PAMELA.

Калориметр аппарата PAMELA

Калориметр аппарата PAMELA состоит из 44 однослойных кремниевых сенсорных плоскостей, чередующихся с 22 вольфрамовыми плоскостями.

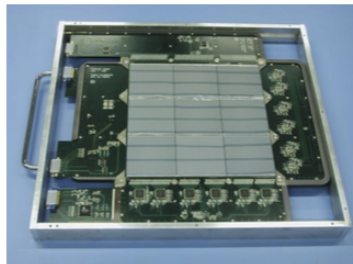


Рис. 2: Электромагнитный калориметр PAMELA.

Каждое событие прохождения заряженной частицы через калориметр характеризуется двумя матрицами отклика прибора с неотрицательными значениями

$$XZ \in \mathbb{R}^{96 \times 22}, \quad YZ \in \mathbb{R}^{96 \times 22}. \quad (1)$$

Строка матрицы с номером z соответствует набору энерговыделений, считанных в вольфрамовом слое с номером z кремниевым детектором, стрипы которого ориентированы параллельно оси X (для матрицы YZ), либо оси Y (для матрицы XZ).

Для данных моделирования в среде Geant4 для каждого события известна следующая информация о каждом событии.

- Точка влёта первичной частицы (x_{start}, y_{start}) .
- Углы влёта (зенитный и азимутальный) первичной частицы $(\theta_{start}, \varphi_{start})$.
- Координаты пересечения каждой плоскости первичной частицей, энерговыделения в данных точках.
- Точка взаимодействия первичной частицы $(x_{int}, y_{int}, z_{int})$.
- Количество порождённых частиц N .
- Типы вторичных частиц и углы (θ_i, φ_i) , $i = 1, \dots, N$, задающие направления их разлёта.

Аналитическая постановка задачи следующая. Нужно описать детерминированную модель M взаимодействия первичной частицы

$$M : \nu \rightarrow \{0, 1\}^{96 \times 96 \times 22}, \quad \nu \in \mathbb{P}, \quad (2)$$

где \mathbb{P} — пространство параметров модели, ν — вектор параметров. Модель должна по набору параметров возвращать подмножество трёхмерных объёмов калориметра, через которые прошла частица.

Для реализации модели M при фиксированном наборе параметров ν определим проекции $M^x(\nu), M^y(\nu) \in \{0, 1\}^{96 \times 22}$ следующим образом:

$$M^x(\nu)_{ik} = \text{sign} \left[\sum_{j=1}^{96} M(\nu)_{ijk} > 0 \right], \quad i = 1, \dots, 96, \quad k = 1, \dots, 22. \quad (3)$$

$$M^y(\nu)_{jk} = \text{sign} \left[\sum_{i=1}^{96} M(\nu)_{ijk} > 0 \right], \quad j = 1, \dots, 96, \quad k = 1, \dots, 22. \quad (4)$$

Пусть XZ_{bin}, YZ_{bin} — бинаризованные матрицы энерговыделений. Теперь восстановление траектории частицы заключается в решении задачи минимизации

$$\mu_{bin}(M^x(\nu), XZ_{bin}) + \mu(M^y(\nu), YZ_{bin}) \xrightarrow{\nu \in \mathbb{P}} \min, \quad (5)$$

Пусть $\nu^* \in \mathbb{P}$ — вектор параметров, являющийся решением первой задачи, $M = M(\nu^*) \in \{0, 1\}^{96 \times 96 \times 22}$ — матрица, задающая траекторию частиц, участвующих во взаимодействии. Зададим множество матриц

$$\mathbb{M} = \{A \in \mathbb{R}^{96 \times 96 \times 22} \mid \text{sign} A_{ijk} \geq M_{ijk}, \\ i = 1, \dots, 96, j = 1, \dots, 96, k = 1, \dots, 22\}, \quad (6)$$

принимая неотрицательные значения только в тех ячейках, в которых M принимает значение 1, а в остальных принимает значение 0.

Пусть матрицы проекций $A^x, A^y \in \mathbb{R}^{96 \times 22}$ определены следующим образом.

$$A_{ik}^x = \sum_{j=1}^{96} A_{ijk} > 0, \quad i = 1, \dots, 96, \quad k = 1, \dots, 22. \quad (7)$$

$$A_{jk}^y = \sum_{i=1}^{96} A_{ijk}, \quad j = 1, \dots, 96, \quad k = 1, \dots, 22. \quad (8)$$

Восстановление распределения энерговывделений вдоль траекторий частиц сводится к задаче минимизации

$$\mu(A^x, XZ) + \mu(A^y, YZ) \xrightarrow{A \in \mathbb{M}} \min, \quad (9)$$

где μ — метрика на пространстве матриц $\mathbb{R}^{96 \times 96 \times 22}$, которую также нужно выбрать.

IoU (Intersection over Union)

$$\text{IoU}(M, M^*) = \frac{|M \cap M^*|}{|M \cup M^*|},$$

где $M \subset \{0, 1\}^{96 \times 96 \times 22}$ — восстановленная бинарная маска, а M^* — эталонная маска из симуляции.

Dice (F₁-score)

$$\text{Dice}(M, M^*) = \frac{2 |M \cap M^*|}{|M| + |M^*|}.$$

Energy-EMD Earth Mover's Distance

$$\text{EMD}(A, A^*) = \min_{\gamma \in \Gamma(A, A^*)} \sum_{u \in A} \sum_{v \in A^*} \gamma_{uv} \|u - v\|_2,$$

Projection MSE Среднеквадратичная невязка между проекциями восстановленного распределения и экспериментальных данных

$$\text{ProjMSE}(A^x, A^y) = \frac{1}{96 \times 22} \left(\sum_{i,k} (A_{ik}^x - XZ_{ik})^2 + \sum_{j,k} (A_{jk}^y - YZ_{jk})^2 \right),$$

- 1 **Первичная обработка входных данных:** Получение бинаризованных проекций XZ_{bin} и YZ_{bin} из исходных матриц энерговыделений.
- 2 **Определение количества вторичных частиц:** Количество вторичных частиц N не известно заранее. Алгоритм может быть запущен для различных гипотез о N .
- 3 **Проведение глобальной оптимизации:** Для выбранного N , используется Differential Evolution для минимизации функции потерь $\mu_{bin}(M^x(\nu), XZ_{bin}) + \mu(M^y(\nu), YZ_{bin})$ по параметрам ν .
- 4 **Анализ полученного трека:** После нахождения оптимальных параметров ν^* , генерируется трёхмерная бинарная маска $M(\nu^*)$, которая представляет восстановленную топологию события.

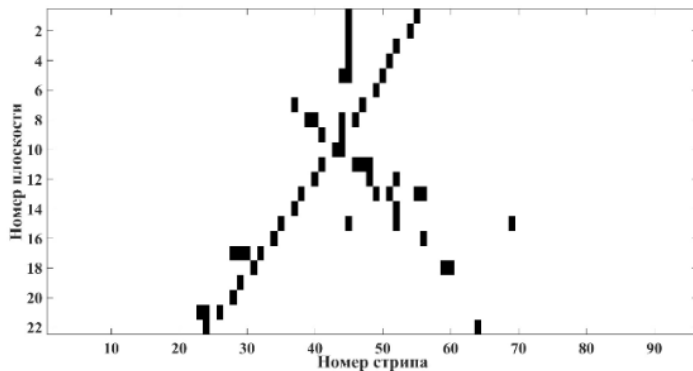


Рис. 4: Бинарное изображение взаимодействия антипротона в калориметре

- 1 **Глобальная оптимизация:** `differential_evolution` используется для поиска начального приближения в пространстве параметров.
- 2 **Локальная оптимизация:** `basinhopping` используется для уточнения найденного решения, что позволяет более точно сойтись к минимуму. Уточнение происходит итеративно до достижения разницы значений целевой метрики заданного минимального порога (в предложенном решении, $1e-3$).

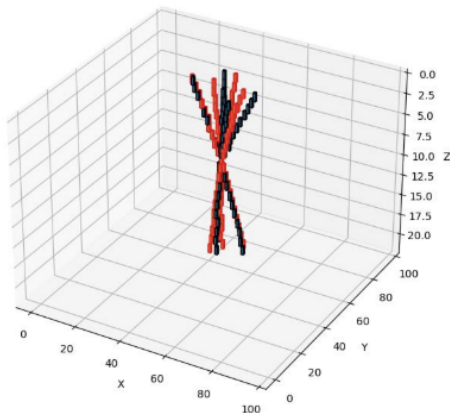


Рис. 5: Трёхмерная визуализация восстановленного события с выделенными треками: восстановленный (красный) и эталонный (черный)

Метод	IoU	Dice	Energy-EMD	Proj MSE
Только геометрическая реконструкция	0.45	0.62	1.25	0.08
Геометрическая + энергетическая реконструкция	0.53	0.69	0.84	0.07

Таблица 2: Влияние используемого метода на метрики качества реконструкции (усреднённые значения по выборке).

Результаты количественной оценки подтверждают:

- Преимущество комбинированного метода (геометрия + энергия) по всем метрикам
- Наибольший выигрыш (34%) по метрике Energy-EMD, что свидетельствует о точности восстановления энергетического профиля

Результаты применения алгоритма к данным эксперимента PAMELA

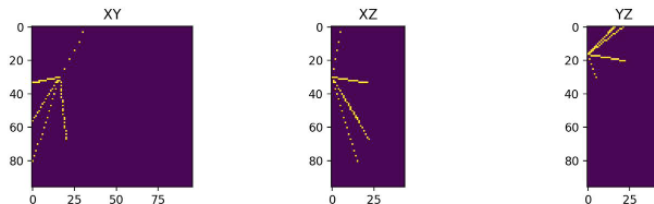


Рис. 6: Профиль распределения энергосодержания вдоль оси первичного трека.

Метод	Proj MSE
Только геометрическая реконструкция	0.15
Геометрическая + энергетическая реконструкция	0.10

Таблица 3: Влияние точности восстановления распределения энергии на невязку проекции реконструкции.

Результаты применения алгоритма к данным эксперимента PAMELA

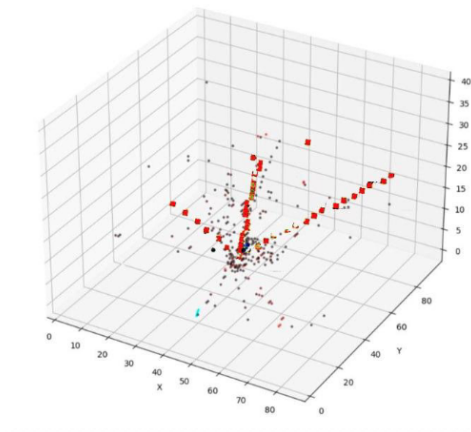


Рис. 7: Трёхмерная визуализация восстановленного события: восстановленное событие (красный трек) и исходные энерговыведения (черные)

- Разработан двухэтапный комбинированный алгоритм, объединяющий параметрическое восстановление геометрии треков и последующее распределение энергии вдоль найденных траекторий.
- **Симуляции Geant4.** Достигнут прирост метрик качества по сравнению с чисто геометрическим подходом.
- **Эксперимент PAMELA.** Получилось восстановить траекторию частиц в трехмерном пространстве.
- **Практическая применимость.** Прототип реализован на Python, уже используется для отбора событий PAMELA и готов к дальнейшей интеграции в анализ низкоэнергетических антипротонов.

Спасибо за внимание!