ESTAD_T12 1. DISTRIB. UNIFORME.
1.3 DISTRIB. EXPONENCIAL.
2. DISTRIB. GAMMA y BETA.
4. DISTRIB. de ~~CAUCHY~~ PARETO.
MIRAR, no sé por qué → 5. DISTRIB. de CAUCHY.
(absorb) CARACTERÍSTICAS

Mirar Casar Fotocopiar MP

---

1. DISTRIB. UNIFORME.

Conceptualmente, un fenómeno aleatorio se comporta con arreglo a una ley ~~normal~~ uniforme, si verifica:

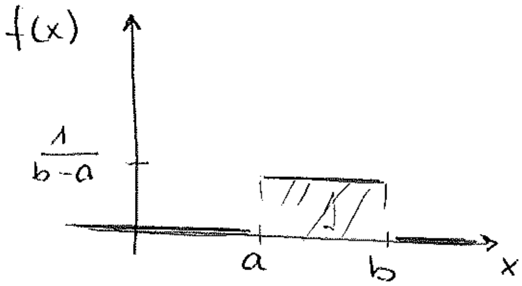
- El campo de variación de la v.a. está acotado
  $a \leq \xi \leq b \not\Rightarrow \xi$ tome un nº finito de valores
- La probabilidad se reparte uniformemente entre todos los valores del campo de variación.

Esta distrib. se utiliza en casos de falta de información, en los que se asume equiprobabilidad.

Al ser una v.a. continua su función de probabilidad (informa de cómo se reparte la masa de probabilidad entre los valores de la v.a.)
será una función de densidad.

Función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad , \quad a < x < b$$



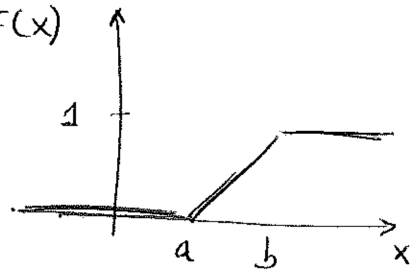
Está bien definida porque:

1. $f(x) \geq 0, \forall x \quad (a<b$, por def.)
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{b-a}\,dx = \int_a^b \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{1}{b-a} x \Big|_a^b = \frac{b-a}{b-a} = 1$

Función de distribución

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \int_{a}^{x} \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{x-a}{b-a}\ , \quad a \leq x \leq b.$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$$



Características

$$E[\xi] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx = \int_{a}^{b} \frac{x}{b-a}\,dx = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_a^b = \frac{b^2-a^2}{(b-a)2} \overset{\text{suma}\cdot\text{dif.}}{=}$$

$$= \frac{(b+a)(b-a)}{2\ (b-a)} = \frac{a+b}{2}$$ ← coincide con el pto. medio del intervalo.

$$E[\xi^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\,dx = \int_{a}^{b} x^2 \cdot \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{x^3}{3(b-a)}\Big|_a^b = \frac{b^3-a^3}{3(b-a)} \overset{\text{Ruffini}}{=}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & 0 & -a^3 \\ a & & a & a^2 & a^3 \\ \hline & 1 & a & a^2 & 0 \end{array} \qquad \frac{(b^2+ab+a^2)\cancel{(b-a)}}{3\ \cancel{(b-a)}}$$

$$V[\xi] = \mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = E[\xi^2] - (E[\xi])^2 = \frac{b^2+ab+a^2}{3} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{4(b^2+ab+a^2) - 3(a+b)^2}{12} = \frac{4b^2+4ab+4a^2-3a^2-6ab-3b^2}{12} =$$

$$= \frac{b^2-2ab+a^2}{12} = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Función característica

$$\varphi(t) = E[e^{it\xi}] = \int_a^b e^{itx} \cdot \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{it} \int_a^b it\, e^{itx}\,dx =$$

$$= \frac{1}{it(b-a)} \left[e^{itx}\right]_a^b = \frac{e^{itb} - e^{ita}}{it(b-a)}$$

Propiedades (algunas no son propiedades, son curiosidades)

P1 → La probabilidad asociada a un intervalo determinado depende exclusivamente de su amplitud, en absoluto de su posición.

$$P(x \leq \xi \leq x+\Delta x) = \int_{x}^{x+\Delta x} \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{\Delta x + \overset{\text{localiz.}}{\cancel{x}} - \cancel{x}}{b-a} = \frac{\overset{\text{amplitud}}{\Delta x}}{b-a}$$

P2 → Transformación integral o uniforme. A partir de la distrib. uniforme se pueden obtener al azar valores de cualquier distribución, siempre que se pueda calcular su función inversa.

Sea ξ v.a. / $F_\xi(x)$ función distrib.
" η v.a. tq $y = \overset{\text{transformación}}{F(x)}$, donde F del mismo tipo f.distrib ξ.

La función de distrib. de η, $G(y) = P(\eta \leq y) = P(F(\xi) \leq y) =$
$= P(\xi \leq F^{-1}(y)) = \cancel{P(\xi \leq F^{-1}(F(x)))} = F_\xi(F^{-1}(y)) = 1\,y$

$$\left.\begin{array}{l} G(y) = y \\ g(y) = G'(y) = 1 \end{array}\right\} \rightarrow U(0,1)$$

P3 → NO verifica la propiedad aditiva.

La suma de uniformes NO es uniforme.

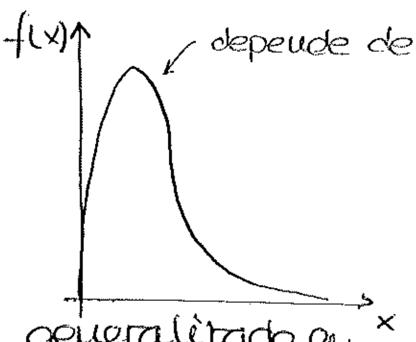
3. DISTRIB. GAMMA y BETA.

a) Distribución GAMMA, $\Gamma(p)$

Una v.a. sigue la distrib. Gamma si su campo de variación es el intervalo $[0, \infty)$ y su

Función de densidad, $\Gamma(p)$

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-x} \quad , \ x \geq 0$$



Función de densidad de la Gamma generalizada es:

$$\Gamma(p, q) \longrightarrow f(x) = \frac{q^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-qx} \quad , \ x \geq 0 .$$

Aprovechando los resultados de la función gamma, podemos calcular el momento respecto al origen de q. orden:

$$\boxed{E[\xi^r]} = \frac{q^p}{\Gamma(p)} \int_0^\infty x^r \cdot x^{p-1} \cdot e^{-qx} \, dx = \frac{q^p}{\Gamma(p)} \int_0^\infty x^{r+p-1} \cdot e^{-qx} dx =$$

$$\frac{\cancel{q^p}}{\Gamma(p)} \cdot \frac{\Gamma(p+r)}{q^{r+p}} = \boxed{\frac{\Gamma(p+r)}{q^r \cdot \Gamma(p)}}$$

Características

$$E[\xi] = \alpha_1 = \frac{\Gamma(p+1)}{q^1 \, \Gamma(p)} = \frac{p\,(p-1)!}{q\,(p-1)!} = \boxed{\frac{p}{q}}$$

$$E[\xi^2] = \alpha_2 = \Gamma(p+2)/q^2\Gamma(p) = \frac{(p+1)\, p\, \cancel{\Gamma(p)}}{q^2\, \cancel{\Gamma(p)}}$$

$$V[\xi] = \mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \frac{(p+1)p}{q^2} - \frac{p^2}{q^2} = \frac{p^2+p-p^2}{q^2} = \boxed{\frac{p}{q^2}}$$

$$\Gamma(p) = (p-1)\Gamma(p-1) = \begin{cases} (p-1)! & , \text{si } p \text{ es entero} \\ \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi} & \\ \text{en otros casos, no sé.} & \end{cases}$$

Función característica

$$\varphi(t)=E[e^{it\xi}]=\frac{q^p}{\Gamma(p)}\int_0^{\infty}e^{itx}\cdot x^{p-1}e^{-qx}dx=$$

$$=\frac{q^p}{\Gamma(p)}\int_0^{\infty}x^{p-1}e^{-(q-it)x}dx=$$

$$=\frac{q^p}{\cancel{\Gamma(p)}}\cdot\frac{\cancel{\Gamma(p)}}{(q-it)^p}=\frac{1}{\left(\frac{q-it}{q}\right)^p}=\frac{1}{\left(1-\frac{it}{q}\right)^p}=$$

$$=\left(1-\frac{it}{q}\right)^{-p}$$

Propiedades

P1 $\rightarrow$ Propiedad aditiva o reproductiva.

La suma de gammas $\overset{\text{indep.}}{\Gamma}(p_i,q)$ es una gamma $\Gamma(\sum p_i,q)$

Dem: Con la función característica

$$\varphi_{\xi_1+\ldots+\xi_n}(t)\overset{\text{indep}}{=}\varphi_{\xi_1}(t)\cdot\varphi_{\xi_2}(t)\cdot\ldots\cdot\varphi_{\xi_n}(t)=$$

$$=\left(1-\frac{it}{q}\right)^{-p_1}\cdot\left(1-\frac{it}{q}\right)^{-p_2}\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{it}{q}\right)^{-p_n}=$$

$$=\left(1-\frac{it}{q}\right)^{-\sum p_i}\equiv \text{f. caract. de } \Gamma(\sum p_i,q).$$

P2 $\rightarrow$ Falta de memoria:

$$P(\xi\geq b+a/_{\xi\geq a})=P(\xi\geq b)$$

Dem: $P(\xi\geq b+a/_{\xi\geq a})=\dfrac{P(\xi\geq b+a,\ \xi\geq a)}{P(\xi\geq a)}=\dfrac{P(\xi\geq b+a)}{P(\xi\geq a)}$

Para $p>1$, la integral se resuelve por partes hasta que desaparece el término de x. Lo demostramos para $p=1$:

$$P(\xi\geq a)=\int_a^{+\infty}q\cdot e^{-qx}=-e^{-qx}\Big|_a^{+\infty}=0+e^{-qa}$$

$$P(\xi\geq a+b)=\int_{a+b}^{+\infty}q\cdot e^{-qx}=e^{-q(a+b)}=e^{-qa}e^{-qb}=P(\xi\geq a)P(\xi\geq b)$$

$$P(\xi \geq b+a / \xi \geq a) = \frac{P(\xi \geq a)\,P(\xi \geq b)}{P(\xi \geq a)} = P(\xi \geq b).$$

P3 $\rightarrow$ Para $p = \frac{n}{2}$, $q = \frac{1}{2}$; $\Gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{1}{2}\right) = \chi^2(n)$

P4 $\rightarrow$ ~~Para p=1a, entero~~

Para $p=1$, $\Gamma(1,q) = Exp(q)$

$$\Gamma(1,q) \longrightarrow f(x) = \frac{q^1}{\Gamma(1)} \cdot x^{1-1} e^{-qx} = q e^{-qx} \longrightarrow Exp(q)$$

b) Distribución BETA, $\beta(p,q)$

La función Beta es $\beta(p,q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$, $p>0$, $q>0$

Función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{\beta(p,q)} x^{p-1}(1-x)^{q-1} \quad , \quad 0 < x < 1$$

Características

$$E[\xi] = \frac{1}{\beta(p,q)} \int_0^1 \overbrace{x^p}^{x \cdot x^{p-1}} (1-x)^{q-1} dx = \frac{\beta(p+1,q)}{\beta(p,q)} = \Gamma(p$$

$$= \frac{\dfrac{\Gamma(p+1)\cancel{\Gamma(q)}}{\Gamma(p+1+q)}}{\dfrac{\Gamma(p)\cancel{\Gamma(q)}}{\Gamma(p+q)}} = \frac{\dfrac{p \cdot \Gamma(p)}{(p+q)\cancel{\Gamma(p+q)}}}{\dfrac{\cancel{\Gamma(p)}}{\cancel{\Gamma(p+q)}}} = \frac{p}{p+q}$$

$$E[\xi^2] = \frac{1}{\beta(p,q)} \int_0^1 \underbrace{x^2 \cdot x^{p-1}}_{x^{p+1}} (1-x)^{q-1} dx = \frac{\beta(p+2,q)}{\beta(p,q)} = \frac{\dfrac{\Gamma(p+2)\cancel{\Gamma(q)}}{\Gamma(p+2+q)}}{\dfrac{\Gamma(p)\cancel{\Gamma(q)}}{\Gamma(p+q)}} =$$

$$= \frac{\dfrac{(p+1)p\,\cancel{\Gamma(p)}}{(p+1+q)(p+q)\cancel{\Gamma(p+q)}}}{\dfrac{\cancel{\Gamma(p)}}{\cancel{\Gamma(p+q)}}} = \frac{p(p+1)}{(p+q)(p+q+1)}$$

$$V[\xi] = \mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \frac{p(p+1)}{(p+q)(p+q+1)} - \left(\frac{p}{p+q}\right)^2 =$$

$$= \frac{p(p+1)(p+q) - p^2(p+q+1)}{(p+q)^2(p+q+1)} = \frac{p(p^2+pq+p+q) - p(p^2+pq+p)}{(p+q)^2(p+q+1)} =$$

$$= \frac{p\left[\cancel{p^2} + \cancel{pq} + \cancel{p} + q - \cancel{p^2} - \cancel{pq} - \cancel{p}\right]}{(p+q)^2(p+q+1)} = \frac{p \cdot q}{(p+q)^2(p+q+1)}$$

Propiedades

P1 $\rightarrow \beta(1,1) = U(0,1)$

$$\xi \rightarrow \beta(1,1) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\beta(1,1)} \cdot x^{1-1}(1-x)^{1-1} = \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(1)\Gamma(1)} \cdot x^0 \cdot (1-x)^0 =$$

$= 1$ para $0 < x < 1$

$\equiv$ f. densidad $U(0,1)$.

P2 $\rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} \xi_1 \rightarrow \Gamma(p_1, 1) \\ \text{indep} \\ \xi_2 \rightarrow \Gamma(p_2, 1) \end{array}\right\} \Rightarrow \eta = \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2} \longrightarrow \beta(p_1, p_2)$$

~~Esta propiedad se puede generalizar a n var. aleat. indep. Gamma~~

Del mismo modo, podemos ajustar una F de Snedecor a una Beta y otras distrib. teóricas.

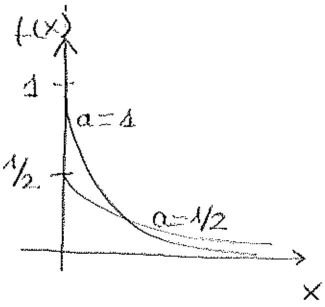
2. DISTRIB. EXPONENCIAL. $Exp(\lambda)$

También se le suele llamar Exponencial Negativa.

Función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$$

para $\lambda \in \mathbb{R}, \lambda > 0$



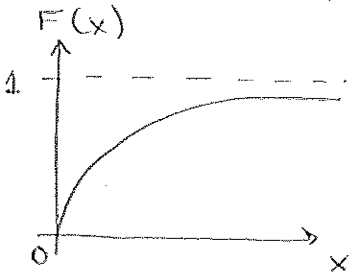
Está bien definida porque:

1. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \longrightarrow 0$ ó $\overset{>0}{\lambda} e^{-\overset{>0}{\lambda} x} > 0$.

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \longrightarrow \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} = \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} = 0-(-1) = +1$.

Función de distribución

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^x = -e^{-\lambda x} - (-1) = 1 - e^{-\lambda x} & \end{cases}$$



La distrib. exponencial es un caso particular de la distrib. Gamma, $\Gamma(p,q)$.

$$\Gamma(p,q) \longrightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q = \lambda \end{cases} \longrightarrow Exp(\lambda) = \Gamma(1,\lambda).$$

Características $\longrightarrow$ aprovechando las propiedades de la Gamma.

~~$E[\xi]$~~ $\quad \Gamma(1,\lambda) \longrightarrow E[\xi^r] = \dfrac{\Gamma(r+1)}{\lambda^r}$

$$E[\xi] = \alpha_1 = \frac{\Gamma(2)}{\lambda} = \frac{1!}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}.$$

$$E[\xi^2] = \alpha_2 = \frac{\Gamma(3)}{\lambda^2} = \frac{2!}{\lambda^2} = \frac{2}{\lambda^2}$$

$$V(\xi) = \mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \frac{2-1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Función característica

$$\varphi(t) = E[e^{it\xi}] = \int_0^{+\infty} e^{itx} \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda - it)x} dx =$$

$$= \frac{\lambda}{-(\lambda - it)} \int_0^{+\infty} -(\lambda - it) \cdot e^{-(\lambda - it)x} dx = \frac{\lambda}{-(\lambda - it)} \left[e^{-(\lambda - it)x} \right]_0^{+\infty} =$$

$$= \frac{\lambda}{-(\lambda - it)} (-1) = \frac{\lambda}{\lambda - it}$$

Otra forma, teniendo en cuenta que la función característica de $\Gamma(p,q)$ es $\varphi(t) = \left(1 - \frac{it}{q}\right)^{-p}$.

Haciendo $\left.\begin{array}{l} p = 1 \\ q = \lambda \end{array}\right\} \rightarrow \varphi(t) = \left(1 - \frac{it}{\lambda}\right)^{-1} = \left(\frac{\lambda - it}{\lambda}\right)^{-1} = \frac{\lambda}{\lambda - it}$

Propiedades / observaciones

P1 $\rightarrow$ $Exp(\lambda) = \Gamma(p=1, q=\lambda)$. Sólo hace falta sustituir.

P2 $\rightarrow$ Función de supervivencia

Teniendo en cuenta que la exponencial mide el tiempo de vida (duración) de un equipo electrónico, la f. de distribución medirá la probabilidad de que muera antes de x. Tiene más sentido estudiar la probabilidad de que un equipo funcione al menos x $\rightarrow$ función de supervivencia.

ESTAD_T12

Si $F(x) = P(\xi \leq x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1-e^{-\lambda x} & x > 0 \end{cases}$

entonces la función de supervivencia es:

$$1-F(x) = P(\xi > x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ e^{-\lambda x} & x > 0 \end{cases}$$

P3 → Propiedad de olvido o falta de memoria.

la probabilidad de que un equipo funcione al menos $t+x$ unidades de tiempo, suponiendo que es capaz de aguantar hasta t coincide con la probab. de que aguante x unid. tiempo sin tener información adicional sobre él.

$$P(\xi > x+t / \xi > t) = P(\xi > x) \quad , x,t > 0.$$

Dem: $P(\xi > x+t / \xi > t) = \dfrac{P(\xi > x+t, \xi > t)}{P(\xi > t)} = \dfrac{P(\xi > x+t)}{P(\xi > t)} =$

f. superv.

$$\underset{\swarrow}{=} \frac{e^{-\lambda(x+t)}}{e^{-\lambda \cdot t}} = e^{-\lambda x} = P(\xi > x), \text{ cqd.}$$

APLICACIÓN

Si el nº de sucesos ocurridos en un intervalo de tiempo sigue una Poisson, entonces el tiempo que transcurre entre los sucesos es una exponencial.

La exponencial modeliza:

- la duración de la prestación de un servicio,
- el tiempo entre llegadas sucesivas a una cola
- la vida de algunos equipos electrónicos (fusibles ...)
- etc

4. DISTRIB. de PARETO ¿cómo se escribe? , $\Pi(x_0, b)$

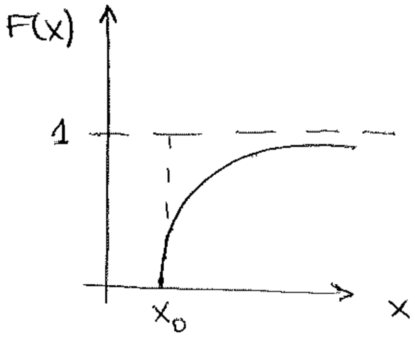
Función de densidad

$$f(x) = \frac{b \cdot x_0^b}{x^{b+1}} \quad , \; 0 < x_0 \leq x \quad , \; b > 0 \, .$$

Función de distribución

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \int_{x_0}^{x} b \cdot x_0^b \, x^{-b-1} dx = \cancel{b} x_0^b \left[\frac{x^{-b-\cancel{1}+\cancel{1}}}{-\cancel{b}-\cancel{1}+\cancel{1}} \right]_{x_0}^{x} =$$

$$= -x_0^b \left[x^{-b} - x_0^{-b} \right] = -x_0^b x^{-b} + 1 = 1 - \left(\frac{x_0}{x} \right)^b$$



Características

$$E[\xi] = \alpha_1 = \int_{x_0}^{+\infty} x \cdot \frac{b x_0^b}{x^{b+1}} dx = \int_{x_0}^{+\infty} \frac{b x_0^b}{x^b} dx = b x_0^b \cdot \left[\frac{x^{-b+1}}{-b+1} \right]_{x_0}^{+\infty} =$$

$$= b x_0^b \left[0 - \frac{x_0^{-b+1}}{-b+1} \right] = + \frac{b x_0^1}{b-1}$$

$$E[\xi^2] = \alpha_2 = \int_{x_0}^{+\infty} x^2 \cdot \frac{b x_0^b}{x^{b+1}} dx = b x_0^b \int_{x_0}^{+\infty} x^{-b+1} dx = b x_0^b \left[\frac{x^{-b+2}}{-b+2} \right]_{x_0}^{+\infty} =$$

$$= b x_0^b \left(0 - \frac{x_0^{-b+2}}{-b+2} \right) = \frac{b x_0^2}{b-2}$$

$$V[\xi] = \mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \frac{b x_0^2}{b-2} - \left(\frac{x_0 b}{b-1}\right)^2 = \frac{b x_0^2 (b-1)^2 - (b-2) x_0^2 b^2}{(b-2)(b-1)^2} =$$

$$= \frac{b x_0^2 (b^2 - 2b + 1) - x_0^2 b^3 + 2b^2 x_0^2}{(b-2)(b-1)^2} = \frac{\cancel{b^3 x_0^2} - \cancel{2b^2 x_0^2} + b x_0^2 - \cancel{b^3 x_0^2} + \cancel{2b^2 x_0^2}}{(b-2)(b-1)^2}$$

$$= \frac{b x_0^2}{(b-2)(b-1)^2}$$

Propiedades

P1 → Distribución truncada, $x \geq x_0$.

Se aplica en Economía, en el estudio de la distrib. de rentas personales.

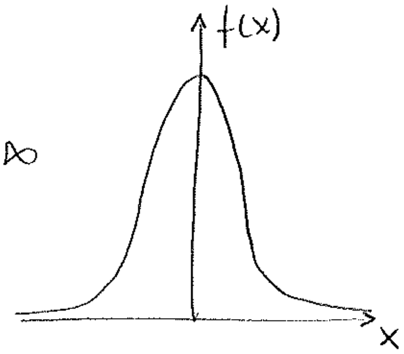
5. DISTRIB. de CAUCHY, $C(\lambda, \alpha)$

Función de densidad

$$f(x) = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{1}{\lambda^2 + (x-\alpha)^2} \quad , \quad -\infty < x < +\infty$$

¿λ, α?

no es un parám, es el nº π.



Función característica

$$\varphi(t) = e^{i\overset{\alpha}{\mu} t - \lambda |t|}$$

¿quién es μ?

NO es diferenciable en $t=0$ ⇒ NO tiene momentos respecto al origen

⇒ $\nexists\, E[\xi]$, $\nexists\, V[\xi]$

Propiedades

P1 $\rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}\xi \rightarrow C(\lambda, \alpha) \\ \eta = a + b\xi\end{array}\right\} \Rightarrow \eta \rightarrow C(|b|\lambda, a + b\alpha)$

P2 $\rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}\lambda = 1 \\ \alpha = 0\end{array}\right\} C(1,0) \rightarrow f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2}$

A esta distrib. se llega tb. como cociente de dos $N(0,\sigma)$ indep, no siendo cierta la situación inversa.

indep $\frac{N(0,\sigma)}{N(0,\sigma)} \rightarrow C(1,0)$; pero $C(1,0) = \frac{\xi_1}{\xi_2}$ indep $\Rightarrow \xi_1 \xi_2$ Norm.

P3 $\rightarrow$ Propiedad aditiva

La suma de n Cauchys indep. e idént. distribuidas tb. es Cauchy.

$\xi_j \rightarrow C(\lambda_j, \alpha_j) \Rightarrow f(x) = \frac{\lambda_j}{\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_j^2 + (x-\alpha_j)^2}$

$\eta = \xi_1 + \dots + \xi_n$

$\varphi_\eta(t) = \varphi_{\xi_1}(t) \cdot \ldots \cdot \varphi_{\xi_n}(t) = \prod_{j=1}^{n} e^{i\alpha_j t - \lambda_j |t|} =$

$= e^{it \sum_{j=1}^{n} \alpha_j - |t| \sum_{j=1}^{n} \lambda_j} \Longrightarrow$ función característica de una distrib. Cauchy de parámetros

$\alpha = \sum \alpha_j$

$\lambda = \sum \lambda_j$