Prácticas de la asignatura Series Temporales

Octava Entrega

1 Modelos de función de transferencia o de regresión dinámica

1.1 El modelo

Supongamos que tenemos dos series temporales, x_t e y_t, tales que:

1. Los valores x_t influyen en los valores y_{t+k}, $k > 0$, es decir, los valores actuales de la serie x_t influye en los valores futuros de la variable y_t.
2. La relación entre las dos variables permacece constante a lo largo del tiempo.
3. Asumimos que la respuesta y_t se puede aproximar por una combinación lineal de los valores precedentes de la variable x_t, es decir, y_t se puede escribir como $y_t = y_t^* + n_t$, donde y_t^* es la parte explicada por x_t, y se verifica que:
$$y_t^* = v_0 x_t + v_1 x_{t-1} + v_2 x_{t-2} + \ldots$$

Los valores $\{v_0, v_1, v_2, \ldots\}$ se denominan función de transferencia. La parte de y_t no explicada linealmente por x_t, se denomina proceso de inercia, n_t, que se descompone en dos partes:

$$n_t = f_t + a_t$$

donde f_t es la parte predecible y a_t es ruido blanco. Finalmente, obtenemos:

$$y_t = y_t^* + f_t + a_t$$

La parametrización de la función de transferencia está dada por:

$$y_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} v_i x_{t-i}$$

El proceso de ajuste de una función de transferencia es el siguiente:

1. Estimar la siguiente regresión para un valor alto p:
$$y_t = v_0 x_t + v_1 x_{t-1} + \ldots + v_p x_{t-p} + n_t \tag{1}$$
2. Comprobar si el ruido es estacionario o no.
   (a) Si es estacionario, identificar un modelo para el ruido.

(b) Estimar los parámetros conjuntamente.

3. Si no lo es, tomamos diferencias en la relación (1), estimamos el modelo de regresión y volvemos a comprobar si el ruido es estacionario.

4. Repetimos el proceso hasta que el ruido sea estacionario.

5. Ajustamos un modelo lineal al ruido y estimamos conjuntamente la función de transferencia y los parámetros del modelo del ruido.

1.2 Ejemplo práctico

Vemos como estimar la función de transferencia en Eviews. Para ello consideramos la serie mensual del IPI (Indice de Producción Industrial) y la serie del Indice general de la bolsa de Madrid para el periodo Enero de 1988 a Diciembre de 2000. El Indice de la bolsa puede ser un indicador avanzado del IPI por lo que construiremos un modelo de función de transferencia que explique el IPI en función de los valores pasados de la bolsa.

Creamos un workfile en el periodo Enero de 1988 a Diciembre de 2001. El último año lo utilizaremos para obtener predicciones para esos datos:

File → New → Workfile

Seleccionamos:

Monthly, Start date: 1988:1, End date: 2001:12

e importamos los ficheros de datos:

File → Import → Read Text-Lotus-Excel

y marcamos los ficheros ipi.txt y bolsa.txt que primero hemos bajado de la página web de la asignatura:

http://halweb.uc3m.es/esp/docencia/serieslic.html

Vemos el gráfico de las dos series. Algunas características saltan a la vista. En primer lugar, el IPI es muy estacional y el Indice de la bolsa no. Esto quiere decir que la estacionalidad no la va a explicar la bolsa. En segundo lugar vemos que el Indice de la bolsa se vuelve más volatil cuando mayor es el nivel. Por ello tomaremos las series en logaritmos.

En primer lugar, analizamos el IPI de manera univariante. Definimos una nueva serie:

Genr → lipi=log(ipi)

Abrimos la serie y volvemos a su gráfico:

View → Line Graph

La serie tiene un marcado carácter estacional y cambios en la tendencia de la serie, lo que implica que para obtener una serie estacionaria debemos tomar como mínimo una diferencia regular y otra estacional. Definimos la serie ddlipi en el menú del workfile como:

Genr → ddlipi=d(lipi,1,12)

y despues de abrir esta serie, podemos ver su gráfico:

View → Line Graph

El gráfico muestra una serie que aparentemente es estacionaria. Vemos el correlograma:

View → Correlogram

que muestra una estructura complicada. Un análisis más completo nos permite proponer un modelo ARIMA$(2,1,0)\times(0,1,1)_{12}$ con un atípico aditivo en el dato 1997:4. Creamos el atípico aditivo:

$$\begin{aligned} Genr &\rightarrow a1 = 0 \\ Genr &\rightarrow a1 = 1, \text{ sample: } 1997:4\ 1997:4 \end{aligned}$$

y estimamos dicho modelo:

Quick → Estimate Equation: d(lipi,1,12) ar(1) ar(2) sma(12) d(a1,1,12)

Comprobamos que los parámetros son significativos y vemos el ajuste con los residuos:

View → Actual, Fitted, Residual → Actual, Fitted, Residual Graph

y el correlograma de estos residuos:

View → Residual tests → Correlogram Q statistics

y comprobamos que algunos de los estadísticos de Ljung-Box aparecen significativos, pero son muy pocos. Nos quedamos con este modelo y realizamos predicciones en base a este modelo para el año 2001. Para ello:

Forecast → LIPI, Forecast name:LIPIF, S.E.: se, Sample range to forecast: 2001:1 2001:12

De esta manera tenemos guardada la predicción junto con el errores estándar. Con ellos podemos obtener los intervalos de confianza para la predicción como sigue:

Genr → icinf=lipif-2*se
Genr → icsup=lipif+2*se

Las series icinf e icsup forman los extremos inferiores y superiores de los intervalos de confianza. Seleccionamos las series lipif, icinf e icsup y con el botón derecho formamos un grupo mediante:

Open → As group

Posteriormente podemos ver el gráfico de toda la serie con el intervalo de confianza para la predicción con:

View → Graph → Line

Pasamos al modelo de la función de transferencia. Vemos la serie de la bolsa y como se ha comentado antes, tomamos logaritmos. Despues de abrir la serie vemos su gráfico:

View → Line Graph

La serie no tiene carácter estacional pero si tiene cambios en la tendencia, lo que implica que para obtener una serie estacionaria debemos tomar como mínimo una diferencia regular. Esto significa que en la estructura de los residuos deberemos incluir algún termino estacional. Para verlo, comprobamos que ocurre al estimar el modelo siguiente, donde tomamos $p = 12$:

$$\text{Quick} \rightarrow \text{Estimate Equation} \rightarrow lipi\ c\ lbolsa(0 \text{ to } -12)$$

Vemos la serie de residuos y comprobamos que muestra la estacionalidad de LIPI:

View → Actual, Fitted, Residual → Actual, Fitted, Residual Graph

Si vemos el correlograma de los residuos comprobamos que la estacionalidad se puede estimar mediante un AR(1) estacional:

View → Residual tests → Correlogram Q statistics

Pasamos a incluir la componente estacional, estimando:

$$\text{Procs} \rightarrow \text{Especify/Estimate} \rightarrow ipi\ c\ bolsa(0 \text{ to } -12)\ \text{sar}(12)$$

Comprobamos como el parámetro estimado es muy cercano a 1, por lo que posiblemente tengamos que tomar una diferencia estacional. Para ello, definimos una nueva serie:

$$Genr \rightarrow dlbolsa = d(lbolsa, 0, 12)$$

y estimamos el modelo:

$$\text{Procs} \rightarrow \text{Especify/Estimate} \rightarrow d(lipi, 0, 12)\ dbolsa(0\ to\ -12)$$

Vemos la serie de residuos:

View → Actual, Fitted, Residual → Actual, Fitted, Residual Graph

lo que nos lleva a pensar que la serie de residuos no es estacionaria. Pasamos a añadir una diferencia en la serie. Para ello definimos:

$$Genr \rightarrow ddlbolsa = d(lbolsa, 1, 12)$$

y estimamos el modelo:

$$\text{Procs} \rightarrow \text{Especify/Estimate} \rightarrow d(lipi, 1, 12)\ ddlbolsa(0\ to\ -12)$$

Vemos la serie de residuos, que aparentemente es estacionaria:

View → Actual, Fitted, Residual → Actual, Fitted, Residual Graph

Si vemos el correlograma de los residuos comprobamos que la estructura es compleja:

View → Residual tests → Correlogram Q statistics

Podemos intentar el siguiente modelo:

$$\text{Procs} \rightarrow \text{Especify/Estimate} \rightarrow d(lipi,1,12)\ ddlbolsa(0\ to\ -12)\ \text{ar(1) ar(2) sma(12)}$$

Los términos del ruido son todos significativos, pero comprobamos como las estimaciones de la función de transferencia no lo son a partir del retardo 6. Vemos también los residuos:

View → Actual, Fitted, Residual → Actual, Fitted, Residual Graph

y el correlograma de los residuos comprobamos que aparentemente tenemos ruido blanco:

View → Residual tests → Correlogram Q statistics

También notamos que el atípico en el LIPI sigue apareciendo en el gráfico.

Eliminamos los retardos del 7 en adelante:

$$\text{Procs} \rightarrow \text{Especify/Estimate} \rightarrow d(lipi,1,12)\ ddlbolsa(0\ to\ -6)\ \text{ar(1) ar(2) sma(12)}$$

e incluimos el atípico:

$$\text{Procs} \rightarrow \text{Especify/Estimate} \rightarrow d(lipi,1,12)\ ddlbolsa(0\ to\ -6)\ \text{ar(1) ar(2) sma(12) dd(a1,1,12)}$$

Ahora todos los coeficientes son significativos. El modelo que finalmente estimamos es:

$$LIPI_t = \left(w_0 + w_1 B + \ldots + w_6 B^6\right) LIB_{t-1} + a I_t^{(1997:04)} + \frac{\left(1 - \Theta B^{12}\right)}{\nabla\nabla_{12}\left(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2\right)} a_t$$

donde:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DDBOLSA	-0.082437	0.039921	-2.064996	0.0410
DDBOLSA(-1)	0.185437	0.053750	3.450010	0.0008
DDBOLSA(-2)	-0.116243	0.053479	-2.173613	0.0316
DDBOLSA(-3)	0.027339	0.052274	0.523001	0.6019
DDBOLSA(-4)	0.080242	0.053656	1.495495	0.1373
DDBOLSA(-5)	-0.055438	0.054198	-1.022878	0.3084
DDBOLSA(-6)	0.119921	0.040742	2.943442	0.0039
d(a1,1,12)	0.099726	0.024158	4.128020	0.0001
AR(1)	-0.808295	0.076587	-10.55391	0.0000
AR(2)	-0.557892	0.077361	-7.211503	0.0000
SMA(12)	-0.617027	0.076516	-8.064064	0.0000

Por último, podemos obtener predicciones de este modelo como antes. Pero para ello, necesitamos predicciones de la serie de la bolsa. Esto es fácil como veremos porque esta serie es un paseo aleatorio. Vamos a:

Quick → Estimate equation: d(lbolsa,1,0) c

y luego a:

forecasts → lbolsaf, Sample range to forecast: 2001:1 2001:12

Definimos:

$$\text{Genr} \rightarrow ddlbolsa = d(lbolsaf,1,12)$$

Con esta predicción podemos predecir el LIPI, incluyendo en la estimación estas predicciones:

Procs → Especify/Estimate → $d(lipi, 1, 12)$ $ddlbolsa(0\ to\ -6)$ ar(1) ar(2) sma(12) dd(a1,1,12)

y luego,

Forecast → LIPI, Forecast name:LIPIF2, S.E.: se2, Sample range to forecast: 2001:1 2001:12

Si comparamos las series se y se2 para los valores del año 2001, comprobamos que el modelo de regresion dinámica tiene menor error estándar en la predicción. Podemos obtener los intervalos de confianza para la predicción como en el caso univariante:

Genr → icinf2=ipif2-2*se2
Genr → icsup2=ipif2+2*se2

Las series icinf2 e icsup2 forman los extremos inferiores y superiores de los intervalos de confianza. Seleccionamos las series lipif2, icinf2 e icsup2 y con el botón derecho formamos un grupo mediante:

Open → As group

Posteriormente podemos ver el gráfico de toda la serie con el intervalo de confianza para la predicción con:

View → Graph → Line