Master en Estadística Aplicada y Estadística para el Sector Público

Economía

Tomo 1

María Teresa Blázquez Cuesta

Universidad de Alcalá
IN e Instituto Nacional de Estadística
CIFF Centro Internacional de Formación Financiera
2008 2009

MAITE BLÁZQUEZ CUESTA

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

MÓDULO DE MICROECONOMÍA:

2.1 Tª DE LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR.
2.2 Tª DE LA PRODUCCIÓN.
2.3 Tª DE LOS COSTES DE LA EMPRESA.
2.4 EL MODELO DE COMPETENCIA PERFECTA.

MODULO DE MICROECONOMÍA:

2.1 Teoría de la demanda del consumidor.

2.1.1 Teoría neoclásica de la demanda del consumidor.

2.1.1.1 Las preferencias del consumidor. La función de utilidad.

Conceptos básicos.
La estructura de las preferencias individuales.
La función de utilidad como representación de las preferencias.
Las curvas de indiferencia.
La relación marginal de sustitución.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 3º.
Segura (1994). Capítulo 2º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 2º.
Varian (1998). Capítulo 7º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulos 1º y 2º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 1ºA.

2.1.1.2. La elección óptima. La maximización de la utilidad.

El equilibrio del consumidor.
La maximización condicionada por sustitución (método 1).
Condiciones de Equilibrio. La elección óptima.
- 1er Grado. Las utilidades marginales ponderadas por el precio.
- 2º Grado. Convexidad de las curvas de indiferencia.

La maximización condicionada. El lagrangiano (método 2).
Teoremas fundamentales del equilibrio.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 5º.
Segura (1994). Capítulo 2º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 2º.
Varian (1998). Capítulos 7º y 8º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 3º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulos 1ºB y 1ºC.

2.1.1.3 Las funciones de demanda.

Funciones de demanda normales (Marshallianas).
Generalización a "n" variables.
La maximización condicionada de la utilidad.
Las funciones de demanda.
Propiedades de las funciones de demanda.
Funciones de demanda compensadas (Hicksianas).
Curvas de demanda.
Elasticidades de la demanda con respecto al precio y la renta.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 6º.
Segura (1994). Capítulo 2º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 2º.
Varian (1998). Capítulo 9º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 3º.

2.1.1.4 Efectos de sustitución y renta.

La ecuación de Slutsky.
Efectos directos.
Efectos cruzados.
Sustituibilidad y Complementariedad.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 8º.
Segura (1994). Capítulo 2º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 2º.
Varian (1998). Capítulo 8º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 3º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 1ºD.

2.1.2 Otros desarrollos de la teoría de la demanda: la teoría de la preferencia revelada.

La preferencia revelada.
Recuperación de las preferencias.
Axioma débil de preferencia revelada.
Axioma fuerte de preferencia revelada.
Teoremas. El efecto sustitución.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 7º.
Segura (1994). Capítulo 2º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 2º.
Varian (1998). Capítulo 8º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 2º.

2.1.3 El análisis de la dualidad de la demanda del consumidor.

La elección óptima. Los problemas duales
Las funciones de demanda normales (M) y compensadas (H).
La función indirecta de utilidad y la función de gasto.
    Propiedades de las funciones indirectas de utilidad y de gasto.
Los teoremas de Hotelling y Roy

Bibliografía:
Segura (1994). Capítulo 2º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 3º.

2.1.4 Teoría de la elección del consumidor en situaciones de riesgo e incertidumbre.

La hipótesis de la utilidad esperada.
Axiomática de la elección con riesgo e incertidumbre.
La función de utilidad esperada.
La unicidad del índice de utilidad.
El grado de aversión al riesgo.
La demanda en situaciones de riesgo e incertidumbre.
La demanda de aseguramiento.
Limitaciones de las hipótesis de la utilidad esperada.
Elección con probabilidades subjetivas.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 12º.
Segura (1994). Capítulo 2º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 2º.
Varian (1998). Capítulo 11º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 6º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 2ºD.

2.2 Teoría de la producción.

La estructura de la tecnología.
La función de producción como representación de la tecnología
Curvas de productividad. El corto plazo.
    Productividad media y productividad marginal.
    Ley de la productividad marginal decreciente.
    Elasticidad del output.
Isocuantas. El largo plazo
    La relación técnica de sustitución entre factores.
La forma de la función de producción.
Elasticidad de sustitución.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 17º.
Segura (1994). Capítulo 3º.

Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.
Varian (1998). Capítulo 1º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 5º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 3ºA.

2.3 La teoría de los costes de la empresa.

2.3.1. La teoría de los costes.

2.3.1.1 La conducta de optimización.

El isocoste.
La maximización condicionada del output.
La minimización condicionada del coste.
La maximización del beneficio.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 18º y 19º.
Segura (1994). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.
Varian (1998). Capítulos 2º, 3º y 4º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 5º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 3ºA.

2.3.1.2 Las funciones de demanda de factores y de oferta de productos.

Obtención de las funciones de demanda de factores y oferta de product.
Teoremas.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 18º
Segura (1994). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.
Varian (1998). Capítulo 2º.

2.3.1.3 Las funciones de coste.

La función de coste. Propiedades
Funciones de coste a corto plazo.
Costes medios y coste marginal.
La elasticidad de costes.
Funciones de coste a largo plazo.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 20º
Segura (1994). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.

Varian (1998). Capítulo 5º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 5º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 3ºA.

2.3.1.4 Las funciones de producción homogéneas.

La elasticidad de la producción a largo plazo.
Propiedades.
Los rendimientos a escala.
El teorema de Euler y la distribución.
Funciones de coste a largo plazo.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 17º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.
Varian (1998). Capítulos 1º y 5º.

2.3.1.5 La producción conjunta.

Conceptos básicos.
Curvas de transformación.
La relación de transformación de productos.
La maximización condicionada del ingreso.
La maximización del beneficio.

Bibliografía:
Segura (1994). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.
Varian (1998). Capítulo 1º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 5º.

2.3.1.6 La maximización del beneficio con múltiples factores y productos.

Función de producción y ecuación de beneficio generalizadas.
La maximización condicionada del beneficio. El lagrangiano.
Efectos sustitución.

Bibliografía:
Segura (1994). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 3º.

2.3.2 La dualidad en la teoría de los costes.

La conducta de optimización. Los problemas duales.
Teoremas.

Bibliografía:
Segura (1994). Capítulo 3º.

2.4 El modelo de competencia perfecta.

2.4.1 El modelo de competencia perfecta: análisis a corto y largo plazo

2.4.1.1 Los supuestos de la competencia perfecta.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 21º
Segura (1994). Capítulo 3º y 9º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 4º.
Varian (1998). Capítulo 13º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 10º.

2.4.1.2 Las funciones de demanda y de oferta.

- Funciones de demanda.
    - La función de demanda de mercado.
    - La función de demanda del empresario.
- Funciones de oferta.
    - El período de muy corto plazo.
    - El corto plazo.
    - El largo plazo.
- Economías y deseconomías externas.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 21º
Segura (1994). Capítulo 3º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 4º.
Varian (1998). Capítulos 9º y 13º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulos 4º y 10º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 3ºB.

2.4.1.3 El equilibrio del mercado de un bien.

- Equilibrio a corto plazo.
    - La condición de equilibrio. Cantidad y precio de equilibrio.
- Equilibrio a largo plazo.
    - La condición de equilibrio. El beneficio económico.
- Las condiciones de costes diferenciales y la renta.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 22º
Segura (1994). Capítulo 3º y 9º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 4º.
Varian (1998). Capítulo 13º.
Mas-Colell, Whinston y Green (1995). Capítulo 10º.
Carrasco *et al.* (2003). Capítulo 3ºC.

2.4.1.4 La existencia y unicidad del equilibrio.

Condiciones de existencia.
Condiciones de unicidad.

Bibliografía:
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 4º.

2.4.1.5 La estabilidad del equilibrio.

Estabilidad estática.
Estabilidad dinámica. Ajuste retardado.
Estabilidad dinámica. Ajuste continuo.
Equilibrio local y equilibrio global.
El método directo de Liapunov.

Bibliografía:
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 4º.

2.4.1.6 El equilibrio dinámico con ajuste retardado.

Ajuste retrasado en un mercado único.
Ajuste retrasado en dos mercados interrelacionados.

Bibliografía:
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 4º.

2.4.2 Comparación con el modelo de competencia monopolística.

Los supuestos de la competencia imperfecta.
La función de demanda de la empresa.
La maximización del beneficio en competencia monopolística.
El equilibrio a corto plazo.
El equilibrio largo plazo.
Comparación entre el equilibrio competitivo y de comp. monopolística.

Bibliografía:
Varian (2002). Capítulo 24º
Segura (1994). Capítulo 9º.
Henderson y Quandt (1982). Capítulo 6º.
Carrasco et al. (2003). Capítulo 3ºC.

Bibliografía de referencia:

Teoría:

1º) Hal R. Varian (2002): *Microeconomía Intermedia. Un Enfoque Actual, 5ª ed.* Antonio Bosch: Barcelona

Notas:

Este es el libro de texto por excelencia de nivel intermedio en la Licenciatura de Economía, y que debe ser leído inicialmente por cualquier persona que no haya tenido ninguna formación en economía. Sirve para entender los conceptos y definiciones antes de proceder a su formalización matemática de acuerdo a textos de microeconomía más avanzados

Como es habitual en los libros de texto a este nivel, al final de cada capítulo el libro ofrece un breve resumen y se propone un conjunto de ejercicios no resueltos.

2º) Julio Segura (1994): *Análisis Microeconómico. 3ª ed.* Alianza Editorial: Madrid

Notas:

Este texto aborda el análisis de la teoría económica neoclásica del consumo, la producción y los mercados, de acuerdo a una exposición formal matemática. Es uno de los libros de texto de referencia para la microeconomía avanzada a nivel de licenciatura, de master, y de doctorado, aunque debido a su falta de actualización no aborda algunas de las contribuciones más recientes a la Teoría Económica.

Representa el texto básico en el que se apoya el temario de microeconomía de la oposición al Cuerpo Superior de Estadísticos del Estado. Debe servir de referencia, junto al siguiente, para la elaboración y preparación de dichas oposiciones una vez que los conceptos económicos sean dominados a nivel intermedio

Al final de cada capítulo el libro ofrece la bibliografía científica sobre la que se apoya el texto, y que puede ser consultada para profundizar en los temas tratados.

3º) James M. Henderson y Richard E. Quandt (1982): Teoría Microeconómica, Ariel Economía, Barcelona: ISBN: 843442004X

Notas:

Traducción al castellano de la 2ª edición inglesa editada en 1972. La última edición inglesa data de (1980): J.M. Henderson y R.E. Quandt (1980): *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill. Está edición está publicada en castellano por Ariel para el mercado latinoamericano, por lo que su difusión en España es muy limitada. La 3ª edición inglesa, sin traducir, se puede encontrar en la Universidad

Complutense de Madrid, Universidad de Lleida, Universidad de Sevilla y Universidad de Zaragoza.

Es un libro que, como el precedente, aborda el análisis de la teoría económica neoclásica del consumo, la producción y los mercados, de acuerdo a una exposición formal matemática. Fue el libro de referencia en el temario de oposiciones para estadísticos superiores hasta la última convocatoria de 2004, por lo que constituye un eje fundamental sobre el que ha descansado la elaboración de temarios y preparación.

Al final de cada capítulo el libro ofrece un breve resumen, un conjunto de ejercicios no resueltos y la bibliografía más relevante.

4º) Hal R. Varian (1998): *Análisis Microeconómico, 3ª ed.* Antonio Bosch: Barcelona

Notas:

Traducción al castellano de la 3ª y última edición inglesa, H. Varian (1992): *Microeconomic Analysis*, Norton & Co., Inc.

Es el texto básico en el que se apoya la docencia de microeconomía avanzada a nivel de licenciatura en la mayor parte de las universidades. Al igual que en los dos casos anteriores la exposición es matemática, recurriendo al cálculo diferencial e integral. Sirve de complemento a estos por si se desea una tercera opinión aproximación a los temas de microeconomía.

Al final cada capítulo se ofrece algunas notas bibliográficas y ejercicios sin resolver.

5º) Andreu Más-Collel, Michael D. Whinston y Jerry R. Green (1995): *Microeconomic Theory*, Oxford University Press: Oxford.

Notas:

No existe traducción al castellano de esta obra que ofrece una exposición actualizada, y con elevado rigor matemático, de los contenidos presentes en los textos anteriores. Desde un punto de vista metodológico puede considerarse heredera (al igual que el libro de Henderson y Quandt, 1982) del clásico texto de P. Samuelson (1947): *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press: Cambridge, que inició la docencia de la teoría económica atendiendo a su formalización matemática.

Este libro es el manual de referencia para impartir microeconomía avanzada en los cursos de doctorado de numerosas universidades.

Conforme se avanza en el contenido de cada capítulo se ofrecen numerosos ejemplos, mientras que al final se facilita la bibliografía más relevante y un conjunto amplio de ejercicios que no son resueltos.

<u>Ejercicios:</u>

1º) Amparo Carrasco, Covadonga de la Iglesia, Esperanza Gracia, Elena Huergo y Lourdes Moreno (2003): *Microeconomía Intermedia. Problemas y Cuestionarios*, McGraw-Hill: Madrid.

Notas:

Libro de muy reciente publicación que complementa a los anteriores al ofrecer un conjunto de ejercicios resueltos. A él debe acudirse una vez que se dominen los conceptos y modelos fundamentales expuestos en los textos teóricos anteriores. Desde un punto de vista pedagógico, obliga al alumno a adoptar una actitud activa al emplear conceptos matemáticos en la resolución de problemas concretos y específicos, tanto desde un punto de vista analítico como numérico.

Maite Blázquez Cuesta

Dpto. de Análisis Económico

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

MÓDULO DE MICROECONOMÍA:

2.1 Tª DE LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR.

2.2 Tª DE LA PRODUCCIÓN.

2.3 Tª DE LOS COSTES DE LA EMPRESA.

2.4 EL MODELO DE COMPETENCIA PERFECTA.

BIBLIOGRAFÍA:

– *Hal R. Varian (2002): Microeconomía Intermedia. Un Enfoque Actual, 5ª ed. Antonio Bosch: Barcelona*

– *Julio Segura (1994): Análisis Microeconómico. 3ª ed. Alianza Editorial: Madrid*

– *James M. Henderson y Richard E. Quandt (1982): Teoría Microeconómica, 3ª ed. Ariel Economía: Barcelona.*

- INTRODUCCIÓN:

- ECONOMÍA:

1) DEFINICIÓN: Problema Económico: Asignación de recursos escasos ⇔ Satisfacer necesidades ilimitadas.

2) SISTEMA ECONÓMICO: Economía de mercado, Economía centralizada, Economía mixta.

3) ECONOMÍA DE MERCADO: ⇒ TEORÍA DE PRECIOS Explica el mecanismo por el cual se asignan los recursos.

4) MARCO INSTITUCIONAL. Constitución Española. Art. 38 “Se reconoce la libertad de empresa en el marco de la economía de mercado.”

5) RACIONALIDAD DE LOS AGENTES ECONÓMICOS:
Comportamiento optimizador ⇒
Consumidores: DEMANDA / Empresarios: OFERTA

- 2.1 LA TEORÍA DE LA DEMANDA.

- 2.1.1 Tª NEOCLÁSICA DE LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR

2.1.1.1 Las preferencias del consumidor. La función de utilidad.

Conceptos básicos.
La estructura de las preferencias individuales.
La función de utilidad como representación de las prefer.
Curvas de indiferencia.
La relación de sustitución entre bienes.

- LA ESTRUCTURA DE LAS PREFERENCIAS DEL CONSUM.

Las preferencias del consumidor respecto a un conjunto $\boldsymbol{q}=(q_1,..,q_n) \in \Re^N$ de bienes y servicios (cestas) quedan representadas mediante las siguientes relaciones binarias:

$(q_1^0,q_2^0) \geq (q_1^1,q_2^1)$ $\boldsymbol{q}^0$ se prefiere estrictamente a $\boldsymbol{q}^1$ (fuerte) → NP

$(q_1^0,q_2^0) > (q_1^1,q_2^1)$ $\boldsymbol{q}^0$ se prefiere al menos como $\boldsymbol{q}^1$ (débil)

$(q_1^0,q_2^0) \sim (q_1^1,q_2^1)$ $\boldsymbol{q}^0$ es indiferente a $\boldsymbol{q}^1$

Los supuestos (axiomas) sobre las preferencias:

1) Completitud: el consumidor es capaz de comparar (ordenar) el conjunto de las cestas a su alcance.

2) Reflexivas: Una cesta es al menos tan buena como ella misma.

3) Transitivas: si una cesta es mejor que otra, y ésta última, a su vez, mejor que una tercera, entonces la primera es preferida a la tercera.

$\Rightarrow$ Los axiomas 1 a 3 permiten particionar el conjunto de preferencias.

4) Monotonía: si una cesta (vector de consumo) presenta una componente mayor que otro, entonces será preferido

$\Rightarrow$ Insaciabilidad del consumidor.

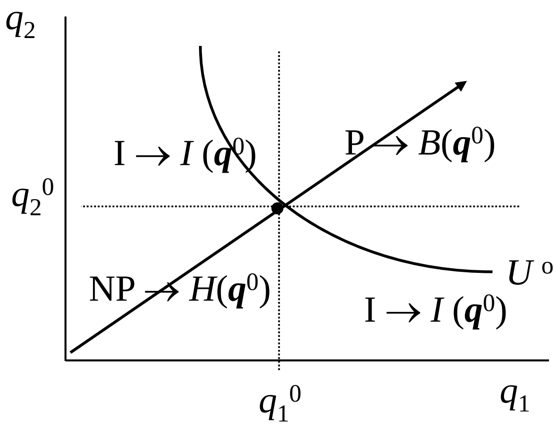
5) Continuidad: las relaciones de preferencia se mantienen ante variaciones pequeñas de las cuantías de las cestas.

6) Convexidad (estricta): las combinaciones lineales entre dos cestas pertenecen al conjunto (indiferente) de preferencias

$\Rightarrow$ garantiza la existencia de un óptimo para el consumidor según el problema de optimización restringida.

7) Diferenciabilidad: Las preferencias son continuas existiendo una única derivada en cada punto

8) Racionalidad: Para que el consumidor pueda comprar (ordenar) cestas es necesario que el conjunto de preferencias es no vacío, cerrado y acotado.



- LA FUNCIÓN DE UTILIDAD COMO REPRESENTACIÓN DE LAS PREFERENCIAS.

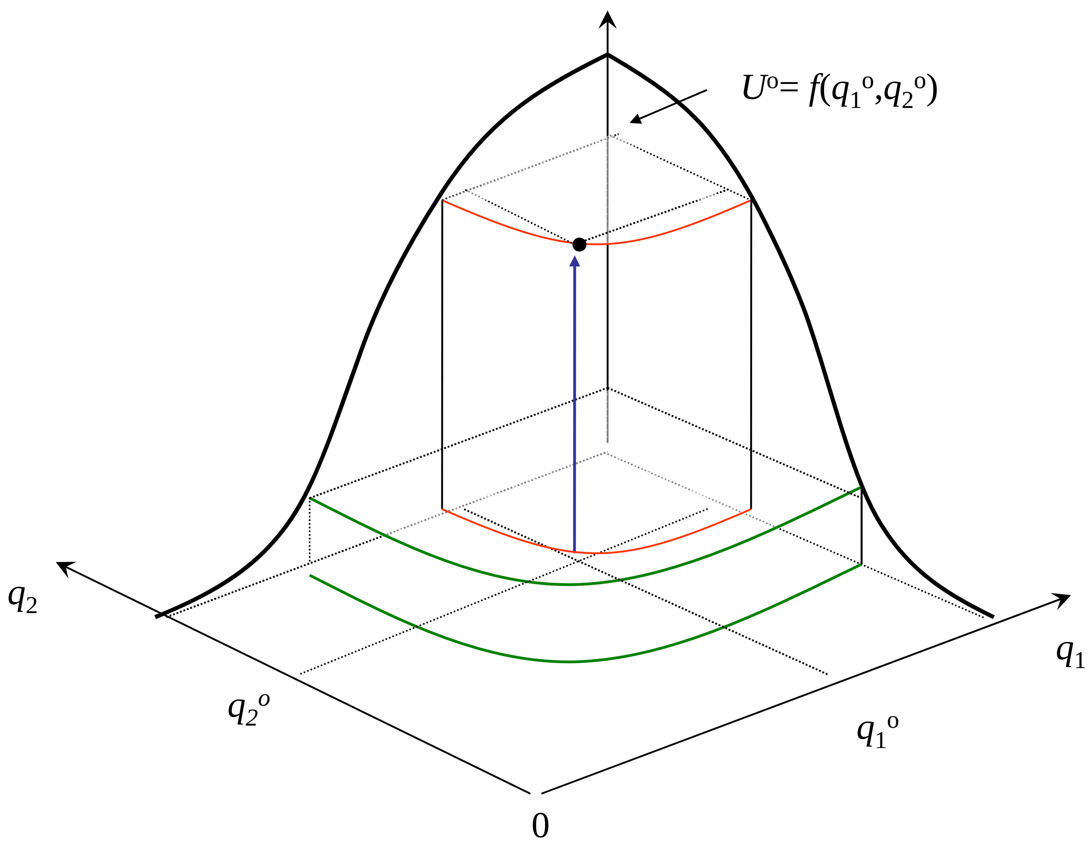
· Si las preferencias de un consumidor están caracterizadas por los axiomas expuestos es posible representarlas mediante una función que asocia a cada nivel de indiferencia un número real $\Rightarrow$ Es posible construir una función $U=f(\boldsymbol{q})$ tal que describe la estructura de preferencia estricta e indiferencia.

· Esta función implica una comparación "ordinal" (posición) y no "cardinal" (numérica) de las prefeencias $\Rightarrow$ trasnformaciones monótonas no afectan a la descripción de las preferencias porque mantienen la ordenación.

· La asunción de los axiomas expuestos garantiza la existencia de una función de utilidad $U=f(\boldsymbol{q})$ tal que:

1) $U(\boldsymbol{q}^1) > U(\boldsymbol{q}^0) \leftrightarrow q^1 > q^0$ 4) $U(\boldsymbol{q})$ es monótona creciente
2) $U(\boldsymbol{q}^1) = U(\boldsymbol{q}^0) \leftrightarrow q^1 \sim q^0$ 5) $U(\boldsymbol{q})$ es estrict. cuasicóncava
3) $U(\boldsymbol{q})$ es continua y diferenciable

Gráfico. La función de utilidad: $U = f(q_1, q_2)$

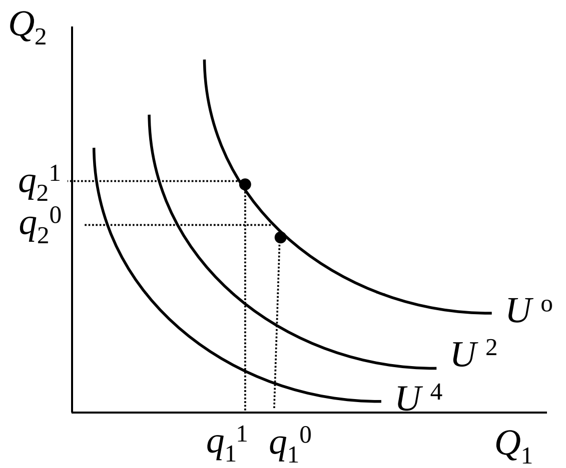


- LAS CURVAS DE INDIFERENCIA.

· Reflejan las distintas combinaciones de bienes y servicios que reportan al individuo igual utilidad ⇒ Curvas de nivel de la función de utilidad: $U^o = f(q_1, q_2)$: $U(\boldsymbol{q}^1) = U(\boldsymbol{q}^0) \leftrightarrow \boldsymbol{q}^1 \sim \boldsymbol{q}^0$

· Es posible representar un mapa de curvas de indiferencia:

Gráfico. Mapa de curvas de indiferencia

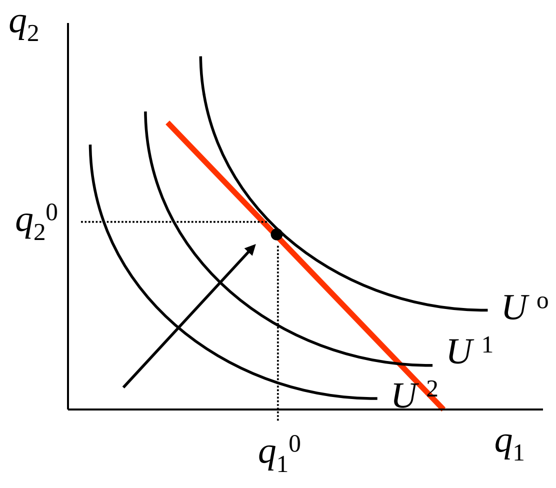


- LA RELACIÓN MARGINAL DE SUSTITUCIÓN.

· Expresa la tasa de intercambio en el consumo de dos bienes que mantiene inalterado el nivel de utilidad:

· Considerando el diferencial de U: $dU = f_1 dq_1 + f_2 dq_2$ (donde $f_1 = \partial U / \partial q_1$ y $f_2 = \partial U / \partial q_2$), se asume $dU = 0$, obteniendo:

$$RMS_{q_1}^{q_2} = -\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{f_1}{f_2}$$



- 2.1.1.2 La elección óptima. La maximización de la utilidad.

El equilibrio del consumidor.
La maximización condicionada por sustitución (método 1).
Condiciones de Equilibrio. La elección óptima.
1er Grado. Las utilidades marginales ponderadas por el precio.
2º Grado. Convexidad de las curvas de indiferencia.
La maximización condicionada. El lagrangiano (método 2).
Teoremas fundamentales del equilibrio.

- EL EQUILIBRIO DEL CONSUMIDOR.

· El consumidor pretende maximizar su utilidad condicionada a la cuantía de renta de la que dispone:

$y^0 = p_1q_1 + p_2q_2$, donde y^0 es la renta y p_1 y p_2 los precios

· El problema es: $\max \quad U = f(q_1, q_2)$

$\text{s.a} \quad y^o = p_1q_1 + p_2x_2$

- LA MAXIMIZACIÓN CONDICIONADA POR SUSTITUCIÓN (MÉTODO 1).

· El consumidor racional desea adquirir la combinación de bienes que maximiza su función de utilidad, pero su capacidad adquisitiva se encuentra limitada por su renta:

$\Rightarrow$ siendo $y^0/p_2 - p_1q_1/p_2 = q_2$, se sustituye q_2 en $U= f(q_1,q_2)$, obteniendo:

$$U = f\left(q_1, \frac{y^0 - p_1q_1}{p_2}\right),$$

convirtiéndose en un problema de maximización sin restricciones, cuyas condiciones de equilibrio son:

Condiciones de Primer Grado, CPG: $\partial U/\partial q_1=0$, y

Condiciones de Segundo Grado, CSG: $\partial^2U/\partial^2q_1 < 0$

- CONDICIONES DE EQUILIBRIO. LA ELECCIÓN ÓPTIMA

1er Grado. Ley de las utilidades marginales ponderadas.

· Partiendo del diferencial de la función de utilidad así expresada se obtiene el siguiente resultado:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Rightarrow \text{Si} \quad RMG_{q_1}^{q_2} = -\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{f_1}{f_2} \quad \Rightarrow \quad RMS_{q_1}^{q_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

· Interpretación: La cantidad demandada de los bienes es tal que su relación de sustitución es igual a su precio relativo.

· Si $\frac{f_1}{f_2} = \frac{p_1}{p_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{f_1}{p_1} = \frac{f_2}{p_2}}$

· Interpretación: El consumidor demanda los bienes en una cuantía tal que sus utilidades marginales ponderadas por el precio son iguales.

2º Grado. Convexidad de las curvas de indiferencia.

· Siendo f_{11} y f_{22} las segundas derivadas parciales directas, y f_{12} y f_{21} las derivadas parciales cruzadas, se obtiene que debe verificarse que:

$$f_{11} f_2^2 - 2f_{12} f_1 f_2 + f_{22} f_1^2 < 0$$

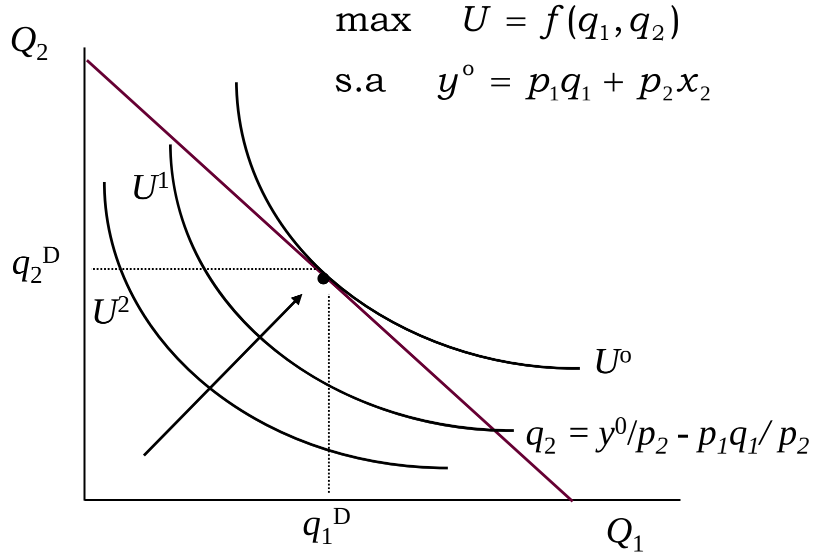
· Entonces, dado que la variación en la pendiente de la curva de indiferencia es:

$$\frac{d^2q_2}{d^2q_1} = -\frac{1}{f_2^3} - (f_{11} f_2^2 - 2f_{12} f_1 f_2 + f_{22} f_1^2),$$

la CSG garantiza que $d^2q_2/d^2q_1 > 0$, por lo que la curva de indiferencia es convexa, lo cual implica que la *RMS* es creciente en términos algebraicos y decreciente en términos absolutos (gráficos).

· Interpretación: El consumidor está dispuesto a sacrificar una menor cuantía de un bien por otro conforme su escasez relativa se incrementa.

Gráfico. El equilibrio del consumidor



- LA MAXIMIZACIÓN CONDICIONADA. EL LAGRANGIANO. (MÉTODO 2)

· La determinación de las cantidades que demandará el consumidor puede obtenerse solucionado el problema de maximización condicionada:

$$\begin{cases} \max \quad U = f(q_1, q_2) \\ \text{s.a} \quad y^o = p_1q_1 + p_2q_2 \end{cases} \Leftarrow \text{ Ecuación de balance}$$

mediante el lagrangiano :

$V = f(q_1, q_2) + \lambda\,(y^o - p_1q_1 - p_2q_2)$, cuyas CPG y CSG son:

Condiciones de primer grado:

$$\frac{\partial V}{\partial q_1} = f_1 - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial q_2} = f_2 - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = y^o - p_1q_1 - p_2q_2 = 0$$

Condición de segundo grado:

$$|H| = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & -p_1 \\ f_{21} & f_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{bmatrix} = -f_{11}\ f_2^2 + 2f_{12}\ f_1 f_2 - \ f_{22}\ f_1^2 > 0,$$

- TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL EQUILIBRIO:

1) ORDINALIDAD: El equilibrio es invariante ante cualquier transformación monótona creciente de $U(\boldsymbol{q})$.

· Suponiendo la existencia de una función de utilidad $U = f(q_1, q_2)$, es posible asociar a las distintas combinaciones de bienes un índice de utilidad (valor) que los relaciona; por ejemplo, para dos combinaciones 0, 1 se observa:

$U^o = f(q_1^{\,o}, q_2^{\,o}) < U^1 = f(q_1^{\,1}, q_2^{\,1})$

· En estas circunstancias, aplicando cualquier transformación

monótona (creciente) a la función de utilidad de la forma: $W = F(U) = \text{F}[f(q1, q2)]$, ésta se caracteriza por dejar inalterada la ordenación entre ambas cestas:

$W^o = \text{F}[U^o] = \text{F}[f(q_1^{\,o}, q_2^{\,o})] < W^1 = \text{F}[U^1] = [f(q_1^{\,1}, q_2^{\,1})]$

· La prueba de este resultado se basa en que la transformación monótona no altera las condiciones de primer y segundo grado que determinan las cuantías óptimas que demandará el consum. (S, pág 41; HQ, 21-24)

· La relevancia analítica y aplicada es que LA ELECCIÓN DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD CONCRETA ES IRRELEVANTE siempre que se consideren transformaciones monótonas, dado que: 1) las relaciones (índices o niveles de utilidad) entre las diversas combinaciones que el consumidor puede elegir permanece inalterada (su ordenación "*guarda el orden*") y 2) los resultados obtenidos son invariables.

· Ej: $U = f(q_1, q_2) = q_1 \cdot q_2$ y su transformación $W = \text{F}[U]^2 = q_1^{\,2} \cdot q_2^{\,2}$

2) EXISTENCIA: Las cantidades demandadas de cada bien en equilibrio son funciones de los precios y la renta monetaria, S, pág. 41. $\Rightarrow$ $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{p}, y)$, (S. pág 41). (VER 2.1.1.3)

$\Rightarrow$ EFECTO SUSTITUCIÓN Y RENTA (VER 2.1.1.4)

3) HOMOGENEIDAD: Las funciones de demanda $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{p}, y)$ son homogéneas de grado cero en $\boldsymbol{p}$ e y, (S, pag. 42; HQ, pág 26).

$\Rightarrow$ AUSENCIA DE ILUSIÓN MONETARIA: RENTA REAL.

4) UTILIDAD MARGINAL DE LA RENTA: El multiplicador de Lagrange (método 2) es la utilidad marginal de la renta gastada, (S, pág 42).

$\Rightarrow$ VARIACIÓN EN LA “SATISFACCIÓN”: $\frac{\partial U(q)}{\partial y} = \lambda$

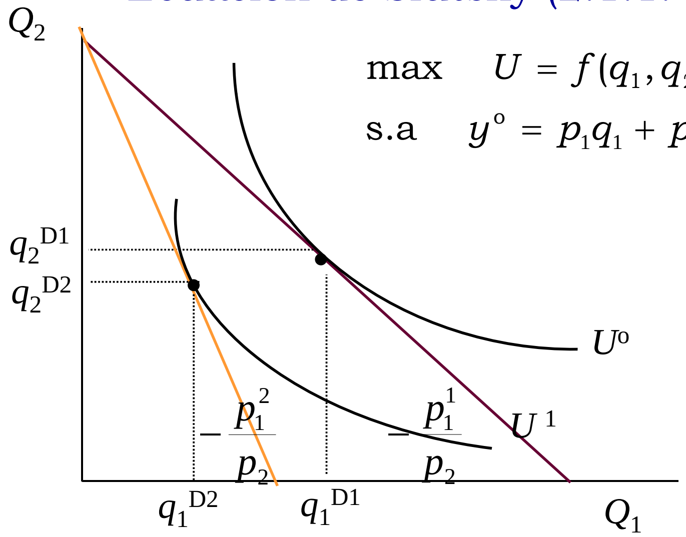
5) CONTINUIDAD: Si se cumplen los axiomas 1-5, 6’ y 7 para cualquier $\boldsymbol{p} >> 0$ e $y > 0$, las funciones de demanda $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{p}, y)$ son continuas, (S, pag 42-43).

$\Rightarrow$ ES POSIBLE ENCONTRAR UN ÚNICO MÁXIMO (Solución)

Condición de segundo grado:

$$|H| = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & -p_1 \\ f_{21} & f_{22} & -p_2 \\ -p_1 & -p_2 & 0 \end{bmatrix} = -f_{11}\, f_2^2 + 2 f_{12}\, f_1 f_2 - \ f_{22}\, f_1^2 > 0,$$

Gráfico. Efectos de variaciones en los precios y en la renta
Ecuación de Slutsky (2.1.1.4)



- 2.1.1.3 Las funciones de demanda.

Funciones de demanda normales (Marshallianas).
Generalización a “n” variables.
La maximización condicionada de la utilidad.
Las funciones de demanda.
Propiedades de las funciones de demanda.
Funciones de demanda compensadas (Hicksianas).
Curvas de demanda.
Elasticidades de la demanda respecto al precio y la renta.

- FUNCIONES DE DEMANDA NORMALES (MARSHALLIANAS).

· La función de demanda ordinaria relaciona la cantidad consumida de un bien en función de los precios de todos los bienes (incluido el propio) y la renta: $q_1^D=\varphi(p_1,..,p_j,...,p_m,\ y^0)$.

- *Generalización a “n” variables*

· La función de utilidad generalizada a “n” bienes se define como:

$$U = f(q_1, q_2, \ldots, q_n)$$

· La ecuación de balance generalizada se corresponde con:

$$y - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i = 0$$

- *La maximización condicionada de la utilidad. El lagrangiano.*

$$\begin{cases} \max \quad U = f(q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ \text{s.a} \quad y^0 - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i = 0 \end{cases}$$

· El lagrangiano se define en este caso como:

$$V = f(q_1, q_2, \ldots, q_n) + \lambda \left(y - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \right)$$

· Las CPG generalizadas se corresponden con el sistema:

$$\frac{\partial V}{\partial q_i} = f_i - \lambda\ p_i = 0\ , \quad i = 1,\ldots,n\ ,$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = y^o - \boldsymbol{pq} = 0$$

· Las CSG generalizadas exigen que los sucesivos hessianos orlados alteren el signo:

$$|H| = (-1)^n \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & \ldots & f_{1n} & -p_1 \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & \ldots & f_{2n} & -p_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_{n1} & f_{n2} & f_{n3} & \ldots & f_{nn} & -p_n \\ -p_1 & -p_2 & -p_n & & -p_1 & 0 \end{vmatrix} > 0$$

y su cumplimiento esta garantizado por la estricta cuasiconcavidad de $U(\boldsymbol{q})$.

- *Las funciones de demanda.*

· Siendo los precios y la renta variables exógenas es posible obtener el siguiente sistema de ecuaciones expresado en forma matricial a partir de las CPG (CSG - hessiano orlado):

$$\begin{vmatrix} f_{ij} & -p_i \\ -p_j & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dq \\ d\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda\, dp \\ \boldsymbol{qdp} - dy \end{vmatrix} \qquad i = 1,\ldots,n$$

· El determinante de la matriz representa el jacobiano relevante para, aplicando el teorema de la función implícita, obtener las funciones de demanda en un entorno de ($\boldsymbol{p}$, y):

$$q_i = q_i(\boldsymbol{p}, y) \quad i = 1,\ldots,n$$

$$\lambda = \lambda(\boldsymbol{p}, y)$$

· Ejemplo: Las curvas de demanda se obtienen de las condiciones de primer grado del problema de maximización de la utilidad, pues las cantidades óptimas, q_1^D y q_2^D, están en función de sus precios y la renta: p_1 , p_2 e y^0.

· Supongamos que $U = f(q_1,q_2) = q_1 \cdot q_2 \Rightarrow$ Las CPG son:

$$\frac{\partial V}{\partial q_1} = q_2 - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial q_2} = q_1 - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = y^o - p_1 q_1 \text{-} p_2 q_2 = 0$$

y las funciones de demanda para ambos bienes son:

$$q_1^D = \frac{y^0}{2p_1} \quad y \quad q_1^D = \frac{y^0}{2p_1}$$

- *Propiedades de las funciones de demanda.*

1) La demanda de cualquier bien es una función univoca de los precios y la renta $\Leftarrow$ Graf. convexidad de las curvas de indiferencia garantiza un único máximo de $U = f(\boldsymbol{q})$,

2) Las funciones de demanda son homogéneas de grado cero en precios y renta (un incremento en igual proporción de ambos deja la demanda inalterada):$q_1^D = \varphi(kp_1\ ,\ kp_2\ ,\ ky^{\ 0}) \Rightarrow$ TEOREMA 3: HOMOGENEIDAD

- FUNCIONES DE DEMANDA COMPENSADAS (HICKSIANAS).

· Las funciones de demanda compensadas relacionan la cantidad consumida de un bien en función de los precios de todos los bienes (incluido el propio) sin considerar el efecto renta.

1) Un incremento (reducción) en el precio del bien conlleva un empobrecimiento (enriquecimiento) del individuo en términos reales, *efecto renta,* el cual es compensado con una variación en la renta nominal necesaria para situarle en el nivel de satisfacción inicial.

2) Así, la variación en la cantidad demanda se debe únicamente al denominado *efecto sustitución,* como consecuencia de la variación en los precios relativos.

3) Analíticamente: dual del prob. de maximización:

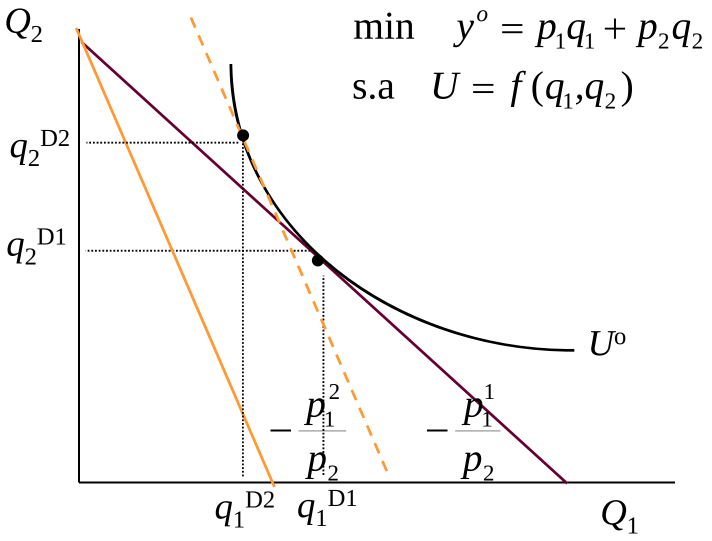
$$\begin{cases} \min & y = p_1 q_1 + p_2 q_2 \quad \Leftarrow \text{ Recta de balance} \\ \text{s.a} & U^0 = f(q_1, q_2) = q_1 \cdot q_2 \end{cases}$$

$$Z = \left(y - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \right) + \mu(U^0 - f(q_1, q_2)) \Rightarrow \text{CPG:} \quad \begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial q_1} &= p_1 - \mu q_2 = 0 \\ \frac{\partial Z}{\partial q_2} &= p_2 - \mu q_1 = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \mu} &= U^o - q_1 q_2 = 0 \end{aligned}$$

Las funciones de demanda dependen de $\boldsymbol{p}$ y $U(\boldsymbol{q})$, pero no de la renta y :

$$q_1^D = \sqrt{\frac{U^0 p_2}{p_1}} \quad y \quad q_2^D = \sqrt{\frac{U^0 p_1}{p_2}}$$

Gráfico. Obtención de la curva de demanda compensada



- CURVAS DE DEMANDA .

· Las funciones de demanda se definen como:

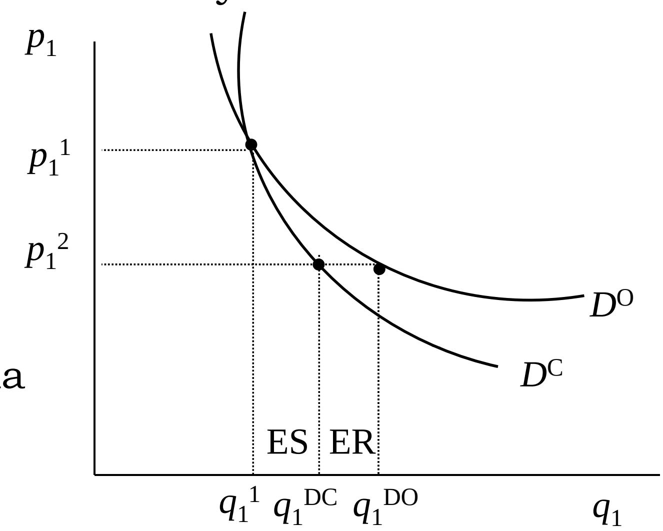
· $q_i = q_i(\boldsymbol{p}, y) \quad i = 1,\ldots,n$. Si $n = 2 \Rightarrow q_i = q_i(p_1, p_2, y)$

- Consideraciones:

· Ley de la demanda: a menor precio ⇒ mayor cantidad

· *Efecto sustitución*: Variación en q_1 debido a variaciones en los precios relativos.

· *Efecto renta*: Variación en q_1 debido a variaciones en la renta real o poder adquisitivo.



- ELASTICIDADES DE LA DEMANDA (PRECIO Y RENTA)

· La ELASTICIDAD DIRECTA de la demanda respecto a su propio precio se define como el cociente entre la variación proporcional de q_1 ante una variación proporcional en su precio (sensibilidad de la demanda al precio, %):

$$\varepsilon_{11} = \left| \frac{\partial q_1}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{q_1} \right| >=< 1 \Rightarrow$$

Si $\varepsilon_{11} > 1$, elastica
Si $\varepsilon_{11} = 1$, unitaria
Si $\varepsilon_{11} < 1$, inelástica

· La ELASTICIDAD CRUZADA de la demanda se define como el cociente entre la variación proporcional de q_1 ante una variación proporcional en otro precio p_2 (%):

$$\varepsilon_{21} = \frac{\partial q_2}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{q_2} >=< 0 \Rightarrow$$

Si $\varepsilon_{21} > 0$, sustitutivos
Si $\varepsilon_{21} = 0$, independientes
Si $\varepsilon_{21} < 0$, complementarios

· La ELASTICIDAD RENTA de la demanda se define como el cociente entre la variación proporcional de q_1 ante una variación proporcional en la renta del consumidor (sensibilidad de la demanda a la renta, %):

$$\eta_1 = \frac{\partial q_1}{\partial y} \cdot \frac{y}{q_1} >=< 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Si } \eta_1 > 0, \text{ normal} \\ \text{Si } \eta_1 = 0, \text{ independiente} \\ \text{Si } \eta_1 < 0, \text{ inferior} \end{array}$$

- 2.1.1.4 Efectos sustitución y renta.

La ecuación de Slutsky.
Efectos directos.
Efectos cruzados.
Sustituibilidad y Complementariedad.

- LA ECUACIÓN DE SLUTSKY.

· El análisis de los efectos de las variaciones en los precios y la renta en las cantidades consumidas de bienes se realiza mediante la ecuación de Slutsky que permite identificar los *efectos sustitución y renta.*

· Dado el problema de maximización y sus CPG y CSG:

$$\begin{cases} \max \; U = f(q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ \text{s.a} \quad y - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i = 0 \,, \end{cases} \quad \Leftarrow \text{ Ecuación de balance}$$

$$V = f(q_1, q_2, \ldots, q_n) + \lambda \left(y - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial q_i} = f_i - \lambda \; p_i = 0 \, , \quad i = 1, \ldots, n \, ,$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = y^o - \boldsymbol{pq} = 0$$

Es posible diferenciar las CPG obteniendo el sistema:

$$\begin{vmatrix} f_{ij} & -p_i \\ -p_j & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dq \\ d\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda dp \\ \boldsymbol{qdp} - dy \end{vmatrix} \qquad i = 1, \ldots, n$$

· Tras diversas manipulaciones mostradas en S, págs. 43-46, para el caso generalizado "n" y HQ, págs. 35-36, para el caso de n = 2, se alcanza la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\partial q_i}{\partial p_i} \right) = \left(\frac{\partial q_i}{\partial p_i} \right)_{U=cte} - q_i \left(\frac{\partial q_i}{\partial y} \right)_{\boldsymbol{p}=ctes} \, , \quad \Leftarrow \text{ Ecuación de Slutsky}$$

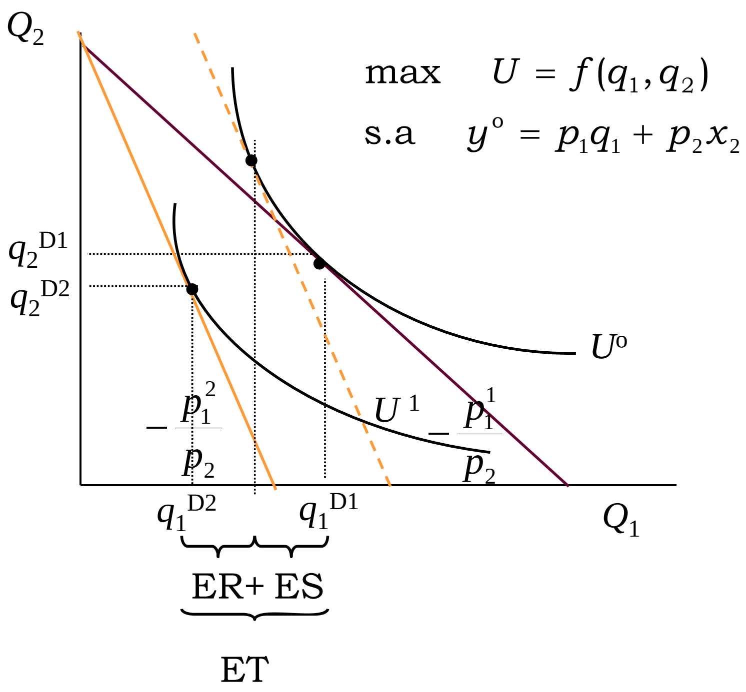
· Interpretación: La variación en la cantidad demanda de un bien respecto a su precio puede descomponerse de forma excluyente en:

1) La variación debida a la sustitución del bien por otros sin que se vea alterado el nivel de utilidad –*efecto sustitución.*

2) La variación equiparable a un cambio en la renta del consumidor sin que se vean alterados los precios – *efecto renta.*

· La suma de ambos permite obtener el *efecto total.*

Gráfico. Efectos de variaciones en los precios y en la renta Ecuación de Slutsky.



- EFECTOS DIRECTOS (S, pág. 47; HQ, págs. 36-37):

· El *efecto sustitución* es siempre de signo negativo

$$\left(\frac{\partial q_i}{\partial p_i}\right)_{U=cte} < 0$$

· El *efecto renta* puede ser de signo negativo (bien normal) o positivo (bien inferior)

$$-q_i\left(\frac{\partial q_i}{\partial y}\right)_{\boldsymbol{p}=cte} >=< \ 0 \quad \Leftarrow \left(\frac{\partial q_i}{\partial y}\right) <=> \ 0$$

Si el efecto renta es positivo y supera (contrarresta) al efecto sustitución, entonces el *efecto total* es positivo (bien *Giffen*). En esta situación la pendiente de la curva de demanda es positiva.

- EFECTOS CRUZADOS (S, pág 45; HQ, págs. 40-41):

· La ecuación de Slutsky también permite analizar la variación en la cantidad demandada de un bien al variar los precios de otro ⇒ Ecuación de Slutsky generalizada:

$$\left(\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right) = \left(\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right)_{U=cte} - q_j\left(\frac{\partial q_i}{\partial y}\right)_{\text{p}=ctes}$$

- SUSTITUBILIDAD Y COMPLEMENTARIEDAD (S, págs 47-50; HQ, pág. 41):

· La ecuación de Slutsky generalizada permite analizar la sustituibilidad y complementariedad entre bienes:

$$\left(\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right)_{U=Cte} >=< 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Si} > 0\text{, sustitutivos} \\ \text{Si} = 0\text{, independientes} \\ \text{Si} < 0\text{, complementarios} \end{array}$$

- 2.1.2 OTROS DESARROLLOS. LA PREFERENCIA REVELADA.

La preferencia revelada
Recuperación de las preferencias.
Axioma débil de preferencia revelada.
Axioma fuerte de preferencia revelada.
Teoremas. El efecto sustitución.

- LA PREFERENCIA REVELADA.

· El objetivo es utilizar la información relativas a la demanda realizada por los consumidores para conocer sus preferencias y sin la necesidad de recurrir a una función de utilidad inobservable. El consumidor al realizar una elección de demanda dados los precios y la renta "revela" sus preferencias.

·Las relaciones de preferencia (estricta) RP e indiferencia I, se establecen mediante la siguiente desigualdad. Si a los precios y renta existentes se observa que:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0 \leq \sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^1 \Rightarrow \boldsymbol{p}_i^0 \boldsymbol{q}_i^1 \leq \boldsymbol{p}_i^0 \boldsymbol{q}_i^0 \quad \Rightarrow \boldsymbol{q}^0 \text{ es preferido a } \boldsymbol{q}^1\text{: } \boldsymbol{q}^0 \text{RP} \boldsymbol{q}^1$$

- RECUPERACIÓN DE LAS PREFERENCIAS

· Observando las preferencias y asumiendo más supuestos (ADPR y AFPR) es posible acotar las superficies (curvas) de indiferencia de los individuos (V., págs 125-126)

- AXIOMA DÉBIL DE PREFERENCIA REVELADA (ADPR).

· Estable que si:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^0 \leq \sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^1 \Rightarrow \boldsymbol{p}_i^0 \boldsymbol{q}_i^1 \leq \boldsymbol{p}_i^0 \boldsymbol{q}_i^0 \quad \Rightarrow$$ para cualesquiera otro vector de precios $\boldsymbol{p}^1$ se observa:

$\boldsymbol{p}^1 \boldsymbol{q}^1 \leq \boldsymbol{p}^1 \boldsymbol{q}^0$.

Interpretación: de cumplirse los axiomas existen las relaciones de PR e I que permiten analizar el comportamiento maximizador del consumidor (agente racional).

Si no se cumplen: contradicción, inconsistencia ⇒ Irracional

- AXIOMA FUERTE DE PREFERENCIA REVELADA (AFPR).

· Estable la transitividad de las relaciones: Si

$$\boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^1 \leq \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^0 ,\ \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^2 \leq \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^1 ,\ \ldots ,\ \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^n \leq \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^{n\text{-}1} \Rightarrow \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^n \leq \boldsymbol{p}^0 \boldsymbol{q}^0.$$

- TEOREMAS. EL EFECTO SUSTITUCIÓN (S, p. 74; HQ, p. 47):

1) "HOMOGENEIDAD": Si se cumple el ADPR, las cantidades demandadas son invariantes ante un cambio proporcional en todos los precios y la renta nominal ($\boldsymbol{p}$, y).

2) EFECTO SUSTITUCIÓN: Si se cumple el ADPR, el efecto puro de variación de la cantidad demandada debido a su propio precio (efecto sustitución) es negativo.

- 2.1.3 EL ANÁLISIS DE LA DUALIDAD EN LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR.

La elección óptima. Los problemas duales
Las funciones de demanda normales (M) y compensadas (H).
La función indirecta de utilidad y la función de gasto.
Propiedades de las funciones indirecta de utilidad y de gasto.
Los teoremas de Hotelling y Roy.

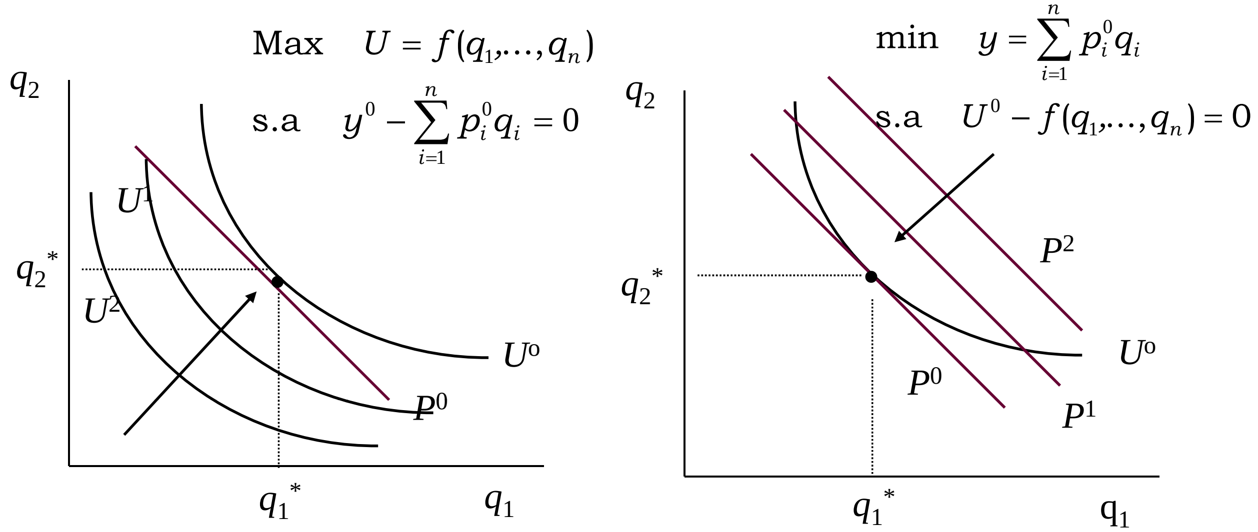
- LA ELECCIÓN ÓPTIMA. LOS PROBLEMAS DUALES.

· La elección óptima se formaliza en términos equivalentes de acuerdo a los siguientes problemas duales de optimización condicionada:

$$\left\{\begin{array}{ll}\text{Max} & U = f(q_1,\ldots,q_n) \\ \text{s.a} & y^0 - \sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i = 0\end{array}\right. \equiv \left\{\begin{array}{ll}\min & y = \sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i \\ \text{s.a} & U^0 - f(q_1,\ldots,q_n) = 0\end{array}\right.$$

PRIMAL DUAL

Gráfico. La dualidad en el consumo



- LAS FUNCIONES DE DEMANDA NORMALES (M) Y COMPENSADAS (H).

1) Del problema primal se obtienen las funciones normales (marshallianas): $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{p},y)$ (8.1.3) que son observables y homogéneas de grado cero en $(\boldsymbol{p},y) \Leftarrow$ T. 3: HOMOGENIDAD

2) Del problema dual se obtienen las funciones de demanda compensadas (hicksianas): $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{p},u)$, (S, pág. 51, ej. 8.1.3) que son inobservables y homogéneas de grado cero en $\boldsymbol{p}$.

- TEOREMA. DUALIDAD: Dados los dos problemas duales entre sí, si $\boldsymbol{q}^*$ resuelve el primal siendo $U(\boldsymbol{q}^*) = u^*$, entonces $\boldsymbol{q}^*$ resuelve el dual; y viceversa, si q^* resuelve el dual siendo $y^* = \boldsymbol{pq}^*$, entonces $\boldsymbol{q}^*$ resuelve el primal.

- LA FUNCIÓN INDIRECTA DE UTILIDAD Y LA FUNCIÓN DEL GASTO.

· Dado el teorema básico de la dualidad que garantiza la existencia e identidad de las soluciones primal y dual, es posible analizar el valor de las funciones de utilidad y gasto para las cantidades de demanda evaluadas en el óptima $\boldsymbol{q}^*$:

- $U = U(\boldsymbol{q}^*) = U(\boldsymbol{q}(\boldsymbol{p},y)) = V(\boldsymbol{p},y) \Rightarrow$ Función indirecta de utilidad

- $y = \boldsymbol{pq}^* = \boldsymbol{ph}(\boldsymbol{p},u) = G(\boldsymbol{p},u) \Rightarrow$ Función de gasto

- *Propiedades de las funciones indirectas de utilidad y de gasto.* (S, págs. 53-56)

· El análisis de las funciones de indirectas de utilidad y de gasto y sus propiedades es interesante porque:

1) La función indirecta de utilidad es relevante pues permite determinar el efecto que sobre la utilidad del individuo tendrán variaciones en los precios y renta nominal sin necesidad de resolver el primal como prog. de maximización condicionada $\Rightarrow$ Max $V(\boldsymbol{p},y)$ directamente.

2) Las propiedades de la función de gasto permiten obtener directamente las funciones de demanda sin necesidad de conocer la función de utilidad y, si se cumple la propiedad de simetría de los efectos de sustitución cruzados, existe una única función de utilidad $U(\boldsymbol{q})$

- TEOREMA. La función indirecta de utilidad $V(\boldsymbol{p},y)$ es continua para todo $(\boldsymbol{p},y) >> 0$; decreciente en $\boldsymbol{p}$; creciente en y; homogénea de grado cero en $(\boldsymbol{p},y)$ y cuasiconvexa respecto a $\boldsymbol{p}$.

- TEOREMA. La función de gasto $G(\boldsymbol{p},u)$ es continua para todo $(\boldsymbol{p},u)$; creciente en $\boldsymbol{p}$, y homogénea de grado uno y cóncava en $\boldsymbol{p}$.

- LOS TEOREMAS DE HOTELLING Y ROY

- TEOREMA. HOTELLING: Si la función de gasto $G(\boldsymbol{p},u)$ es diferenciable, sus derivadas respecto a los precios son las funciones de demanda compensadas (Hicksianas).

$$\frac{\partial G(\boldsymbol{p},u)}{\partial p_{\boldsymbol{i}}} = h_i(\boldsymbol{p},u) \quad i = 1,\ldots,n$$

- TEOREMA. ROY: Dada la función indirecta de utilidad $V(\boldsymbol{p},y)$, las funciones de demanda Marshallianas se resuleven por:

$$q_i(\boldsymbol{p},y) = -\frac{\partial V(\boldsymbol{p},y)/\partial p_i}{\partial V(\boldsymbol{p},y)/\partial y}, \quad i = 1,\ldots,n$$

· Interpretación: Gracias a la teoría de la dualidad se obtienen formas funcionales simples de las demandas normales (M) o compensadas (H) y resolver el denominado *problema de integrabilidad*; es decir, recuperar la función de utilidad subyacente al proceso optimizador partiendo de esas mismas funciones de demanda ⇒ De cumplirse los axiomas existe una relación biunívoca entre funciones de demanda y utilidad, obteniendo resultados coherentes y precisos respecto al comportamiento del consumidor (asegurandonos que para esas funciones maximiza la utilidad – objetivo racional inicial).

⇒ La condición para que la integrabilidad este garantizada es que los efectos de sustitución cruzados sean simétricos (S, pág 56)

- 2.1.4 LA TEORÍA DE LA ELECCIÓN DEL CONSUMIDOR EN SITUACIONES DE RIESGO E INCERT.

La hipótesis de la utilidad esperada.
Axiomática de la elección con riesgo e incertidumbre .
La función de utilidad esperada.
La unicidad del índice de utilidad
El grado de aversión al riesgo.
La demanda en situaciones de riesgo e incertidumbre.
La demanda de aseguramiento.
Limitaciones de las hipótesis de la utilidad esperada.
Elección con probabilidades subjetivas.

- LA HIPÓTESIS DE LA UTILIDAD ESPERADA.

· La elección óptima resultante del comportamiento racional puede estar sujeta a riesgos derivados de la incertidumbre existente en la toma de decisiones (p.e. adquirir bienes de segunda mano, asegurar una propiedad, mercados financieros, preparar oposiciones,...).

· La decisión adoptada dependerá de las probabilidades asociadas a los resultados esperados:

1) Cuando las prob. no son conocidas a priori (subjetivas, p.e. apuestas deportivas) se habla de *incertidumbre.*

2) Cuando las prob. son conocidas a priori (objetivas, p.e. apuestas de lotería) se habla de *riesgo* (caso particular).

· En principio existe una distribución de probabilidades conocidas respecto a un suceso $\boldsymbol{P} = (p_1,\ldots,p_n)$, $\Sigma p_i=1$ (p.e. lanzar una moneda al aire, p_i=0.5), y el valor esperado del juego al apostar una cantidad de € es, precisamente, esa cantidad ⇒ ¿jugaríamos por 5€?, ¿y por 5.000€? La respuesta es normalmente negativa porque los individuos no valoran el juego (lotería) por el valor esperado de los premios, sino por *la utilidad esperada* del juego .

· Para analizar la elección del consumidor en situaciones de incertidumbre se recurre a la hipótesis de la utilidad esperada. ⇒ El consumidor posee una función de utilidad U(***q***) definida sobre el conjunto de resultados posibles y cuando se enfrenta a una loteria, eligirá la que tiene una mayor utilidad esperada.

· la utilidad U(***q***) depende de las probabilidades de los resultados posibles (loterías, ***P***), por lo que el consumidor elige al final según su distribución, representable mediante la función:

$$V(\boldsymbol{P})=\Sigma U(q_i)p_i.$$

- AXIOMÁTICA DE LA ELECCIÓN CON RIESGO E INCERTID.

· Dado un conjunto finito de resultados , entonces el conjunto de elección $\Im$ se compone de todas las distribuciones de probabilidad posibles ***P*** respecto a los resultados ⇒

Asumiendo la defínción de relaciones de preferencia (débil) de una distribución sobre otra, en forma análoga a las ya expuestas en 4.1.1. $\boldsymbol{P}^0 \geq \boldsymbol{P}^1$, es posible formular cuatro axiomas esenciales que permiten asegurar la existencia de una función de utilidad esperada respecto a un juego (S, pág. 183-184):

1) Axioma de completitud.
2) Axioma de transitividad.
3) Axioma de continuidad.
4) Axioma de independencia.

- TEOREMA: Si la relación ≥ entre las distribuciones de probabilidad (loterías) satisface los axiomas 1 a 3, existe la función $V(\boldsymbol{P}) = V(p_1,\ldots,p_n)$ que asigna a cada lotería $\boldsymbol{P} \in \Im$ un número real.

- LA FUNCIÓN DE UTILIDAD ESPERADA.

- TEOREMA: Si la relación $\geq$ entre las distribuciones de probabilidad (loterías) satisface los axiomas 1 a 4, existe una función U^E: $\boldsymbol{q} \rightarrow \Re_+$ tal que $P^0 > P^1 \Leftrightarrow \Sigma U(q_i)p^1{}_i > \Sigma U(q_i)p^0{}_i$

Interpretación: La preferencia por una determinada distribución de probabilidad sobre los resultados posibles respecto a otra alternativa, conlleva que la utilidad esperada del juego asociada a esa probabilidad es mayor que la de la alternativa.

- LA UNICIDAD DEL ÍNDICE DE UTILIDAD.

· La ordenación de las preferencias por una determinada acción no es invariante ante cualquier transformación monótona de los índices de utilidad. Únicamente lo es si la transformación es lineal de la forma $U^2(\boldsymbol{q})=F(U^1(\boldsymbol{q}))= aU^1(\boldsymbol{q})+b$, $a > 0$. (S, Pág. 181; HQ, pág. 52).

- EL GRADO DE AVERSIÓN AL RIESGO.

· Supongamos que los resultados (premios) del juego (dinero, €) son $(q_1,\ldots,q_n)$, n=2, y que la distribución de probabilidades asociadas (lotería) son $(p_1,\ldots,p_n)$, p=2, entonces:

- El resultado (valor) esperado del juego es: $q^* = q_1 \cdot p_1 + q_2 \cdot p_2$
- La utilidad esperada de la lotería es $U^{E*} = U(q_1) \cdot p_1 + U(q_2) \cdot p_2$

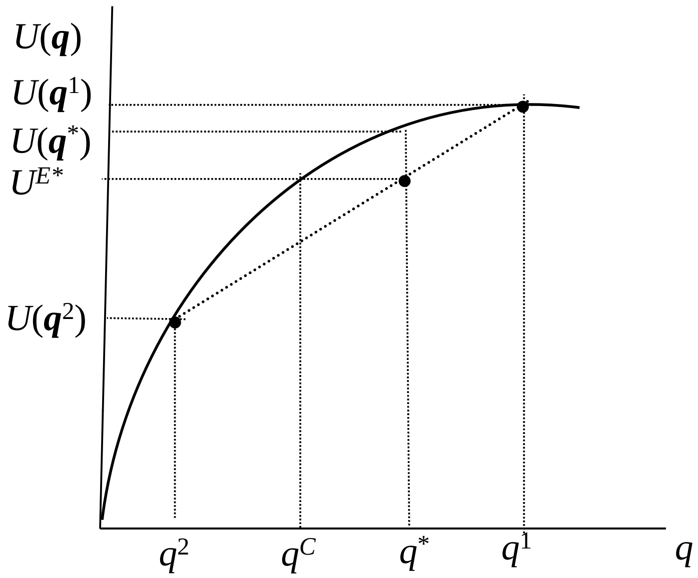
· Este valor de utilidad esperada U^{E*} se corresponde con un resultado (premio) q^C que se obtiene con probabilidad cierta (p^C =1), y que se denomina *equivalente cierto* de la lotería analizada. En esta situación si:

Si $q^C < q^* \Rightarrow$ El individuo es averso al riesgo (no juega)
Si $q^C = q^* \Rightarrow$ El individuo es indiferente al riesgo (indiferencia)
Si $q^C > q^* \Rightarrow$ El individuo ama el riesgo (no juega)

· Supongamos un individuo que se caracteriza por presentar una función de utilidad respecto a la renta (dinero, q €) cuya segunda derivada es negativa (utilidad marginal decreciente $\Rightarrow$

cóncava) y que decide participar en un juego (respecto a la esta función de utilidad véase el teorema Neumann-Morgersten).

Gráfico. El resultado de un juego con aversión al riego



· Los individuos son normalmente adversos al riesgo lo que implica que la utilidad marginal que reporta el dinero es decreciente y que, por ello, prefieren situaciones ciertas a inciertas.

· La diferencia entre el resultado (valor) esperado del juego es su equivalente cierto, $q^C < q^*$, se denomina *prima de riesgo* al ser la cuantía que habría que darle para convencerle a participar en el juego (fuese indiferente), al compensarle el diferencial entre la utilidad esperada del resultado del juego y la utilidad asociada al valor de ese resultado de ser cierto:

$U^{E*} - U(q^*)$

· La concavidad de la función de utilidad determina la cuantía de la *prima de riesgo,* que será mayor cuanto mayor sea la aversión al riesgo (concavidad) $\Rightarrow$ La magnitud de la concavidad de $U(\boldsymbol{q})$ es una medidad de la aversión al riego:

Coeficiente de aversión al riesgo (medida de Arrow-Pratt):

$$r(\boldsymbol{q}) = -U''(\boldsymbol{q})/U''(\boldsymbol{q}) \qquad \Rightarrow \text{No tiene por qué ser constante.}$$

- LA DEMANDA EN SITUACIONES DE RIESGO E INCERTIDUMBRE.

· El posible trasladar los resultados obtenidos al modelo de elección del consumidor que ahora, en la demanda de bienes y servicios, debe hacer frente a condiciones de riesgo e incertidumbre. Dado que la demanda de bienes y servicios implica el gasto monetario asociado a la renta *y*, si existe incertidumbre en la obtención de la renta (p.e. posibilidad de desempleo) ésta se traslada a las funciones de demanda

· Supongamos un consumidor que participa en una lotería ***P*** cuyos resultados (premios) son niveles de renta monetaria (en vez de cuantías de dinero, ***q***) : $(y_1,\ldots,y_n)$, y que tiene una función de utilidad (Neumann-Morgersten, N-M) que cumple los axiomas 1 a 4 ⇒

- La función de utilidad así definida, permite obtener mediante optimización las funciones de demanda normales (M), ***q*** = ***q***(***p***,*y*), y las de utilidad indirecta, *V*(***p***,*y*) (ver 2.1.1.3 y 2.1.3), pero además permite comparar loterías respecto a la renta; es decir, a cada nivel de renta posible (lotería), le corresponde un único vector de equilibrio de consumo ***q****, y si la función de utilidad N-M ordena los distintos vectores de consumo ***q****, también permite ordenar las loterías.

- TEOREMA: NEUMANN-MORGENSTERN. Si las preferencias sobre las loterías cuyos premios son vectores de consumo cumplen los axiomas 1 a 4, *V*(***p***,*y*) dado ***p*** es una función de utilidad de la renta del tipo N-M.

- TEOREMA: Si la función *U* es cóncava y el consumidor es averso al riego, *V*(***p***,*y*) es cóncava en *y*.

· Las propiedades de concavidad de *U*(***q***) y *V*(***p***,*y*) respecto a la renta son adicionales a las ya establecidas para las funciones de demanda normales (M) en situaciones de certeza.

- LA DEMANDA DE ASEGURAMIENTO.

· Ante la existencia de condiciones de incertidumbre, ¿es posible asegurarse respecto a las perdidas que pueda ocasionar un juego?. A la hora de emplear su renta concreta y en la demanda de bienes y servicios, cuya naturaleza o empleo está sujeto a condiciones inciertas, el consumidor esta participando en un juego donde los resultados (premios), estarán afectando a su nivel de renta (y riqueza), p.e. La adquisición de un vehículo implica un riesgo pues en caso de accidente (incertidumbre) perdemos el bien, e.d. la renta gastada en él, disminuyendo nuestra riqueza, ¿debemos demandar (contratar) un seguro?

· Supongamos un *estado de la naturaleza* (normal) en que la renta de un individuo es y^1 y otro en que ocurre un evento indeseable (p.e. un accidente) con probabilidad p que conlleva una renta y^2, $y^1 > y^2$. El estado normal tiene probabilidad (1-p) $\Rightarrow$ Si el individuo se asegura por la cuantía fs, entonces en el estado imprevisto obtiene s y en el normal recibe 0.

· El seguro es actuarialmente justo si la prima f=p/(1-p) y el consumidor debe decidir si:

1) No se asegura, con renta futura y^2 con probabilidad p e y^1 con probabilidad (1-p), ó

2) Asegurarse, con renta futura $y^1 - fs$ con probabilidad (1-p) si el estado es normal e $y^2 + s$ con probabilidad p si se produce el estado imprevisto.

$\Rightarrow$ La cuantía óptima de aseguramiento s se corresponde con:

$$\text{Máx.}U(s) = (1-p)U(y^1 - fs) + pU(y^2 + s)$$

y las condición de primer orden es:

$$f = \frac{p}{1-p}\frac{U'(y^2+s)}{U'(y^1-fs)}$$

· En función del seguro existen tres posibilidades:

1) Si el seguro prima al consumidor [$f < p/(1-p)$], éste se asegurará y preferirá el estado imprevisto.

2) Si el seguro es justo para el consumidor [$f = p/(1-p)$], éste se asegurará y será indiferente respecto al estado de la naturaleza.

3) Si el seguro es injusto para el consumidor [$f > p/(1-p)$], el consumidor asegurado preferirá que no se produzca el estado imprevisto. ⇒ Situación observada en la realidad.

· Dada la CPG, el valor óptimo del seguro s aumenta con el valor y^1 y disminuye con $f(1-p)/p$ (grado de inequidad actuarial del seguro).

· El consumidor prefiere asegurarse para evitar los intervalos de renta extremos asociados a los estados [y^1, y^2] y que solo tenga que la variabilidad [y^1-fs, $y^2 + s$] , pero tiene un coste si el seguro es injusto.

· Si un agente es más adverso al riesgo que otro, $r_1(\boldsymbol{q}) > r_2(\boldsymbol{q})$ entonces el seguro contratado será mayor $s_1 > s_2$.

· Finalmente, si un agente tiene aversión constante al riesgo, el agente no se asegurará para valores suficientemente pequeños de aversión.

- LIMITACIONES DE LA HIPÓTESIS DE LA UTILIDAD ESPERADA.

· La hipótesis de la utilidad esperada representa el marco analítico más utilizado para estudiar el comportamiento de los agentes en condiciones de incertidumbre, pero tiene varias limitaciones:

1) Lo restrictivo que resulta que las preferencias sobre las distribuciones hayan de ser lineales en las probabilidades: $V(\boldsymbol{P})=\Sigma U(q_i)p_i$ (axioma de independencia). ⇒ Ejemplos: Paradoja de Allais / Experimentos de Kahneman y Tversky (Nobeles)

Al objeto de explicar estas paradojas observadas en la realidad (el consumidor no es “racional”, e.d. coherente con los axiomas adoptados) resulta necesario asumir que las preferencias no son lineales, el coste es que las función de utilidad solo se conoce localmente en el entorno de esa lotería (distribución de probabilidad, F) no pudiéndose alcanzar conclusiones generales respecto al comportamiento del consumidor en condiciones de incertidumbre. $\Rightarrow$

· Resulta necesario alterar los axiomas según la hipótesis I y II establecidas por Machina:

- Hipótesis I: Toda función $U(\boldsymbol{q}, F)$ es creciente en $\boldsymbol{q}$ $\forall$ F.

- Hipótesis II: Siendo $r(\boldsymbol{q}, F)$ la medida de aversión al riesgo de Arrow-Pratt de la función de utilidad local $U(\boldsymbol{q}, F)$, si una distribución F^1 domina estocásticamente a $F^2 \Rightarrow r^1(\boldsymbol{q},F) > r^2(\boldsymbol{q},F)$

- ELECCIÓN CON PROBABILIDADES SUBJETIVAS.

· Hasta aquí se ha formalizado la elección del consumidor en situaciones de riesgo (en el que las distribuciones de probabilidad de los resultados del juego, loterías) son conocidas (p.e. jugar a la lotería). Sin embargo, en muchas situaciones se desconocen esas probabilidades y el consumidor debe formarse una opinión subjetiva respecto a ellas (p.e. jugar a las quinielas). Si todos se formasen la misma opinión no habría discrepancia en la elección entre consumidores porque todos serían agentes racionales.

· La inclusión de probabilidades subjetivas genera dificultades analíticas en el marco teórico expuesto, pues hace necesario considerar los conjuntos de consecuencias de la elección (C), de estados de la naturaleza (S) y el de todos los actos (F) y desarrollar una axiomática compleja que sea generalizada, e.d.

que incluya la teoría basada en la probabilidades objetivas ya presentada.

· El desarrollo de la teoría de la elección en condiciones de incertidumbre subjetiva implica definir el concepto de utilidad subjetiva esperada U^{SE}, frente al definido anteriormente U^E.

U^E: $\boldsymbol{q} \to \Re_+$ tal que $P^0 \succ P^1 \Leftrightarrow \Sigma U(q_i)p^1_i > \Sigma U(q_i)p^0_i$,

U^{SE}: $\boldsymbol{q} \to \Re_+$ tal que $f^0 \succ f^1 \Leftrightarrow \Sigma U[f^0(s)]p(s) > \Sigma U[f^1(s)]p(s)$,

donde $f(s)$ es el resultado del acto f si el estado de la naturaleza es s.

· La diferencia fundamental entre las probabilidades objetivas (loterías) y las subjetivas se refleja en que las primeras han sido sustituidas por la suma de las probabilidades asignadas por el individuo a todos los estados de la naturaleza $\Rightarrow$ Véase S, pág 199 para ampliar de forma intuitiva estas nociones.

Maite Blázquez Cuesta

Dpto. de Análisis Económico

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

21-Octubre-2008

Maite Blázquez Cuesta

Dpto. de Análisis Económico

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

23-Octubre-2008

MÓDULO DE MICROECONOMÍA:

2.1 Tª DE LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR.

2.2 Tª DE LA PRODUCCIÓN.

2.3 Tª DE LOS COSTES DE LA EMPRESA.

2.4 EL MODELO DE COMPETENCIA PERFECTA.

BIBLIOGRAFÍA:

– *Hal R. Varian (2002): Microeconomía Intermedia. Un Enfoque Actual, 5ª ed. Antonio Bosch: Barcelona*

– *Julio Segura (1994): Análisis Microeconómico. 3ª ed. Alianza Editorial: Madrid*

– *James M. Henderson y Richard E. Quandt (1982): Teoría Microeconómica, 3ª ed. Ariel Economía: Barcelona.*

- INTRODUCCIÓN:

- ECONOMÍA:

1) DEFINICIÓN: Problema Económico: Asignación de recursos escasos ⇔ Satisfacer necesidades ilimitadas.
2) SISTEMA ECONÓMICO: Economía de mercado, Economía centralizada, Economía mixta.
3) ECONOMÍA DE MERCADO: ⇒ TEORÍA DE PRECIOS Explica el mecanismo por el cual se asignan los recursos.
4) MARCO INSTITUCIONAL. Constitución Española. Art. 38 "Se reconoce la libertad de empresa en el marco de la economía de mercado."
5) RACIONALIDAD DE LOS AGENTES ECONÓMICOS:
   Comportamiento optimizador ⇒
   Consumidores: DEMANDA / Empresarios: OFERTA

- 2.2 LA TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN.

La estructura de la tecnología.
La función de producción como representación de la tecnolog.
    Productividad media y productividad marginal.
    Ley de la productividad marginal decreciente.
    Elasticidad del output.
Isocuantas. El largo plazo.
    La relación técnica de sustitución entre factores.
La forma de la función de producción.
Elasticidad de sustitución.

- LA ESTRUCTURA DE LA TECNOLOGÍA.

· la actividad tecnológica del empresario viene representada por el vector de producción $\boldsymbol{x} = (x_1,..,x_m) \in \Re^M$ de factor–producto(*netput*), donde valores negativos indican cantidades usadas de factores (*inputs*), y donde valores positivos indican las cantidades producidas (*outputs*). Sobre el conjunto de posibilidades de producción $\boldsymbol{X} \subset \Re^N$ se realizan los siguientes supuestos (axiomas):

1) El conjunto $\boldsymbol{X}$ no es vacío: el empresario lleva a cabo su actividad productiva.

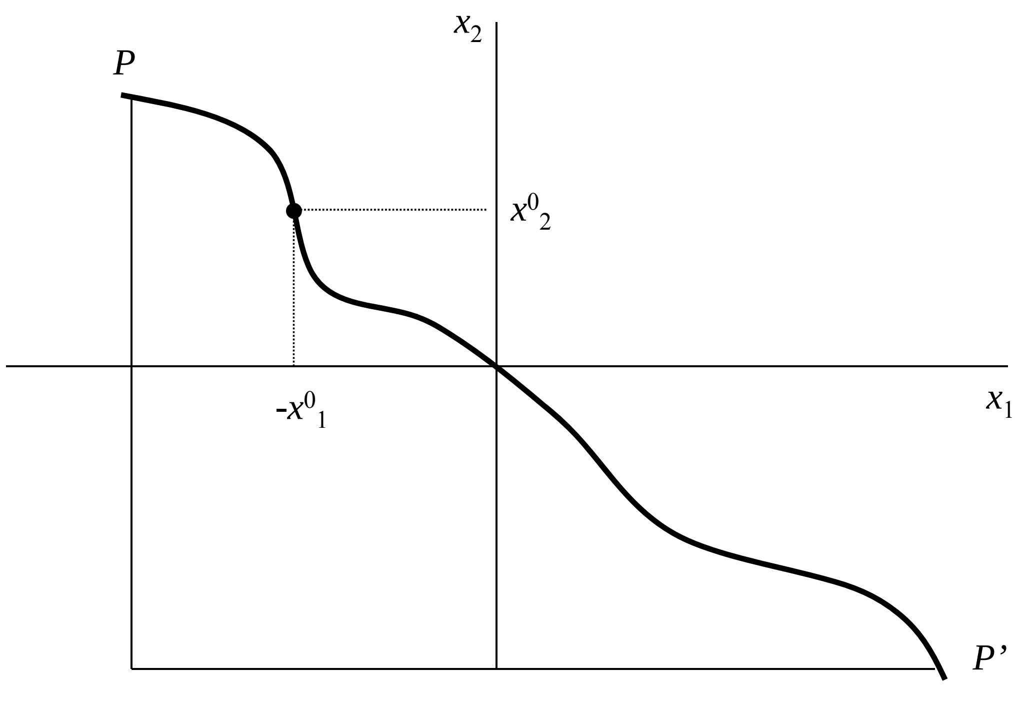
2) $\boldsymbol{X}$ es un subconjunto cerrado de $\Re^N$

3) $\forall\ \boldsymbol{x}^0 \in \boldsymbol{X}$: $\boldsymbol{x}^1 \leq \boldsymbol{x}^0 \rightarrow \boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$: existe disponibilidad gratuita de factores (eliminación) y productos (obtención).

4) $\boldsymbol{X} \cap \Re^N_+ = \{0\}$: Se excluye la producción gratuita sin el uso de factores, aunque si la inactividad.

$\Rightarrow$ Los axiomas 1 a 4 permiten realizar la siguiente representación del conjunto de posibilidades de producción:

Gráfico. El conjunto de posibilidades de producción:



5) $\forall$ $\boldsymbol{x}^0$, $\boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$: $\boldsymbol{x}^0 + \boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$: el proceso productivo es aditivo.

6) $\forall$ $\boldsymbol{x}^0 \in \boldsymbol{X}$: $\lambda\boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$, $\lambda \in (0,1)$: el proceso productivo es divisible

7) $\forall$ $\boldsymbol{x}^0$, $\boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$: $\boldsymbol{x}^2 = \alpha\boldsymbol{x}^0 + (1-\alpha)\boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$: $\forall\alpha \in (0,1)$: el conjunto de posibilidades de producción es convexo.

7') $\forall$ $\boldsymbol{x}^0$, $\boldsymbol{x}^1 \in \boldsymbol{X}$: $\boldsymbol{x}^2 = \alpha\boldsymbol{x}^0 + (1-\alpha)\boldsymbol{x}^1 \in$ int. $\boldsymbol{X}$: $\forall\alpha \in (0,1)$: el conjunto de posibilidades de producción es estrictamente convexo.

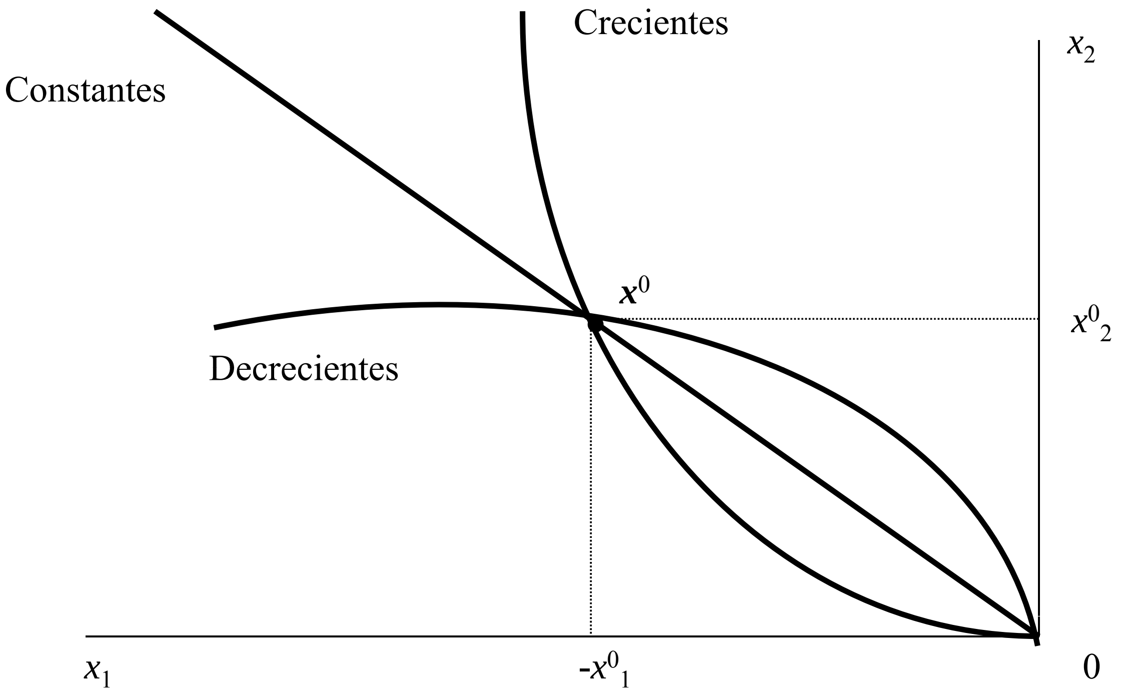
- Los axiomas y los rendimientos a escala:

· Los axiomas 5 y 6 garantizan la existencia de *rendimientos constantes a escala* y son incompatibles con 7 pero no 7'.

· Los axiomas 6 y 7' implican la existencia de *rendimientos decrecientes a escala* y son incomptibles con 5.

· El axioma 5, sin el 6, implica la existencia de *rendimientos crecientes a escala* y es incompatible con el 7 y 7'.

Gráfico. Los rendimientos a escala:



· Los axiomas 1, 2, 3, 4 y 7' implican *rendimientos variables a escala.*

- En adelante se asumen los axiomas 1, 2, 3, 4, y 7' pues permiten representar la tecnología mediante una función de producción tradicional ⇒ si existe un único producto final que denotamos por q obtenido por la aplicación de n factores $\boldsymbol{x}$ = $(x_1,..,x_n)$, $n+1=m$.

· En esta situación el vector de producción es $(q, -x_1,..,-x_n)$, y el conjunto de vectores que permiten obtener el nivel de producción q^0 es:

$$H(q^0) = \{ q \in \Re^N_+ \ / \ (q^0, -x_1,..,-x_n) \in X \}$$

y de considerarse únicamente los eficientes, el conjunto isocuanta viene dado por

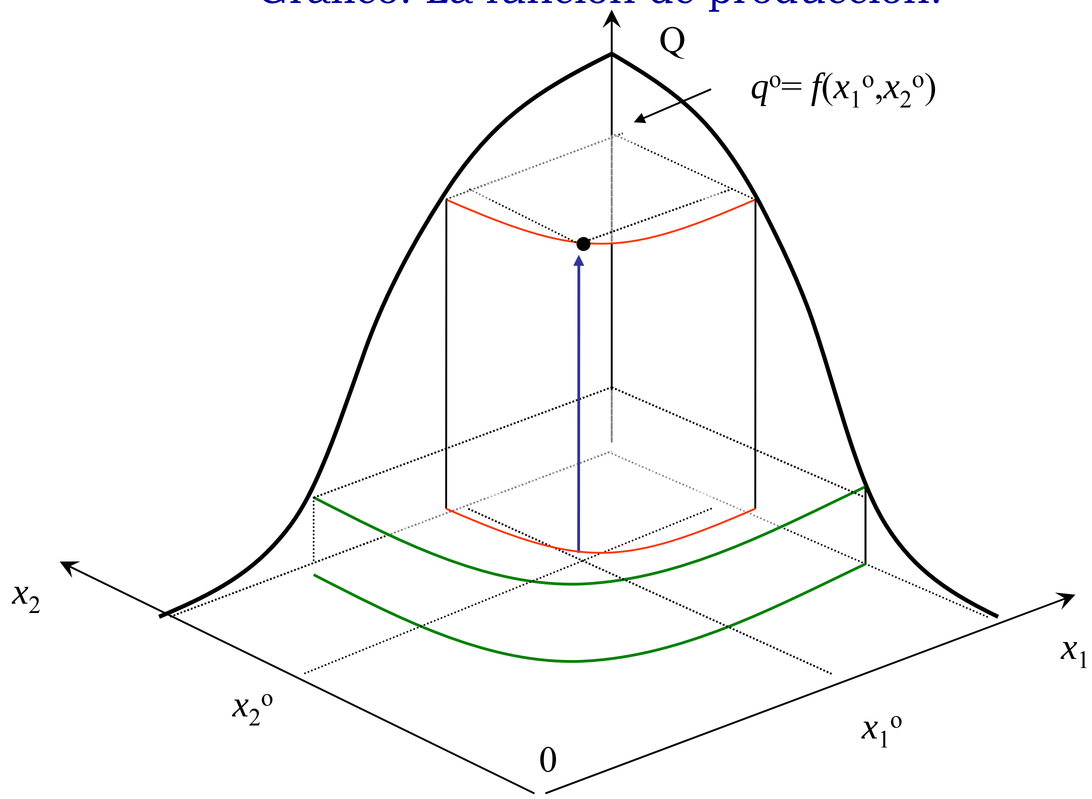
$$I(q^0) = \{ q \in H(q^0) \ / \ \forall \ q > q^0, \ q \notin H(q) \}$$

- LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COMO REPRESENTACIÓN DE LA TECNOLOGÍA.

· Es posible ahora representar la tecnología mediante la función

$f: \Re^N_+ \to \Re_+$, $q = f(x_1,\ldots,x_n)$, que proporciona la máxima producción posible con una cuantía dada de factores.

Gráfico. La función de producción.



· La función de producción asume la condición de eficiencia técnica estableciendo el *máximo* output obtenible para cada combinación de factores. Es univoca C2D y estrictamente cóncava si se asumen rendimientos decrecientes a escala.

· En el análisis de la tecnología puede diferenciarse entre el corto plazo C/P -en el que algunos inputs son fijos- y el largo plazo L/P –en el que todos los inputs son variables.

- CURVAS DE PRODUCTIVIDAD. EL CORTO PLAZO.

· La productividad total del input x_1 dado el resto de fact. es*:*

$$q = f(x_1, \ldots, x_n^0)$$

· La *productividad media* del input x_1 dado el resto de fact. es:

$$PMe = \frac{q}{x_1} = \frac{f(x_1, \ldots, x_n^0)}{x_1}$$

· La *productividad marginal* del input x_1 dado el resto de fact. es:

$$PMa = \frac{\partial q}{\partial x_1} = f_1(x_1, \ldots, x_n^0)$$

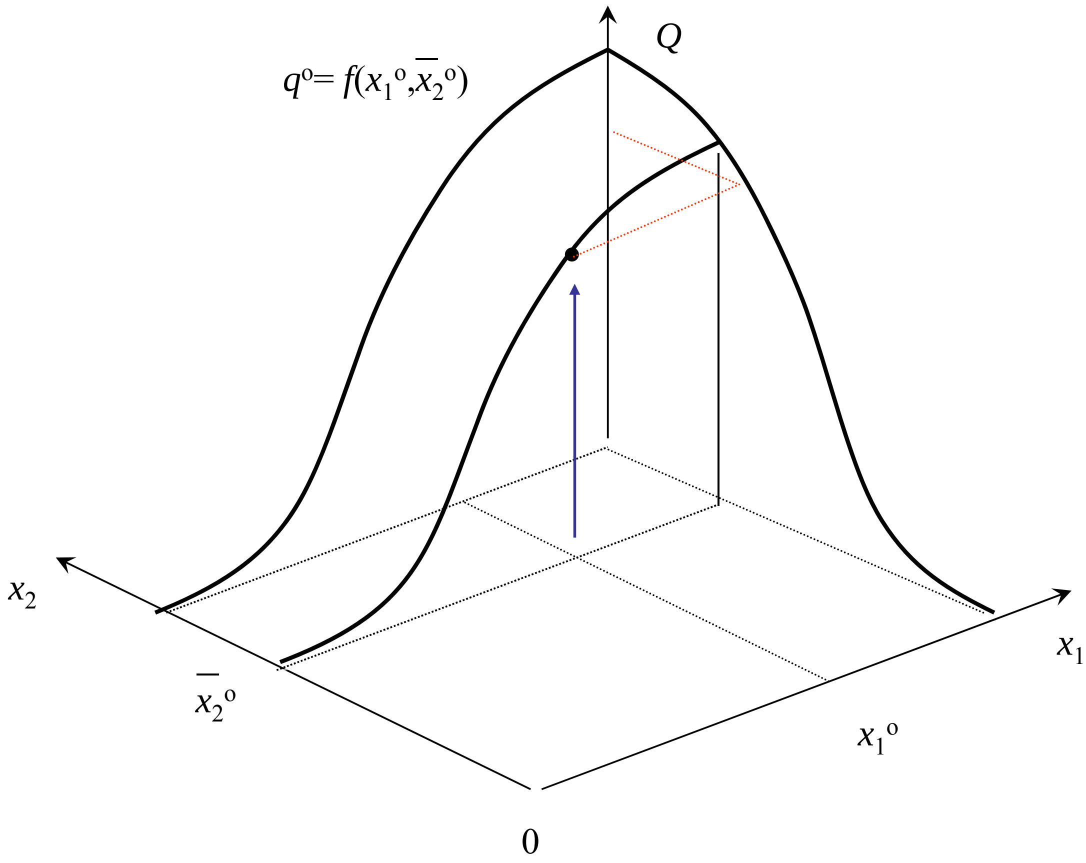
· La evolución de las productividades totales, medias y marginales se caracteriza por la existencia consecutiva de:

- Rendimientos marginales crecientes como consecuencia de la especialización que conlleva la división del trabajo.

- Estos rendimientos se agotan debido a la aparición de *Rendimientos Marginales Decrecientes (Ley),* derivados de la escasez relativa del factor fijo frente al variable

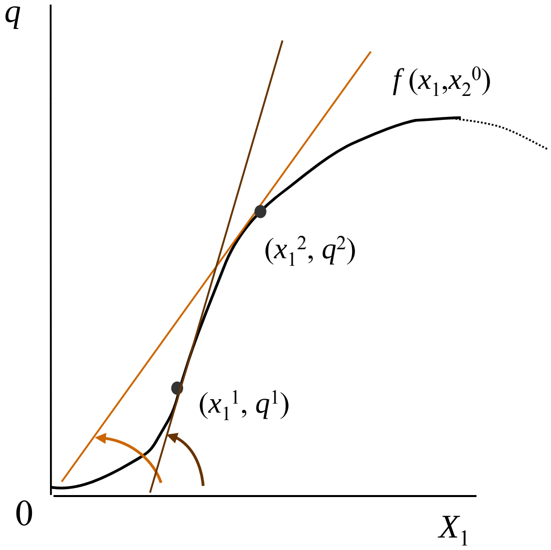
- Finalmente, pueden aparecer rendimientos marginales negativos asociados al factor variable x_1 (excluidos por coherencia)

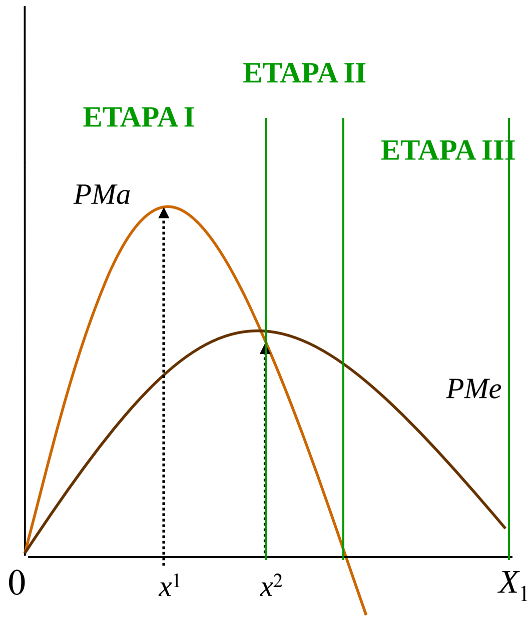
Gráfico. La función de producción. Corto Plazo 7



· La *elasticidad del output* se define como:

$$\omega = \frac{\partial q_1}{\partial x_1} \cdot \frac{x_1}{q_1} = \frac{PMa}{PMe} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Si } \varpi > 1, \text{ Etapa I} \\ \text{Si } \varpi \leq 1, \text{ Etapa II} \\ \text{Si } \varpi < 0, \text{ Etapa III} \end{array}$$



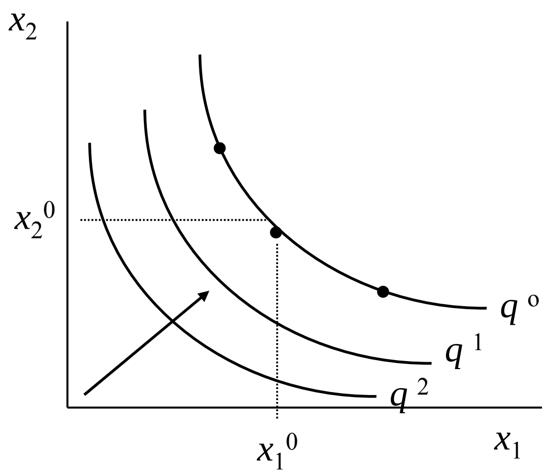


- ISOCUANTAS. EL LARGO PLAZO.

· Lugar geométrico de todas las combinaciones de factores que producen igual nivel de output q^0 (asumiendo n=2):

$$q^0 = f(x_1, x_2)$$

Gráfico. Mapa de isocuantas



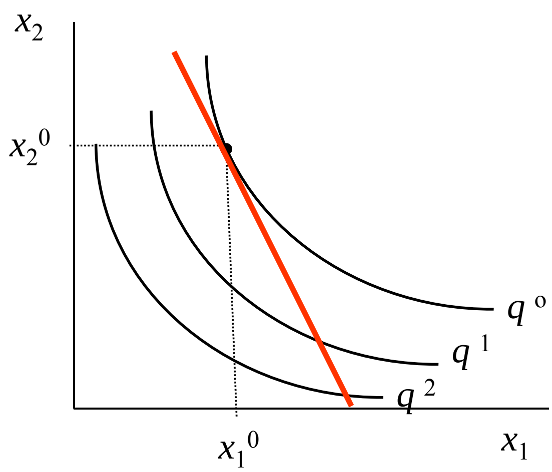
La relación técnica de sustitución entre factores.

· Expresa la tasa de intercambio en el uso de dos inputs que mantiene inalterado el nivel del output:

· Considerando el diferencial de q: $dq = f_1 dx_1 + f_2 dx_2$ (donde $f_1 = \partial q/\partial x_1$ y $f_2 = \partial q/\partial x_2$), se asume $dq = 0$, obteniendo:

$$RTS_{x_1}^{x_2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

Gráfico. La RTS



- LA FORMA DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN.

Condiciones de regularidad:

· La función de producción $q = f(x_1, x_2)$ es cóncava (Ley de rendimientos marginales decrecientes):

$$f_{11} \leq 0, \quad f_{22} \leq 0,$$
$$\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} = f_{11}f_{22} - f_{22}^2 \geq 0$$

y sus isocuantas son convexas: $d^2x_2/dx_1^2 > 0$.

- LA ELASTICIDAD DE SUSTITUCIÓN.

· La RTS es decreciente y la razón x_2/x_1 se reduce conforme se sustituye x_2 por x_1. La elasticidad cuantifica la RTS en términos proporcionales:

$$\sigma = \frac{f_1/f_2}{x_1/x_2}\frac{d(x_2/x_1)}{d(f_1/f_2)} = \frac{f_1(f_1x_1 + f_2x_2)}{x_1x_2D}$$

siendo $D = 2f_{12}f_1f_2 - f_1^2f_{22} - f_2^2f_{11} > 0$ por lo que $\sigma > 0$.

· En general la elasticidad de sustitución es variable, si bien las funciones de producción normalmente utilizadas no son "flexibles": Cobb-Douglas $\sigma = 1$, CES $\sigma = k$, Translog= variable (local)

- 2.3 LA TEORÍA DE LOS COSTES DE LA EMPRESA.

- 2.3.1 LA TEORÍA DE LOS COSTES

- 2.3.1.1 La conducta de optimización.

El isocoste.
La maximización condicionada del output.
La minimización condicionada del coste.
La maximización del beneficio.

- EL ISOCOSTE.

· El empresario incurre en un coste total de producción:

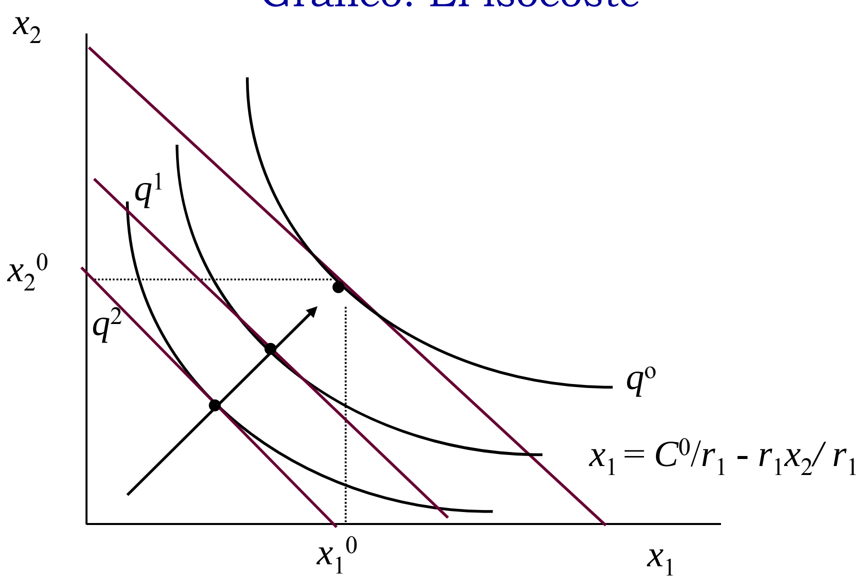
$$C = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j \quad ,$$

donde r_i son los precios de los inputs –se asume la existencia de mercados de inputs en competencia perfecta-.

· El isocoste representa el lugar geométrico de los combinaciones de factores que implican un coste determinado (asumiendo n=2):

$$C = r_1 x_1 + r_2 x_2$$

Gráfico. El isocoste



- LA MAXIMIZACIÓN CONDICIONADA DEL OUTPUT.

· La determinación de las cantidades de inputs que contratará el empresario puede obtenerse solucionado el problema de maximización condicionada (asumiendo *n*=2):

$$\begin{cases} \max \quad q = f(x_1, x_2) \\ \text{s.a} \quad C^o = r_1 x_1 + r_2 x_2 \quad , \quad \Leftarrow \text{ Isocoste} \end{cases}$$

siendo el lagrangiano:

$V = f(x_1, x_2) + \mu\,(C^o - r_1 x_1 \text{-} r_2 x_2)$, cuyas CPG y CSG son:

Condiciones de primer grado:

$$\frac{\partial V}{\partial q_1} = f_1 - \mu r_1 = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial q_2} = f_2 - \mu r_2 = 0$$
$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = C^o - r_1 x_1 \text{-} r_2 x_2 = 0$$

· Obteniéndose la condición de equilibrio:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \Rightarrow \text{Si} \quad RTS_{x_1}^{x_2} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{f_1}{f_2} \quad \Rightarrow \quad RTS_{x_1}^{x_2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

· Interpretación: La cantidad demandada de los inputs es tal que su relación de sustitución es igual a su precio relativo.

· Si $\frac{f_1}{f_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{f_1}{r_1} = \frac{f_2}{r_2}}$

· Interpretación: El empresario demanda inputs en una cuantía tal que sus productividades marginales ponderadas por el precio son iguales.

Geométricamente: La pendiente del isocoste coincide en el óptimo con la pendiente de la isocuanta (tangencia)

· Condiciones de segundo grado:

Siendo f_{11} y f_{22} las segundas derivadas parciales directas, y f_{12} y f_{21} las derivadas parciales cruzadas, se requiere que el hessiano orlado sea positivo:

$$|H| = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & -r_1 \\ f_{21} & f_{22} & -r_2 \\ -r_1 & -r_2 & 0 \end{bmatrix} = f_{11}\ f_2^2 - 2f_{12}\ f_1 f_2 + \ f_{22}\ f_1^2 > 0,$$

La CSG garantiza que $d^2x_2/d^2q_1 > 0$, por lo que en el óptimo la isocuanta es convexa, lo cual implica que la *RTS* es creciente en términos algebraicos y decreciente en términos absolutos (gráficos).

- LA MINIMIZACIÓN CONDICIONADA DEL COSTE.

· Desde una perspectiva dual, la determinación de las cantidades que demandará el empresario puede obtenerse solucionado el problema de minimización condicionada:

$$\begin{cases} \text{min} \quad C = r_1 x_1 + r_2 x_2 & \Leftarrow \text{Isocoste} \\ \text{s.a} \quad q^0 = f(x_1, x_2) \end{cases}$$

siendo el lagrangiano :

$$Z = r_1 x_1 \text{-} r_2 x_2 + \lambda[q^0 - f(x_1, x_2)]$$, cuyas CPG y CSG son:

Condiciones de primer grado:

$$\frac{\partial Z}{\partial x_1} = r_1 - \lambda f_1 = 0$$

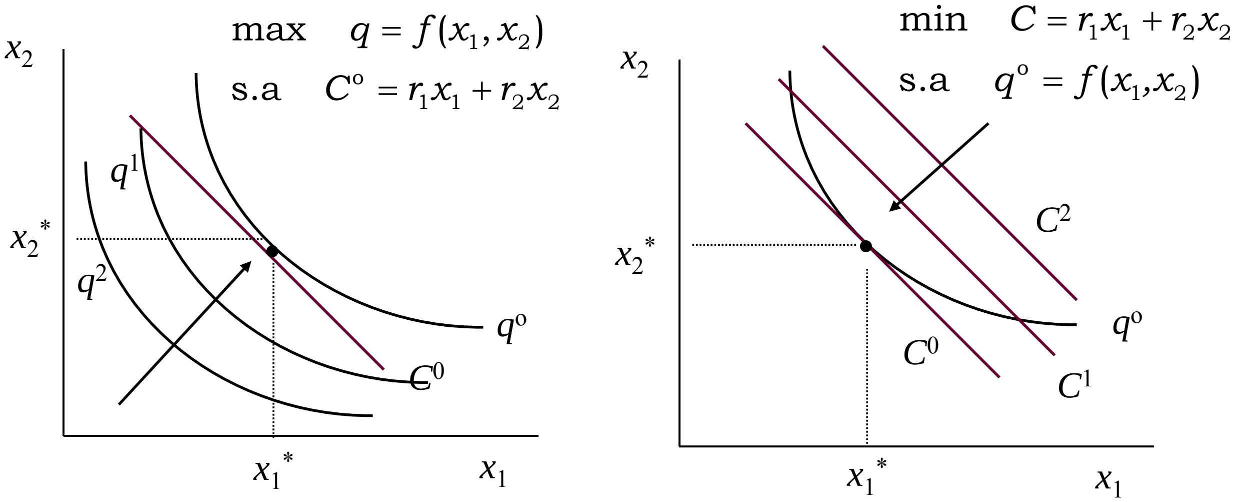
$$\frac{\partial V}{\partial x_2} = r_2 - \lambda f_2 = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} = q^0 - f(x_1, x_2) = 0$$

· Condiciones de segundo grado:

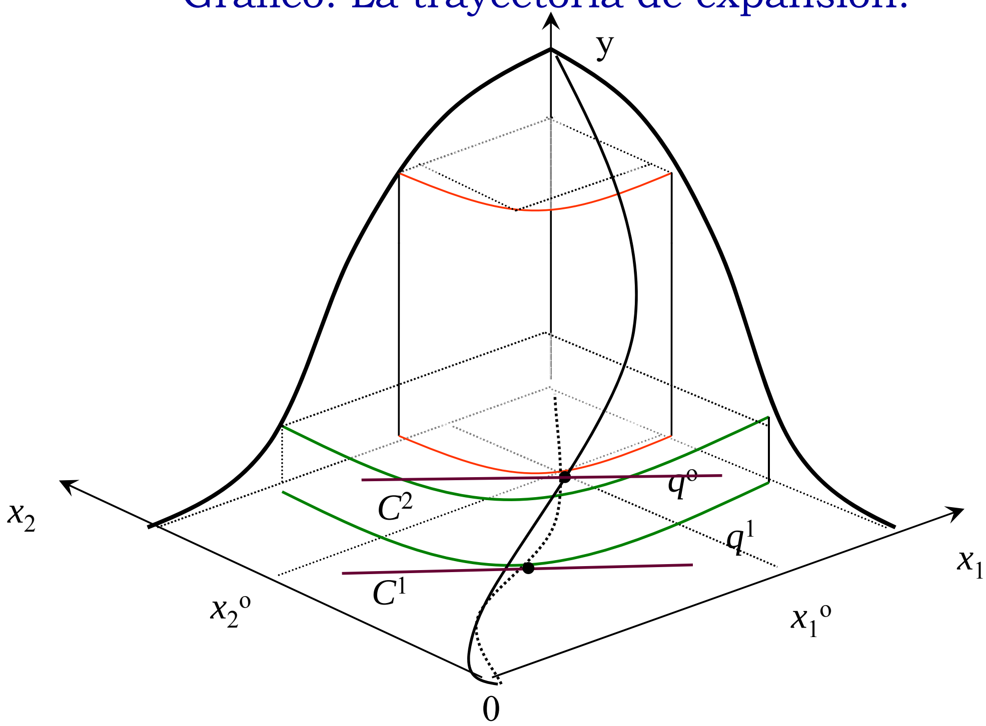
$$\left|H\right| = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & -r_1 \\ f_{21} & f_{22} & -r_2 \\ -r_1 & -r_2 & 0 \end{bmatrix} = f_{11}\ f_{12}\ \text{-}\ 2f_{12}\ f_1 f_2 +\ f_{22}\ f_1^2 > 0,$$

Gráfico. El óptimo del empresario. La dualidad (véase 2.4.2)



· La *trayectoria (senda) de expansión* es el lugar geométrico que muestra las cuantías de inputs que minimizan el coste para cada nivel de producción ⇒ Función implícita $g(x_1,x_2)=0$ ⇒ cuantías de de x_1 y x_2 cumplen las CPG y CSG.

Gráfico. La trayectoria de expansión.



- LA MAXIMIZACIÓN DEL BENEFICIO.

· Si el empresario puede decidir la cuantías de output a producir e inputs a utilizar, su objetivo final será la maximización del beneficio.

$\pi = pq - C$ $\Leftarrow$ Diferencia entre el ingreso y coste total

$$\pi = pf(x_1,\ldots,x_n) - \sum_{j=1}^{n} r_j x_j$$

· la maximización del beneficio se realiza respecto a x_i: Condiciones de primer grado:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_j} = pf_j - r_j = 0, \quad i = 1,\ldots,n \quad \Rightarrow$$

$$pf_j = r_j, \quad j = 1,\ldots,n$$

· Interpretación: La max. del beneficio exigen que un uso de los inputs tal que el valor de su producción marginal *PMa* iguale a su precio.

· Condiciones de segundo grado:

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_j^2} = pf_{jj} < 0, \quad j = 1,\ldots,n \qquad \text{(a)} \quad \text{y}$$

$$|H| = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 \pi}{\partial x_{11}^2}\cdots & \cdots\dfrac{\partial^2 \pi}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dfrac{\partial^2 \pi}{\partial x_n \partial x_1}\cdots & \cdots\dfrac{\partial^2 \pi}{\partial x_n^2} \end{vmatrix} = p^n \begin{vmatrix} f_{11}\cdots & \cdots f_{1n} \\ f_{n1}\cdots & \cdots f_{nn} \end{vmatrix} > 0 \qquad \text{(b)}$$

· Interpretación: El beneficio debe decrecer conforme aumenta la utilización de los inputs por separado (Rendimientos marginales decrecientes) (a), y conjuntamente (b) (Rendimientos decrecientes a escala). $\Leftarrow$ Dado que $p > 0$, la función de producción debe ser concava.

- 2.3.1.2 Las funciones de demanda de factores y oferta de producto.

Obtención de las func. de dem. de factores y oferta de prod. Teoremas.

· Las funciones de demanda de factores y oferta de producto por parte del empresario se derivan de las condiciones de primer grado en la maximización del beneficio (S, págs. 89-90, HQ, págs 78-79)

· 1) TEOREMA: EXISTENCIA: Existen funciones del tipo:

$x_j = x_j(\boldsymbol{r}, p)$, $j=1,\ldots,n$ $\Leftarrow$ Funciones de demanda de inputs

$q = q(\boldsymbol{r}, p)$ $\Leftarrow$ Función de oferta de producto

· 2) TEOREMA: HOMOGENEIDAD: Las funciones de demanda de factores y oferta son homogéneas de grado 0 en $(\boldsymbol{r}, p)$.

· 3) TEOREMA: La función de beneficio es continua en $(\boldsymbol{r}, p) >> 0$, homogénea de grado uno en $(\boldsymbol{r}, p)$, creciente en p, decreciente en $\boldsymbol{r}$, y estrictamente convexa respecto a $(\boldsymbol{r}, p)$.

· 4) TEOREMA: HOTELLING: Si la función de beneficio $\pi(\boldsymbol{r},p)$ es diferenciable pueden obtenerse las funciones de oferta de producto y de demanda de factores como:

$$\frac{\partial \pi(\boldsymbol{r}, p)}{\partial p} = q(\boldsymbol{r}, p); \quad \frac{\partial \pi(\boldsymbol{r}, p)}{\partial r_j} = -x_j(\boldsymbol{r}, p), \quad j = 1,\ldots,n$$

· 5) TEOREMA: Si la función de beneficios es diferenciable, las funciones de demanda de factores son decrecientes respecto a su propio precio, y los efectos precio cruzados son simétricos.

· 6) TEOREMA: Si la función de beneficios es diferenciable, la función de oferta de producto es creciente respecto a su propio precio.

- 2.3.1.3 Las funciones de coste.

La función de coste. Propiedades
Funciones de coste a corto plazo.
 Costes medios y coste marginal.
 La elasticidad de costes.
Funciones de coste a largo plazo.

- LA FUNCIÓN DE COSTES. PROPIEDADES

· El análisis de los costes del empresario se basa en las características de la tecnología (función de producción) y la conducta optimizadora que conlleva la maximización (minimización) de la producción (costes) para cada cuantía de costes (output) ⇒ CPG (véase también la dualidad en 2.4.2)

· Partiendo por ejemplo del lagrangiano del problema de minimización en notación matricial (S. págs. 95-99) :

$$Z = \boldsymbol{rx} + \lambda[q^o - f(\boldsymbol{x})]$$

las condiciones de primer grado son, GPG:

$$\frac{\partial Z}{\partial x_j} = r_j - \lambda f_j(\boldsymbol{x}) = 0, \quad j = 1,\dots,n \ ; \quad \frac{\partial Z}{\partial \lambda} = q^o - f(\boldsymbol{x}) = 0$$

· De donde se obtienen indistintamente las ya conocidas condiciones de equilibrio relativas a la Ley de igualdad de productividades marginales de los factores ponderadas por su precio (2.4.1.1 y véase también 2.4.1.6).

- TEOREMA. EXISTENCIA: Existe un función de costes C = $\varphi(\boldsymbol{r},q)$ cuyo valor son los costes mínimos necesarios para producir q a unos precios de los inputs $\boldsymbol{r}$.

- TEOREMA. La función de costes $C = \varphi(\boldsymbol{r},q)$ es continua para $\boldsymbol{r} >> 0$, $q > 0$, creciente respecto a $\boldsymbol{r}$ y respecto a q, y estrictamente cóncava en q.

- TEOREMA. Sobre la función de costes $C = \varphi(\boldsymbol{r},q)$ pueden obtenerse las funciones de demanda de factores:

$$\hat{x}_j(\boldsymbol{r},q) = \frac{\partial C(\boldsymbol{r},q)}{\partial r_j} \qquad j = 1,\ldots,n$$

- FUNCIONES DE COSTE A CORTO PLAZO.

Considerando la información contenida en:

$q = f(x_1,\ldots,x_n)$, Función de producción

$C = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j + b$, Isocoste ($b$ es el coste de los inputs fijos)

$g(x_1,\ldots,x_n) = 0$, Trayectoria de expansión

· Puede definirse una única ecuación en la que el coste total se expresa en función de la cantidad de output producida dados los precios de los inputs (CT mínimo, véase 2.4.2) :

$$C = \varphi(\boldsymbol{r},q) + b,$$

donde $\varphi(q)$ representa el coste variable CV en el que incurre el empresario al variar la cantidad de output, y b es el coste fijo CF que debe afrontar con independecia de la cantidad de output.

· La evolución de los costes a corto plazo puede analizarse mediante las funciones de *costes medios y coste marginal*:

$CMe = \dfrac{\varphi(\boldsymbol{r},q) + b}{q}$, Coste total medio

$CVMe = \dfrac{\varphi(\boldsymbol{r},q)}{q}$, Coste variable medio

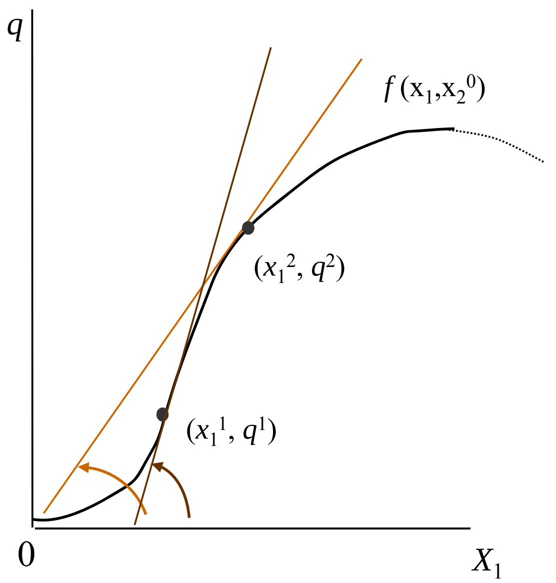
$CFMe = \dfrac{b}{q}$. Coste fijo medio

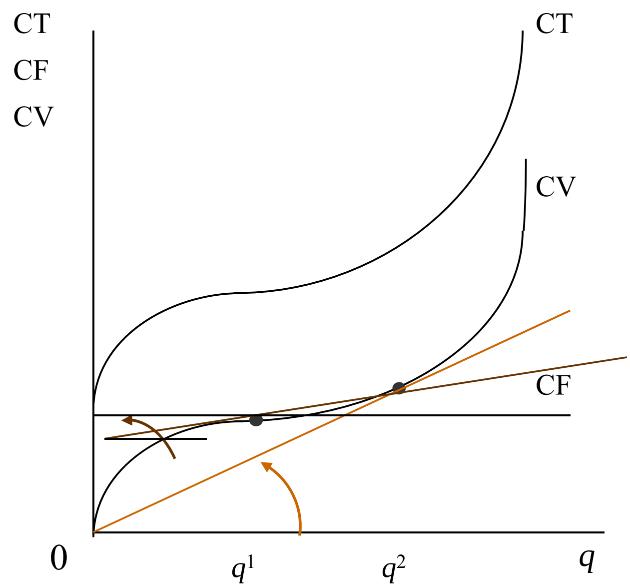
$CMa = \dfrac{dC}{dq}$, Coste Marginal

· La *elasticidad de costes* se define como:

$$\nu = \frac{d\mathrm{CV}(q)/\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)}{dq/q} = \frac{d\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)}{dq}\frac{q}{\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)} = \frac{CMa}{CVMe}$$

Gráfico. Evolución de los costes a corto plazo. I

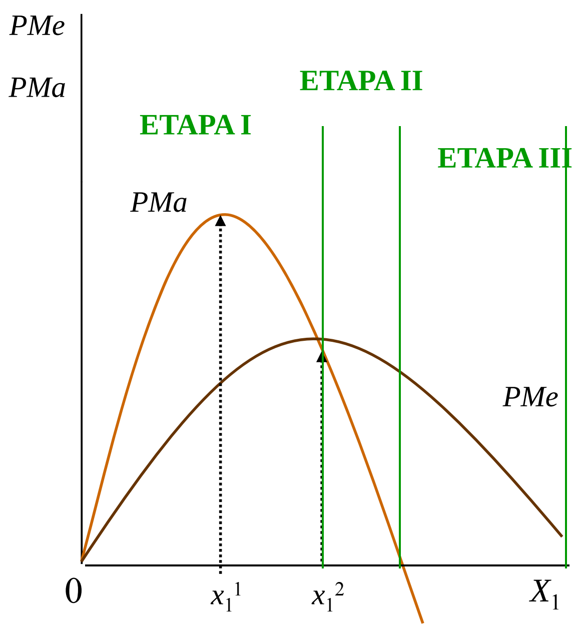


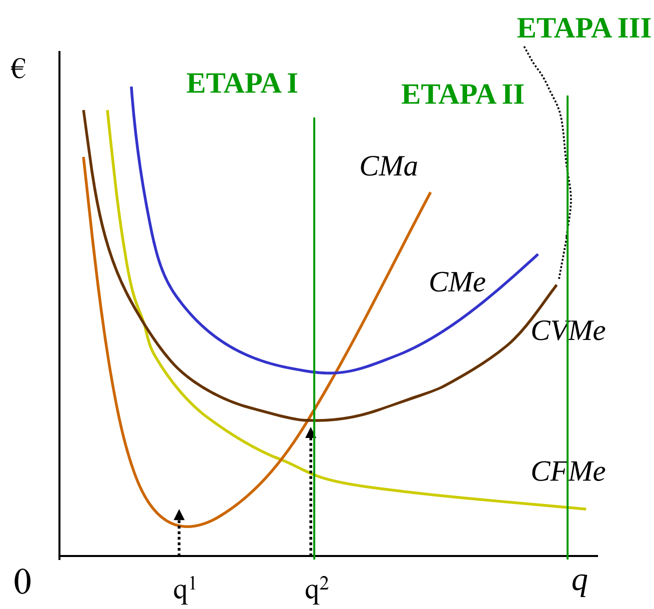


· La *elasticidad de costes* se relaciona con la *de output*:

$$\xi = \frac{d\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)/\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)}{dq/q} = \frac{d\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)}{dq}\frac{q}{\mathrm{CV}(\boldsymbol{r},q)} = \frac{d(r_1x_1)}{dq}\frac{q}{r_1x_1} = \frac{dx_1}{dq}\frac{q}{x_1} = \frac{PMe}{PMa} = \frac{1}{\omega}$$

Gráfico. Evolución de los costes a corto plazo. II.





· Los ingresos de un empresario también dependen de la cantidad de output producida:

$$\pi = pq - \varphi(\boldsymbol{r}, q) - b$$

· Para maximizar el beneficio establecemos la CPG:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p - \varphi'(\boldsymbol{r}, q) = 0 \Rightarrow \; p = \varphi'(\boldsymbol{r}, q)$$

Interpretación: El empresario debe producir la cuantía de output para la que ingreso marginal es igual coste marginal.

La CSG es:

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial q^2} = -\frac{d^2 C}{dq^2} < 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \pi}{\partial q^2} = \frac{d^2 C}{dq^2} > 0$$

Interpretación: El *CMa* es creciente para el nivel de output que maximiza el beneficio.

· La CPG permite determinar la cuantía de output que maximiza el beneficio del empresario, pero este puede ser positivo (beneficios extraordinarios), nulo (beneficios económicos), ó negativos. ⇒ Para determinar cual es el valor absoluto de los beneficios (por unidad producida, *i.e.* en términos medios debe atenderse a la relación existente entre *p* y *CMe* ⇒

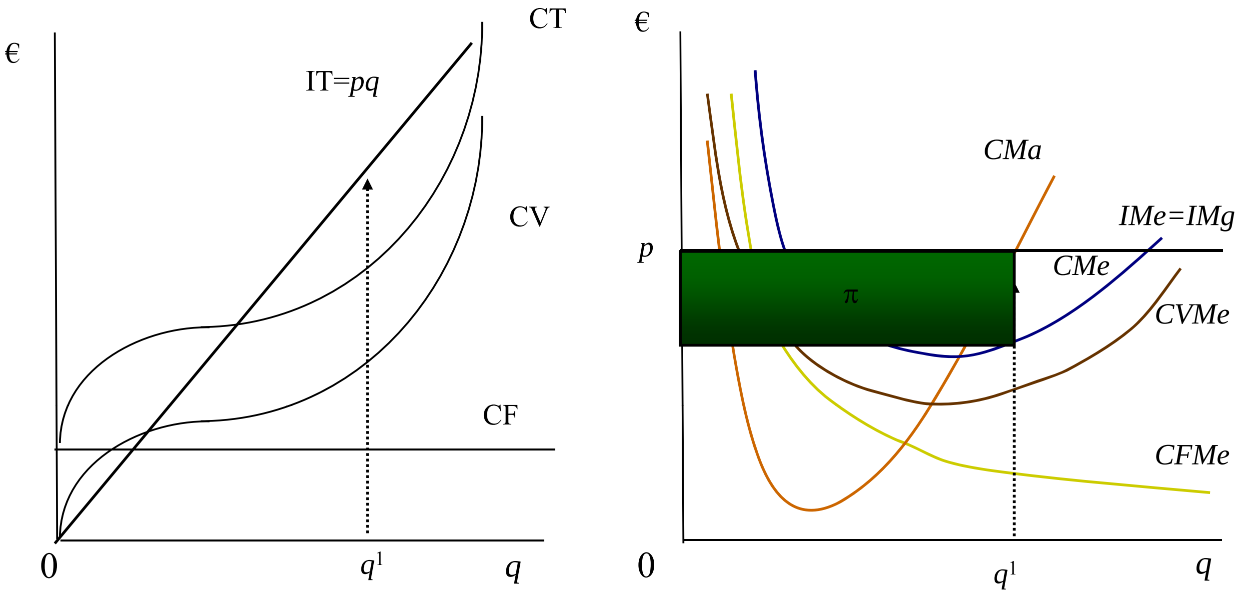
- Si *p (=Ime)* > *CMe* (=*CFMe*+*CVMe*) ⇒ Beneficios
- Si *p (=Ime)* = *CMe* (=*CFMe*+*CVMe*) ⇒ Beneficio Económico
- Si *p (=Ime)* < *CMe* (=*CFMe*+*CVMe*) ⇒ Perdidas

· El coste fijo es irrelevante para determinar la cantidad de output de equilibrio del empresario excepto en la denominada condición de cierre, en la que el empresario decidir no producir. Así,

- Si *p (=Ime)* > *CVMe* ⇒ Se cubren los *CVMe* y parte *CFMe*
- Si *p (=Ime)* = *CVMe* ⇒ Se cubren los *CVMe*
- Si *p (=Ime)* < *CVMe* ⇒ No se cubren los *CVMe* (Cierre)

· Interpretación: El empresario cerrara si el precio no permite cubrir siquiera los CV, pues en este caso preferirá incurrir únicamente en los CF.

Gráfico. El beneficio del empresario.



- FUNCIONES DE COSTES A LARGO PLAZO

· En el largo plazo, la dimensión de la empresa (escala /tamaño), condicionada por la existencia de factores fijos, puede ser alterada a voluntad ⇒ Si denotamos la dimensión de la empresa por k, ésta puede incorporarse a las funciones de producción, coste y trayectoria de expansión:

$q = f(x_1,\ldots,x_n,k)$, Función de producción

$CL = \sum_{j=1}^{n} r_j x_j + \psi(k)$, Isocoste

$g(x_1,\ldots,x_n,k) = 0$, Trayectoria de expansión,

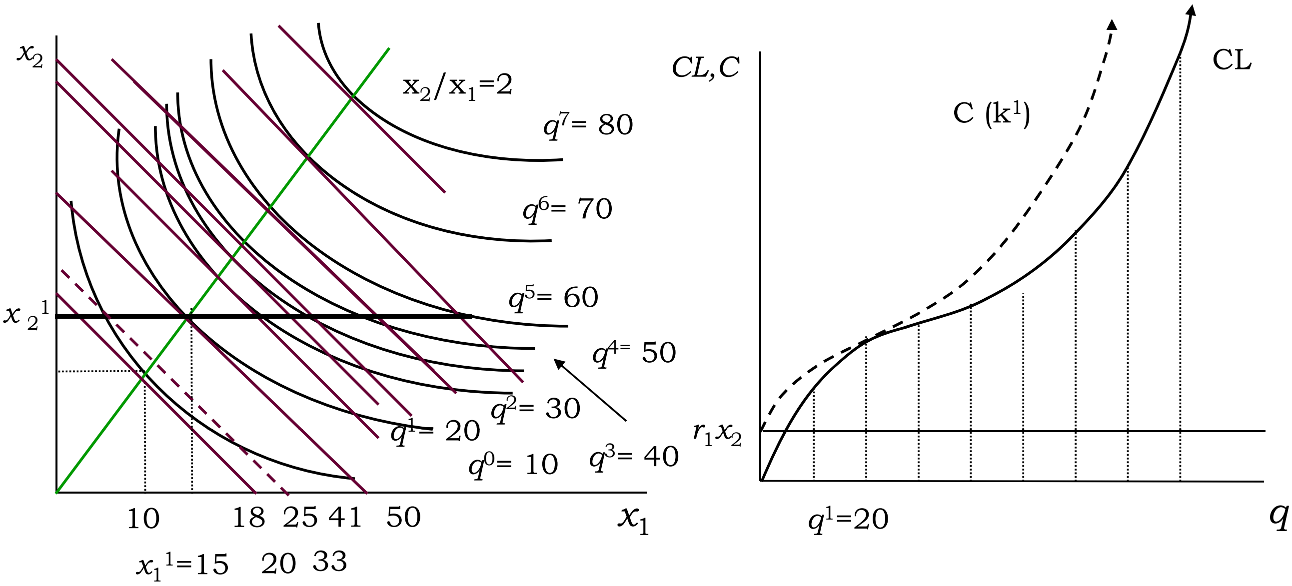
cuya información puede ser resumida en la siguiente función de costes a largo plazo:

$$CL = \varphi(\boldsymbol{r}, q, k) + \psi(k)$$

y que es equivalente a la función de costes a corto plazo una vez que la dimensión de la empresa es decidida (k^0): $C = \varphi(q) + b$

· La función de CL establece el mínimo coste de producción para cada nivel de output si el empresario es libre para elegir la dimensión de su planta.

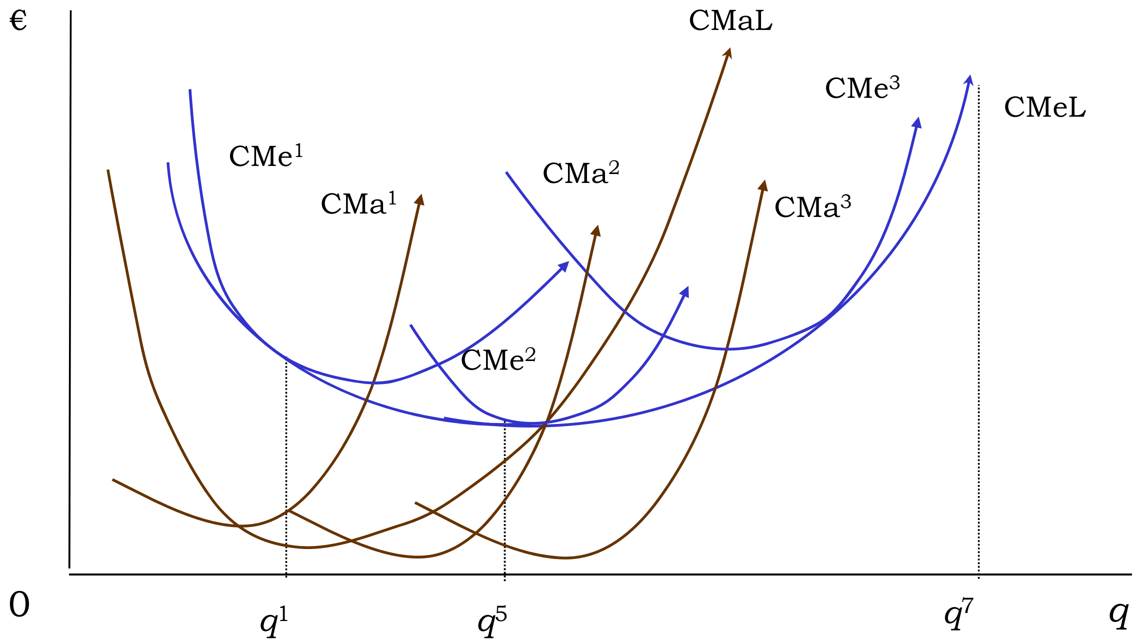
Gráfico. Los costes a largo plazo.



· La curva de CL es la envolvente de la curvas costes a corto plazo, C, y su relación puede analizarse atendiendo las curvas de costes medios y costes marginales:

$$\text{CMeL} = \frac{\text{CL}}{q} \quad , \quad \text{CMgL} = \frac{d\text{CL}}{dq}$$

Gráfico. Los costes a largo plazo.



· La maximización del beneficio a largo plazo exige considerar la función implícita de costes a largo plazo:

$$CL - \varphi(\boldsymbol{r}, q, k) - \psi(k) = G(CL, \boldsymbol{r}, q, k) = 0$$

y derivando respecto a k se obtiene:

$$G_k(CL, \boldsymbol{r}, q, k) = 0$$

que permite obtener la función de CL para cada cantidad de output (mínimo):

$$CL = \Phi(\boldsymbol{r}, q)$$

· De forma que la función de beneficios es:

$$\pi L = pq - \Phi(\boldsymbol{r}, q)$$

siendo la CPG tal que

$$\frac{\partial \pi L}{\partial q} = p - \Phi'(\boldsymbol{r}, q) = 0 \Rightarrow \quad p = \Phi'(q)$$

- 2.3.1.4 Las funciones de producción homogéneas.

La elasticidad de la producción a largo plazo.
Propiedades.
Los rendimientos a escala.
El teorema de Euler y la distribución.
Funciones de coste a largo plazo.

· Las funciones de producción homogéneas permiten introducir el concepto de rendimientos a escala, que determinan la variación en el output ante variaciones de los inputs en igual proporción.

- LA ELASTICIDAD DE LA PRODUCCIÓN A LARGO PLAZO

$$\Omega = \frac{dq/q}{dx_n / x_n} = \frac{dq/q}{dx_1 / x_1} + \frac{dq/q}{dx_2 / x_2} = \omega_1 + \omega_2, \text{ donde } \frac{dx_n}{x_n} = \frac{dx_1}{x_1} = \frac{dx_2}{x_2}$$

· Analíticamente, este concepto puede ser fácilmente definido para el caso de funciones de producción homogéneas.

- PROPIEDADES.

· Una función es homogénea de grado k si:

$$f(tx_1, tx_2) = t^k f(x_1, x_2)$$

donde k es una constante y t un número real positivo.

- LOS RENDIMIENTOS A ESCALA

Si $k > 1 \Rightarrow$ existen *Rendimietos Crecientes a Escala*,
Si $k = 1 \Rightarrow$ existen *Rendimietos Constantes a Escala*,
Si $k < 1 \Rightarrow$ existen *Rendimietos Decrecientes a Escala*,

· Las derivadas parciales de esta función son:

$$tf_1(tx_1, tx_2) = t^k f_1(x_1, x_2); \quad tf_2(tx_1, tx_2) = t^k f_2(x_1, x_2)$$

y dividiendo por t se obtiene:

$$f_1(tx_1, tx_2) = t^{k-1} f_1(x_1, x_2); \quad f_2(tx_1, tx_2) = t^{k-1} f_2(x_1, x_2)$$

por lo que son homogéneas de grado k-1.

· Interpretación: Si una función de producción es homogénea de grado 1 entonces sus productividades marginales no se ven alteradas ante cambios proporcionales en x_1 y x_2:

· Esto permite analizar de forma gráfica la naturaleza de los rendimientos a escala por medio de un mapa de isocuantas cuya pendiente (*RTS*) no se altera a lo largo de cualquier rayo vector que una el origen (0,0) y cualquier combinación arbitraria de inputs (x_1^0, x_2^0) $\Rightarrow$ Si $q = f(x_1,x_2)$ es homogénea, la trayectoria de expansión es una linea recta, p.e Cobb-Douglas (aplicada de forma generaliada en los modelos de creciemiento económico).

- El TEOREMA DE EULER Y LA DISTRIBUCIÓN

· Establece que una función homogénea satisface:

$$x_1 f_1 + x_2 f_2 = k f(x_1, x_2)$$

por lo que que, dividiendo por *q,* da como resultado:

$$\omega_1 + \omega_2 = k$$

Interpretación: la elasticidad de la producción a largo plazo, igual a la suma de las elasticidades de producción individuales, es igual al grado de homogeneidad si la función es homogénea ⇒ Dependiendo de la magnitud de *k*, la función de producción exhibirá Rendimientos Crecientes a Escala, $\Omega > 1$, Constantes, $\Omega = 1$, y Decrecientes, $\Omega < 1$.

· Si la función de producción $q = f(x_1, x_2)$ es homogénea de grado 1, entonces se observa que:

$$x_1 f_1 + x_2 f_2 = q,$$

y el output total es igual a las cuantías de inputs por sus *PMa* físicas ⇒ Puede concluirse que si el empresario (la empresa) paga a los oferentes de inputs en función de su productividad marginal, entonces el ingreso asociado al input es "justamente" repartido entre ellos.

· Si multiplicamos por *p:*

$$x_1(pf_1) + x_2(pf_2) = pq,$$

y si la empresa maximiza el beneficio entonces el precio de cada input es igual al valor de su productividad marginal: $r_1 = pf_1$:

$$x_1 r_1 + x_2 r_2 = pq,$$

Interpretación: Estos resultados se aplican en la teoría de la distribución de la renta generada (valor añadido) a nivel micro y macroeconómico. A L/P: 1) Cada input es remunerado según su productividad marginal (recompensa el esfuerzo) y 2) la renta generada se distribuye totalmente (entre K y L).

No obstante,

1) Es posible demostrar que en caso de funciones de producción homogéneas de grado k la cantidad de output que maximiza el beneficio no se alcanza si hay un beneficio positivo (extraordinario) y es nulo si es negativo (perdidas). $\Rightarrow$ Así el análisis no ofrece un resultado determinado en estas situaciones.

2) Estos postulados también se cumplen en caso de que la función de producción no sea homogénea. En caso de que no lo sea solo es necesario: 2a) que se cumplan las CPG y CSG de maximización del beneficio y 2b) que exista beneficio económico (situación que se observa en competencia perfecta $\Rightarrow$ 1.3). Si

$$\pi = pq - x_1 r_1 - x_2 r_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad pq = x_1 r_1 - x_2 r_2 \Rightarrow \quad q = x_1 f_1 - x_2 f_2$$

- FUNCIONES DE COSTE A LARGO PLAZO.

· Es posible definir funciones de costes a largo plazo para funciones de producción homogéneas, y cuyas curvas isocuantas sean convexas.

· En este caso, supongamos que la combinación ($x_1{}^0$, $x_2{}^0$) minimiza el coste de producir $q^0 = f(x_1,x_2)$. La función de producción y de coste a largo plazo se corresponden con:

$$\begin{aligned} q &= f(tx_1^0, tx_2^0) = t^k \\ CL &= (r_1 x_1^0 - r_2 x_2^0)t = at \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad CL = aq^{1/k}$$

y sus funciones de Coste medio y marginal a largo plazo son constantes (HQ, pág 95).

$$CMeL = \frac{\mathrm{CL}}{q} = \frac{aq^{(1/k)}}{q} = aq^{(1/k-k)}; \qquad CMaL = \frac{d\mathrm{CL}}{d1} = \frac{a}{k} q^{(1-k)/k}$$

- 2.3.1.5 La producción conjunta.

Conceptos básicos.

Curvas de transformación.

La relación de transformación de productos.

La maximización condicionada del ingreso.

La maximización del beneficio.

- CONCEPTOS BÁSICOS.

· Es posible considerar procesos de producción multiproducto. En estas circunstancias es posible realizar un análisis análogo al ya realizado en términos de maximización del beneficio.

· Consideremos la siguiente forma implícita de la función producción:

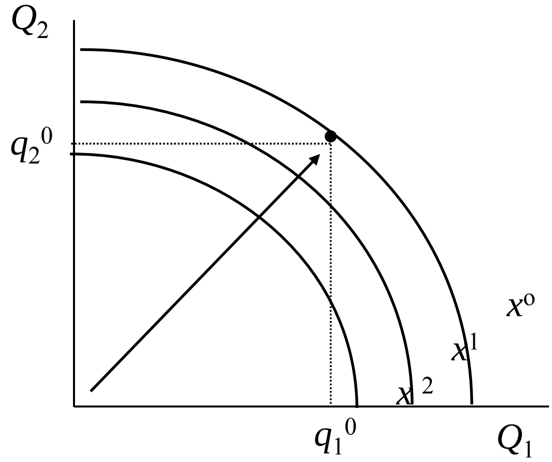
$$H(q_1, q_2, x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = h(q_1, q_2)$$

que muestra las distintas cuantía de outputs que pueden producirse con el vector de inputs.

· La *curva de transformación de productos* es el lugar geométrico de las distintas combinaciones de outputs que pueden obtenerse con un nivel de inputs dado (equiv. a la isocuanta):

$$x^0 = h(q_1, q_2)$$

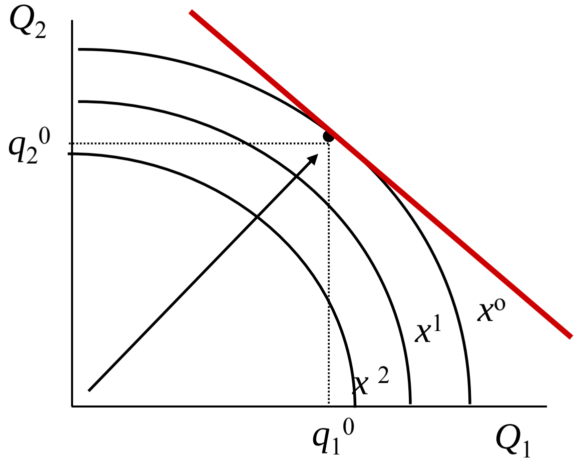
Gráfico. Mapa de curvas de transformación



- La *relación de transformación de productos* expresa la tasa de intercambio en la producción de dos outputs que mantiene inalterado el vector de inputs.

· Considerando el diferencial de H: $dx = h_1 dq_1 + h_2 dq_2$ (donde $h_1 = \partial x/\partial q_1$ y $h_2 = \partial x/\partial q_2$), se asume $dx = 0$, obteniendo:

$$RSB_{q_1}^{q_2} = -\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{f_1}{f_2}$$



- Con relación a la concavidad de la curvas de transformación:

$$-\frac{d^2 q_2}{d^2 q_1} = \frac{1}{h_2^3} - (h_{11}\, h_{12} - 2h_{12}\, h_1 h_2 + h_{22}\, h_1^2),$$

que será positiva mostrando como la RTP es creciente conforme sustituimos q_2 por q_1.

- LA MAXIMIZACIÓN CONDICIONADA DEL INGRESO.

· Por la venta de los outputs el empresario ingresa:

I = $p_1 q_1 + p_2 q_2$, donde I es el ingreso y p_1 y p_2 los precios.

· El isoingreso representa el lugar geométrico de los combinaciones de output que reportan igual ingreso al empresario:

· Es ahora posible definir el programa de optimización para el empresario como

$$\begin{cases} \max & I = p_1 q_1 + p_2 q_2 \\ \text{s.a} & x^0 = h(q_1, q_2) \end{cases} \Leftarrow \text{Isoingreso}$$

siendo el lagrangiano :

$$W = p_1 q_1 \text{-} p_2 q_2 + \mu[x^0 - h(q_1, q_2)]$$, cuyas CPG y CSG son:

Condiciones de primer grado:

$$\frac{\partial W}{\partial q_1} = p_1 - \mu h_1 = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial q_2} = p_2 - \mu h_2 = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial \mu} = x^0 - h(q_1, q_2) = 0$$

Obteniéndose la siguiente condición de equilibrio

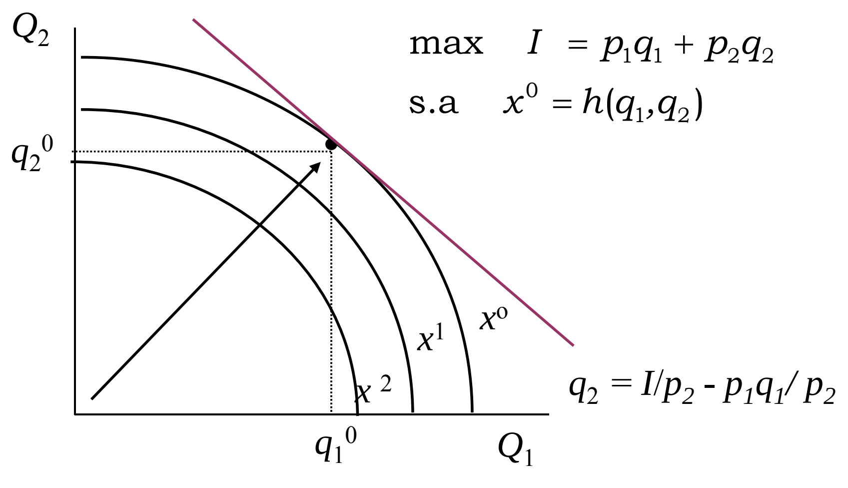
$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \text{Si } RTP_{q_1}^{q_2} = -\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow RTP_{q_1}^{q_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

· Condiciones de segundo grado:

$$|H| = \begin{bmatrix} -\mu h_{11} & -\mu h_{12} & -h_1 \\ -\mu h_{21} & -\mu h_{22} & -h_2 \\ -h_1 & -h_2 & 0 \end{bmatrix} = h_{11}\ h_2^2 \text{ - } 2h_{12}\ h_1 h_2 + \ h_{22}\ h_1^2 > 0,$$

por lo que la RTP es creciente:

Gráfico. El óptimo del empresario.



siendo posible definir *la trayectoria de expansión del output* como el lugar geométrico de las combinaciones de output que maximizan el ingreso dada una cuantía de inputs.

- LA MAXIMIZACIÓN CONDICIONADA DEL BENEFICIO.

· La función de beneficios del empresario es:

$$\pi = p_1 q_1 \text{-} p q_2 - rh(q_1, q_2)$$

La maximización del beneficio se realiza respecto a q_1 y q_2:

Condiciones de primer grado:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p_1 - rh_1 = 0; \quad \frac{\partial \pi}{\partial x_2} = p_2 - rh_2 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$r = p_1 \frac{\partial q_1}{\partial x} = p_2 \frac{\partial q_2}{\partial x}$$

· Interpretación: la max. del beneficio exige que el valor de la *PMa* de los inputs en la producción de cada output sea igual al precio de los inputs.

- 2.3.1.6 La maximización del beneficio con múltiples factores y productos.

Función de producción y ecuac. de beneficio generalizadas. La maximización condicionada del beneficio. El lagrangiano. Efectos sustitución.

- FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y ECUACIÓN DE BENEFICIO GENERALIZADAS (S, págs. 109-115; HQ, págs. 108-111)

· La función de producción generalizada es:

$$F(q_1, \ldots, q_s, x_1 \ldots, x_n) = 0$$

· La función de beneficio generalizada es:

$$\pi = \sum_{i=1}^{s} p_i q_i - \sum_{j=1}^{n} r_j x_j = 0$$

- LA MAXIMIZACIÓN CONDICIONADA DEL BENEFICIO. EL LAGRANGIANO.

· El lagrangiano se define ahora como:

$$J = \sum_{i=1}^{s} p_i q_i - \sum_{j=1}^{n} r_j x_j + \lambda F(q_1, \dots, x_n)$$

· Las CPG generalizadas se corresponde con el sistema:

$$\frac{\partial J}{\partial q_i} = p_i - \lambda\ F_i = 0\ , \quad i = 1, \dots, s,$$

$$\frac{\partial J}{\partial x_j} = -r_j + \lambda\ F_{s+j} = 0\ , \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda_j} = F(q_1, \dots, x_n) = 0$$

- Seleccionado dos de las *s* primeras ecuaciones se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio:

$$\frac{p_j}{p_k} = \frac{F_j}{F_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial q_j}\ , \quad j, k = 1, \dots, s,$$

Interpretación: la RTP entre dos productos cualesquiera *j* y *k* debe ser igual a la razón de sus precios.

- De igual forma si seleccionamos dos factores cualesquiera se obtiene que:

$$\frac{r_j}{r_k} = \frac{F_{s+j}}{F_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_j}\ , \quad r_j = p_k \frac{\partial q_k}{\partial x_j} \quad k = 1, \dots, s,\ j = 1, \dots, n$$

Interpretación: El valor del *PMa* de cada factor respecto a cada producto es igual al precio del factor correspondiente

- Finalmente, es posible establecer:

$$\frac{r_j}{r_k} = -\frac{\partial x_k}{\partial x_j}, \quad j,k = 1,\ldots,n,$$

Interpretación: la RTS entre dos inputs cualesquiera j y k debe ser igual a la razón de sus precios.

· Las CSG generalizadas exigen que los sucesivos hessianos orlados alteren el signo

$$|H| = (-1)^m \begin{vmatrix} \lambda F_{11} & \ldots & \lambda F_{1m} & F_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda F_{m1} & \ldots & \lambda F_{mm} & F_m \\ F_1 & \ldots & F_m & 0 \end{vmatrix} > 0 \ ,$$

siendo posible obtener por el teorema de la función implícita las funciones de demanda de factores y oferta de productos gener.:

$x_j = x_j\,(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})$, $j=1,\ldots,n$ $\Leftarrow$ Funciones de demanda de factores.

$q_i = q_i\,(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})$, $i=1,\ldots,s$ $\Leftarrow$ Funciones de oferta de productos.

- EFECTOS SUSTITITUCIÓN.

· El empresario que maximiza el beneficio altera las cantidades relativas de productos producidos y factores utilizados como reacción a alteraciones en los precios.

· Al objeto de analizar este comportamiento desde un punto de vista analítico es posible diferenciar las condiciones de primer orden expuestas, y resolver los sistemas que permiten determinar cuales serán estas variaciones.

· En concreto:

$$\frac{\partial q_j}{\partial p_k}, \quad j,k = 1,\ldots,s, \quad \frac{\partial x_j}{\partial r_k}, \quad j,k = 1,\ldots,n,$$

$$\frac{\partial q_j}{\partial r_k}, \quad j = 1,\ldots,s, \quad k = 1,\ldots,n$$

- 2.3.2 LA DUALIDAD EN LA TEORÍA DE LOS COSTES

La conducta de optimización. Los problemas duales
Teoremas

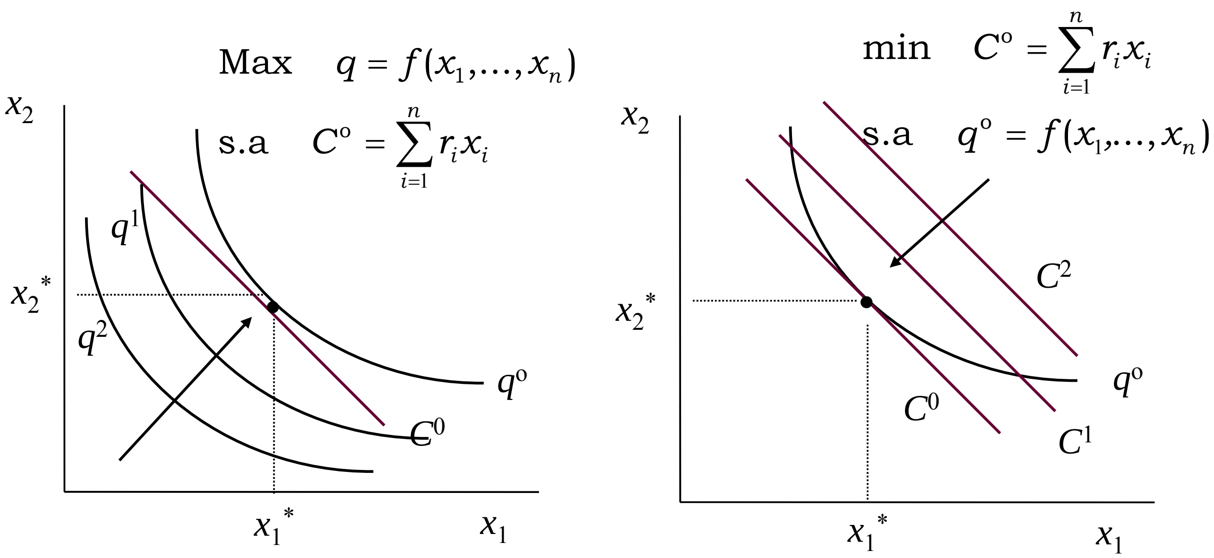
- LA CONDUCTA DE OPTIMIZACIÓN. LOS PROBL. DUALES.

· Se retoma en esta sección la conducta óptima de la empresa de acuerdo a los siguientes problemas duales de optimización condicionada (S, págs. 93-99 + apéndice cap. 3):

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{Max} & q = f(x_1,\ldots,x_{n,}) \\ \text{s.a} & C^o = \sum_{i=1}^{n} r_i x_n \end{array}\right. \equiv \left\{\begin{array}{ll} \min & C = \sum_{i=1}^{n} r_i x_i \\ \text{s.a} & q^o = f(x_1,\ldots,x_n) \end{array}\right.$$

PRIMAL — DUAL

Gráfico. La dualidad en la producción.



· Partiendo de los lagrangianos de ambos problemas en notación matricial:

$$V = f(\boldsymbol{x}) + \mu\,(C^o - \boldsymbol{rx}) \quad ;$$

$$Z = \boldsymbol{rx} + \lambda[q^o - f(\boldsymbol{x})]$$

se obtienen las condiciones de primer orden, GPG:

$$\frac{\partial V}{\partial x_j} = f_j(\boldsymbol{x}) - \mu r_j = 0, \quad j = 1,\ldots,n \ ; \quad \frac{\partial V}{\partial \mu} = C^o - \boldsymbol{rx} = 0 \text{, y}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x_j} = r_j - \lambda f_j(\boldsymbol{x}) = 0, \quad j = 1,\ldots,n \ ; \quad \frac{\partial Z}{\partial \lambda} = q^o - f(\boldsymbol{x}) = 0$$

· De donde se obtienen indistintamente las ya conocidas condiciones de equilibrio relativas a la Ley de igualdad productividades marginales de los factores ponderadas por su precio (3.1.1 y 3.1.6).

- TEOREMA. DUALIDAD: Dados los dos problemas duales entre sí, si $\boldsymbol{x}^*$ resuelve el primal siendo $f(\boldsymbol{x}^*) = q^*$, entonces $\boldsymbol{x}^*$ resuelve el dual; y viceversa, si x^* resuelve el dual siendo $C^* = \boldsymbol{rx}^*$, entonces $\boldsymbol{x}^*$ resuelve el primal.

· La demostración es análoga a la de la dualidad del consumid.

· Debido a que la dualidad en la producción, permite recuperar la tecnología de producción (inobservable) a partir de las funciones de coste (observables), resulta conveniente recordar los teoremas asociados las funciones de costes y sus propiedades ⇒ Problema de Integrabilidad. Teoremas:

- 1) TEOREMA. EXISTENCIA: Existe un función de costes $C = \varphi(\boldsymbol{r},q)$ cuyo valor son los costes mínimos necesarios para producir q a unos precios de los inputs $\boldsymbol{r}$.

- 2) TEOREMA. La función de costes $C = \varphi(\boldsymbol{r},q)$ es continua para $\boldsymbol{r} >> 0$, $q > 0$, creciente respecto a $\boldsymbol{r}$ y respecto a q, y estrictamente cóncava en q.

- 3) TEOREMA. Sobre la función de costes $C = \varphi(\boldsymbol{r},q)$ pueden obtenerse las funciones de demanda de factores:

$$\hat{x}_j(\boldsymbol{r},q) = \frac{\partial C(\boldsymbol{r},q)}{\partial r_j} \quad j = 1,\ldots,n$$

· El problema de la integrabilidad de la tecnología a partir de la función de demanda de factores, que permite recuperar la función de costes es abordado analítica y gráficamente en el apéndice del capítulo 3 de S, págs 116-121.

· Se demuestra que, de existir la función de costes según el teorema de existencia 1, una vez recuperada partiendo de las funciones de demanda de factores (teorema 3), y satisfaciendo las propiedades recogidas en el teorema 2, entonces existe una única tecnología de producción subyacente (que es posible recuperar funcionalmente en ejercicios aplicados) $\Rightarrow$ De forma análoga a la dualidad en la teoría del consumidor, donde es posible asegurar la existencia de una única función de utilidad subyacente, que puede ser recuperada partiendo de las funciones de demanda compensadas (hicksianas) y las funciones de gasto.

Maite Blázquez Cuesta

Dpto. de Análisis Económico

UAM UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

23-Octubre-2008

Maite Blázquez Cuesta

Dpto. de Análisis Económico

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

28-Octubre-2008

MÓDULO DE MICROECONOMÍA:

2.1 Tª DE LA DEMANDA DEL CONSUMIDOR.

2.2 Tª DE LA PRODUCCIÓN.

2.3 Tª DE LOS COSTES DE LA EMPRESA.

2.4 EL MODELO DE COMPETENCIA PERFECTA.

BIBLIOGRAFÍA:

– *Hal R. Varian (2002): Microeconomía Intermedia. Un Enfoque Actual, 5ª ed. Antonio Bosch: Barcelona*

– *Julio Segura (1994): Análisis Microeconómico. 3ª ed. Alianza Editorial: Madrid*

– *James M. Henderson y Richard E. Quandt (1982): Teoría Microeconómica, 3ª ed. Ariel Economía: Barcelona.*

- INTRODUCCIÓN:

- ECONOMÍA:

1) DEFINICIÓN: Problema Económico: Asignación de recursos escasos $\Leftrightarrow$ Satisfacer necesidades ilimitadas.

2) SISTEMA ECONÓMICO: Economía de mercado, Economía centralizada, Economía mixta.

3) ECONOMÍA DE MERCADO: $\Rightarrow$ TEORÍA DE PRECIOS Explica el mecanismo por el cual se asignan los recursos.

4) MARCO INSTITUCIONAL. Constitución Española. Art. 38 "Se reconoce la libertad de empresa en el marco de la economía de mercado."

5) RACIONALIDAD DE LOS AGENTES ECONÓMICOS: Comportamiento optimizador $\Rightarrow$
Consumidores: DEMANDA / Empresarios: OFERTA

- 2.4 EL MODELO DE COMPETENCIA PERFECTA.

- 2.4.1 EL MCP: ANÁLISIS A CORTO Y LARGO PLAZO

- 2.4.1.1 Los supuestos de la competencia perfecta

· En el primer tema se ha analizado el comportamiento racional de los consumidores y las empresas como demandantes y oferentes de bienes $\Rightarrow$ Racionalidad de los agentes económicos que, respectivamente, se plasma en la busqueda de la máxima utilidad y el máximo beneficio.

· En este proceso se supone que las restricciones a las que se enfrentan en cuanto a los precios se refiere están dadas $\Rightarrow$ Los precios son parámetros exógenos (son *precio aceptantes*)

· El ANALISIS DEL EQUILIBRIO DEL MERCADO pretende explicar el mecanismo dinámico por el cual se alcanzan los precios de equilibrio a los que se intercambian las cantidades de equilibrio. No obstante, para que el proceso se desarrolle según los expuesto son necesarios los siguientes:

· SUPUESTOS:

1) *Las empresas producen un bien homogéneo.*
   Interpretación: Indiferencia respecto a quién comprar o vender ⇒ No existen marcas ni favoritismos.
2) *El nº de consumidores y empresas es elevado.*
   Interpretación: Mercado atomizado donde nadie puede influir de forma individual en los precios.
3) *Ambos disponen de información perfecta.*
   Interpretación: No existe incertidumbre respecto a los bienes (p.e. su calidad) ⇒ No existen costes de información ⇒ No pueden existir diferenciales de precios.
4) *Existe libre entrada y salida en la industria (mercado)*
   Interpretación: Las empresas pueden entrar a operar en una industria (mercado) sin que existan barreras de entrada o salida ⇒ Busqueda del máx. beneficio.

- 2.4.1.2 Las funciones de demanda y de oferta.

Funciones de demanda.
- La función de demanda de mercado.
- La función de demanda del empresario.

Funciones de oferta.
- El período de muy corto plazo.
- El corto plazo.
- El largo plazo.
- Economías y deseconomías externas.

- FUNCIONES DE DEMANDA.

· La *función de demanda de mercado* de un bien se obtiene por agregación de las funciones de demanda individuales.

· No obstante, la demanda del bien que le corresponde a una empresa en particular es reducida, por lo que podrá vender cualquier cuantía al mismo precio al no influir en él.

- FUNCIONES DE DEMANDA.

· La función de demanda del *j*-ésimo bien por el *i*-ésimo consumidor es:

$$D_{ij} = D_{ij}(p_1,\ldots,p_j,\ldots,p_m,y_i)$$

· Al objeto de analizar su comportamiento en el mercado *j* ante variaciones en el precio p_j se consideran como dadas el resto de variables (parámetros- *ceteris paribus*), por lo que:

$$D_{ij} = q_{ij} = q_{ij}(\boldsymbol{p},\ y) = D_{ij}(p_j)$$

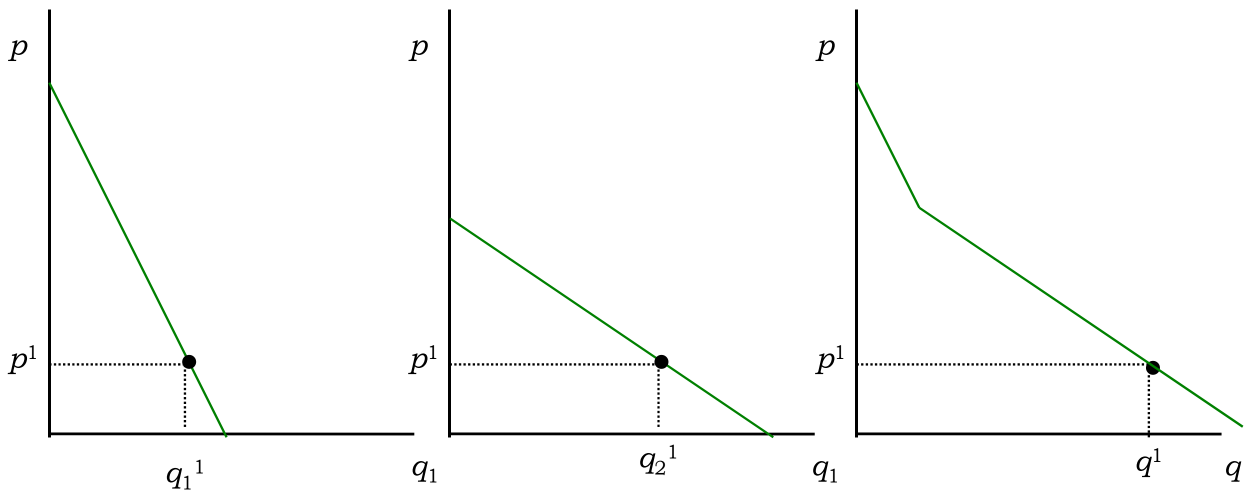
· *La demanda de mercado* se corresponde con la agregación de los *m* cons. (eliminado el subíndice *j*), (S. págs, 68-72):

$$D = \sum_{i=1}^{m} q_{ij}(\boldsymbol{p}, y) = D(p)$$

· La demanda de mercado presenta una pendiente negativa respecto a su propio precio y sufrirá desplazamientos si

alguno de los parámetros se alteran (p.e. variaciones en la renta).

Gráfico. La demanda individual y de mercado.



· la *función de demanda del empresario.* La demanda de mercado debe ser satisfecha por el conjunto de empresas que producen el bien.

· Desde su perspectiva individual la función de demanda de las empresas presenta una elasticidad infinita.

Interpretación: la empresa puede vender la cantidad que sea del bien y su precio no se altera ó, alternativamente, si intentase incrementar (reducir) el precio del bien se quedaría sin clientes (entraría en perdidas).

· La función de ingresos de la empresa es:

$I=pq \Rightarrow$ Si el precio es constante:

$$IMe = \frac{pq}{q} = p \quad \text{e} \quad IMg = \frac{dpq}{dq} = p$$

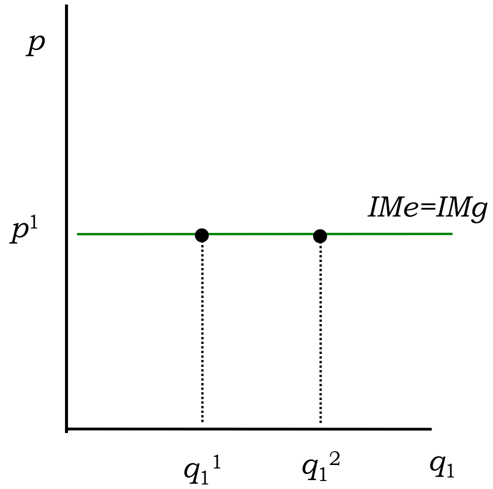


Gráfico. La demanda de mercado desde la perspectiva de la empresa.

- FUNCIONES DE OFERTA.

· La empresa maximiza el beneficio cuando produce una cantidad de producto (output) cuyo ingreso marginal, *IMa,* es igual a su coste marginal, *CMa* (CPG, *IMa=CMa,)* Así, a distintos niveles de precios, (*p=IMa*)*,* le corresponderán distintas cantidades producidas del bien $\Rightarrow$ Su función de oferta del bien coincide con su función de *CMa.*

· Dependiendo del tiempo considerado, las funciones de oferta de una empresa pueden definirse en:

1) *El periodo de muy corto plazo*:

Situación en la que la empresa, adoptada una decisión de producción, no puede alterar la cantidad producida $\Rightarrow$ Su oferta es inelástica (rígida) $\Rightarrow$ La empresa venderá toda su producción al precio que impere en el mercado.

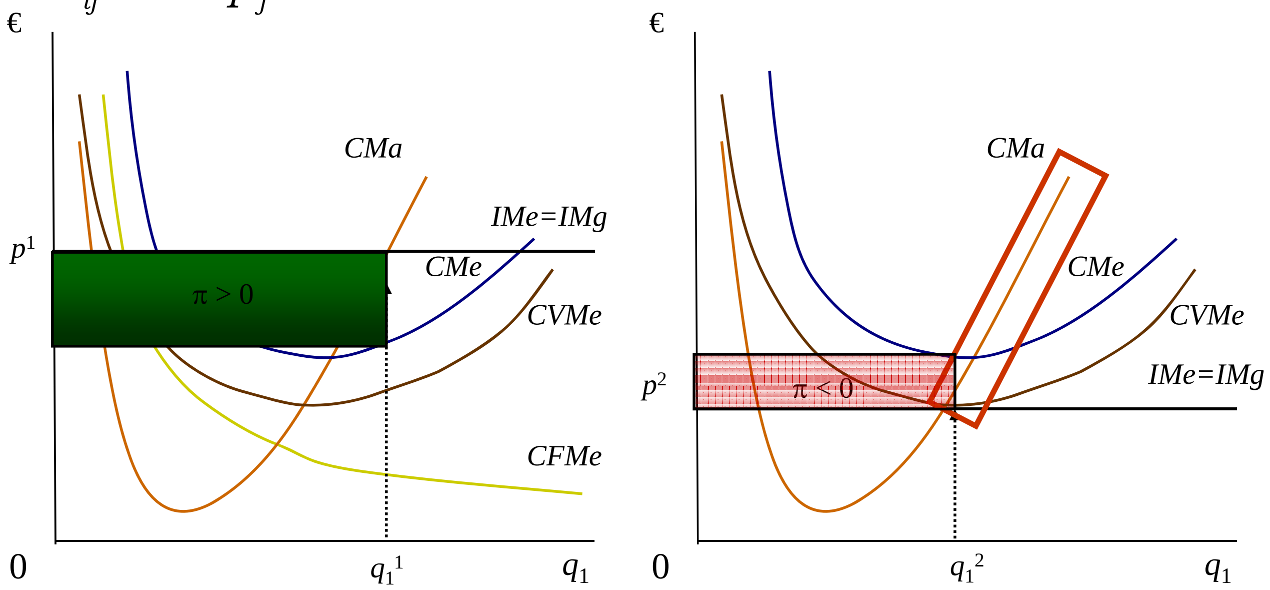
2) *El corto plazo*:

La función de oferta del *j*-ésimo bien por la *i* – ésima empresa se corresponde con la función de *CMa* definida para *p*(=*Ime*) ≥ *CVMe* (si *p* < *CVMe* la cantidad producida es nula). ⇒

$$S_{ij} = q_{ij} = q_{ij}\ (\boldsymbol{r},p,b),\ \forall\ p_j \geq CVMe$$

$$S_{ij} = 0\ \forall\ p_j < CVMe$$

Gráfico. La función de oferta



Nota: pese a incurrir en perdidas la empresa decide ofrecer cantidad del bien pues con los ingresos generados es capaz de cubrir los CF más una parte de los CV.

· La función de oferta de mercado es (eliminado el subíndice *j*):

$$S = \sum_{i=1}^{n} q_{ij} = q_{ij}\ (\boldsymbol{r},p,b) = S(p),$$

· De las CSG del problema de maximización del beneficio (2.3.1.1) es posible determinar que el *CMa* es creciente ⇒ La función de oferta es monótona creciente respecto al precio (gráf. presenta una pendiente positiva, TEOREMA 5, 2.3.1.3).

Interpretación: resultado coherente con la existencia de la *Ley de rendimientos marginales decrecientes* (corto plazo).

3) *El largo plazo:*

En largo plazo la función de oferta se define de igual forma: para cada nivel de precios, el empresario producirá la cuantía del bien para la que *p* (=*IMaL*) = *CMaL*.

· No obstante, la empresa, al no incurrir en costes fijos, no tiene incentivos para ofrecer cantidad alguna del bien si hay perdidas, por lo que en el L/P: $S_{ij} = q_{ij} = q_{ij}\ (\boldsymbol{r},p),\ \forall\ p_j \geq CMeL$

$$S_{ij} = 0\ \forall\ p_j < CMeL$$

· La función de oferta de mercado se define entonces como:

$$S = \sum_{i=1}^{n} q_{ij} = q_{ij}\ (\boldsymbol{r},p) = S(p),$$

· De nuevo, de las CSG del problema de maximización del beneficio (2.3.1.1.) es posible determinar que el *CMa* es creciente $\Rightarrow$ La función de oferta es monótona creciente respecto al precio.

Interpretación: Se observan rendimientos decrecientes a escala $\Rightarrow$ economías decrecientes (deseconomías) a escala.

- TEOREMA. LE CHATELIER, SAMUELSON: Las funciones $q_{ij} = q_{ij}\ (\boldsymbol{r},p,b)$ de oferta de la empresa a corto plazo son más rígidas que las de largo plazo $q_{ij} = q_{ij}\ (\boldsymbol{r},p)$. Y tanto más rígidas cuanto mayor es el número de factores fijos considerados.

- ECONOMÍAS Y DESECONOMÍAS EXTERNAS.

· Podría observarse que la función de costes la empresa no solo dependa de su propia tecnología y los precios de los inputs que contrata, sino que se vea influenciada por la cantidad ofrecida en el conjunto de la industria (mercado). En este caso se dice que existen:

- *Economías externas* si al incrementarse la cuantía producida en el conjunto de la industria, se reducen los costes de las empresas (Graf. descenso de las curvas de costes) $\Leftarrow$ p.e. mayor cualificación del trabajo (mejora tecnológica).

- *Deseconomías externas* si al incrementarse la cuantía producida en el conjunto de la industria, se incrementan los costes de las empresas (Graf. ascenso de las curvas de costes) $\Leftarrow$ p.e. mayor presión para contratar trabajo, lo que incrementa su coste $\Leftarrow$ mercados de inputs no competitivos.

- La existencia de economía y deseconomías conlleva ajustes en las cuantías producidas al alterar los *CMa* individuales. $\Rightarrow$ Las empresas deben considerar la cuantía producida en la industria para anticipar el efecto sobre sus costes.

- 2.4.1.3 El equilibrio de mercado de un bien.

Equilibrio a corto plazo.

La condición de equilibrio. Cantidad y precio de equilibrio.

Equilibrio a largo plazo.

La condición de equilibrio. El beneficio económico.

Las condiciones de costes diferenciales y la renta.

- EQUILIBRIO A CORTO PLAZO.

· La fuerzas que determinan el equilibrio del mercado son el resultado de la interacción entre consumidores y empresas, cuya motivación (racionalidad) queda reflejada por las funciones de demanda y oferta de mercado.

· Se asume que las funciones de demanda y ofertas son negativas y positivas respectivamente.

· *La condición de equilibrio* para que haya acuerdo entre consumidores y empresas es que, a un determinado precio, $p=p^E$, *las cantidades demandadas y ofrecidas sean iguales (eq.)*:

$$D(p^E) = S(p^E)$$

De no ser así, para el precio considerado existirá un exceso de demanda si $D(p^1) > S(p^1)$ –escasez- o un exceso de oferta $D(p^2) < S(p^2)$ –abundancia-.

Ej. Si $D = ap + b$ y $S = Ap + B \Rightarrow$
Equilibrio $D = S \Rightarrow D - S = 0$
$b + ap^E = B + Ap^E \Rightarrow$
$b + ap^E - (B + Ap^E) = 0 \Rightarrow$
$p^E= (b-B) / (A-a)$

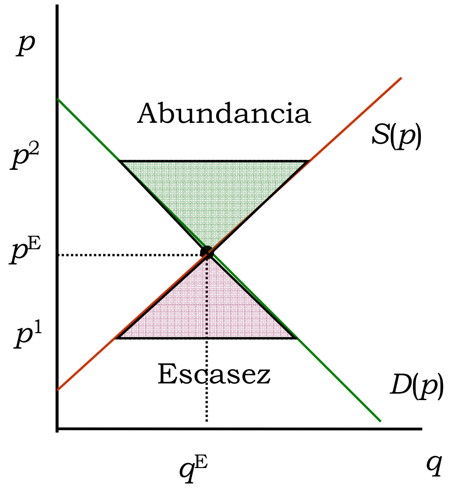


Gráfico. La demanda y la oferta

· Si existe escasez, $D(p^1) > S(p^1)$, los consumidores, en un proceso de subasta, presionan el precio al alza pujando por la cantidad ofrecida en el mercado al precio inicial. Consecuencias: 1) Desde la perspectiva de los consumidores, este incremento desincentiva a los consumidores (*efectos sustitución y renta*); 2) Desde la perspectiva de las empresas, este incremento incentiva a una mayor producción del bien (el nuevo precio es superior al *CMa* correspondiente a la cantidad que max. el beneficio previamente) $\Rightarrow$ El proceso continua hasta que se alcanza el equilibrio (se vacia el mdo.).

· Si existe abundancia, $D(p^2) < S(p^2)$, los empresarios, en un proceso de subasta, presionan el precio a la baja compitiendo por la cantidad demanda en el mercado. Consecuencias: 1) Esta reducción incentiva a los consumidores (*efectos sustitución y renta*); 2) Esta reducción conlleva una menor producción del bien (el nuevo precio es inferior al *CMa* de la cantidad que maximizaba el beneficio).

- EQUILIBRIO A LARGO PLAZO.

· En el largo plazo las fuerzas que determinan el equilibrio del mercado son, así mismo, el resultado de la interacción entre consumidores y empresas, por lo que el equilibrio se alcanza de igual forma que en el corto plazo.

· No obstante, el precio y cantidad de equilibrio que se determina incorpora la existencia de un "beneficio normal" (económico ó nulo) para las empresas, basándose este resultado en el supuesto de libre entrada y salida en la industria.

· Desde un punto de vista económico (pero no contable), los costes incorporan el coste imputable a la actividad del empresario. Este coste está normalmente asociado al coste de oportunidad del capital invertido en la empresa (mejor oportunidad de inversión alternativa) más la remuneración por su trabajo si no hay contraprestación salarial explícita.

- Ej: Un empresario dispone de un capital K=1.000.000 € para invertir.

· Si dejase este dinero en el banco o contratase deuda pública (inversión más segura), podría obtener un 5% anual de rentabilidad. ⇒ Coste de oportunidad de K = 50.000 €.

· No obstante, invierte el capital en una empresa ¿Cuál habría de ser la rentabilidad que debería obtener ? Al menos el coste de oportunidad, incrementado por los riegos que asume en la actividad empresarial. Esta es la remuneración "normal" –no extraordinaria-. P.e. un 10%, que equivale al coste implícito del uso del capital: CI = 100.000 €.

· Si la empresa obtiene unos IT = pq = 500.000€ y, p.e., los costes explícitos (contables) son CE = 400.000€ ⇒ existe un beneficio normal o económico: IT – CT = IT – (CE+CI) = 0. (y el beneficio contable sería igual al coste/remuneración "normal" del capital). Si CE=350.000€ ⇒ Bº.Ext. de 50.000€.

Conclusión: cuando se confrontan los ingresos con los costes, los primeros, aparte de cubrir los costes explícitos (contables), deben también cubrir el coste implícito asociado a la remuneración del capital -que, al menos, compense su coste de oportunidad-.

1) *Beneficio extraordinario.*

· Si a corto plazo el $p = IMe > CMe$, esto significa que hay beneficio extraordinario (positivo) que implica una remuneración al capital superior a su coste de oportunidad, incentivando la entrada de nuevas empresas (competidores) en el mercado que pretenden disfrutar de esos beneficios extraordinarios. Su entrada incrementa la oferta creando un exceso –abundancia- que presiona los precios a la baja hasta que desaparece el beneficio extraordinario de forma que $p = IMe = CMe$; por lo que en el largo plazo la existencia de competencia perfecta asegura el menor precio posible de los bienes compatible con una remuneración "justa" del capital (propiedad de los empresarios –capitalistas-).

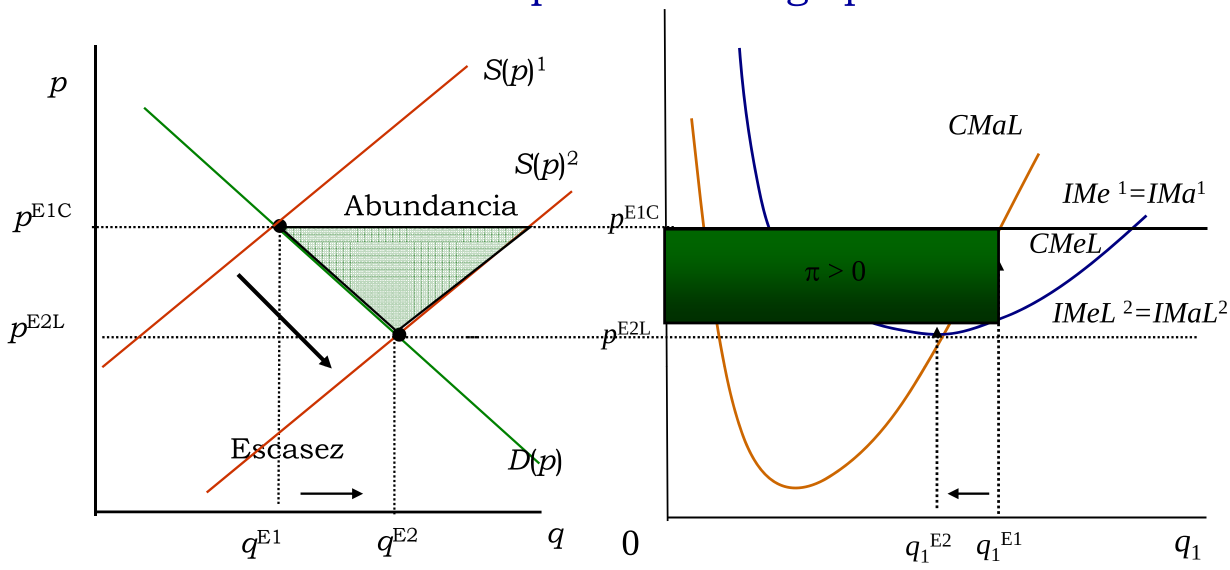
2) *Beneficio negativo* (*perdidas*).

· Si a corto plazo el $p = IMe < CMe$, hay un beneficio negativo (perdidas), que implican una remuneración al capital inferior a su coste de oportunidad. Esto hace que algunas de las empresas salgan de la industria (mercado) en busca de inversiones más rentables, reduciéndose la oferta, y apareciendo escasez para el precio inicial, lo que presiona al alza los precios hasta que la actividad empresarial vuelve a ser rentable para las empresas que permanecen: $p = IMe = CMe$. Así, en el largo plazo, la competencia perfecta asegura la producción de bienes necesarios garantizando al empresario una remuneración "justa" del capital invertido.

3) *Beneficio normal* (económico ó nulo).

Se corresponde con una situación en la que los ingresos de la empresa permiten cubrir sus costes explícitos u operativos (contables), más una remuneración adecuada del capital invertido. En esta situación: $p = IMeL = CMeL$ (mínimos).

Gráfico. El equilibrio a largo plazo



· Analíticamente, *la condición de equilibrio a largo plazo* implica la igualdad entre las cantidades demandadas y ofrecidas al precio de equilibrio y la existencia de un beneficio económico ⇒ Suponiendo que la existencia de *n* empresas en la industria que se reparten el mercado en partes iguales por tener igual estructura de costes, las funciones de demanda y oferta son:

$$D = D(p); \quad S = nS_i(p) = S(p) \qquad \Rightarrow \quad D(p) = S(p)$$

mientras que la condición de *beneficio económico nulo* es:

$$\pi_i = pS_i(p) - \Phi(S_i(p)) = 0 \quad \Rightarrow \text{En términos medios}$$

$$\pi_i / S_i(p) = p - \Phi(S_i(p)) / S_i(p) = IMe - CMe = 0$$

- Conclusión: El mercado en competencia perfecta representa un ideal de intercambio que garantiza el precio mínimo posible de un bien dada la tecnología de producción y precios de los inputs ⇒ Protección (TDC)/Referente (regulac.)

- LAS CONDICIONES DE COSTES DIFERENCIALES Y LA RENTA.

· En el análisis del equilibrio en mercados en competencia perfecta se ha asumido que todas las empresas presentan igual estructura de costes repartiéndose la cantidad ofrecida en igual proporción ($1/n$). No obstante este supuesto de simetría no se observa en la realidad.

· La exposición respecto al proceso dinámico que lleva al equilibrio en mercados de competencia perfecta, así como las conclusiones alcanzadas, siguen siendo válidas aunque existan empresas con estructuras de costes diferentes (debido a tecnologías diversas, escalas de operación alternativas, inputs de calidad diferente,...)

· Las posibles ventajas derivadas de disfrutar de estructuras de costes más favorables puede considerarse una *renta* que percibe el propietario del recurso diferente, escaso, etc... y cuya existencia se debe a una singularidad que debe ser remunerada. HQ (pág.136-140).

- 2.4.1.4 La existencia y unicidad del equilibrio.

Condiciones de existencia.
Condiciones de unicidad.

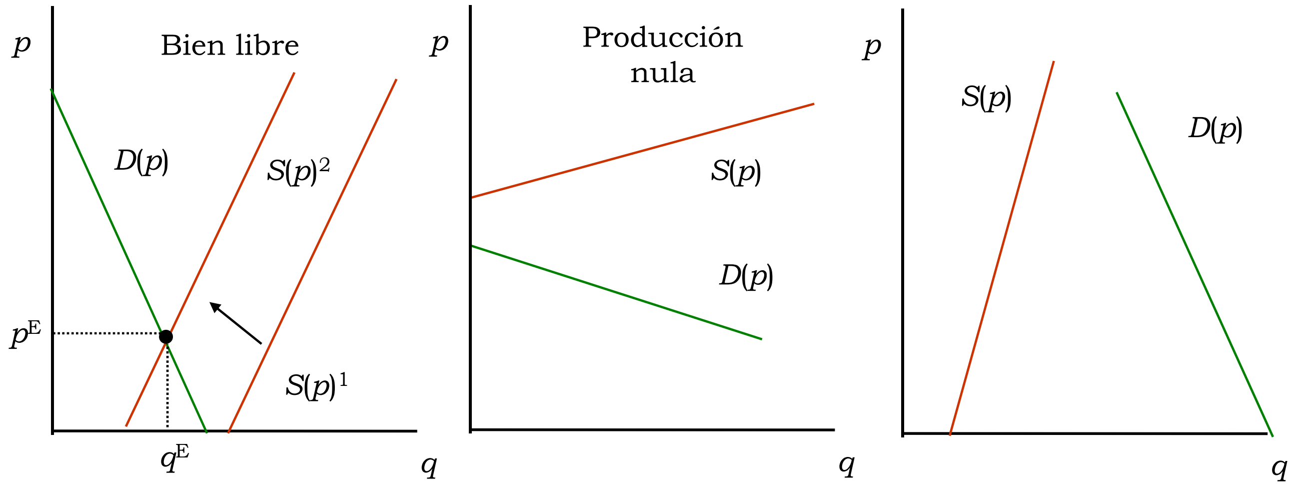
· Hasta el momento se ha asumido que existía un único par precio-cantidad de equilibrio en el mercado ⇒ No obstante, es posible que tal combinación no exista o que no sea única.

- CONDICIONES DE EXISTENCIA.

· Existe un equilibrio de mercado competitivo si hay al menos un precio no negativo para el que la oferta y la demanda son iguales y no negativas. Gráf. Hay una intersección entre la demanda y la oferta.

· Si el precio y las cantidades de equilibrio son nulos ⇒ bienes libres (no económicos o gratuitos), p.e. aire, agua,...

Gráfico. Existencia del equilibrio.



· Si para cualquier cantidad el precio de la demanda es inferior al precio de la oferta, entonces la producción será nula.

· Existen situaciones que no pueden interpretarse, lo que generalmente exige revisar la especificación del modelo y su significado ⇒ Estudios empíricos (econométricos).

- CONDICIONES DE UNICIDAD.

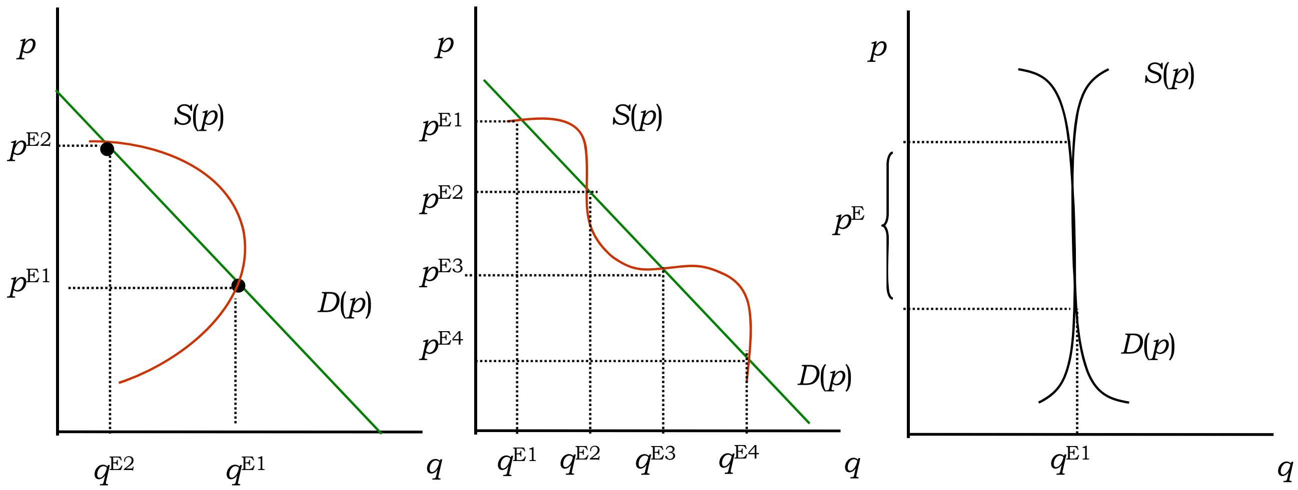
· Pueden existir varias combinaciones de equilibrio cuando:

1) La relación entre cantidades y precio no es univoca, ya sea con relación a la demanda, la oferta, o ambas, p.e. la curva de oferta de trabajo en determinadas situaciones.

2) Si definimos δ como la diferencia en la pendiente de las funciones de demanda y oferta $\delta = D'(p) - S'(p)$, entonces es posible demostrar que si $D'(p) < 0$ y $S'(p) > 0$, en todo sus dominios de definición, entonces $\delta < 0$ para todo precio, y solo puede existir un punto de equilibrio. Si las pendientes no son negartivas y positivas respectivamente, entonces no se puede garantizar.

3) Finalmente, si las funciones de demanda y oferta coinciden entonces $\delta = 0$, y pueden existir varias soluciones

Gráfico. Unicidad del equilibrio.



- 2.4.1.5 La estabilidad del equilibrio.

Estabilidad estática.
Estabilidad dinámica. Ajuste retardado.
Estabilidad dinámica. Ajuste continuo.
Equilibrio Local y equilibrio global.
El método directo de Liapunov.

· La estabilidad del equilibrio conlleva que las fuerzas inherentes a la oferta y la demanda dejen de actuar, y no haya incentivos para que los consumidores o las empresas alteren el *statu quo.* Sin embargo, no siempre hay garantía de que partiendo de una situación de desequilibrio, se alcance el equilibrio ó, alternativamente, si estando en equilibrio, la existencia de cualquier perturbación hace que no se alcance de nuevo el equilibrio.

- ESTABILIDAD ESTÁTICA.

· Se supone que los ajustes en el mercado son inmediatos haciéndose comparaciones de estática comparativa entre el equilibrio inicial y la situación final. Defínase el excedente de cantidad demanda de mercado al precio p como:

$$E(p) = D(r) - S(r),$$

existiendo un exceso de demanda –escasez- si E(p) > 0 y un exceso de oferta –abundancia- si E(p) < 0. ⇒

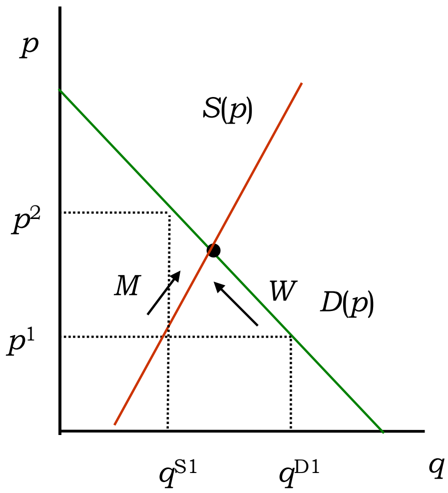
· La condición de estabilidad de Walras se basa en que si hay exceso de demanda, los consumidores presionaran el precio al alza mientras que si hay un exceso de oferta las empresas presionaran el precio a la baja. Si esto es así,

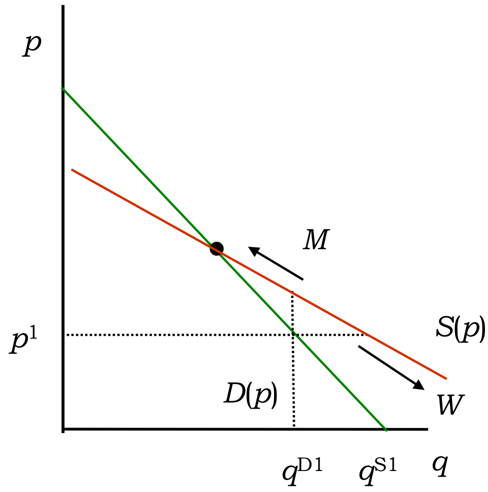
es posible demostrar que si las funciones de demanda y oferta relacionan respectivamente de forma inversa y directa la cantidad con el precio (pendiente negativa y positiva), entonces se satisfacen ambas condiciones.

· No obstante, si ambas tienen igual pendiente, el equilibrio puede ser inestable ante alguna perturbación en la demanda o la oferta, al no cumplirse alguna de las dos condiciones; de forma que el comportamiento racional de los agentes no implica que vuelva a alcanzarse una nueva situación de equilibrio final (HQ, págs.155-156).

· Los supuestos sobre la estabilidad e inestabilidad se basan en el comportamiento racional de los consumidores y empresarios introducidos en la teoría de la conducta del consumidor (2.1) y de la empresa (2.3). Ante una situación anómala resulta necesario replantearse los factores que subyacen a su comportamiento (p.e. psicológicos ⇒ especul.)

Gráfico. Estabilidad e inestabilidad estática.





- ESTABILIDAD DINÁMICA: AJUSTE RETARDADO.

· Se introduce el tiempo como variable esencial para determinar el proceso de ajuste en el mercado, de forma que los procesos de contratación y recontratación (subastas) representan un proceso dinámico y no instantáneo.

· El análisis de estabilidad dinámica investiga la evolución del precio y cantidades a través de distintos períodos (incluyendo como caso particular –final- el estático). El equilibrio es estable si el precio y cantidades convergen hacia sus valores de equilibrio final, e inestable si se alejan.

· Suponiendo el mecanismo de mercado de Walras, la variación positiva o negativa del precio dependerá del signo del exceso de demanda:

$p^t - p^{t-1} = kE(p^{t-1}),\ k > 0$ (sensibilidad del ajuste),

siendo positiva cuando exista un exceso de demanda –escasez-: $E(p^{t-1}) > 0$, y negativa cuando halla un exceso de oferta –abundancia-: $E(p^{t-1}) < 0$.

· Si consideramos p.e. ecuaciones lineales de demanda y oferta: $D = ap + b$ y $S = Ap + B$, se obtiene la siguiente ecuación en diferencias:

$$p^t - p^{t-1} = k[(a-A)p^{t-1} + b - B],$$

cuya solución es:

$$p^t = \left(p^0 - \frac{b-B}{A-a}\right)[1 + k[(a-A)]^t + \frac{b-B}{A-a},$$

· Siendo el precio de equilibrio aquel para el que $D = S \Rightarrow D - S = 0 \Rightarrow b + ap^E = B + Ap^E \Rightarrow b + ap^E - (B + Ap^E) = 0 \Rightarrow p^E = (b-B)/(A-a)$, y el precio p^t convergerá a p^E si $0 < 1 + k(a-A) < 1$, que se cumple si:

1) $a < A$, y 2) $k < 1/(A-a)$,

· Estas condiciones se cumplen si las pendientes de la demanda y oferta son negativa y positiva respectivamente. En caso de que no sea así (iguales pendientes) es posible deducir cuales deben ser las condiciones de equilibrio en función de las magnitudes concretas (HQ, pág.159-161).

- ESTABILIDAD DINÁMICA: AJUSTE CONTINUO.

· El análisis del ajuste dinámico puede plantearse de forma análoga en el campo continuo (ecuaciones diferenciales) en vez del campo discreto (ecuaciones en diferencias).

· En contraste con el epígrafe anterior, desde un punto de vista analítico se recurre al cálculo, de forma que la ecuación representativa de la variación en el precio ante excesos de demanda u oferta es:

$$\frac{dp}{dt} = kE(p^t),$$

planteándose un proceso análogo al de las variaciones discretas (retardado) para determinar las condiciones de equilibrio que garantizan la convergencia del mercado hacia una situación estable.

· En el análisis del ajuste continuo puede distinguirse entre *equilibrios local y globalmente estables* si, ante variaciones reducidas o de cualquier magnitud, respectivamente, el sistema vuelve a él.

· Normalmente, la existencias de equilibrios locales y globales, así como la propia estabilidad (o explosividad) del sistema, dependerá de las formas funcionales seleccionadas (p.e. lineales o no lineales), que determinará sus características ⇒ relevante en aplicaciones empíricas (p.e. econométricas).

· Finalmente, la existencia de estabilidad local puede determinarse mediante *el método directo de Liapunov,* que se basa en la definición de una función de distancia $V(p)$ entre el precio de equilibrio y el existente en cada periodo de ajuste. Así, si para una función de exceso de demanda dada, esta distancia se reduce, $V(p)\ /\ dt < 0$, el sistema es estable.

- 2.4.1.6 El equilib. dinámico con ajuste retardado.

Ajuste retrasado en un mercado único.
Ajuste retrasado en dos mercados interrelacionados.

· Las reacciones de las empresas en la producción de su output ante variaciones en el precio de mercado no es instantánea, ya que su reacción para incrementar o reducir la cantidad ofrecida exige de tiempo ⇒ Existen retrasos en la oferta (p.e. agricultura).

- AJUSTE RETRASADO EN UN MERCADO ÚNICO.

Se supone un mercado donde la oferta de un bien (p.e. cereal) en el periodo presente es función del precio existente en un período anterior en el que se tomó la decisión de producción (p.e. la siembra de trigo, cebada o centeno en invierno (periodo pasado) en función de los precios fijados en ese momento tras la recolección, y cuya oferta será efectiva este año (periodo presente).

· En esta situación las funciones de demanda y oferta son:

$$D^t = ap^t + b;$$

$$S^t = Ap^{t-1} + B$$

y el mercado está en equilibrio cuando:

$$D^t - s^t = 0 \quad \Rightarrow \quad ap^t + b - Ap^{t-1} - B = 0$$

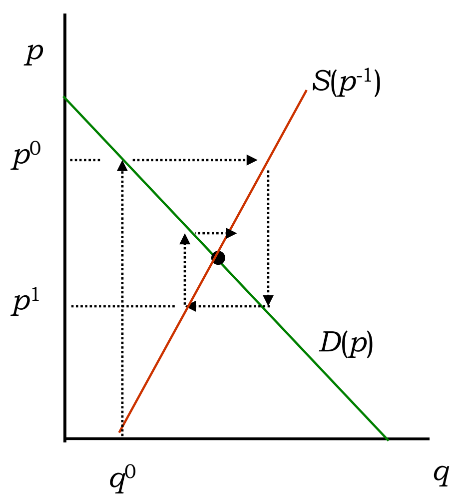
despejando p^t, y suponiendo que la condición inicial es $p=p^0$ cuando $t=0$, se obtiene la siguiente solución a la ecuación en diferencias que se plantea:

$$p^t = \left(p^0 - \frac{B-b}{a-A}\right)\left(\frac{A}{a}\right)^t + \frac{B-b}{a-A}$$

Cuya solución describe la trayectoria del precio en función del tiempo.

· Analíticamente, el objetivo es determinar las condiciones de convergencia según las formas funcionales adoptadas para la demanda y la oferta. En concreto, aquellas para las que $p^t = p^{t-1}$

Gráfico. Modelo de ajuste retrasado.



- AJUSTE RETRASADO EN UN MERCADO ÚNICO.

· Este caso estudia la formación de precios y cantidades de equilibrio en dos mercados que se encuentran interrelacionados entre sí, y en los que, además, sus respectivas ofertas se encuentran retrasadas un periodo respecto al precio.

· Partiendo de unas especificaciones lineales, el objetivo es una vez más determinar las condiciones que deben verificarse para que los dos mercados sean simultáneamente estables (de forma que sus ofertas y demandas respectivas son iguales para $p^t = p^{t-1}$) o inestables.

Maite Blázquez Cuesta

Dpto. de Análisis Económico

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

Master en **Estadística Aplicada** y **Estadística para el Sector Público**

28-Octubre-2008