ECTRÍA _ T3. Modelo lineal con perturbaciones no esféricas. Propiedades del EMCO. El estimador MCG. El estimador de máxima verosimilitud.

1_ MODELO LINEAL CON PERTURBACIONES NO ESFÉRICAS.

Hipótesis básicas del MLG:

a) Respecto del modelo → Relac. causa → efecto
→ Es lineal
→ Es estocástico

b) Respecto a la p. determinista → X_i son deterministas
→ X_i no son linealm. dependientes
→ βi son ctes en el tiempo

c) Respecto al término de error → u es estocástico
→ $E[u_t] = 0, \forall t$
Homoscedasticidad → $V[u_t] = \sigma_u^2, \forall t$
Ausencia de autocorrelación → $E[u_t u_s] = 0, \forall t \neq s$
→ u es Normal, $N_T(0_T, \sigma_u^2 I_T)$

En este tema se suponen ciertas todas las hipótesis anteriores, excepto las que se refieren a la matriz de covarianzas de las perturbaciones del modelo, en particular al hecho de que sea una matriz no escalar.

Escalar si $V[u] = \sigma_u^2 I_T = \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_u^2 \end{pmatrix} \begin{cases} V[u_t] = \sigma_u^2, \forall t \to \text{Homosc.} \\ E[u_t u_s] = 0, \forall t \neq s \to \text{Incorrelac.} \end{cases}$

ESFERICIDAD

NO escalar cuando $\begin{cases} V[u_t] \neq V[u_s], t \neq s \to \text{HETEROSCEDASTICIDAD} \\ E[u_t u_s] \neq 0, t \neq s \to \text{AUTOCORRELACIÓN} \end{cases}$

De ahora en adelante, vamos a suponer un modelo $Y = X\beta + u$ con las mismas hiptsis que el MLG, excepto $\boxed{Var(u) = \sigma_u^2 \Sigma}$, donde Σ no necesariamente es la identidad (hiptsis + general)

2. PROPIEDADES del EMCO.

(MLG) $Y = X\beta + u \quad | \quad V[u] = \sigma_u^2 I_T$, el estimador MCO es

$\hat{\beta}_{MCO} = (X'X)^{-1}X'Y \longrightarrow \hat{\beta}_{MCO}$ es aleatorio, $\hat{\beta} \rightarrow N_K(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1})$

$\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'u \longrightarrow \hat{\beta}_{MCO}$ es el estimador lineal insesgado óptimo (mínima varianza).

Ahora $Var[u] = \sigma_u^2 \Sigma$, $\Sigma \neq I_T$.

Propiedades

P1 — $X_1 \dots X_K$ deterministas, $E[u] = 0_T$ $\Big| \Rightarrow E[\hat{\beta}_{MCO}] = \beta$, pq. $\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}u$

P2 — Matriz de covarianzas de $\hat{\beta}_{MCO}$

$X_1 \dots X_K$ deterministas, $V[u] = E[uu'] = \sigma_u^2 \Sigma$ $\Big| \Rightarrow V(\hat{\beta}_{MCO}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1} X'\Sigma X (X'X)^{-1}$

$$V[\hat{\beta}_{MCO}] = E[(\hat{\beta}_{MCO} - \underbrace{E(\hat{\beta}_{MCO})}_{\beta}) \cdot (\hat{\beta}_{MCO} - \underbrace{E(\hat{\beta}_{MCO})}_{\beta})'] = E[((X'X)^{-1}X'u)\cdot((X'X)^{-1}X'u)'] =$$

$$= E[(X'X)^{-1}X'u \cdot u'X(X'X)^{-1}] = (X'X)^{-1}X'\underbrace{E[uu']}_{\sigma_u^2\Sigma}X(X'X)^{-1}$$

Observaciones

$\boxed{O1}$ — Caso particular. $\Sigma = I_T \Rightarrow V[\hat{\beta}] = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$ *
Luego la expresión anterior es una generalización del MLG, por lo que puede utilizarse siempre

$\boxed{O2}$ — Utilizar $V[\hat{\beta}] = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$ en presencia de autocorrelación ó en caso de heteroscedasticidad es INCORRECTO, ya que al cambiar las hiptsis básicas, cambia la distribución de los estimadores (χ^2 o F) y surgen errores arbitrarios de inferencia.

$\boxed{O3}$ — $\hat{\beta}_{MCO}$ con $V[u] = \sigma_u^2 \Sigma$ sigue siendo función lineal de u, por lo que sigue distribuyéndose según una Normal.

$X_1 \dots X_K$ determ, $u \longrightarrow N_T(0_T, \sigma_u^2 \Sigma)$ $\Big| \Rightarrow \hat{\beta}_{MCO} \longrightarrow N_K(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1} X'\Sigma X (X'X)^{-1})$

3. EL ESTIMADOR MINIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS.

$V[u] = \sigma_u^2 \Sigma \neq \sigma_u^2 I_T$.

Idea: Transformar el modelo con los mismos coef, pero con matriz de covarianzas escalar, para poder utilizar tranquilamente MLG aprovechando sus propiedades.

$$\begin{matrix} Y = X\beta + u \\ V[u] = \sigma_u^2 \Sigma \end{matrix} \xrightarrow[\text{Premultiplicar por } V^{-1}]{P = V^{-1}} \begin{matrix} Y^* = X^*\beta + u^* \\ V[u^*] = \sigma_u^2 I_T \end{matrix}$$

Solución: $\left.\begin{matrix} Y^* = V^{-1}Y \\ X^* = V^{-1}X \\ u^* = V^{-1}u \end{matrix}\right\}$ Σ simétrica y def (+) $\Rightarrow \exists\, V$ no singular tq. $\Sigma = VV'$, $\Sigma^{-1} = (V^{-1})'V^{-1}$

Se verifica

$E[u^*] = 0$, porque $E[u^*] = E[V^{-1}u] = V^{-1}E[u] = 0$.

$Var[u^*] = \sigma_u^2 I_T \longrightarrow Var[u^*] = Var[V^{-1}u] = E[(V^{-1}u)(V^{-1}u)'] =$

$= V^{-1}\underbrace{E[uu']}_{\sigma_u^2\Sigma \,/\, \Sigma = VV'}(V^{-1})' =$

$= \sigma_u^2 V^{-1}\Sigma(V^{-1})' = \sigma_u^2 \underbrace{V^{-1}V}_{I_T}\underbrace{V'(V^{-1})'}_{I_T}$

El estimador MC Generalizados es:

$$\hat{\beta}_{MCG} = (X^{*\prime}X^*)^{-1}X^{*\prime}Y^* = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}X'\Sigma^{-1}Y.$$

$\beta + (X^{*\prime}X^*)^{-1}u^*$

$[(V^{-1}X)'V^{-1}X]^{-1}(V^{-1}X)'(V^{-1}Y) = [X'\underbrace{(V^{-1})'V^{-1}}_{\Sigma^{-1}}X]^{-1}X'\underbrace{(V^{-1})'V^{-1}}_{\Sigma^{-1}}Y.$

Propiedades:

(P1) $\hat{\beta}_{MCG}$ es insesgado de β, $E[\hat{\beta}_{MCG}] = \beta$

(P2) $Var[\hat{\beta}_{MCG}] = \sigma_u^2(X'\Sigma^{-1}X)^{-1}$

(P3) $\hat{\beta}_{MCG}$ satisface sist. ec. normales $(X'\Sigma^{-1}X)\beta = X'\Sigma^{-1}Y$

(P4) $\hat{\beta}_{MCG}$ es el estimador lineal insesgado de mínima varianza de β

Hay dos formas de obtener $\hat{\beta}_{MCG}$:

- Despejando directamente la fórmula → + complejo
- Transformando el modelo y hacer MCO → + frecuente

$$\hat{\sigma}^2_{MCG} = \frac{\hat{u}^{*\prime}\hat{u}^*}{T-K} = \frac{\hat{u}'_{MCG}\Sigma^{-1}\hat{u}_{MCG}}{T-K}$$

→ es insesgado

→ ¡ $R^2 > 1$, ojo !

$\hat{u}_{MCG} = Y - X\hat{\beta}_{MCG}$

4_ EL ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSIMILITUD.

Partimos de $Y = X\beta + u$, $Var[u] = \sigma_u^2 \Sigma$

$u \rightarrow$ Normal

La función de verosimilitud asociada a u es:

$$\mathcal{L}(u, \sigma_u^2, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{T/2}} \cdot \frac{1}{(\sigma_u^2)^{T/2}} \cdot \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2} u'\Sigma^{-1}u\right)$$

Haciendo $u = Y - X\beta$,

Maximizar func. verosimilitud $\sim$ max ln (f. verosimilitud)

→ Derivando respecto de β e igualando a 0,

$$\hat{\beta}_{MV} = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1} X'\Sigma^{-1}Y \Rightarrow \hat{\beta}_{MV} = \hat{\beta}_{MCG}$$

Hereda sus propiedades

→ Derivando respecto de σ_u^2 e igualando a 0,

$$\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{\hat{u}'_{MCG}\Sigma^{-1}\hat{u}_{MCG}}{T}$$

$$\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{T-K}{T}\hat{\sigma}^2_{MCG}$$

No es insesgado

Es asintóticamente inseseg.

$\boxed{\text{Perturbaciones no esféricas}} \equiv Var(u) = \sigma_u^2 \Sigma \;/\; \Sigma \neq I_T.$

EMCO $\rightarrow$ sigue siendo insesgado de β, varianza cambia

$E[\hat{\beta}_{MCO}] = \beta$

$V[\hat{\beta}_{MCO}] = \sigma_u^2 (X'X)^{-1} X'\Sigma X (X'X)^{-1}$ $\rightarrow$ expr. general

---

EMCG $\rightarrow$ Transformar el modelo en otro con matriz de cov. escalar

$\Sigma = VV'$ y $\Sigma^{-1} = (V^{-1})' V^{-1}$

modelo generalizado: $Y^* = X^*\beta + U^*$ $\left\{ \begin{array}{l} Y^* = V^{-1}Y \\ X^* = V^{-1}X \\ U^* = V^{-1}U \end{array} \right.$

tq $E[U^*] = 0$, $Var[U^*] = \sigma_u^2 I_T$

$$\hat{\beta}_{MCG} = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1} X'\Sigma^{-1} Y.$$

$E[\hat{\beta}_{MCG}] = \beta$

$V[\hat{\beta}_{MCG}] = \sigma_u^2 (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}$

$(X'\Sigma^{-1}X)\hat{\beta}_{MCG} = X'\Sigma^{-1}Y$ $\leftarrow$ satisface ecs. normales

$\hat{\beta}_{MCG}$ + eficiente que $\hat{\beta}_{MCO}$

$$\hat{\sigma}^2_{MCG} = \frac{\hat{u}^{*\prime}\hat{u}^*}{T-K} = \frac{\hat{u}_{MCG}'\hat{u}_{MCG}}{T-K} \quad / \; \hat{u}_{MCG} = Y - X\hat{\beta}_{MCG}$$

Insesgado

EMV $\rightarrow$ $\hat{\beta}_{MV} = \hat{\beta}_{MCG}$

$$\hat{\sigma}^2_{MV} = \frac{\hat{u}_{MCG}'\Sigma^{-1}\hat{u}_{MCG}}{T}$$, asint. inses.

ECTRÍA - T3 | ~~MLG~~ con perturb no esféricas

MODELO LINEAL CON PERTORBACIONES NO ESFÉRICAS

Uno de los supuestos básicos del MLG es acerca de la distrib. de probabilidad de las perturbaciones.

En MLG, $Y = X\beta + u$, donde $u \rightarrow N_T(0, \sigma_u^2 I)$.

La matriz de var-cov de u es una matriz diagonal, donde los elementos de la diag. principal son todos iguales.

$$Var(u) = \begin{pmatrix} \sigma_u^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_u^2 \end{pmatrix}_{T\times T} \longrightarrow \begin{cases} Var(u_t) = \sigma_u^2, \forall t \\ \text{(HOMOSCEDASTICIDAD)} \\ Cov(u_t u_s) = 0, \forall t \neq s \\ \text{(INCORRELADOS entre sí)} \end{cases}$$

(prop. de esfericidad)

En la realidad económica, especialmente en series tempor., es muy difícil que se dé este supuesto.

Lo más frecuente es que la matriz de var-cov del término de error sea no escalar.

Var(u) no es escalar cuando:

1. $Var(u_t) \neq Var(u_s)$, $t \neq s$ → Heteroscedasticidad (T4)
   $\sigma_{u_t}^2 \neq \sigma_{u_s}^2$

2. $Cov(u_t, u_s) \neq 0$ → Autocorrelación (T5)

---

* Matriz escalar →

PROPIEDADES del EMC ordinario

En el modelo lineal general (con $Var(u) = \sigma_u^2 I_T$), el estimador MCO es $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}(X'Y)$ ← soluc. si $(X'X)$ es invertible de la ec. $(X'X)\beta = X'Y$.

Si sustituimos Y por $X\beta + u$, resulta:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'X\beta + (X'X)^{-1}X'u =$$
$$= \beta + (X'X)^{-1}X'u \quad \text{(propiedad de lineal de } \beta\text{)}$$

Cuando $Var(u) = \sigma_u^2 \Sigma$ y $\Sigma = I_T$, la matriz de covarianzas es escalar, y sus propiedades son las que vimos en el T1.
Pero ¿qué pasa si $\underline{\Sigma \neq I_T}$?

P1_ EMCO sigue siendo insesgado de β:
Si $X_1 \dots X_K$ son deterministas y $Var(u) = \sigma_u^2 \Sigma$, entonces $\hat{\beta}_{MCO}$ es insesgado. (siempre que $E(u)=0$).

P2_ Matriz de Covarianzas de EMCO:
Si $Var(u) = E(uu') = \sigma_u^2 \Sigma$ y $X_1 \dots X_K$ son deterministas:
$Var(\hat{\beta}_{MCO}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1} X'\Sigma X (X'X)^{-1}$

Dem:

$$Var(\hat{\beta}_{MCO}) = E\left[(\hat{\beta}_{MCO} - E(\hat{\beta}_{MCO}))\cdot(\hat{\beta}_{MCO} - E(\hat{\beta}_{MCO}))'\right] =$$
$$= E\left[(X'X)^{-1}X'u \cdot u'X(X'X)^{-1}\right] =$$
$$= (X'X)^{-1}X'E(uu')X(X'X)^{-1} =$$
$$= \sigma_u^2 (X'X)^{-1}X'\Sigma X(X'X)^{-1}$$

$E(uu') = E[(u-E(u))(u-E(u))'] = V(u)$

$$E[\hat{\beta}_{MCO}] = E[\beta + (X'X)^{-1}X'u] = \beta + (X'X)^{-1}X'\underbrace{E[u]}_{=0} = \beta$$

ECTRIA – T3

Observaciones:

$\boxed{01}$ – Si $Var(u) = \sigma_u^2 I_T$, entonces $Var(\hat{\beta}_{MCO}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$

Dem: $Var(\hat{\beta}_{MCO}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1} X' \Sigma X (X'X)^{-1} = \quad \Sigma = I_T$

$= \sigma_u^2 \underbrace{(X'X)^{-1} X' I_T X}_{I_K} (X'X)^{-1} = \sigma_u^2 (X'X)^{-1}$

– Por tanto, puede utilizarse siempre esta expresión como $Var(\hat{\beta}_{MCO})$, válido en el ~~casos~~ particular de ausencia de heteroscedasticidad y ~~ausencia~~ de autocorrelación, en que se reduce de $\sigma_u^2 (X'X)^{-1}$.

$\boxed{02}$ – Utilizar $\sigma_u^2 (X'X)^{-1}$ como $Var(\beta)$ cuando puede existir Heteroscedasticidad y Autocorrelación es INCORRECTO, ya que al no cumplirse las hipótesis básicas, los estad. que se utilizan ~~no~~ se distribuyen según una t o una F. Puede conducir a errores de inferencia arbitrarios.

$\boxed{03}$ – $\hat{\beta}_{MCO}$ ~~sigue~~ con $Var(u) = \sigma_u^2 \Sigma$, sigue siendo función lineal de u, por lo que:

$$\left.\begin{array}{l} X_1 \dots X_K \text{ deterministas} \\ u \rightarrow N_T(0_T, \sigma_u^2 \Sigma) \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{\beta}_{MCO} \longrightarrow N_K(\beta, \sigma_u^2 (X'X)^{-1} X' \Sigma X (X'X)^{-1})$$

El ESTIMADOR MC GENERALIZADOS

En el caso de que $Var(u) = \sigma_u^2 \Sigma \neq \sigma_u^2 I_T$,
sería interesante transformar el modelo en otro con los mismos coef, pero con matriz de covarianzas escalar para el término de error. (Así, $\hat{\beta}^*$ sería eficiente)

La idea es encontrar P / $PY = PX\beta + Pu$
$$Y^* = X^*\beta + u^* \quad / Var(u^*) = \sigma_u^2 I_T.$$

Al ser $Var(u^*) = Var(Pu) = \sigma_u^2 P \Sigma P'$
y Σ simétrica y definida positiva, siempre existe una matriz cuadrada no singular, V tq $\Sigma = VV'$ (V_T)

$$\Sigma = VV' \Rightarrow V^{-1}\Sigma(V^{-1})' = V^{-1} \cdot V \cdot V'(V^{-1})' = I_T$$

por lo que
$$\Sigma^{-1} = (V^{-1})' V^{-1} \longrightarrow \text{Utilizar } P = V^{-1}$$
$$Var(u^*) = \sigma_u^2 V^{-1} \Sigma (V^{-1})' = \sigma_u^2 I_T.$$

Modelo generalizado:
$$Y^* = X^*\beta + u^*, \text{ donde } \begin{cases} Y^* = V^{-1} Y_{T\times 1} \\ X^* = V^{-1} X_{T\times K} \\ u^* = V^{-1} u_{T\times 1} \end{cases}$$

Se verifica:
$$E[u^*] = E[V^{-1}u] = V^{-1}E[u] = 0$$
$$Var[u^*] = Var[V^{-1}u] = E[(V^{-1}u)(V^{-1}u)'] = V^{-1}E(uu')(V^{-1})' =$$
$$= \cancel{V^{-1}\sigma^2}\ \sigma_u^2 V^{-1}\Sigma(V^{-1})' = \sigma_u^2 I_T.$$

El estimador MC del modelo generalizado
$$\hat{\beta}_{MCG} = (X^{*\prime}X^*)^{-1}(X^{*\prime}Y^*) = (X'(V^{-1})'V^{-1}X)^{-1} \cdot (X'(V^{-1})'(V^{-1})Y)$$
$$= (X'\Sigma^{-1}X)^{-1} X'\Sigma^{-1} Y.$$

ECTRÍA - T3

PROPIEDADES del EMCG

(P1) $\hat{\beta}_{MCG}$ es insesgado de β.

Sale directamente $\hat{\beta}_{MCG} = \beta + (X^{*\prime}X^{*})^{-1}X^{*\prime}u^{*}$.

(P2) Matriz de covarianzas de MCG.

$$Var(\hat{\beta}_{MCG}) = \sigma_u^2 (X^{*\prime}X^{*})^{-1} = \sigma_u^2 (X'(V^{-1})'V^{-1}X)^{-1} = \\ = \sigma_u^2 (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}.$$

(P3) $\hat{\beta}_{MCG}$ satisface el sistema de ec's normales.

$$(X'\Sigma^{-1}X)\hat{\beta}_{MCG} = X'\Sigma^{-1}y$$

(P4) ~~Hay dos formas de obtener~~ $\hat{\beta}_{MCG}$, lo normal es partir del modelo transformado, con $\Sigma = VV'$, y llegar a V^{-1} para obtener $\hat{\beta}_{MCG}$.

(P5) $\hat{\beta}_{MCG}$ es el estimador lineal insesgado de mínima varianza de β.

Dem: $\hat{\beta}_{MCG}$ es el EMCO del modelo transformado, por tanto, hereda esa propiedad.

En particular $\hat{\beta}_{MCG}$ es más eficiente que $\hat{\beta}_{MCO}$, pero no siempre.

ESTIMACIÓN de σ_u^2

Igual que antes, utilizamos el modelo transformado

$$\hat{\sigma}^2_{MCG} = \frac{\hat{u}^{*\prime}\hat{u}^{*}}{T-K} = \frac{\hat{u}'_{MCG}(V^{-1})'V^{-1}\hat{u}_{MCG}}{T-K} = \frac{\hat{u}'_{MCG}\Sigma^{-1}\hat{u}_{MCG}}{T-K}$$

donde $\hat{u}_{MCG} = Y - X\hat{\beta}_{MCG}$.

→ $\hat{\sigma}^2_{MCG}$ es insesgado.

→ ¡OJO con R^2! El modelo transformado puede no tener t.i. por lo que R^2 no estaría entre 0 y 1 ⇒ no se puede utilizar como medida de la bondad del ajuste.

ECTRÍA — T3

EL ESTIMADOR de MÁXIMA VEROSIMILITUD

Partimos de $Y = X\beta + u$ / $u \rightarrow N_T(0_T, \sigma_u^2 \Sigma)$

La función de verosimilitud asociada a u es:

$$\mathcal{L}(u, \sigma_u^2, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{T/2}} \cdot \frac{1}{(\sigma_u^2)^{T/2}} \cdot \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2} u'\Sigma^{-1} u\right)$$

Ya que el Jacobiano de la transf. es 1,

$$\mathcal{L}(Y, X / \beta, \sigma_u^2, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{T/2}} \cdot \frac{1}{(\sigma_u^2)^{T/2}} \cdot \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}} \cdot$$
$$\cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2} (Y - X\beta)'\Sigma^{-1}(Y - X\beta)\right)$$

Max. esta función de verosimilitud equivalente a maximizar su transformada logarítmica

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln(\sigma_u^2) - \frac{1}{2} \ln|\Sigma| - \frac{1}{2\sigma_u^2} (Y - X\beta)'\Sigma^{-1}(Y - X\beta)$$

Derivando respecto a β:

$$-\frac{1}{2\sigma_u^2} X'\Sigma^{-1}(Y - X\beta) = 0 \longrightarrow -\frac{1}{2\hat{\sigma}_{MV}^2} X'\Sigma^{-1}(Y - X\hat{\beta}_{MV}) = 0.$$

$$X'\Sigma^{-1}Y = X'\Sigma^{-1}X\hat{\beta}_{MV} \Rightarrow \hat{\beta}_{MV} = (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}(X'\Sigma^{-1}Y)$$

Luego $\hat{\beta}_{MV} = \hat{\beta}_{MCG}$.

Derivando respecto a σ_u^2:

$$-\frac{T}{2} \cdot \frac{1}{\sigma_u^2} + \frac{1}{2\sigma_u^4} (Y - X\beta)'\Sigma^{-1}(Y - X\beta) = 0 \Leftrightarrow$$

Sustituyendo por sus estimaciones:

$$-\frac{T}{2} \frac{1}{\hat{\sigma}_{MV}^2} + \frac{1}{2\hat{\sigma}_{MV}^4} \underbrace{(Y - X\hat{\beta}_{MV})'}_{\hat{u}'_{MCG}} \Sigma^{-1}(Y - X\hat{\beta}_{MV}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$-T\hat{\sigma}_{MV}^2 + \hat{u}'_{MCG}\Sigma^{-1}\hat{u} = 0 \Leftrightarrow \hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{\hat{u}'_{MCG}\Sigma^{-1}\hat{u}_{MCG}}{T}$$

$$\hat{\sigma}_{MV}^2 = \frac{T-K}{T} \hat{\sigma}_{MCG}^2$$, no es insesgado
es asintóticamente insesgado.

ECONOMETRIA — T3 Repasar 3 y 4

1. MODELO LINEAL CON PERTURBACIONES NO ESFÉRICAS.
- MLG → introd.
- Hipótesis básicas del MLG
- Perturb. no esféricas
- Planteamiento general

2. PROPIEDADES del EMCO.
- Introd. → EMCO
- Esperanza (insesgadez)] - Prop. (2)
- Varianza ($\neq$)
- Observaciones: generalización / ¡cuidado con utilizar mal lo ves! / distrib. normal] obs (3)

3. EL ESTIMADOR MÍNIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS.
- Modelo transformado ($P = V^{-1}$ tq $VV' = \Sigma$) → · Idea / · obtención
- $\hat{\beta}_{MCG}$ $(= (X'\Sigma^{-1}X)^{-1}(X'\Sigma^{-1}Y))$
  - Obtención (dos formas)
  - Propiedades (4)
- $\hat{\sigma}^2_{MCG}$
  - Obtención
  - Propiedades (1)
- Observación sobre R^2

4. EL ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSIMILITUD.
- $\hat{\beta}_{MVG}$
- $\hat{\sigma}^2_{MVG}$
- Propiedades