Capítulo 1

INTRODUCCION A LAS SERIES TEMPORALES

George E. P. Box (1919 -)

Estadístico británico. Trabajó durante ocho años en Inglaterra para una empresa química donde inventó la operación evolutiva y el análisis de las superficies de respuesta. En 1956 emigra a EE UU donde funda el departamento de estadística de la Universidad de Wisconsin en Madison, que se convierte en poco tiempo en uno de los principales centros de investigación estadística en el mundo. Creador con G. Jenkins de la metodología más utilizada actualmente para el análisis de series temporales, sus contribuciones a todos los campos de la estadística le han convertido en uno de los científicos más influyentes del siglo XX.

1.1 Ejemplos de series temporales univariantes

Una serie temporal es el resultado de observar los valores de una variable en intervalos regulares (cada dia, cada mes, cada año, etc) a lo largo del tiempo. Por ejemplo, las figuras 1.1 a 1.9 representan series temporales con distintos periodos de observación y propiedades. En las dos primeras, figuras 1.1 y 1.2, los valores de la serie oscilan alrededor de un nivel constante y decimos que son series estables o *estacionarias.* En las tres siguientes, representadas en las figuras 1.3, 1.4 y 1.5, los valores de las series no se mantiene en un nivel constante y decimos que son series no estacionarias. Las figuras 1.6, 1.8 y 1.9 representan series temporales que además de tener un nivel fijo, como la serie de la figura 1.6, o variable en el tiempo, como las de las figuras 1.8 y 1.9, tienen además un comportamiento superpuesto que se repite a lo largo del tiempo que llamamos efecto *estacional.* Vamos a explicar estas propiedades.

La figura 1.1 muestra la serie del trayecto diario navegado, medido en leguas marinas, por la flota de Cristobal Colón en su primer viaje a América. Se observa que esta serie es estable, con valores que oscilan alrededor de un valor promedio de unas 30 leguas diarias. El gráfico de esta serie no muestra ninguna tendencia creciente o decreciente clara.

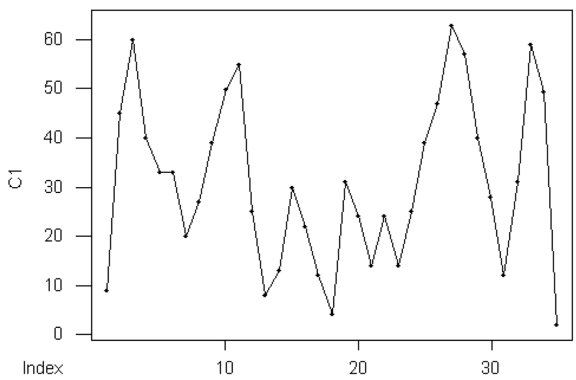

Figura 1.1: Leguas diarias recorridas por la flota de Cristobal Colón en su primer viaje a América desde la isla de la Gomera a la de San Salvador

La figura 1.2 presenta la rentabilidad promedio mensual obtenida en la bolsa de Madrid en el periodo 1988 a 2000 medida por el índice general. La rentabilidad se ha calculado como la diferencia relativa entre el valor promedio de las acciones al final y al comienzo de cada mes. Se observa que los valores de la serie parecen moverse alrededor de un valor medio, que en este caso es una rentabilidad mensual de 0.00722, equivalente al 8.66% anual. La serie es estable y tiene un nivel fijo, sin ninguna tendencia. Estas dos series pertenecen a la clase de las series estacionarias, que mantienen propiedades estables a lo largo del tiempo.

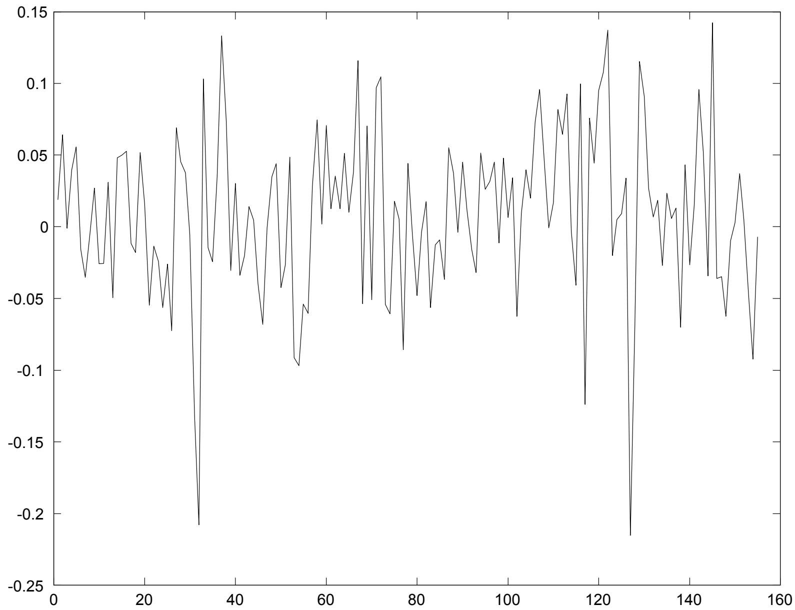

Figura 1.2: Rendimientos mensuales obtenidos en la bolsa de Madrid de acuerdo al indice general en el periodo 1988 a 2000.

La figura 1.3 presenta la población mayor de 16 años en España al final de cada trimestre en el periodo 1977 al 2000. Se observa que la serie no es estable y que el nivel aumenta con el tiempo, y diremos que la serie tiene una clara *tendencia* positiva. La mayoría de las series económicas y sociales no son estables y presentan tendencias más o menos constantes en el tiempo. En este caso la tendencia es aproximadamente lineal, siendo esta linealidad más clara en la primera mitad de la muestra y mostrando en la segunda algo de curvatura en la forma del crecimiento.

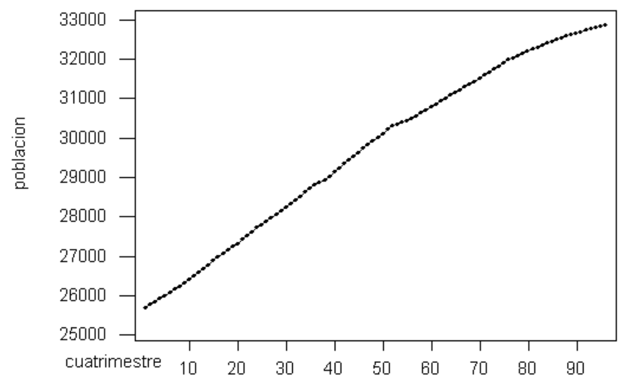

Figura 1.3: Población mayor de 16 años en España desde el primer cuatrimestre de 1977 al cuarto del 2000.

La figura 1.4 representa el número anual de nacimientos que se han producido en España desde 1946 hasta el año 2000.

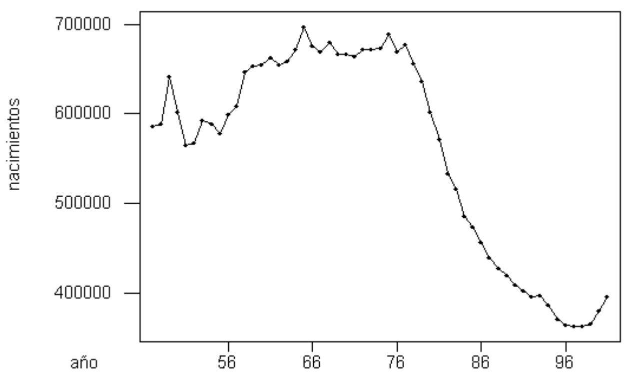

Figura 1.4: Nacimientos anuales en España 1946-2000

El gráfico muestra que esta serie anual no es estable, ya que no oscila alrededor de ningún nivel fijo. La serie no muestra una tendencia constante en todo el periodo: los nacimientos en España crecieron en los años

50 y 60, se estabilizaron en el periodo 1965 a 1976 y a partir de 1977 comenzaron a decrecer. El decrecimiento se mantiene hasta finales de los 90, donde se observa una pequeña recuperación de la natalidad.

La figura 1.5 presenta el precio mensual del trigo en Valladolid entre Julio de 1880 y Diciembre de 1890 . De nuevo la serie no presenta una evolución alrededor de un nivel fijo y tiene un nivel variable en el tiempo. El precio del trigo experimenta un gran aumento en el año 1882, coincidiendo con la revolución, pero luego decrece y en los últimos años experimenta menores fluctaciones que en los primeros años de la muestra. Estas tres series de la población, los nacimientos y el precio del trigo son series denominadas no estacionarias, porque tienen un nivel que es variables en el tiempo.

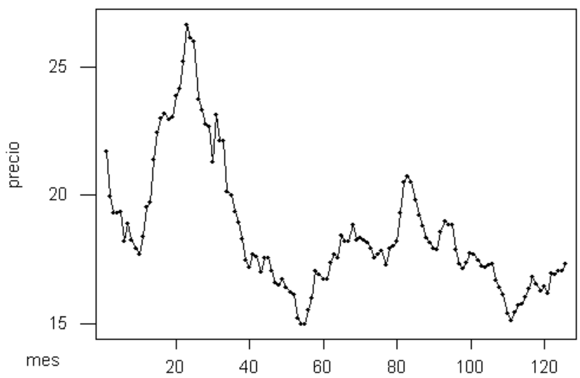

Figura 1.5: Precio del trigo en Valladolid en el periodo Julio de 1880 a Diciembre de 1890

La serie de la figura 1.6 muestra las lluvias mensuales en Santiago de Compostela durante diez años. Se observa que los valores de la serie oscilan ahora de nuevo alrededor de un valor central, pero algunos meses tienen sistemáticamente más lluvias que otros. Por ejemplo, los meses de verano tienen menos precipitaciones que los meses de invierno. Este efecto sería visible en el gráfico de la serie si marcásemos los meses, pero podemos verlo mejor haciendo gráficos para cada uno de los meses del año. Por ejemplo, la figura 1.7 presenta las precipitaciones en los meses de Enero y Julio de distintos años. Se observa que en ambos casos las series oscilan alrededor de un valor central, y que hay años donde ambas son relativamente altas, años húmedos, frente a otros donde ambas son bajas, años secos. Sin embargo, lo más destacado del gráfico es que los valores medios de ambas series son muy distintos, siendo la lluvia media en Enero mucho mayor que en Julio. Este fenómeno, que el valor medio de la variable observada dependa del mes considerado, se denomina *estacionalidad* y es muy frecuente en las series de variables económicas, sociales o climáticas.

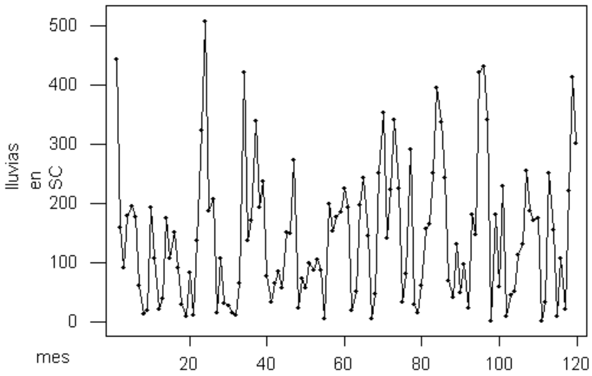

Figura 1.6: Lluvia en Santiago de Compostela desde Enero 1988 a Diciembre 1997

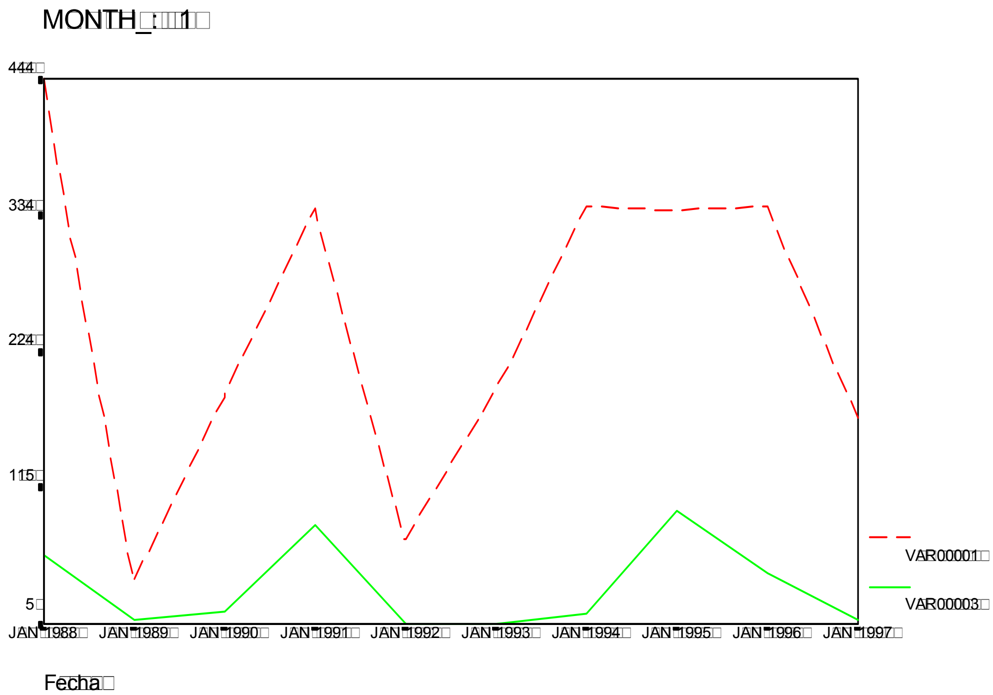

Figura 1.7: Lluvia en Santiago de Compostela en los meses de Enero (línea discontinua) y Julio (línea continua).

La figura 1.8 presenta el consumo mensual de gasolina en España. Se observa que la serie ha presentado en general una tendencia creciente, pero que además de la tendencia la serie muestra una marcada estacionalidad. En efecto, los picos del gráfico corresponden a los meses de Julio y Agosto, donde el consumo de gasolina se incrementa mucho por la llegada de turistas y los desplazamientos veraniegos.

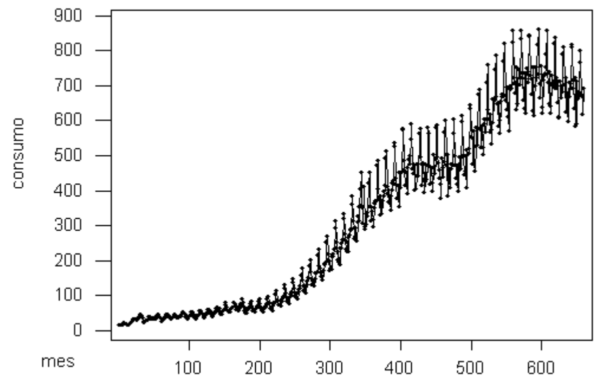

Figura 1.8: Consumo de gasolina auto en España en el periodo Enero de 1945 a Diciembre de 1999

Finalmente, la figura 1.9 presenta el número de accidentes laborales mensuales en España en el periodo 1979 a 1988. Se observa que la serie ha variado la tendencia: decreciente primero, para pasar a creciente después. La serie presenta también una pauta regular anual, debida a la estacionalidad.

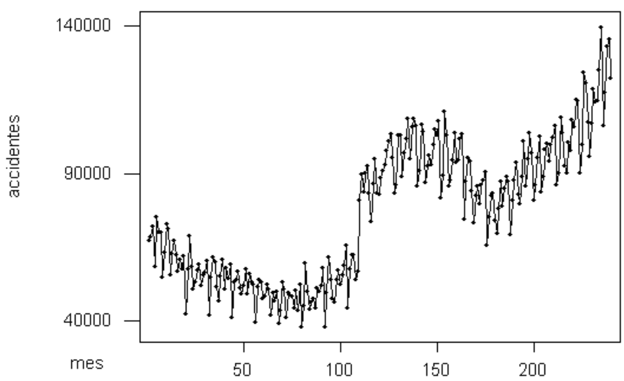

Figura 1.9: Accidentes en jornada laboral en el periodo Enero de 1979 hasta Diciembre de 1998

En resumen, las series temporales pueden tener o no un nivel estable en el tiempo, y si no lo tienen pueden presentar tendencias más o menos constantes y estacionalidades más o menos acusadas. El gráfico de la serie es siempre una herramiento muy valiosa para entender su comportamiento.

1.2 Ejemplos de series multivariantes

Un problema importante es relacionar dos series: Mink/musrat; Sales de wei, colgate.../Series del trigo etc. Ejemplos de multivariante.

1.3 Contenido del Libro

En este libro vamos a estudiar en primer lugar cómo construir un modelo para representar la evolución de una serie temporal y generar predicciones de su comportamiento futuro.Estos modelos se denominan *univariantes,* porque se basan únicamente en la historia de la propia serie. Las predicciones obtenidas con estos modelos se basan en la hipótesis de que las condiciones futuras serán análogas a las pasadas y son especialmente útiles para la previsión a corto plazo.

En segundo lugar estudiaremos métodos para encontrar la relación de dependencia dinámica entre una serie de interés y un grupo de posibles variables explicativas. Las previsiones univariantes pueden mejorarse incorporando la información de la evolución de otras variables y construyendo modelos que tengan en cuenta esta dependencia. Estos modelos se conocen como modelos de *regresión dinámica* o de *función de transferencia*.

En tercer lugar presentaremos brevemente los fundamentos de los modelos para representar conjuntamente las relaciones dinámicas entre un grupo de series y obtener predicciones simultaneas de su valores futuros. Estos modelos se conocen como modelos *multivariantes*.

El marco teórico para el estudio de las series temporales, y en general de todas las variables dinámicas, es la teoría de procesos estocásticos. Los conceptos necesarios para el análisis de series se presentan en el capítulo 3. Los capítulos 4, 5, 6 y 7 estudian una familia de procesos básica para el análisis univariante de series temporales: los procesos ARIMA. El capítulo 8 estudia la predicción con modelos ARIMA. Los tres capítulos siguientes desarrollan la metodología estadística para ajustar un modelo a una serie observada: identificación de los posibles modelos (capítulo 9), estimación de los parámetros (capítulo 10) y diagnosis y selección del modelo final (capítulo 11). El capítulo 12 introduce el análisis de efectos deterministas sobre la serie temporal y la identificación de datos atípicos. El capítulo 13 presenta ejemplos de análisis de series temporales univariantes.

Los capítulos 14 y 15 presentan modelos más avanzados que tienen en cuenta efectos no lineales en las series. El capítulo 14 presenta una introducción a los modelos no lineales y el capítulo 15 presenta un tipo de no linealidad de gran importancia práctica, los modelos de heterocedasticidad condicional.

La construcción de modelos de regresión dinámica se estudia en los capítulos 16, 17, 18 y 19. El capítulo 20 incluye una breve introducción a los modelos multivariantes.

1.4 Un poco de historia

La metodología actual para analizar series temporales es, como suele ocurrir en estadística, la confluencia de varias líneas de trabajo desarrolladas en campos distintos. En el caso de las series temporales pueden identificarse cinco campos de trabajo principales. El primero tiene sus raíces en los estudios de series astronómicas y climáticas, que dió lugar a la teoría de procesos estocásticos estacionarios, desarrollada por los matemáticos Kolmogorov, Wiener y Cramer en la primera mitad del siglo XX. El segundo, es el desarrollo de los métodos de alisado, inventados por investigadores operativos para prever series de producción y ventas en la década 1960-70 aprovechando las facilidades de cálculo aportadas por los primeros ordenadores. El tercero, la teoría de predicción y control de sistemas lineales, desarrollada en ingeniería de control y automática en los años 70, y estimulada por el desarrollo de la ingeniería aeronáutica y espacial. El cuarto, es la teoría de procesos no estacionarios y no lineales, desarrollada por estadísticos y económetras en los últimos veinte años del siglo XX. Finalmente, el último campo son los modelos multivariantes y los métodos de reducción de la dimensión en sistemas dinámicos, que se encuentra todavía en fase de desarrollo. De esta forma, los métodos disponibles en la actualidad para el análisis de las series temporales son deudores de las investigaciones de matemáticos, estadísticos, ingenieros y económetras durante el siglo XX para resolver problemas de predicción y control de variables y sistemas dinámicos.

Las primeras series temporales estudiadas fueron las de datos astronómicos y meteorológicos. Laplace, en 1823, analizó el efecto de las fases de la luna sobre las mareas y los movimientos de aire en la tierra. Para estudiar este segundo efecto, consideró la relación entre las fases de la luna y la presión barométrica, utilizando una serie de ocho años de tres medidas diarias de la presión barométrica en París. Laplace ajustó una función sinusoidal a los datos, pero sus resultados no fueron correctos porque no tuvo en cuenta la dependencia temporal de las observaciones. Después de la invención del método de mínimos cuadrados por Gauss y Legandre a principios del siglo XIX, se realizan diversos ajustes de funciones sinusoidales a datos astronómicos para detectar las posibles periodicidades. Un avance importante en esta dirección fue debido a Arthur Schuster (1851–1934), físico británico que propuso en 1898 representar la amplitud de la onda ajustada a datos de espectros físicos en función de la frecuencia utilizada, y bautizó este gráfico como periodograma. La fundamentación matématica del periodograma proviene de los trabajos del matemático francés J. B. Fourier (1768-1830), que demostró a principios del siglo XIX que toda función periódica puede representarse como suma de funciones sinusoidales. El descubrimiento del concepto de regresión por F. Galton (1822-1911), primo de Darwin e investigador muy destacado en muchos campos, y del coeficiente de correlación por K. Pearson (1857-1936) permiten la utilización de estas ideas para analizar la evolución de una serie temporal. El estadístico británico, G. U. Yule (1871-1951), introductor del coeficiente de correlación múltiple y de los coeficientes de autocorrelación parcial, extendió estas ideas a las series temporales proponiendo los procesos autorregresivos en 1927 para explicar la serie de manchas solares. En ese mismo año, el estadístico ruso E. E. Slutsky (1880- 1948) descubrió que al tomar promedios móviles en una serie se generan artificialmente periodicidades y estudió los procesos de media móvil para representar los ciclos económicos.

Estos avances llevan a la formalización del concepto de serie temporal como proceso estocástico estacionario, debida al gran matemático ruso A.N. Kolmogorov (1903-1987), que es también el creador de la fundamentación axiomática de la probabilidad y los procesos estocásticos. Además Komogorov extiende el análisis de su compatriota Markov (....), y estudia los procesos cuyo comportamiento futuro conocido el presente no depende del pasado, los procesos markovianos. La primera solución general al problema de la interpolación y la predicción de series temporales para procesos estacionarios fue debido a Norbert Wiener (1894 -1964) en el MIT en Boston (EEUU) y a A.N. Kolmogorov (1903-1987) en Moscú (URSS) entre 1939 y 1942. Como estos descubrimiento se consideraron de gran importancia militar se mantuvieron en secreto durante la segunda guerra mundial y no se difundieron en la comunidad científica hasta los años 50. La generalización del análisis de Fourier para representar procesos estacionarios es debida al matemático sueco Crámer (1893-1985). Un estudiante suyo, Herman Wold (1908-1992), encontró en su tesis doctoral en 1938 la representación general de un proceso estacionario como una media móvil infinita. En los años posteriores a la segunda guerrra mundial el estadístico británico M. S. Bartlett (1910-2002) estudia las propiedades muestrales de las autocorrelaciones de procesos estacionarios, cuyas bases estableció en 1946. Además, los trabajos de Bartlett y del estadístico estadounidense John Tukey (1915-2000), al que debemos enormes contribuciones en muchos campos, sentaron las bases del análisis espectral moderno. Bartlett introdujo la idea fundamental de suavizar el periodograma y Tukey, desde los laboratorios de la compañia telefónica Bell en Estados Unidos, inventa con J. W. Cooley la transformada rápida de Fourier para calcular de forma efectiva el espectro (Cooley y Tukey, 1965). Otras contribuciones importantes al campo espectral son debidas al estodounidense E. Parzen (19-), que desarrolló la estimación consistente del espectro mediante ventanas, al japonés H. Akaike (19-), que propuso la estimación del espectro ajustando modelos AR largos, y al británico P. Whittle(19–), que introduce los procedimientos de estimación de mínimos cuadrados basados en el espectro.

Paralelamente a esta primera linea de trabajo, la aparición del ordenador impulsa el desarrollo de métodos de predicción para series reales no estacionarias basados en métodos heurísticos. Holt (1957) y Winters (1960) introducen los métodos de alisado exponencial que tienen mucha repercusión en las aplicaciones prácticas de la predicción. La unión de los métodos de alisado y los procesos estocásticos se establece con el trabajo de Muth (1960), que demostró que los métodos de alisado eran óptimos para un tipo especial de proceso ARIMA, y, sobre todo, por las investigaciones en los años 60 de los británicos G. E. P. Box (1919 -) y G. Jenkins (1933- 1982) que estudian el problema de la predicción y control de series temporales industriales. Fruto de sus investigaciones es su célebre libro (Box and Jenkins, 1970) que marca un hito en el análisis de las series temporales al presentar una metodología unificada para estudiar series estacionarias y no estacionarias, estacionales o no y aplicar estos modelos en la práctica. Además, estos autores desarrollaron los fundamentos estadísticos de los sistemas de control´.

Paralelamente al trabajo estadístico de Box y Jenkins en los años 60 los matemáticos e ingenieros desarrollan un enfoque general para modelar, prever y controlar sistemas dinámicos lineales. Este enfoque explica la evolución de las variables observadas en función de unas variables no observadas que caracterizan la dinámica del sistema y que se denominan variables de estado. Kalman y Busy presentan en 1962 un procedimiento mínimo cuadrático general para estimar las variables de estado y prever las observaciones futuras en sistemas lineales, hoy conocido como el filtro de Kalman. Este algoritmo generaliza resultados previos que habían aparecido para resolver casos particulares y se intoduce en la estadística gracias a los trabajos de Harrison y Stevens (1976), que introducen desde el punto de vista Bayesiano una forma alternativa de modelar las series temporales mediante su formulación en el espacio de los estados. El enfoque en el espacio de los estados ha sido continuado por M. Aoki (1987) y los británicos M. West (véase West y Harrison,1989) y A. Harvey(véase por ejemplo, Harvey, 1989) y sus colaboradores. Estos modelos aparecieron como una forma alternativa de modelar series temporales contrapuesta a los modelos ARIMA propuestos por Box y Jenkins, pero en la actualidad se reconoce el caracter complementario de ambas formulaciones. El ajuste de modelos autoregresivos a series reales planteó el problema de cómo seleccionar el orden del modelo. H. Akaike, el más célebre estadístico japonés, plantea con toda generalidad este problema y proporciona una solución general utilizando conceptos de teoría de la información, el criterio AIC (Akaike,1976). Su trabajo, realizado inicialmente para resolver un problema de series temporales, tiene una influencia enorme en todas las areas de la estadística.

Una de las contribuciones fundamentales de Box y Jenkins fué la introducción de los procesos integrados que se convierten en estacionarios tomando diferencias. Sin embargo, la teoría de estos procesos se desarrolla posteriormente, en los años 80 y 90. Un avance significativo para desarrollar la teoría de series no estacionarias aparece en la tesis de J. Dickey dirigida por W. Fuller, que desarrolla la teoría de proceso integrados de primer orden y propone un contraste de raices unitarias (Dickey y Fuller, ...). Esta teoría se ha extendido mucho en la última década del siglo XX principalmente en el campo de la econometría. El estudio de procesos no estacionarios vectoriales lleva al concepto de cointegración, que se define como la presencia de combinaciones lineales de series no estacionarias que forman un proceso estacionario. Esta posibilidad fue inicialmente estudiada por Box y Tiao (1977), en un trabajo pionero de gran importancia, y establecida por Granger and Engle en 1987, en una contribución con gran impacto en la economía y que ha valido a estos autores la concesión del Premio Nobel de Economía en 2003. Además, R. Engle introduce en 1999 el modelo ARCH, cuya varianza futura varía en función de los valores pasados de la serie y que ha sido generalizado por numerosos autores. Otra linea importante en los años 80 y 90 es el estudio de modelos no lineales, donde resaltaremos el trabajo de H. Tong, con los autorregresivos por umbrales, Priestley con sus modelos generales, los bilineales de Granger at al, y los modelos de memoria larga, debidos a Hoskings y Beran. Un caso especial de no linealidad es la presencia de valores atípicos. Fox (1974) introdujo los dos tipos básicos de atípicos en series estacionarias, y G. Tiao y R. Tsay y sus colaboradores han propuesto métodos eficientes de modelar series con atípicos

El estudio de las relaciones dinámicas entre series se ha movido con cierto retraso respecto a los análisis univariantes. La introducción de retardos en las relaciones dinámicas entre dos series es debida a R. A. Fisher que estudió en 1923 la relación entre la lluvia y la producción de trigo en la estación agraria de Rothamsted en Inglaterra. Para representar los posibles retardos introdujo por primera vez lo que hoy conocemos como una ecuación de regresión dinámica. Paralelamente, Irving Fisher en 1925 introdujo los retardos para describir las relaciones entre variables econónicas. La generalización de estas ideas para contruir funciones polinómicas de retardos que pueden estimarse por mínimos cuadrados es debida a Shirley Almon, en 1965. Un trabajo pionero sobre las series temporales multivariantes fue debido a Quenouilli (19, que desarrolló métodos muy avanzados para su época para el estudio de series multivariantes. Hannan estudia las series temporales multivariantes y Hannan y Deistler en el espacio de los estados. Zellner tiene un trabajo destacado en relacionar la teoría de modelos ARMA vectoriales con los modelos econométricos dinámicos desarrollados años antes. En 1980 Tiao y Box proponen un método general para construir modelos ARIMA vectoriales y en los últimos venticinco años se han hecho avances importantes en los procedimientos para reducir la dimensión de vectores de series y modelar la dependencia entre ellos.

1.5 Programas de ordenador

Para el análisis de series temporales es imprescindible tener acceso a un paquete estadístico capaz de realizar los cálculos necesarios. Desgraciadamente no existe, que nosotros sepamos, un programa que permita aplicar todos los métodos presentados en este libro y en las distintas aplicaciones hemos utilizado programas distintos, que comentamos en orden creciente de complejidad.

Un programa muy simple que permite realizar el análisis univariante básico de una serie temporal es Statgraphics. Proporciona las herramientas básicas pero no permite realizar la estimación maximo verosímil exacta ni el tratamiento de atípicos que veremos en los capítulos univariantes más avanzados. Programas algo más generales son Minitab, que es también muy simple de usar, y SPSS, que tiene una complejidad similar y, en términos generales, mejores algoritmos de cálculo. Estos programas permiten construir modelos univariantes pero no incluyen tratamiento de atípicos ni modelos no lineales. Un programa más completo es S-plus, que incluye muchas posibilidades de análisis más sofisticados y que puede programarse, lo que le hace más flexible. El programa R es muy similar al S-plus y puede obtenerse gratuitamente de la red. El programa TSW está basado en los programas TRAMO y SEATS desarrollados por Gómez y Maravall y permite hacer análisis sofisticados de series temporales univariantes. Incluye muchas capacidades, como la selección atomática de modelos, el tratamiento de atípicos y está especialmente diseñado para analizar muchas series económicas. Puede obtenerse gratuitamente en la dirección WWW. El programa Eviews es también fácil de utilizar, incluye modelos univariantes y multivariantes y esta orientado hacia la econometría. Finalmente, el programa SCA es el más completo, pero no es cómodo de usar y tiene unas capacidades gráficas limitadas, aunque incluye excelentes algoritmos para la estimación máximo verosimil, el tratamiento de atípicos y la modelización multivariante.

Los programas Matlab y Gauss son más bien lenguajes de programación muy flexibles con muchas subrutinas estadísticas. Tienen la ventaja de ser muy fáciles de programar, pero no son tan adecuados cono los anteriores para hacer análisis rutinario de series temporales.

1.6 Lecturas complementarias

Sobre la historia de las series temporales recomendamos leer los capítulos escritos por Bartlett y Wold en el libro de Gini (1982). La biografía de Kolmogorov de Sánchez y Valdés (2003) describe bien su trabajo en predicción. Los artículos que han publicado las revistas Biometrika y JASA para celebrar el nuevo milenio incluyen una revisión interesante del campo de las series temporales.

Existen excelentes textos en inglés sobre series temporales. Algunas referencias básicas con un enfoque similar al que aquí se presenta son Abraham and Ledolter (1983), que contiene un tratamiento muy amplio con muchos ejemplos, Anderson (1971), que tiene un enfoque teórico y se reduce a las series estacionarias, Box y Jenkins (1976), libro excelente con mucha información y una de las referencias principales sobre el tema (este libro ha sido ligeramente actualizado en Box, Jenkins y Reinsel (1994)), Brockwell y Davis (1996) que es una excelente introducción con un nivel similar al aquí expuesto, Brockwell and Davis (1987) que contiene un tramiento más avanzado, Gourieroux and Monfort (1997) que esta orientado a las aplicaciones económicas, Fuller (1994) que contiene muchos resultados interesantes, especialmente para procesos no estacionarios, Pankratz (1993) que incluye muchos ejemplos univariantes y Pankratz (1991) con muchos ejemplos de relaciones dinámicas entre dos series, Peña, Tiao y Tsay (2001) que incluye una visión amplia y actualizada de las series temporales actuales, Shumway y Stoffer (2000), un excelente libro muy actualizado para lectores más avanzados y Wei (1990) que además incluye un buen tratamiento introductorio de los modelos multivariantes.

Libros que profundizan en temas tratados poco en este libro son Brillinger (1975), Granger and Hatanaka (1970), Jenkins and Watts (1968) and Priestley (1981), que se dedican al análisis espectral; Harvey (1989) que presenta el enfoque en el espacio de los estados que se discute también en Durbin y Koopman ( ) y desde el punto de vista Bayesiano en West y Harrison (1997). Textos orientados a las aplicaciones económicas son Hamilton (1995), Enders (1995), Franses(1998) y Hendry y Clements (1998), que se concentran en la predicción económica. Dos libros orientados al análisis financiero son Engle (1995), Gourieroux (1997), Tsay (2002) y Chen (). Los modelos no lineales se estudian en Granger y Andersen (1980), Priestley (1988) y Tong (1990). Los modelos ARMA multivariantes se estudian en Hannan (1980), Lutkepohl (1993), Reinsel

(1995) y Reinsel and Velu (1998), y los modelos multivariantes en el espacio de los estados en Aoki (1988) y Hannan and Deistler (1988).