ECTRÍA _ T9. VARIABLES DEPENDIENTES CUALITATIVAS y LIMITADAS.

TIPOS de MODELOS de ELECCIÓN DISCRETA.

MODELO DE PROBABILIDAD LINEAL.

FORMULACIÓN de un MODELO de PROBABILIDAD.

MODELOS LOGIT y PROBIT.

ERRORES DE ESPECIFICACIÓN.

EXTENSIÓN DEL MODELO BÁSICO: DATOS AGRUPADOS.

PROBIT ORDENADO.

MODELOS TOBIT.

MODELOS de ELECCIÓN DISCRETA:

- Fenómeno discreto vs continuo
- La decisión económica que se estudia es el resultado de la elección entre ≠ alternativas discretas.
- Ejemplos:
  * Decisión de jubilación (SÍ/NO)
  * Elección entre las marcas de un mismo producto (M1, M2, ...)
- Se denomina modelos de elección discreta o modelos de respuesta cualitativa a aquellos modelos econométricos en los que la var. dependiente toma un conjunto discreto y finito de valores: 0, 1, 2, ...

~~Tipos~~

TIPOS de MODELOS de ELECCIÓN DISCRETA:

a.) Atendiendo al significado de la var. dependiente:
- Modelos de elección binaria o multinomial:
  ↳ Los valores de la var. dependiente no tienen significado por sí mismos, reflejan un código de pertenencia.
- Modelos de variable con respuesta ordenada:
  ↳ La var. dependiente no refleja cualidades sino un orden.
- Modelos con datos de recuento:
  ↳ Los valores de la var. dep. tienen significado por sí mismos.

b) Atendiendo al tipo de datos:
- Corte transversal o cross-section
  ↳ Observaciones individuales en un momento concreto.
- Longitudinales
  ↳ A lo largo de diferentes periodos
- Paneles de datos
  ↳ Mayor nº de agentes que de periodos de tiempo

c) Atendiendo a los supuestos en la especificación:

- Modelos paramétricos
  → se especifica la forma funcional de la distrib. de los datos.
- Modelos no paramétricos
  → No se hacen supuestos sobre la distrib. de los datos
- Modelos semiparamétricos
  → se especifica la forma funcional de algún momento de la distribución, y el resto se estima de forma no paramétrica.

MODELOS CON VARIABLE DEPENDIENTE LIMITADA:

- El rango de variación de la var. dependiente está limitado para una parte de la población que estamos analizando.
- Datos truncados:
  * Determinantes de la renta en hogares pobres
    → muestra truncada → sólo hogares de renta baja.
  * Gasto individual en asistencia médica
    → Variable truncada en 0 → sólo estudio parto.
- Datos censurados:
  Los valores de la var. ~~dependiente~~ se restringen a un determinado rango. ~~las var.~~
  Las variables explicativas se observan para todos los valores, pero la v.d. sólo para algunos.
  * Renta: [0,500), [500,1000), [1000,2000), [2000,3000), [3000, →) → censurada por la derecha
  * Nº entradas demandadas medidas a partir del nº de entradas vendidas → variable censurada
- Problemas de selección muestral:
  Existe sesgo de selección muestral cuando una parte de la poblac. (con caract. particulares no está en la muestra).

ECTRÍA – T9 | Modelos de Var. dependientes cualitativas y limitadas (1)

1. MODELOS de ELECCIÓN DISCRETA

Modelos de regresión lineal en los que alguna de las var. explicativas tome valores en un conjunto finito y discreto.

Por ejemplo, var. artificiales ó ficticias que son var. dicotómicas, sólo valen 1 cuando se cumple la característica para la cual han sido introducidas en el modelo.

Var. discretas < Cuantitativas / Cualitativas — Dict — > Dicotómicas / Multicotómicas

Var. discretas: Var. exógena / Var. endógena

Modelos de elección binaria, $Y = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

$$Y_i = X'_i\beta + u_i, \quad i = 1 \dots N$$

$$Y_i = \begin{cases} 0 & \Rightarrow u_i = 0 - X'_i\beta \\ 1 & \Rightarrow u_i = 1 - X'_i\beta \end{cases} \Bigg\} \text{ Para que } E[u_i] = 0 \begin{cases} \text{Prob} = 1 - X'_i\beta \\ \text{Prob} = X'_i\beta \end{cases}$$

1_ Var(u_i) depende de X'_i ⇒ heteroscedasticidad ⇒ $\hat{\beta}_{MCO}$ ineficiente

2_ $u_i \not\to$ Normal ⇒ contrastes clásicos no son válidos
R^2 no es representativo.

3_ $u_i \not\to$ Normal ⇒ ~~esti~~ EMCO no eficientes ⇒ utilizar est. no lineales

4_ los valores de predicción son ≠ 0 ó 1 ⇒ difícil interpretación

5_ la predicción puede interpretarse como la probabilidad de que el individuo i elija $Y_i = 1$.

Modelos de elección limitada, $Y = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \vdots \end{cases}$ ← nº limitado opciones discretas

2 _ MODELO de PROBABILIDAD LINEAL

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

donde $Y_i \equiv$ var. dependiente dicotómica, $Y_i = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

Y_i es función lineal de la(s) var. explicat.

Se llama MLP, porque la esperanza condicionada $E(Y_i/X_i)$ puede ser interpretada como la prob. condicional de que el evento suceda dado X_i.

$E(Y_i/X_i) = P_r(Y_i = 1/X_i)$.

Sp. que $E[u_i] = 0$ (supuesto básico para obtener estim. insesgado)

$E[u_i] = 0 \Rightarrow E[Y_i/X_i] = \beta_1 + \beta_2 X_i$ (X_i determinista)

$P_i = P(Y_i = 1)$ (parám. poblacional) $Y_i \to B(1, P_i)$

$1 - P_i = P(Y_i = 0)$

Y_i	Probab
0	$1-P_i$
1	P_i
	1

$E[Y_i] = 0(1-P_i) + 1 \cdot P_i = P_i$

$E(Y_i/X_i) = E[Y_i] \Leftrightarrow \beta_1 + \beta_2 X_i = P_i$

$\Rightarrow 0 \leq E(Y_i/X_i) \leq 1$.

Problemas:

a) $u_i \not\to$ Normal

$u_i = Y_i - X_i'\beta = Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i$

$$\left.\begin{array}{l} Y_1 = 1 \Rightarrow u_i = 1 - \beta_1 - \beta_2 X_i \\ Y_1 = 0 \Rightarrow u_i = -\beta_1 - \beta_2 X_i \end{array}\right\} u_i \to \text{Binomial}$$

(Debería tomar valores discretos)

$\hat{\beta}_{MCO}$ sigue siendo insesgado

En muestras grandes, con MLP se puede utilizar MCO usual bajo el supuesto de normalidad.

2)_ ui NO autocorrelación, se puede suponer
ui SÍ heteroscedasticidad.

u_i	Probab
$-\beta_1-\beta_2X_i$	$1-P_i$
$1-\beta_1-\beta_2X_i$	P_i

$$Var(u_i) = E(u_i - E(u_i))^2 = E(u_i^2) =$$
$$= (-\beta_1-\beta_2X_i)^2(1-P_i) + (1-\beta_1-\beta_2X_i)^2P_i$$
↳ sustituyendo P_i por su valor
$$= P_i^2(1-P_i) + (1-P_i)^2P_i =$$
$$= P_i(1-P_i)\left(P_i + (1-P_i)\right) =$$
$$= P_i(1-P_i)$$

Recordemos que $P_i = E(Y_i) = E(Y_i/X_i)$, por lo que ui heteroscedástico, porque depende de la esperanza condicional de Y, depende del valor de X.

Los estimadores MCO, aunque insesgados, no son eficientes.
Se puede transformar el modelo para conseguir un error homosc.
Para estimar las ponderaciones: 1º. Estimar por MCO ignorando heterosc
$\hat{w}_i = \hat{Y}_i(1-\hat{Y}_i)$
2º. Transformar el modelo con $\hat{w}_i$ y volver a estimar MCO.

3)_ No cumplimiento de $0 \leq E(Y_i/X_i) \leq 1$.
No hay garantías de que $\hat{Y}_i$, que son los estimadores de $E(Y_i/X_i)$ cumplan esta restricción → PROBLEMA.
Soluciones:
1_ Estimar MLP por MCO, $\hat{Y}_i \begin{cases} <0 \rightarrow \hat{Y}_i = 0 \\ >1 \rightarrow \hat{Y}_i = 1 \end{cases}$.

2_ Diseñar una técnica de estimación que garantice que ~~las probab~~. $0 \leq \hat{Y}_i \leq 1$ → Modelos Probit y Logit.

4)_ R^2, valor cuestionable de la bondad del ajuste.
Mejor no utilizarlo.

3. FORMULACIÓN de un MODELO de PROBABILIDAD

El principal problema del MLP es que es posible que $\hat{Y}_i$ se encuentre fuera del rango 0-1.
Podría resolverse utilizando MC restringidos o program. mat.

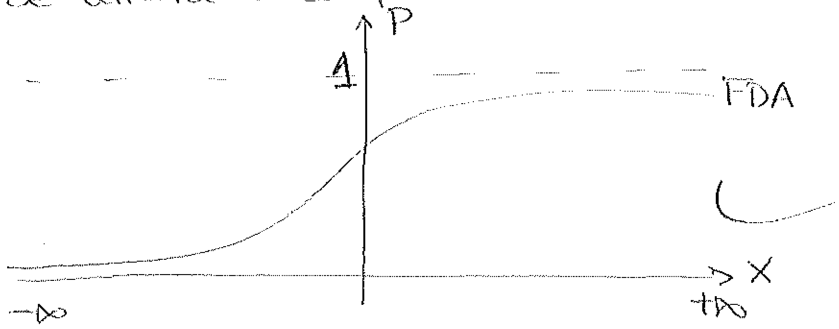
Aún así, MLP no resulta muy atractivo porque supone que $P_i = E(Y=1/X_i)$ aumenta linealmente con X, es decir, el efecto marginal o incremental de X permanece todo el tiempo. En la práctica, en los extremos el efecto es más suave.

Por tanto, se necesita un modelo probabilístico que:

a) $\hat{Y}_i$ aumenta con X_i, pero nunca se salga de 0-1

b) La relación entre X e Y NO sea lineal, mejor forma de S.

Se utiliza una función de distrib. acumulativa, FDA, ¿cuál?



Curva logística → Logit
Curva normal → Probit

4_ Modelos LOGIT y PROBIT

a) Modelo LOGIT

$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$, donde $Y_i \equiv$ var. dep. dicotómica

$Z_i: P_i = E[Y=1/X_i] = \beta_1 + \beta_2 X_i$ → modelo lineal

Ahora se utiliza la f. distrib. logística acumulativa

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_1+\beta_2 X_i)}} = \frac{1}{1+e^{-Z_i}}$$ donde $Z_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$

- $-\infty < Z_i < +\infty \Rightarrow 0 \leq P_i \leq 1$
- P_i no está linealmente relacionado con Z_i ($\Rightarrow$ tampoco con X_i)
- P_i es no lineal $\left\{ \begin{array}{l} \text{en } X \\ \text{en } \beta \end{array} \right\} \Rightarrow$ no se puede utilizar MCO

Sin embargo,

$$L_i = \ln\left(\frac{P_i}{1-P_i}\right) = Z_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$$ $L_i \equiv$ logit

El logaritmo de la razón de las probab. es lineal en X y en β.

Características:

C1. P va de 0 a 1, pero L va de $-\infty$ a $+\infty$.

C2. L es lineal, las probab. no lo son (contrasta con MLP)

C3. β_2 mide el cambio en L ocasionado por un cambio unit. en X

C4. Mientras que MLP supone que P_i está linealmente relacionado con X_i, el modelo LOGIT supone que el log. de la razón de probab. está relacionado linealmente con X_i.

Estimación:

$$L_i = \ln\left(\frac{P_i}{1-P_i}\right) = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

Cuando $P=1$ ó $P=0$, L_i no tiene sentido.

- Con información individual, no se puede estimar por MCO. Hay que estimar por MV.

ECTRÍA _ T9

- Para información con valores repetidos, se pueden utilizar las frecuencias relativas como estimaciones de P_i de cada X_i, y a partir de ahí el logit estimado.

$$\hat{P}_i = \frac{n_i}{N_i} \longrightarrow \hat{L}_i = \ln\left(\frac{\hat{P}_i}{1-\hat{P}_i}\right) = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i$$

Si N_i es sufic. grande, $\hat{P}_i$ es buen estimador.

Si además, ~~[illegible]~~ Y_i se distribuye de manera indep. como $B(1, P_i)$ entonces $u_i \longrightarrow N\left(0, \frac{1}{\sqrt{N_i P_i (1-P_i)}}\right)$

- u_i es heteroscedástico $\Rightarrow$ utilizar MCG en vez de MCO, (es lo mismo que MCO sobre transformado)

Procedimiento:

1 _ Para cada grupo de X_i, calcular $\hat{P}_i = \frac{n_i}{N_i}$.

2 _ Para cada X_i, calcular $\hat{L}_i = \ln\left(\frac{\hat{P}_i}{1-\hat{P}_i}\right)$

3 _ Para resolver la heteroscedasticidad, logit transformado:

$$L_i^* = \beta_1 \sqrt{w_i} + \beta_2 X_i^* + v_i$$

4 _ Estímese el modelo transformado por MCO.

5 _ Realizar estimaciones / inferencias (sólo válido para N grande)

b) Modelo Probit

Utiliza como función de distribución acumulada (FDA) la de una Normal.

$\cancel{Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i}$, donde $Y_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

$\cancel{P_i = P(Y=1)} =$

Sp. que existe un indicador dependiente de X que determina la decisión tomada por cada individuo

$Y_i = 1$ si $I_i > I_i^*$ (valor crítico) $\rightarrow I_i^* < I_i = X_i'\beta$

$Y_i = 0$ si $I_i < I_i^*$ $\qquad I_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$

Por ser desconocido, consideramos I_i^* como una var. aleatoria

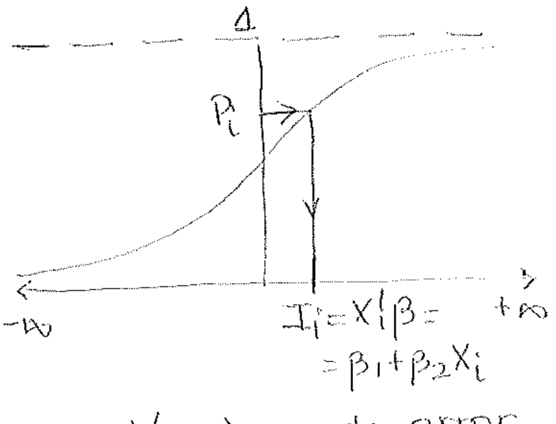
Utilizando la Normal,

$P_i = E(Y_i/X_i) = P(Y_i = 1/X_i) = P(I_i^* < I_i) =$

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{X_i'\beta} e^{-t^2/2} dt$, que es una f. creciente del indicador $I_i = X_i'\beta$.

~~idad~~

donde $t \rightarrow N(0,1)$.



En la práctica, $\hat{P}_i = \frac{n_i}{N_i}$

$\hat{P}_i \longrightarrow \hat{I}_i$ (tablas normal)

Se puede proceder de manera análoga al logit.

Tb. el término de error será heteroscedástico $\Rightarrow$ transformar el modelo

Comparación logit y probit

- Curva normal se acerca más rápido a los ejes que la curva logíst.
- Operacionalmente, logit es + fácil, se utiliz +.
- Aunque los resultados son similares, las estimac. no son compar.
- (Estimación logit) * 0'625 $\simeq$ Estim. probit
- $\hat{\beta}_{MLP} \sim 0'25\, \hat{\beta}_{LOGIT}$ (excepto $\hat{\beta}_1$, sumo 0'5).

MODELO TOBIT

Es una extensión del modelo Probit.
Interesa un modelo sobre una nueva variable en función de las var. explicativas que teníamos antes.
Sólo nos interese el valor $Y_i = 1$

$$N = \begin{cases} n_1 \to Y_i = 1 \\ n_2 \to Y_i = 0 \end{cases}$$ → disponemos inform. de var. endógena.

Cuando en una muestra la información → sobre las var. endógena sólo está disponible para algunas observaciones, ésta se conoce como muestra censurada ⇒ Tobit, modelo de regresión censurada, o de var. dependiente limitada, debido a la restricción impuesta sobre los valores de la var. endógena.

$$Z_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_{2i} \quad \text{si RHS} > 0$$
$$= 0 \text{, en los demás casos.}$$

MCO serán sesgadas y serán inconsistentes
Hay que utilizar MV.

MODELOS DE ELECCIÓN DISCRETA

Aquí la var. explicativa toma valores discretos.

MODELOS de ELECCIÓN BINARIA

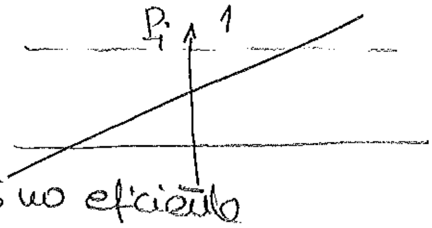
binaria, $Y = \{0, 1\}$

$Y_i = X_i'\beta + u_i \quad , i = 1 \ldots N \qquad Y_i = \begin{cases} 0 & \Rightarrow u_i = -X_i'\beta \\ 1 & \Rightarrow u_i = 1 - X_i'\beta \end{cases}$ para que $E[u] = 0$

$P(Y_i = 0) = P = 1 - X_i'\beta$

- $E[u_i] = 0$
- $V[u_i] = (1 - X_i'\beta) \cdot X_i'\beta$ depende de X ⇒ heteroscedasticidad
  ⇒ $\hat{\beta}_{MCO}$ ineficiente
- $u_i \not\to$ Normal ⇒ Contrastes clásicos no válidos
  R^2 no representativo
  EMCO no eficientes ⇒ estim. no lineales
- Predicciones $\neq \{0, 1\}$ ⇒ interpretar como una probab.

Modelo Probab. Lineal, MLP



$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad , \quad Y_i \to B(1, P_i)$

$E[u_i] = 0 \Leftrightarrow P_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$

$V[u_i]$ depende de X ⇒ heteroscedastic. ⇒ $\hat{\beta}$ no eficiente

$u_i \not\to$ Normal ⇒ $\hat{\beta}_{MCO}$ insesgado, no normal, asintót.

$\not\exists$ $E[Y_i] = P_i = E[Y_i/X_i] \Rightarrow 0 \leq E[Y_i/X_i] \leq 1 \leftarrow$ no siempre.

$R^2 \to$ mejor no utilizarlo

PROBIT y LOGIT

Suavizado de MLP utilizando curvas crecientes, entre 0 y 1 no lineales, con forma de S.

Probit → Utiliza FDA de Normal para P_i

Logit → Utiliza Curva logística para P_i (+ sencillo)

Tobit → extensión del Probit para datos censurados

$Y = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

MODELOS de elección BINARIA (elección limitada, $Y = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ N \end{cases}$).

1_ Introducción

$X'_i\beta = \beta_1 + \beta_2 X_i$, en los sgtes casos.

$$Y_i = X'_i\beta + u_i \quad , \ i = 1 \dots N \quad (\text{datos sección cruzada})$$

$$Y_i = \begin{cases} 0 & \Rightarrow u_i = Y_i - X'_i\beta \Rightarrow u_i = -X'_i\beta \\ 1 & \xcancel{\Rightarrow \text{tb}} \qquad\qquad\qquad \Rightarrow u_i = 1 - X'_i\beta \end{cases}$$

- Esperanza

$$E[u_i] = \sum u_i P(u_i) = -X'_i\beta \cdot P(u_0) + (1 - X'_i\beta) P(u_1)$$

donde $P(u_1) = 1 - P(u_0)$

$$E[u_i] = 0 \Leftrightarrow -X'_i\beta \cdot P(u_0) + (1 - X'_i\beta)\cdot(1 - P(u_0)) = 0$$

para que las estim. sean insesgadas

$$-X'_i\beta \cdot \cancel{P} + 1 - P - X'_i\beta + \cancel{X'_i\beta \cdot P} = 0$$

$$\Leftrightarrow P = 1 - X'_i\beta .$$

- Varianza

$$V[u_i] = E[(u_i - E(u_i))^2] = E[(u_i)^2] = (-X'_i\beta)^2(1 - X'_i\beta) + (1 - X'_i\beta)^2 X'_i\beta =$$

$= P_i(1-P_i)$

$$= (1 - X'_i\beta)\left[(-X'_i\beta)^2 + (1 - X'_i\beta)X'_i\beta\right] =$$

$$= (1 - X'_i\beta)\left[\cancel{(-X'_i\beta)^2} + X'_i\beta - \cancel{(X'_i\beta)^2}\right] =$$

$$= (1 - X'_i\beta)\cdot X'_i\beta \quad \longrightarrow \text{depende de } X \Rightarrow \text{heterosced.}$$

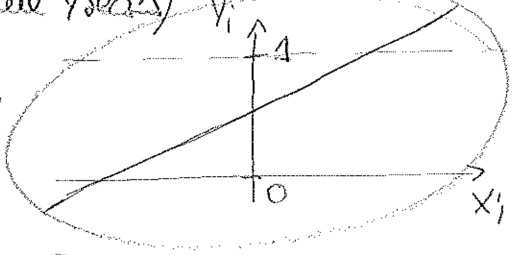
Resumiendo:

	u_i	$P(u_i) = P(Y_i)$	INSESGADO $E(u_i)$	$V(u_i)$
$Y_i = 0 \Rightarrow$	$-X'_i\beta$	$1 - X'_i\beta$	0	$(1 - X'_i\beta)\cdot X'_i\beta$
$Y_i = 1 \Rightarrow$	$1 - X'_i\beta$	$X'_i\beta = P_i$		$P_i(1-P_i)$

$u_i \not\rightarrow$ NORMAL / Binomial $\Rightarrow$
- Contrastes no válidos, R^2 no es representativo
- Estimaciones MCO no eficientes (HETEROSCED)

Predicciones $\longrightarrow$
- Pueden ser $\neq 0$ ó $\neq 1 \Rightarrow$ Difícil interpretación
- Interpretable como una probab.

(Probab. lineal pq. $\hat{Y}_i = E[Y_i/X_i] = \hat{P}_i$ = probab. de que Y sea 1)



2_ Modelo de Probabilidad Lineal (MLP)

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$E(Y_i/X_i) = P(Y_i = 1/X_i) = P_i \leftarrow \text{MLP}.$$

~~$E[u_i] = 0$~~

Para cada valor de X_i,

$$\left.\begin{array}{l} Y_i = 0 \Rightarrow u_i = -\beta_1 - \beta_2 X_i \\ Y_i = 1 \Rightarrow u_i = 1 - \beta_1 - \beta_2 X_i \end{array}\right\} E(u_i) = (-\beta_1 - \beta_2 X_i) \cdot \underbrace{P(Y_i = 0)}_{1-P(Y_i=1)} + (1 - \beta_1 - \beta_2 X_i) P(Y_i = 1)$$

Llamando $P(Y_i = 1) = P_i$
$P(Y_i = 0) = 1 - P_i$

| $Y_i \to B(1, P_i)$ $E[Y_i] = P_i$
$V[Y_i] = P_i(1-P_i)$

$$E(u_i) = (-\beta_1 - \beta_2 X_i)(1 - P_i) + (1 - \beta_1 - \beta_2 X_i) \cdot P_i =$$
$$= -\beta_1 - \beta_2 X_i + [\cancel{\beta_1} + \cancel{\beta_2 X_i} + 1 - \cancel{\beta_1} - \cancel{\beta_2 X_i}] P_i =$$
$$= -\beta_1 - \beta_2 X_i + P_i$$

$E[u_i] = 0 \Leftrightarrow P_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$ (para que sea insesgado)

$$E[Y_i] = 0 \cdot P(Y_i = 0) + 1 \cdot P(Y_i = 1) = P_i \;..$$

$$E[Y_i/X_i] = E[Y_i] \Leftrightarrow P_i = \beta_1 + \beta_2 X_i \Rightarrow 0 \leq E[Y_i/X_i] \leq 1.$$

Resumiendo:

Y_i	$P(Y_i)$	u_i (Despejando del modelo)	$E[u_i]$ (Para que sea insesgado)	$E[Y_i/X_i] = E[Y_i]$	$V(Y_i) = V(u_i)$
0	$1 - P_i = 1 - \beta_1 - \beta_2 X_i$	$-\beta_1 - \beta_2 X_i$	0	P_i	$P_i(1-P_i)$
1	$P_i = \beta_1 + \beta_2 X_i$	$1 - \beta_1 - \beta_2 X_i$			

$E[u_i] = 0$

Problemas:

- $u_i \not\to$ Normal, es binomial $\overset{\text{pero}}{\Rightarrow}$ $\hat{\beta}_{MCO}$ insesgado, pero no normal
  Para muestras grandes, $\hat{\beta}_{MCO}$ vale.
- $V(u_i) = P_i(1 - P_i)$, depende de $X \Rightarrow$ heteroscedasticidad
  $\hat{\beta}_{MCO}$ no es eficiente
  Transformar el modelo ponderando ($\hat{w}_i = \hat{Y}_i(1 - \hat{Y}_i)$) $\to$ Estimar MCG
- $0 \not\leq E(Y_i/X_i) \not\leq 1$ $\Rightarrow$ Estimar MLP por MCO y si $\hat{Y}_i < 0 \Rightarrow \hat{Y}_i = 0$
  si $\hat{Y}_i > 1 \Rightarrow \hat{Y}_i = 1$
  $\Rightarrow$ Utilizar Probit y Logit.
- R^2 no es una buena medida de la bondad del ajuste,
  $\Rightarrow$ no utilizarlo

3. FORMULACIÓN de un MODELO de PROBAB.

MLP genera predicciones que pueden estar fuera de $[0,1]$.

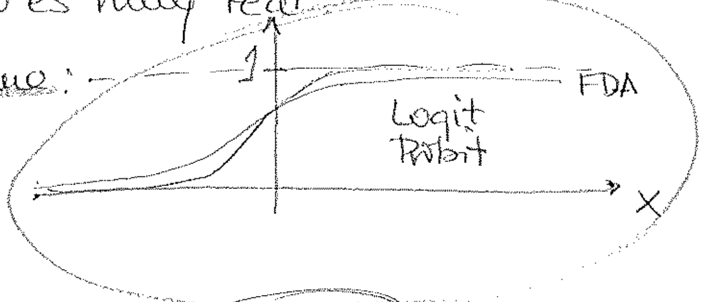
→ Utilizar MC restringidos

→ Utilizar program. matemáticas

Aún así, con MLP $E(Y_i/X_i)$ aumenta de manera lineal con X (efecto marginal cte) → no es muy real.

Buscamos un modelo de probab que:

- No salga de $[0,1]$
- ~~Aumente~~ Sea suave en los extremos



4. Modelos LOGIT y PROBIT.

a) LOGIT

no es lineal

$$P(Y_i=1) = P_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_1+\beta_2X_i)}} = \frac{1}{1+e^{-Z_i}} \quad / \quad Z_i = \beta_1+\beta_2X_i$$

entre 0 y 1

- $-\infty < Z_i < +\infty \Rightarrow 0 \leq P_i \leq 1$
- P_i NO es lineal (ni en X ni en β) $\Rightarrow$ no se puede utilizar MCO.
- Pero $\boxed{L_i = \ln\left(\frac{P_i}{1-P_i}\right)} = Z_i = \beta_1+\beta_2X_i$ sí es lineal (en X y en β).

sale

$L_i \equiv$ logit. ~~tq $-\infty < L_i < +\infty$, pero $0 \leq P(L_i) \leq 1$ pero $0 \leq P_i \leq 1$~~

L ~~lineal, las probab.~~ no

$\hat{P}_i = \frac{n_i}{N_i}$

¡OJO! Con información individual, no se puede MCO, utilizar MV.

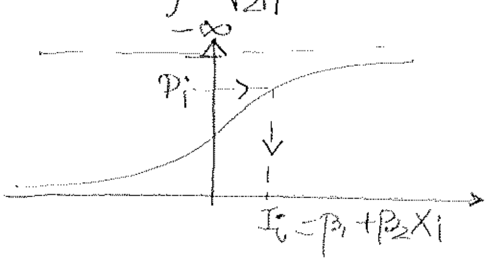
b) PROBIT

Utiliza como FDA la de una normal. $I_i = \beta_1+\beta_2X_i$

$$P_i = P(Y_i=1/X_i) = P(\text{Normal}(0,1) < I_i) = \int_{-\infty}^{\beta_1+\beta_2X_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}t^2} dt.$$

En la práctica, $\hat{P}_i = \frac{n_i}{N_i} \to \hat{I}_i$ –

Heterosced $\Rightarrow$ transformar



COMPARACIÓN:

- Curva logística + suave
- Logit + sencillo ⇒ se utiliza +
- Estimaciones no comparables
- $\hat{P}_i(\text{logit}) \cdot 0'625 \simeq \hat{P}_i(\text{probit})$
- $\hat{\beta}_{MLP} \simeq 0'25\ \hat{\beta}_{LOGIT}$ (excepto $\hat{\beta}_1$, suma 0'5)

5 - MODELO TOBIT

Extensión del PROBIT.

Cuando en una muestra, sólo tenemos información para algunas observaciones → Muestra censurada

Tobit es modelo de regr. censurado, o de var. dependiente limitada, debido a la restric. impuesta sobre la var. endógena.

$$Z_i = \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + u_{2i} & \text{si } RHS > 0 \text{ (restric)} \\ 0 & \text{, en otro caso.} \end{cases}$$

$\hat{\beta}_{MCO}$ serán sesgados e inconsistentes.

Hay que utilizar MV.