Tema 40

1. Indices estadísticos conceptos
2. Criterios y propiedades de los índices estadísticos
3. Fórmulas agregativas
4. Indice en cadena
5. Paaschización de índices
6. Indices de Roy. Indices de divisa

1. Indices estadísticos. Concepto

El problema q. se nos presenta es la comparación de una serie de observaciones respecto a una situación inicial, fijada ~~de~~ arbitrariamente.

La resolución de este problema exige previamente un análisis detenido de los 2 aspectos siguientes:

(a) Fijación arbitraria de la situación inicial a la q. se referirán las comparaciones.
La elección de la situación inicial condiciona el resultado de la comparación y por tanto dicho pto de referencia inicial debe ser lo + adecuado posible a los objetivos q. se persigan.

(b) Comparación de magnitudes simples o complejas. Esto nos introduce en el problema de agregación de magnitudes.

Concepto → definimos un número índice como aquella medida estadística q. nos permite estudiar los cambios q.

se producen en una magnitud simple o compleja con respecto al tiempo o al espacio; es decir, vamos a comparar 2 situaciones, una de las cuales se considera de referencia.

Con esto queremos decir q es posible comparar por ejemplo, el coste de vida en una ciudad con el habido respecto al periodo anterior o bien con el coste de una ciudad vecina.

Sólo vamos a estudiar comparaciones en el tiempo, aunque los métodos q se describan serán prácticamente aplicables en su totalidad al espacio.

Al periodo inicial se le denomina <u>periodo base o de referencia</u> por contraposición, la situación q queremos comparar es denominada <u>periodo actual o corriente</u>.

2 - Criterios y propiedades de los índices estadísticos

<u>Núm índices simples</u> → Sea X_i una magnitud simple, y sean X_{i0} y X_{it} los valores de dicha magnitud en los periodos base y actual, respectivamente.

El núm índice simple I_i para la magnitud citada se define como
$$I_i = I_0^t(i) = \frac{X_{it}}{X_{i0}}$$

Ejemplos $p_0^t = \frac{p_{it}}{p_{i0}}$ (precio)

$q_0^t = \frac{q_{it}}{q_{i0}}$ (cantidad)

q. nos mide la variación en tanto por uno q. ha sufrido la magnitud X_i entre los 2 periodos considerados.

$p_0^t \rightarrow$ variación en tanto por uno del precio

$q_0^t \rightarrow$ " " " " cantidad.

Núm índices complejos $\rightarrow$ Podemos no estar interesados en comparar actividades (magnitudes) individuales.

La información suministrada por los índices simples de cada uno de las diferentes magnitudes debe ser resumida en un único índice al q. vamos a denominar complejo.

Propiedades

- Existencia $\rightarrow$ todo núm índice debe existir, ha de tener un valor finito ≠ de cero.

P. ej los índices media geométrica o armónica se anulan si algún X_{it} es cero y por tanto en este caso, no están determinados.

- Identidad : Si se hace coincidir el periodo base y el periodo actual, el núm índice ha de ser 1.

Esta propiedad ha de cumplirse necesariamente puesto q. los núm. índices miden variaciones entre 2 periodos y al hacer coincidir estos, el núm índice debe reflejar ninguna variación.

- Inversión si notamos por I_0^t = índice con base 0 y periodo actual t y por I_t^0 = base t y periodo actual 0, se han intercambiado los periodos

El núm índice debe cumplir que

$$I_t^0 = \frac{1}{I_0^t} \Leftrightarrow I_0^t \cdot I_t^0 = 1$$

- Circular si consideramos los periodos $0, t, t', t''$ se debe cumplir

$$I_0^t \, I_t^{t'} \, I_{t'}^0 = 1$$

$$I_0^t \, I_t^{t'} \, I_{t'}^{t''} \, I_{t''}^0 = 1$$

Como consecuencia de esta propiedad y de la Inversión tenemos que:

$$I_0^t \, I_t^{t'} = \frac{1}{I_{t'}^0} \Rightarrow I_0^t \, I_t^{t'} = I_0^{t'}$$

$$I_0^t \, I_t^{t'} \, I_{t'}^{t''} = \frac{1}{I_{t''}^0} \Rightarrow I_0^t \, I_t^{t'} \, I_{t'}^{t''} = I_0^{t''}$$

denominada propiedad <u>cíclica o circular modificada</u>

- <u>Proporcionalidad</u>

Si en el periodo actual todas las magnitudes sufren una variación proporcional, el núm índice debe quedar lógicamente afectado por esta variación.

Si los valores X_{it} sufren una variación proporcional de orden k, de forma q los nuevos valores en el periodo t' son $$X_{it'} = X_{it} + k X_{it} = (1+k) X_{it}$$

los nuevos índices simples serán

$$I_i' = \frac{X_{it'}}{X_{i0}} = \frac{(1+k)X_{it}}{X_{i0}} = (1+k) I_i$$

<u>Homogeneidad</u>: un núm índice no debe venir afectado por un cambio en las unidades de medida.

Sería deseable q. estas propiedades q. en general, se cumplen para los índices simples, se verificasen tb. en los complejos.

Esto no siempre ocurre cómo se verá: índices en cadena.

- Fórmulas agregativas

Los núm índices se dividen en:

- ponderados
- no ponderados

- No ponderados → para resumir la información obtenida a través de los índices simples, es lógico promediar estos. Así los índices compuestos van a ser medias aritméticas, geométricas, armónicas y agregativas de los índices simples $I_1, I_2 \dots I_N$

- Media aritmética $\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i}{N}$

- Media geométrica $I_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} I_i}$

- Media armónica $I_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{I_i}}$

- Media agregativa $I_A = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_{it}}{\sum_{i=1}^{N} X_{i0}}$

- Ponderados: si ahora tenemos en cuenta la diferente importancia relativa q puede tener cada una de las magnitudes simples dentro del conjunto de todas ellas, obtenemos los índices complejos ponderados. Sean $W_1, W_2 \quad W_N$ un sistema de ponderaciones.

Obtenemos:

- Media aritmética ponderada $\bar{I}^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i W_i}{\sum_{i=1}^{N} W_i}$

- Media geométrica ponderada $I_G^* = \sqrt[\sum_{i=1}^{N} w_i]{\prod_{i=1}^{N} I_i^{w_i}}$

- Media armónica ponderada

$$I_H^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} W_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{W_i}{I_i}}$$

- Media agregativa ponderada

$$I_A^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_{it} W_i}{\sum_{i=1}^{N} X_{i0} W_i}$$

Podemos particularizar haciendo un estudio por separado para los índices de precios y de cantidad, q. miden la evolución de la magnitud precio o la magnitud cantidad de un conjunto de bienes y servicios.

a) Indices de Precios $I_i = \frac{P_{it}}{P_{i0}}$

No ponderados:

(1) • Indice de Sauerbeck

$$S_p = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{P_{it}}{P_{i0}}}{N}$$

(2) • Indice de Bradstreet - Dûtot

$$B\text{-}D_p = \frac{\sum_{i=1}^{N} P_{it}}{\sum_{i=1}^{N} P_{i0}} \quad \text{(media agregativa)}$$

Estos índices son fáciles de aplicar pero tienen los inconvenientes siguientes:

a) No tienen en cuenta la importancia relativa de cada uno de los diferentes bienes en el conj. total pues no son ponderados.

b) Las unidades utilizadas para medir los precios de cada bien afectaría al valor del índice, no cumpliéndose en consecuencia la propiedad de homogeneidad.

<u>Ponderados</u>:

Sistemas de ponderación propuestos tradicionalmente:

$W_i = p_{io} q_{io}$ q. es el valor de la cantidad consumida del bien i-ésimo en el periodo base, a precios de dicho periodo

$W_i = p_{it} \cdot q_{it}$ q. es el valor actual de la cantidad consumida del bien i-ésimo a precios actuales

$W_i = p_{io} q_{it}$ valor a precios del periodo base de la cantidad consumida del bien i en el periodo actual

$W_i = p_{it} q_{io}$ valor actual de la cantidad consumida en el periodo base

Los 2 primeros corresponde a situaciones reales y las últimas a situaciones ficticias, luego sería lógico usar las primeras. Las alternativas b) y d) presentan ciertos inconvenientes por lo q. se ~~suele~~ suelen utilizar los sistemas de ponderaciones a) y c)

Los índices de precios ponderados + utilizados son:

(3)° Indices de Laspeyres : criterio de ponde $w_i = p_{io} q_{io}$

$$L_p = \frac{\sum I_i w_i}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{io}} p_{io} q_{io}}{\sum p_{io} q_{io}} = \frac{\sum p_{it} q_{io}}{\sum p_{io} q_{io}}$$

(4)° Indices de Paasche $w_i = p_{io} q_{it}$

$$P_p = \frac{\sum I_i w_i}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{io}} p_{io} q_{it}}{\sum p_{io} q_{it}} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{io} q_{it}}$$

El cálculo de este indice es laborioso, por eso se utiliza poco.

(5) Indice de Edgeworth $w_i = q_{io} + q_{it}$

$$E_p = \frac{\sum p_{it} w_i}{\sum p_{io} w_i} = \frac{\sum p_{it} (q_{io} + q_{it})}{\sum p_{io} (q_{io} + q_{it})}$$

Indice Ideal de Fisher: media geométrica de los indices de precios de Laspeyres y Paasche

(6) $F_p = \sqrt{L_p \times P_p}$

Vamos a intentar determinar cual de todos los indices de precios definidos es el + idóneo para ser utilizado en la medición de las variaciones de los precios. La selección la vamos a efectuar a través del estudio de las propiedades q. todo buen núm índice debe cumplir

- Existencia: la cumplen los 6 indices de precios definidos
- Identidad: la cumplen los 6 indices definidos
- Inversión: la verifican los indices de Bradstreet-Dudot

Edgeworth y Fisher

· <u>Proporcionalidad</u> la satisfacen los 6 índices algebraicamente si bien desde el pto de vista económico hay q. hacer objeciones para los de Paasche, Edgeworth y Fisher. pues al variar los precios en cualquier proporción es difícil mantener el supuesto de q. las cantidades q_{it} permanezcan constantes, la variación de éstas dependerá de las elasticidades cantidad-precio de cada bien. Solo sería aceptada la suposición de constancia de las q_{it} cuando la cantidad es rígida al precio. (variación de precio, no provoca variación cantidad).

Luego solo S_p, $B\text{-}D_p$, L_p cumplen la proporcionalidad.

<u>Homogeneidad</u> No la cumple ninguno de los 6.

Como $B\text{-}D_p$ es el q. cumple + propiedades, parecería lógico q. fuera el + utilizado, pero no se hace por ser no ponderado

Se suele seleccionar el de Laspeyres[3] porque es el único q. realmente cumple la proporcionalidad, propiedad fundamental para cualquier expresión q. intente medir la variación de los precios.

b) Indices cuánticos o de producción

Estos índices atenderán a las variaciones de la producción física de un conjunto de bienes y servicios, para medir su evolución en el tiempo.

Solo se utilizan (normalmente) los ponderados:

- Laspeyres

$$L_q = \frac{\sum I_i W_i}{\sum W_i} = \frac{\sum \frac{q_{it}}{q_{i0}} q_{i0} p_{i0}}{\sum q_{i0} p_{i0}} = \frac{\sum q_{it} p_{i0}}{\sum q_{i0} p_{i0}}$$

- Paasche

$$P_q = \frac{\sum I_i W_i}{\sum W_i} = \frac{\sum \frac{q_{it}}{\cancel{q_{i0}}} \cancel{q_{i0}} p_{it}}{\sum q_{i0} p_{it}} = \frac{\sum q_{it} p_{it}}{\sum q_{i0} p_{it}}$$

- Ideal de Fisher

$$F_q = \sqrt{L_q \cdot P_q}$$

Con el mismo criterio de ponderación q. en los índices de precios el de Laspeyres es el + usado.

Indices en cadena

Se obtiene a través de enlaces relativos q. son índices para los cuales la base es siempre el periodo precedente con lo q. cada uno de ellos representa una comparación porcentual respecto al periodo anterior

Ejemplo supongamos q los precios de un determinado bien son 12 14 24 y 30 u.m para el periodo 81-84

En este caso, los enlaces relativos serán

$$P_{81}^{82} = \frac{14}{12} = 116'6\ \%$$

$$P_{82}^{83} = \frac{24}{14} = 171'43\%$$

$$P_{83}^{84} = \frac{30}{24} = 125\%$$

Como consecuencia de la propiedad circular modificada el precio, la cantidad o el valor ($V = P \cdot Q$) para un periodo dado respecto a un periodo base, puede siempre expresarse en términos de sus enlaces relativos respectivos.

p. ej.

$$P_2^5 = P_2^3 P_3^4 P_4^5$$

Aplicando esto al ej.

$$P_{81}^{81} = 100 \qquad P_{81}^{83} = P_{81}^{82} P_{82}^{83} = \frac{14}{12}\ \frac{24}{14} = 200$$

$$P_{81}^{84} = P_{81}^{82} P_{82}^{83} P_{83}^{84} = \frac{14}{12}\ \frac{24}{14}\ \frac{30}{24} = 250\%$$

$$P_0^t = \frac{P_{it}}{P_{i0}} \Rightarrow P_{81}^{84} = \frac{P_{84}}{P_{81}} = \frac{30}{12} = 250\%$$

q. es el mismo resultado q el obtenido mediante enlaces relativos.

Al tipo de índices conseguidos mediante enlaces relativos ze les llama índices en cadena relativos a una baze fijada. La nueva zerie obtenida nos permitirá efectuar comparaciones a medio y largo plazo.

- Indices estadísticos: Concepto
- Criterios y propiedades de los índices estadísticos.
- Fórmulas agregativas:
- Índice en cadena.
- Paasche/Laspeyres ... de índices.
- Índices de Roy. Índice de divisa.

Índices estadísticos. Concepto

El problema que se nos presenta es la comparación de una serie de observaciones respecto a una situación inicial, fijada arbitrariamente.

La resolución de este problema exige previamente un análisis detenido de los dos aspectos siguientes:

a) Fijación arbitraria de la situación inicial a la que se referirán las comparaciones. La elección de la situación inicial condiciona el resultado de la comparación y por tanto dicho pto de referencia inicial debe ser lo más adecuado posible a los objetivos que se persigan.

b) Comparación de magnitudes simples o complejas. Esto nos introduce en el problema de agregación de magnitudes.

- Concepto: Definimos un nº índice como aquella medida estadística que nos permite estudiar los cambios que se producen en una magnitud simple o compleja con respecto al tiempo o al espacio; es decir, vamos a comparar dos situaciones, una de las cuales se considera de referencia. Con esto queremos decir que es posible comparar por ejemplo, el coste de vida en una ciudad con el habido respecto al período anterior o bien con el coste de una ciudad vecina.

Aquí solo vamos a estudiar comparaciones en el tiempo, aunque los métodos que se describan serán prácticamente aplicables en su totalidad al espacio.

Al período inicial se le denomina período base o de referencia por contraposición, la situación que queremos comparar es denominada período actual o corriente.

Criterios y propiedades de los índices estadísticos

- Nºs índices simples: Sea X_i una magnitud simple, y sean X_{io} y X_{it} los valores de dicha magnitud en los períodos base y actual, respectivamente. El nº índice simple I_i para la magnitud citada se define como:

$$I_i = I_0^t(i) = \frac{X_{it}}{X_{io}} \;;\; \underset{(\text{precio})}{p_0^t} = \frac{p_{it}}{p_{io}} \quad q_0^t = \frac{q_{it}}{q_{io}} \;(\text{cantidad})$$

que nos mide la variación en tanto por uno que ha sufrido la magnitud X_i entre los dos períodos considerados

- Nºs índices complejos: A veces no nos interesa comparar actividades individuales. Como consecuencia, la información suministrada por los índices simples de cada uno de los diferentes bienes debe ser resumida en un único índice al que vamos a denominar complejo.

- Propiedades:
  - Existencia: todo nº índice debe existir, ha de tener un valor finito distinto de cero. Por ejemplo los índices media geométrica y armónica se anulan si algún X_{it} es cero y por tanto, en este caso, no están determinados.

(2) • Identidad: Si se hacen coincidir el período base y el período actual, el nº índice ha de ser 1. Esta propiedad ha de cumplirse necesariamente puesto que los nºs índices miden variaciones entre dos períodos y, al hacer coincidir estos, el nº índice no debe reflejar ninguna variación.

• Inversión: Si notamos por I_0^t un índice con base 0 y período actual t, al intercambiar los períodos entre sí (I_t^0) el nuevo índice debe ser tal que,

$$I_t^0 = \frac{1}{I_0^t} \Rightarrow I_0^t I_t^0 = 1$$

• Circular: Si consideramos los períodos 0, t, t', t'', se debe cumplir:

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} \cdot I_{t'}^0 = 1$$

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} I_{t'}^{t''} I_{t''}^0 = 1$$

Como consecuencia de esta propiedad y de la inversión tenemos que:

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} = \frac{1}{I_{t'}^0} \Rightarrow I_0^t \cdot I_t^{t'} = I_0^{t'}$$

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} \cdot I_{t'}^{t''} = \frac{1}{I_{t''}^0} \Rightarrow I_0^t \cdot I_t^{t'} \cdot I_{t'}^{t''} = I_0^{t''}$$

denominada propiedad cíclica o circular modificada.

• Proporcionalidad: Si en el período actual todas las magnitudes sufren una variación proporcional, el nº índice debe quedar lógicamente afectado por esta variación.

Si los valores x_{it} sufren una variación proporcional de orden k, de forma que los nuevos valores en el período t' son:

$$x_{it'} = x_{it} + k\,x_{it} = (1+k)\,x_{it}$$

los nuevos índices simples serán:

$$I_i' = \frac{x_{it}'}{x_{i0}} = \frac{(1+k)\,x_{it}}{x_{i0}} = (1+k)\,I_i.$$

- Homogeneidad: Un nº índice no debe venir afectado por un cambio en las unidades de medida.

Sería deseable, que estas propiedades que en general, se cumplen para los índices simples, se verificasen también en los complejos. esto no siempre ocurre, como se verá ahora (Índices en cadena).

Fórmulas Agregativas

Los nºs índices complejos se dividen en:

- Ponderados
- No ponderados.

– No ponderados: para resumir la información obtenida a través de los índices simples, es lógico promediar estos. Así los índices compuestos van a ser medias aritméticas, geométricas, armónicas y agregativas de los índices simples, $I_1, I_2, \ldots, I_n$:

* Media aritmética:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i}{N}.$$

* Media geométrica

$$I_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} I_i}$$

* Media armónica:

$$I_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{I_i}}$$

* Media agregativa: $$I_A = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{it}}{\sum_{i=1}^{N} x_{i0}}$$

(3) - Ponderados: si ahora tenemos en cuenta la diferente importancia relativa que puede tener cada una de las magnitudes simples dentro del conjunto de todas ellas, obtenemos los índices complejos ponderados. Sea $w_1, w_2, \ldots, w_N$ un sistema de ponderaciones. Obtenemos:

* Media aritmética ponderada:

$$\bar{I}^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i w_i}{\sum w_i}$$

* Media geométrica ponderada:

$$I_G^* = \sqrt[\sum_{i=1}^{N} w_i]{\prod_{i=1}^{N} I_i^{w_i}}$$

* Índice media armónica ponderada:

$$I_H^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{I_i}}$$

* Media agregativa ponderada:

$$I_A^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{it} w_i}{\sum_{i=1}^{N} x_{i0} w_i}$$

Podemos particularizar haciendo un estudio por separado para los índices de precios y de cantidad, que miden la evolución de la magnitud precio o la magnitud cantidad de un conjunto de bienes y servicios.

a) Índices de Precios: $I_i = \frac{p_{it}}{p_{i0}}$

- No ponderados:

* Índice de Sauerbeck

$$S_p = \frac{\sum_{i=1}^{N} I_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{p_{it}}{p_{i0}}}{N}$$

* Indice de Bradstreet-Dûtot

$$B\text{-}D_p = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it}}{\sum_{i=1}^{N} p_{io}} \quad \text{(media agregativa)}$$

Estos índices son fáciles de aplicar pero tienen los inconvenientes siguientes:

- No tienen en cuenta la importancia relativa de cada uno de los diferentes bienes en el conjunto total pues no son ponderados.
- Las unidades utilizadas para medir los precios de cada bien afectarán al valor del índice, no cumpliéndose en consecuencia la propiedad de homogeneidad

— Ponderados: veamos primero los sistemas de ponderaciones propuestos tradicionalmente:

- $w_i = p_{io} q_{io}$, que es el valor de la cantidad consumida del bien i-ésimo en el período base, a precios de dicho período.
- $w_i = p_{it} \cdot q_{it}$, que es el valor actual de la cantidad consumida del bien i-ésimo, a precios actuales.
- $w_i = p_{io} q_{it}$, valor a precios del período base de la cantidad consumida del bien i en el período actual.
- $w_i = p_{it} q_{io}$, valor actual de la cantidad consumida en el período base.

La dos primeras corresponden a situaciones reales y la últimas a situaciones ficticias, luego sería lógico usar las primeras. Las alternativas b) y d) presentan ciertos inconvenientes, por lo que se suelen utilizar los sistemas de ponderación a) y c).

Los índices de precios ponderados más utilizados son:

(4) * Índice de Laspeyres: criterio de ponderación $w_i = p_{i0} q_{i0}$

$$L_p = \frac{\sum I_i w_i}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{\cancel{p_{i0}}} \cancel{p_{i0}} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} = \frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}}$$

* Índice de Paasche: $w_i = p_{i0} q_{it}$

$$P_p = \frac{\sum I_i w_i}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}}$$

nº P: el cálculo de este índice es laborioso, por eso se utiliza poco.

* Índice de Edgeworth: $w_i = q_{i0} + q_{it}$

$$E_p = \frac{\sum p_{it} w_i}{\sum p_{i0} w_i} = \frac{\sum p_{it}(q_{i0} + q_{it})}{\sum p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}$$

* Índice ideal de Fisher: es la media geométrica de los índices de precios de Laspeyres y Paasche:

$$F_p = \sqrt{L_p \times P_p}$$

Vamos a intentar determinar cuál de todos los índices de precios definidos es el más idóneo para ser utilizado en la medición de las variaciones de los precios. La selección la vamos a efectuar a través del estudio de las propiedades que todo buen nº índice debe cumplir.

- Existencia: la cumplen los 6 índices de precios definidos.
- Identidad: la cumplen los 6 índices definidos.
- Inversión: la verifican los índices de Bradstreet-Dudot, Edgeworth y Fisher.
- Proporcionalidad: la satisfacen los 6 índices algebraicamente si bien desde el pto de vista económico hay que hacer objeciones para los de Paasche, Edgeworth y Fisher.

pues al variar los precios en cualquier proporción es difícil mantener el supuesto de que las cantidades q_{it} permanezcan ctes; la variación de estas dependerá de las elasticidades cantidad-precio de cada bien. Solo sería aceptada la suposición de constancia de los q_{it} cuando la cantidad es rígida al precio (variación de precio, no provoca variación de cantidad). Luego solo S_p, $B-D_p$, L_p cumplen la proporcionalidad.

- Homogeneidad: No la cumple ninguno de los 6.

Como $B-D_p$ es el que cumple más propiedades, parecería lógico que fuera el más utilizado, pero no se hace por ser no ponderado. Se suele seleccionar el de Laspeyres porque es el único que realmente cumple la proporcionalidad, propiedad fundamental para cualquier expresión que intente medir la variación de los precios.

b) Indices cuánticos o de Producción: estos índices atienden a las variaciones de la producción física de un conjunto de bienes y servicios, para medir su evolución en el tiempo.

Solo se suelen utilizar los ponderados:

* Laspeyres: $L_q = \frac{\sum I_i w_i}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{q_{it}}{q_{io}} q_{io} p_{io}}{\sum q_{io} p_{io}} = \frac{\sum q_{it} p_{io}}{\sum q_{io} p_{io}}$

* Paasche: $P_q = \frac{\sum I_i w_i}{\sum w_i} = \frac{\sum \frac{q_{it}}{q_{io}} q_{io} p_{it}}{\sum q_{io} p_{it}} = \frac{\sum q_{it} p_{it}}{\sum q_{io} p_{it}}$

* Ideal de Fischer: $F_q = \sqrt{L_q \times P_q}$

Con el mismo criterio de ponderación que en los índices de precios. el de Laspeyres es el más usado

(5) Índices en cadena

Se obtiene a través de enlaces relativos que son índices para los cuales la base es siempre el período precedente, con lo que cada uno de ellos representa una comparación porcentual respecto al período anterior.

Ejemplo: supongamos que los precios de un determinado bien son 12, 14, 24 y 30 u.m. para el período 81-84. En este caso, los enlaces relativos serán.

$$P_{81}^{82} = \frac{14}{12} = 116'6\%$$

$$P_{82}^{83} = 24/14 = 171'43\%$$

$$P_{83}^{84} = 30/24 = 125\%$$

Como consecuencia de la propiedad circular modificada, el precio, la cantidad o el valor ($V = P \cdot Q$) para un período dado respecto a un período base, puede siempre expresarse en términos de sus enlaces relativos respectivos. Por ejemplo:

$$P_2^5 = P_2^3 \, P_3^4 \cdot P_4^5$$

Aplicando esto al ejemplo,

$$P_{81}^{81} = 100 \; ; \; P_{81}^{82} = 116'6 ; \; P_{81}^{83} = P_{81}^{82} \cdot P_{82}^{83} = \frac{14}{12}\frac{24}{14} = 200$$

$$P_{81}^{84} = P_{81}^{82} \cdot P_{82}^{83} \cdot P_{83}^{84} = \frac{14}{12} \cdot \frac{24}{14} \cdot \frac{30}{24} = 250\%$$

Como $P_0^t = \frac{P_{it}}{P_{i0}} \Rightarrow P_{81}^{84} = \frac{P_{84}}{P_{81}} = \frac{30}{12} = 250\%$

que es el mismo resultado que el obtenido mediante enlaces relativos.

Al tipo de índices conseguidos mediante enlaces relativos se les llama índices en cadena relativos a una base fijada. La nueva serie obtenida nos permitirá efectuar comparaciones a medio y largo plazo.

Tema 41

1. Sistema integrado de índices de precios y cantidad
2. Conceptos de precios, cantidad y valor
3. Unidad física y precio unitario
4. Relación calidad y volumen
5. Problemas de la agregación
6. Elección de los índices y del año base

1. Sist. integrado de índices de precios y cantidad

Serán los índices complejos ponderados de precios y cantidades.

2. Conceptos de precios, cantidad y valor

El precio relativo: es la razón entre el precio de un bien en el periodo actual (p_{it}) y el precio del mismo en el periodo base (p_{io})

$$p_o^t = \frac{p_{it}}{p_{io}}$$

La cantidad relativa es la razón entre la cantidad producida o vendida de un bien en sus periodos actual (q_{it}) y base (q_{io}) $q_o^t = \frac{q_{it}}{q_{io}}$

• El valor relativo : si definimos el valor de un bien en un periodo cualquiera como el producto del precio de ese bien y la cantidad producida (vendida) entonces el valor relativo será la razón entre los valores de ese bien en el periodo actual ($p_{it} q_{it}$) y en el periodo base ($p_{i0} q_{i0}$)

$$V_0^t = \frac{p_{it} q_{it}}{p_{i0} q_{i0}} = \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)\left(\frac{q_{it}}{q_{i0}}\right)$$

Como podemos ver, el valor relativo de un bien es igual al producto de su precio relativo y su cantidad relativa, es decir

$$V_0^t = p_0^t q_0^t$$

Generalmente, estos índices se suelen expresar en porcentajes multiplicándolos por 100

Problemas de la agregación

Tomemos un ejemplo sencillo para exponer el problema: pensemos en términos de un mercado donde se negocian m bienes y en el q. participan un total de n consumidores, centrémonos en un bien concreto y para simplificar supongamos q. la oferta y los precios vienen dados exógenamente. Puesto q. el comportamiento del mercado es la resultante de todos los comportamientos individuales, parece razonable establecer una teoría de dichos comportamientos o microteoría.

Supongamos q. la cantidad demandada por el consumidor i, y_i, es función lineal de su renta x_i

$$y_i = a_i + b_i x_i \qquad (1)$$

En el mercado cada día se negocia una cantidad total observable "y" de ese bien q. consideramos, y q. vamos a suponer q. es la cantidad de equilibrio para el precio vigente. Esa cantidad es la suma de las cantidades demandadas individualmente, $y = \Sigma y_i$ y puesto q. la demanda individual depende de la renta individual la demanda total dependerá de la renta total, con una relación de la forma:

$$y = a + bX \quad (2)$$

Siendo "X" alguna medida de la renta total de los n consumidores, esta relación constituye la macroteoría para nuestro mercado.

Para compatibilizar los enfoques del problema (establecer la microteoría y la macroteoría y la relación entre las variables relevantes) se pueden seguir 2 caminos:

1. Centrarse en el comportamiento teórico del mercado en conjunto modelizándolo de manera q. explique la realidad y sea coherente con la modelización mismo. Para poder llevar a cabo este método propuesto por Klein, se necesitan definir los agregados de manera q. actúen de ligazón ~~es~~ entre ambas teorías, y normalmente dichas definiciones no son operativas para el análisis empírico.

En nuestro ejemplo tendríamos q. definir la renta agregada como $X = \sum_{i=1}^{n} b_i X_i$ para lo q. necesitaríamos conocer no sólo la renta de cada demandante, sino también el incremento en la cantidad demandada como consecuencia del aumento en una unidad de su renta (b_i) aun suponiendo q. tal cosa pudiera conocerse tendríamos diferentes rentas agregadas según considerázemos diferentes bienes (pues en general los bi del consumidor i-ésimo serían diferentes para distintos bienes) con lo q. es de todo punto imposible trabajar con tales agregados.

2) Otra alternativa sería definir un agregado adecuado desde el pto de vista de su medición y ver q. resultados a nivel macro cabría esperar.. sino solo aplicar el llamado principio de analogía de theil, confiando en q. si a nivel micro existe una relación exacta de la forma (1) a nivel macro se da una relación aproximada de la forma (2) dando definiciones convenientes de los agregados X e Y. Este método se debe a May, se centra en la aplicación empírica: renunciamos a una teoría macro exacta determinista a cambio de poder analizar el fenómeno en el mundo real. El precio q. tenemos q pagar es el de confiar en q. exista alguna dependencia estadística entre los agregados q definimos, en el sentido de q. puede ajustarse alguna relación de la forma $Y = a + bX$ q. nos permita establecer alguna clase de relación entre los agregados mejor o peor según su grado de correlación.

En la práctica no queda + remedio q. trabajar con la 2ª opción, aunque el coste resultará muy elevado, pues los macroparámetros a y b derivados del ajuste no tendrán una interpretación en función de los microparámetros a_i y b_i sino q. habrá una discrepancia entre los valores q. obtengamos y aquellos valores q. se obtendrían con una agregación como la propuesta por Klein, discrepancia conocida como "sesgo de agregación". Es más, en el caso general todos los microparámetros entrarán en la determinación de cada uno de los macroparámetros, lo q. hace q. estos parámetros no tengan absolutamente ninguna clase de interpretación a nivel microeconómico y q. por tanto la presunta teoría a nivel macro esté, de hecho, muy poco asentada sobre la teoría micro en q., en principio, se apoya. En última instancia, no se puede asegurar q. cualquier resultado real q. obtengamos con nuestra agregación empírica sea o no compatible con la relación entre las variables "correctamente" agregadas. (pues el resultado puede deberse a la forma concreta de agregación empleada) ni q. a partir de un resultado a nivel agregado podamos juzgar las microrrelaciones en q. nos basamos.

Hasta aquí hemos hecho lo q. se llama una agregación de individuos, pero podríamos haber hecho una agregación de bienes, centrándonos en la actuación de un mismo sujeto en los diferentes mercados de bienes.

En este caso, la cantidad demandada del bien j-ésimo q_j dependería básicamente del precio del bien p_j, con lo q. podríamos proponer un comportamiento del individuo en el mercado j-ésimo dado por:

$$q_j = c_j + d_j p_j$$

Podríamos repetir el análisis hecho para la agregación de individuos, pero vamos a centrarnos en una particularidad de este caso q. no se daba en el anterior: el proceso de agregación ahora ha de tener en cuenta q. no estamos agregando magnitudes homogeneas (es decir, mismas unidades)

Ya nos hemos encontrado antes con el mismo problema, y se definieron núm índices para resolverlo. Pero ahora estamos en condiciones de resaltar la importancia de la forma concreta de definición del índice, sabemos q. es difícil q. no agregados observables lleven a relaciones a nivel macro perfectamente compatibles con las relaciones micro. por otra parte, el coste de definir un agregado observable será el de trabajar con una relación estadística entre variables macro. Pero, entonces, según la forma concreta de definir los índices pertinentes, ~~y~~ tendremos diferentes relaciones entre las macrovariables, todas estadísticas y q. proporcionarán casi seguramente diferentes ajustes.

Por tanto las diferentes maneras de definir núm. índices no son neutrales ni se diferencian únicamente en sus propiedades matemáticas, sino q. tienen una interpretación y una ordenación de mejor a peor, en términos del problema económico concreto en q. se aplican y esto nos permite elegir una determinada definición teniendo en cuenta algo q. es mucho + importante para el economista q. las propiedades matemáticas. Es + una de las labores + importantes de la estadística económica es determinar y construir los índices + relevantes para el estudio empírico agregado de los fenómenos económicos

Pero volviendo al problema general de la agregación económica, vamos a estudiar con un poco + de detalle cuales son los supuestos y restricciones q. es necesario hacer para compatibilizar las relaciones q. sugiere la microteoría con las macrorrelaciones q. nacen de un análisis agregado de la actividad económica.

En primer lugar, señalaremos q tanto las microrrelaciones como las macrorrelaciones y la agregación de variables q. vamos a utilizar son de carácter lineal como es (1) y (2) por lo q. la metodología q. expondremos responde a los problemas estadísticos suscitados en una agregación lineal.

(1) TEMA 41 T4

- Sistema integrado de índices de precios y cantidad.
- Conceptos de precio, cantidad y valor.
- Unidad física y precio unitario.
- Relación calidad y volumen.
- Problemas de la agregación.
- Elección de los índices y del año base.

· Sistema integrado de índices de precios y cantidad.

Supongo que serán los índices complejos ponderados de precios y cantidades.

Concepto de precio, cantidad y valor

- el precio relativo: es la razón entre el precio de un bien en el período actual (p_{it}) y el precio del mismo en el período base (p_{io})

$$p_o^t = \frac{p_{it}}{p_{io}}$$

- La cantidad relativa: es la razón entre la cantidad producida o vendida de un bien en sus períodos actual (q_{it}) y base (q_{io})

$$q_o^t = \frac{q_{it}}{q_{io}}$$

- El valor relativo: si definimos el valor de un bien en un período cualquiera como el producto del precio de ese bien y la cantidad producida (vendida), entonces el valor relativo será la razón entre los valores de ese bien en el período actual ($p_{it}q_{it}$) y en el período base ($p_{io}q_{io}$)

$$V_o^t = \frac{p_{it}q_{it}}{p_{io}\,q_{io}} = \left(\frac{p_{it}}{p_{io}}\right)\cdot\left(\frac{q_{it}}{q_{io}}\right)$$

Como podemos ver, el valor relativo de un bien es igual al producto de su precio relativo y su cantidad relativa, es decir,

$$V_o^t = p_o^t \cdot q_o^t$$

Generalmente, estos índices se suelen expresar en porcentajes multiplicándolos por 100.

(2) Problemas de la agregación:

Tomemos un ejemplo sencillo para exponer el problema: pensemos en términos de un mercado donde se negocian m bienes y en el que participan un total de n consumidores; centrémonos en un bien concreto y para simplificar supongamos que la oferta y los precios vienen dados exógenamente. Puesto que el comportamiento del mercado es la resultante de todos los comportamientos individuales, parece razonable establecer una teoría de dichos comportamientos, o microteoría.

Supongamos que la cantidad demandada por el consumidor i, y_i, es función lineal de su renta x_i:

$$y_i = a_i + b_i x_i \qquad (1)$$

En el mercado cada día se negocia una cantidad total observable "Y" de ese bien que consideramos, y que vamos a suponer que es la cantidad de equilibrio para el precio vigente. Esa cantidad es la suma de las cantidades demandadas individualmente, $Y = \sum_{i=1}^{n} y_i$, y puesto que la demanda individual depende de la renta individual, la demanda total dependerá de la renta total, con una relación de la forma:

$$Y = a + b X \qquad (2)$$

siendo "X" alguna medida de la renta total de los n consumidores; esta relación constituye la macroteoría para nuestro mercado.

Para compatibilizar los enfoques del problema (establecer la microteoría, la macroteoría y la relación entre las variables relevantes) se pueden seguir dos caminos:

1) Centrarse en el comportamiento teórico del mercado en conjunto modelizándolo de manera que explique la realidad y sea coherente con la modelización micro. Para poder llevar a cabo este método propuesto por Klein, se necesitan definir los agregados de manera que actúen de ligazón entre ambas teorías, y normalmente dichas

definiciones no son operativas para el análisis empírico.

En nuestro ejemplo tendríamos que definir la renta agregada como $X = \sum_{i=1}^{n} b_i x_i$, para lo que necesitaríamos conocer no sólo la renta de cada demandante, sino también el incremento en la cantidad demandada como consecuencia del aumento en una unidad de su renta (b_i); aun suponiendo que tal cosa pudiera conocerse tendríamos diferentes rentas agregadas según considerásemos diferentes bienes (pues en general los b_i del consumidor i-ésimo serían diferentes para distintos bienes) con lo que es de todo punto imposible trabajar con tales agregados.

2) Otra alternativa sería definir un agregado adecuado desde el pto de vista de su medición y ver qué resultados a nivel macro cabría esperar. En este caso, ya no podríamos desarrollar una teoría macro, sino solo aplicar el llamado principio de analogía de Theil, confiando en que si a nivel micro existe una relación exacta de la forma (1), a nivel macro se de una relación aproximada de la forma (2), dando definiciones convenientes de los agregados X e Y. Este método se debe a May, se centra en la aplicación empírica: renunciamos a una teoría macro exacta, determinista, a cambio de poder analizar el fenómeno en el mundo real. El precio que tenemos que pagar es el de confiar en que exista alguna dependencia estadística entre los agregados que definimos, en el sentido de que puede ajustarse alguna relación de la forma $Y = a + bX$ que nos permita establecer alguna clase de relación entre los agregados, mejor o peor según su grado de correlación.

(3) En la práctica no queda más remedio que trabajar con T4.1
la 2ª opción, aunque el coste resultará muy elevado, pues los macroparámetros a_i y b_i derivados del ajuste no tendrán una interpretación en función de los microparámetros a_i y b_i, sino que habrá una discrepancia entre los valores que obtengamos y aquellos valores que se obtendrían con una agregación como la propuesta por Klein, discrepancia conocida como "sesgo de agregación". Es más, en el caso general todos los microparámetros entrarán en la determinación de cada uno de los macroparámetros, lo que hace que estos parámetros no tengan absolutamente ninguna clase de interpretación a nivel microeconómico y que, por tanto, la presunta teoría a nivel macro esté, de hecho, muy poco asentada sobre la teoría micro en que, en principio, se apoya. En última instancia, no se puede asegurar que cualquier resultado real que obtengamos con nuestra agregación empírica sea o no compatible con la relación entre las variables "correctamente" agregadas (pues el resultado puede deberse a la forma concreta de agregación empleada) ni que a partir de un resultado a nivel agregado podamos juzgar las microrrelaciones en que nos basamos.

Hasta aquí hemos hecho lo que se llama una agregación de individuos, pero podríamos haber hecho una agregación de bienes, centrándonos en la actuación de un mismo sujeto en los diferentes mercados de bienes. En este caso, la cantidad demandada del bien j-ésimo, q_j, dependería básicamente del precio del bien, p_j, con lo que podríamos proponer un comportamiento del individuo en el mercado j-ésimo dado por:

$$q_j = c_j + d_j p_j$$

Podríamos repetir el análisis hecho para la agregación de individuos, pero vamos a centrarnos en una particularidad de este caso que no se daba en el anterior: el proceso de agregación ahora ha de tener en cuenta que no estamos agregando magnitudes homogeneas (es decir, mismas unidades).

Ya nos hemos encontrado antes con el mismo problema, y se definieron nºs índices para resolverlo. Pero ahora estamos en condiciones de resaltar la importancia de la forma concreta de definición del índice; sabemos que es difícil que ~~no~~ agregados observables lleven a relaciones a nivel macro perfectamente compatibles con las relaciones micro. Por otra parte, el coste de definir un agregado observable será el de trabajar con una relación estadística entre variables macro. Pero entonces, según la forma concreta de definir los índices pertinentes, tendremos diferentes relaciones entre las macrovariables, todas estadísticas, y que proporcionarán casi seguramente diferentes ajustes.

Por tanto las diferentes maneras de definir números índices no son neutrales ni se diferencian únicamente en sus propiedades matemáticas, sino que tienen una interpretación y una ordenación de mejor a peor, en términos del problema económico concreto en que se aplican, y esto nos permite elegir una determinada definición teniendo en cuenta algo que es mucho más importante para el economista que las propiedades matemáticas. es más, una de las labores más importantes de la estadística económica es determinar y construir los índices más relevantes para el estudio empírico agregado de los fenómenos económicos

(4) Pero volviendo al problema general de la agregación económica, vamos a estudiar con un poco más de detalle cuales son los supuestos y restricciones que es necesario hacer para compatibilizar las relaciones que sugiere la microteoría con las macrorrelaciones que nacen de un análisis agregado de la actividad económica.

En primer lugar, señalaremos que tanto las microrrelaciones como las macrorrelaciones y la agregación de variables que vamos a utilizar son de caracter lineal como en (1) y (2), por lo que la metodología que expondremos responde a los problemas estadísticos suscitados en una agregación lineal.

Dentro de la agregación lineal aparecen como relevantes los dos siguientes aspectos que, si bien no son realmente independientes, pueden estudiarse de forma separada. Son:

1) La agregación de las microrrelaciones y sus efectos en la determinación de los macroparámetros de las macrorrelaciones.

2) Las implicaciones de la agregación en la predicción.

Para el análisis del 1er aspecto, y para obtener una visión más general del problema, vamos a suponer que la microrrelación (1) incluye una variable explicativa más, con lo que el micromodelo de partida, centrando las variables, quedará:

$$y_i = b_{1i} x_{1i} + b_{2i} x_{2i} \qquad (3)$$

para cada uno de los i individuos considerados.

El macromodelo correspondiente será:

$$Y = b_1 X_1 + b_2 X_2 \qquad (4)$$

siguiendo el supuesto de agregación lineal simple de variables de Theil, tendremos que: //

$$Y = \sum y_i \qquad X_1 = \sum x_{1i} \qquad X_2 = \sum x_{2i}$$

lo que implica que, para conservar el valor "natural" de Y, la agregación deberá realizarse de modo que:

$$Y = \sum_i y_i = \sum_i b_{1i} x_{1i} + \sum_i b_{2i} x_{2i} \qquad (5)$$

Para poder relacionar los microparámetros b_1 y b_2 con la serie de microparámetros b_{1i} y b_{2i}, se definen las siguientes ecuaciones auxiliares:

$$\left.\begin{aligned} x_{1i} &= c_{1i} X_1 + c_{2i} X_2 \\ x_{2i} &= d_{1i} X_1 + d_{2i} X_2 \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

en donde, para que se cumplan los supuestos de Theil

$$X_1 = \sum_i x_{1i} \qquad X_2 = \sum_i x_{2i}$$

hacemos que:

$$\sum_i x_{1i} = X_1 \sum_i c_{1i} + X_2 \sum_i c_{2i} = X_1$$

$$\sum_i x_{2i} = X_1 \sum_i d_{1i} + X_2 \sum_i d_{2i} = X_2$$

es decir:

$$\left.\begin{aligned} \sum_i c_{1i} &= 1 \qquad & \sum_i c_{2i} &= 0 \\ \sum_i d_{1i} &= 0 \qquad & \sum_i d_{2i} &= 1 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Teniendo en cuenta, pues, las ecuaciones auxiliares (6), la expresión (5) se transforma en:

$$Y = \sum b_{1i}(c_{1i} X_1 + c_{2i} X_2) + \sum_i b_{2i}(d_{1i} X_1 + d_{2i} X_2) =$$

$$= X_1 \left[\sum_i (b_{1i} c_{1i} + b_{2i} d_{1i}) \right] + X_2 \left[\sum_i (b_{1i} c_{2i} + b_{2i} d_{2i}) \right]$$

con lo que los macroparámetros serán

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \sum_i (b_{1i} c_{1i} + b_{2i} d_{1i}) \\ b_2 &= \sum_i (b_{1i} c_{2i} + b_{2i} d_{2i}) \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

(5) es decir, que estos macroparámetros no dependen únicamente de una determinada combinación de sus correspondientes microparámetros sino que dependerán, también de otra cierta combinación de los microparámetros de la otra variable explicativa.

Por otra parte, haciendo ciertas transformaciones en (8), tenemos:

$$b_1 = \sum_i b_{1i} c_{1i} + \sum_i b_{2i} d_{1i} =$$

$$= n \frac{\sum_i b_{1i} c_{1i}}{n} - n \frac{\sum_i b_{1i}}{n} \frac{\sum_i c_{1i}}{n} + n \frac{\sum_i b_{1i}}{n} \frac{\sum_i c_{1i}}{n} +$$

$$+ n \frac{\sum_i b_{2i} d_{1i}}{n} - n \frac{\sum_i b_{2i}}{n} \frac{\sum_i d_{1i}}{n} + n \frac{\sum_i b_{2i}}{n} \frac{\sum_i d_{1i}}{n} =$$

$$= n S_{b_{1i} c_{1i}} + \frac{1}{n} \sum b_{1i} + n S_{b_{2i} d_{1i}}$$

si tenemos en cuenta que, por (7), $\sum_i c_{1i} = 1$ y $\sum_i d_{1i} = 0$.

Por tanto, tenemos que:

$$b_1 = \frac{1}{n} \sum_i b_{1i} + n \left(S_{b_{1i} c_{1i}} + S_{b_{2i} d_{1i}} \right) \qquad (9)$$

y análogamente:

$$b_2 = \frac{1}{n} \sum_i b_{2i} + n \left(S_{b_{1i} c_{2i}} + S_{b_{2i} d_{2i}} \right) \qquad (10)$$

Como la agregación "natural" de parámetros tendría que venir dada por: $b_1 = \frac{1}{n} \sum_i b_i$ $\quad b_2 = \frac{1}{n} \sum_i b_{2i}$

observamos que las relaciones (9) y (10) presentan un determinado sesgo, que es el sesgo de agregación al que nos referíamos al principio.

Este sesgo se corresponde con cada uno de los segundos sumandos de las anteriores expresiones (9) y (10), que dependen por tanto, de las covarianzas entre los parámetros de la microrrelación y los de las ecuaciones auxiliares.

Los sesgos de agregación serán nulos en los siguientes casos:

1) Cuando los microparámetros b_{1i} y b_{2i} sean todos iguales entre sí para los diferentes individuos i. En efecto, si $b_{1i} = b_{1m}$ y $b_{2i} = b_{2m}$ para todo i, entonces:

$$S_{b_{1i}c_{1i}} = \frac{\sum_i b_{1i}c_{1i}}{n} - \frac{\sum_i b_{1i}}{n}\frac{\sum_i c_{1i}}{n} =$$

$$= \frac{b_{1m}\sum_i c_{1i}}{n} - \frac{n\,b_{1m}}{n}\cdot\frac{1}{n} = \frac{b_{1m}}{n} - \frac{b_{1m}}{n} = 0$$

y análogamente:

$$S_{b_{2i}d_{1i}} = S_{b_{1i}c_{2i}} = S_{b_{2i}d_{2i}} = 0$$

es decir, todas las covarianzas serían nulas, y por tanto los sesgos de agregación también.

2) Cuando las ecuaciones auxiliares sean del tipo:

$$x_{1i} = c_{1i}X_1$$
$$x_{2i} = d_{2i}X_2$$

es decir, $c_{2i} = d_{1i} = 0$ para todo i, y además los parámetros de estas ecuaciones sean todos iguales para todo i, $c_{1i} = c_{1a}$ y $d_{2i} = d_{2a}$ ya que las covarianzas serían:

a) $$S_{b_{1i}c_{1i}} = \frac{\sum_i b_{1i}c_{1i}}{n} - \frac{\sum_i b_{1i}}{n}\frac{\sum_i c_{1i}}{n} =$$

$$= \frac{c_{1a}\sum_i b_{1i}}{n} - \frac{\sum_i b_{1i}}{n}\frac{n c_{1a}}{n} = 0$$

b) $S_{b_{2i}d_{1i}} = 0$ por ser todo $d_{1i} = 0$

c) $S_{b_{1i}c_{2i}} = 0$ por ser todo $c_{2i} = 0$

d) $S_{b_{2i}d_{2i}} = 0$, análogamente a a).

Por tanto, hemos comprobado cómo la estabilidad de los microparámetros depende no solo de sus correspondientes microparámetros

(6) Así también de los coeficientes de las ecuaciones auxiliares

los cuales a su vez pueden verse alterados por una serie de factores autónomos tales como cambios en las preferencias de los consumidores o como consecuencia de la política económica que se adopte. Por otra parte, la fuente de inestabilidad de los macroparámetros puede provenir de una doble vía: a través del sesgo debido a sus correspondientes microparámetros o por la influencia de los microparámetros de las otras variables.

En cuanto al segundo aspecto que apuntábamos, el relativo a la predicción con modelos agregados, haremos constar solamente, puesto que su análisis formal requiere que se reformulen los modelos en términos estocásticos, que el problema que se plantea es el de la compatibilidad de las predicciones realizadas con los micromodelos con las que se obtendrían con el macromodelo, así como el mantenimiento de la estabilidad, en este caso, de las ecuaciones auxiliares.

Ahora podemos entender qué hay realmente detrás de unas cifras agregadas: una agregación a la vez de individuos, de bienes e incluso de tiempo, construida mejor o peor pero, frecuentemente a partir de criterios distintos, basada en una superposición de teorías económicas micro que hace difícil determinar la posible relación macro, con sesgos que pueden ser importantes, con relaciones entre ellas que pueden tener poco que ver con la relación real entre las microvariables que las han generado y en definitiva, con uno de los mayores problemas de la teoría y estadística económicas: el problema de la agregación.

Elección de los índices y del año base

Denominamos período base de un índice aquel con respecto al cual se efectúan las comparaciones; lo que hace que, generalmente se suele elegir como tal uno no excesivamente alejado del período corriente, dado que muchas comparaciones pierden sentido al distanciarse los períodos de comparación. Esta característica, que puede suponer una importante limitación, es fácilmente subsanable seleccionando como base un período cuya duración comprende varios años.