

## **Tema 29**

1. Control de calidad.
2. El concepto de proceso bajo control.
3. Control por variables y por atributos.
4. Curva característica de operación.
5. Control de recepción.

## CONTROL DE CALIDAD

El control de calidad se clasifica en:

- a) Control en curso de fabricación (de procesos)
  - b) Control de recepción y de producto acabado
- a) Se realiza continuamente durante la fabricación del producto, a intervalos de Tiempo fijo, y con el objetivo de detectar fallas y recoger información para prevenir y perfeccionar el proceso productivo
- b) Se aplica a una partida de nuevo producto para detectar posibles fallas (inspeccionar que se verifiquen las especificaciones ~~de producto~~ <sup>establecidas</sup>).

El control de calidad se realiza observando:

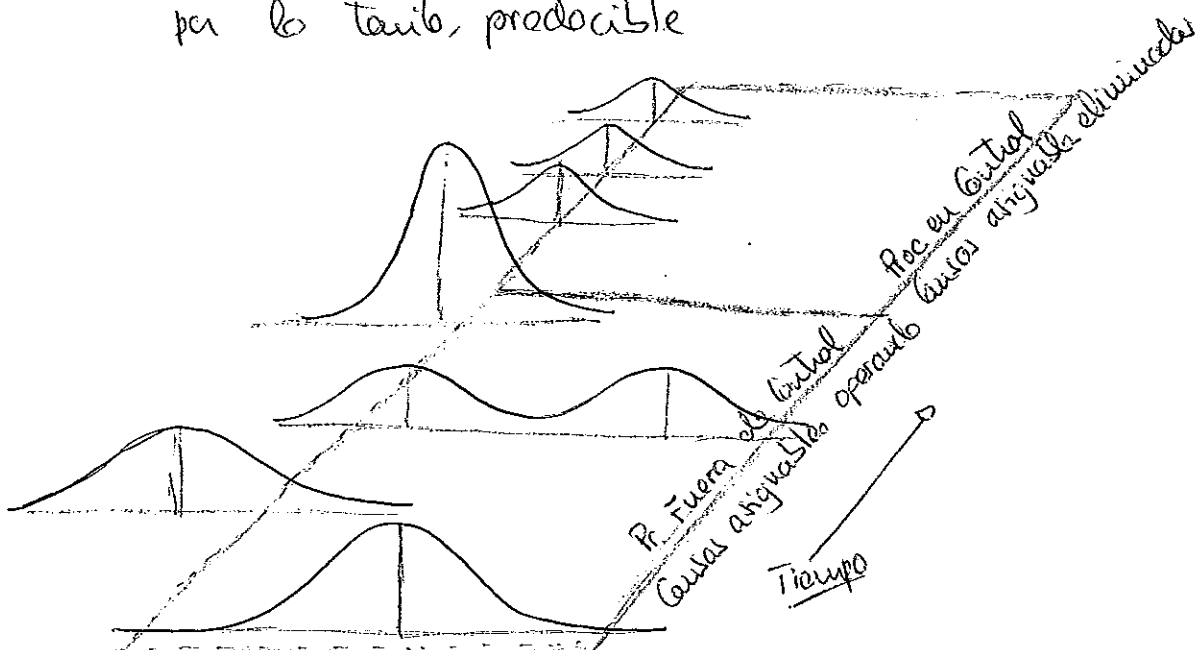
- 1.- Una característica de calidad medible que se compara con un estándar fijado  $\equiv$  Control por variable
- 2.- Una atributo o característica cualitativa que el producto posee o no  $\equiv$  Control por atributo
- 3.- El número total de defectos  $\equiv$  Control por n° de defectos

## EL CONCEPTO DE PROCESO BAJO CONTROL

Todo proceso de fabricación tiene variabilidad debido a dos tipos de causas:

- Causas no asignables: siempre están presentes, produciendo una variabilidad homogénea y estable que es predecible al ser constante. Los defectos debidos a estas causas aparecen aleatoriamente.
- Causas asignables: intervienen en determinados momentos, y producen entonces una variabilidad muy grande. Los defectos debidos a estas causas se mantienen hasta que es eliminada la causa que los produce.

Un proceso se encuentra bajo control cuando su variabilidad es debida únicamente a causas no asignables. Es decir, la variabilidad es constante y, por lo tanto, predecible.



## CONTROL POR VARIABLES

Supongamos que se fabrican elementos con calidad descrita por una característica medible  $x$ , cuyo valor objetivo o nominal representamos por  $\mu$ .

En este caso suponemos que la distribución de  $x$  está centrada en  $\mu$ .

El objetivo del control de fabricación es mantener el proceso en estado de control, comprobando que la media de fabricación se mantiene en el valor nominal  $(\mu)$  y que la dispersión es constante.

### • Intervalos de tolerancia

Int. de tolerancia para  $x$ : conjunto de valores de  $x$  que se consideran admisibles  $(\mu \pm L)$

Calidad  $\equiv x = \mu$

Falta de calidad  $\equiv (x - \mu)$

El costo será proporcional a la falta de calidad:

Función del coste social para la usuaria de una pieza de dimensiones  $x$ : ¿o  $c$ ?

$$C(x) = C_0 \left( \frac{x - \mu}{L} \right)^2$$

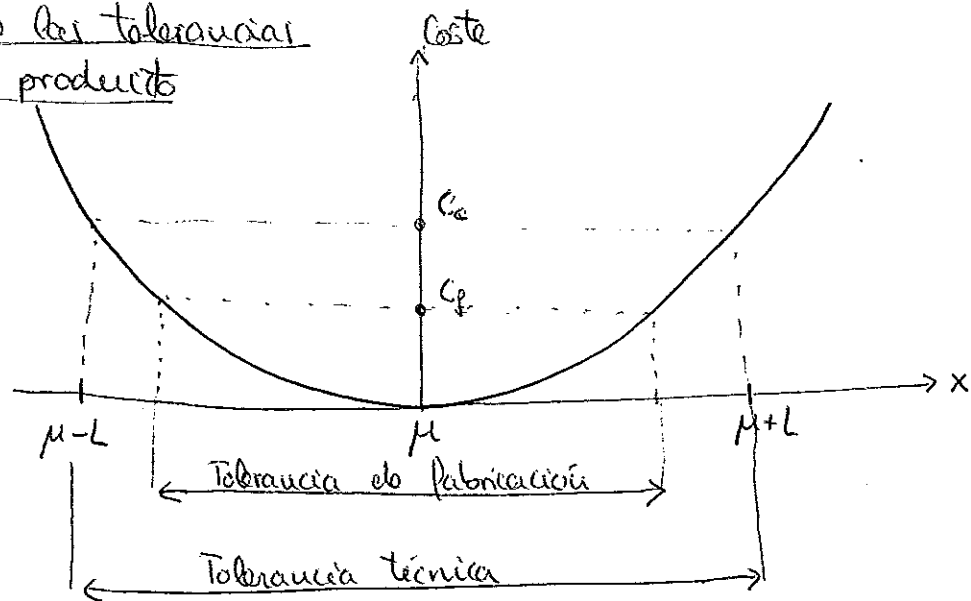
"  $C_0 \equiv$  Coste para el usuario de reparar 1 unidad defectuosa.

$C_f \equiv$  costo del fabricante  $\Rightarrow C(x) \equiv C_f$

Entonces la tolerancia para el fabricante es:

$$(x - \mu) = \pm L \sqrt{\frac{C_f}{C_0}}$$

Figura de las tolerancias de un producto



Costo social esperado de la fabricación:

$$E[C(x)] = C_c \frac{\sigma^2}{L^2} \quad \text{“ } \sigma^2 \text{ varianza de la fabric. ”}$$

• El concepto de capacidad y su importancia

Cuando la característica de calidad es una medida continua, la falta de calidad depende de la variabilidad. Si esta característica sigue una distribución normal cuando el proceso está bajo control, todas las unidades fabricadas en condiciones de control se encuentran en un intervalo de amplitud  $6\sigma \equiv$  intervalo de tolerancias naturales o intrínsecas del proceso

$\Rightarrow$  Capacidad del proceso en condiciones de control estadístico:

$$\text{Capacidad} = 6\sigma$$

Índice de capacidad del proceso:  $IC = \frac{(LT_2 - LT_1)}{6\sigma}$

$(LT_1, LT_2) \equiv$  tolerancias fijadas que reflejan la adecuación del producto para el fin al que está concebido.

Ind. de Capar.      Frec. de inspección

$IC < 1$  . . . . . Todas las unidades

$1 < IC < 1.4$  . . . . . Intensiva (15-30 min)

$1.4 < IC < 1.7$  . . . . . Moderada (1 h.)

$1.7 < IC < 2$  . . . . . Baja 2 h.

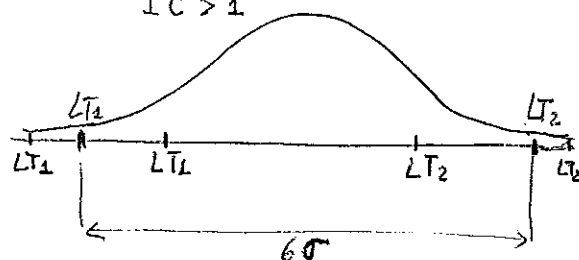
$2 < IC$  . . . . . Depende de la frec. de causas anómalas.

Capacidad y Tolerancias

$IC < 1$

$IC = 1$

$IC > 1$



### • Determinación de la capacidad del proceso

La capacidad de un proceso en funcionamiento es equivalente a la estimación de la desviación típica de la distribución de la producción.

Para ello se toman muestras de la producción en condiciones estándar correspondiente a un proceso en control estadístico. Si alguna muestra está fuera de control se elimina.

Con las  $K$  muestras <sup>(de  $n$  elementos)</sup> que quedan se calcula  $\bar{\bar{X}}$  y  $\bar{S}$ :

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n X_{ij}}{nK} = \frac{\sum_{i=1}^K \bar{X}_i}{K}$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)}{n \cdot K \cdot C_2} = \frac{\sum_{i=1}^K S_i}{K \cdot C_2} = \frac{\bar{S}}{C_2} \quad \text{" } (C_2 = \text{coef. tabulado})$$

Se comprueba si todas las muestras son homogéneas, si no, se eliminan las heterogéneas y se repiten los cálculos hasta obtener un grupo homogéneo.

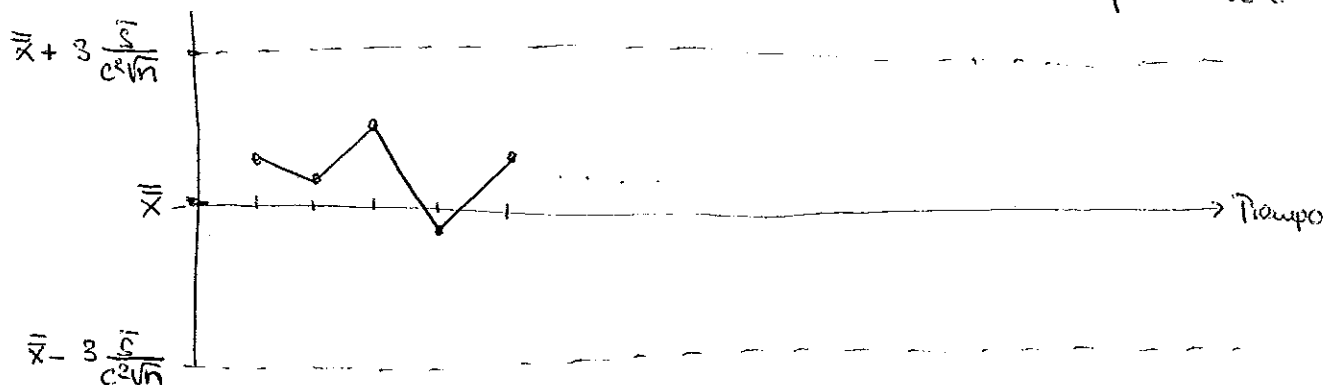
Se contrasta la normalidad de la distribución de fabricación.

Finalmente se estima  $\sigma$ :  $\hat{\sigma} = \bar{S} / C_2$

1.- Controlar si todas las medias son homogéneas

Si  $\bar{x}_j \in \bar{\bar{x}} \pm 3 \frac{\bar{s}}{c_2 \sqrt{n}} \quad \forall j=1, \dots, K \Rightarrow$  las  $K$  medias pertenecen a la misma población (muestras homogéneas)  
 $\Rightarrow$  proceso bajo control.

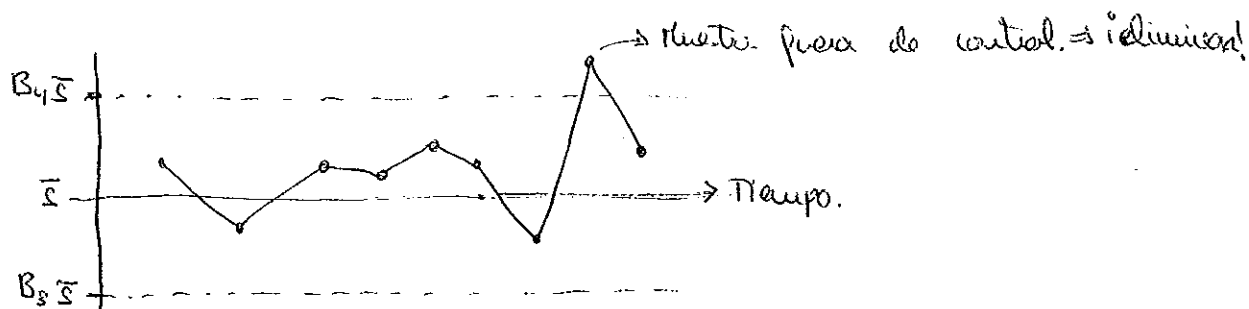
Gráficamente.



2.- Control de la variabilidad a partir de la desv. típica

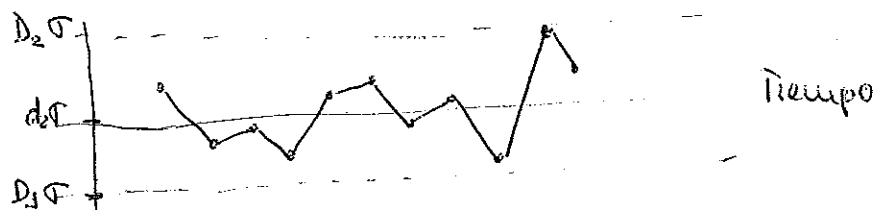
Si  $\bar{s} \in (B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}) \Rightarrow$  muestra consistente con las demás, si ocurre  $\forall$  en todas las muestras  $\Rightarrow$  proc. bajo control.

Gráficamente.



3.- Control de la variabilidad a partir del rango &

si  $\sigma$  es conocida  $\Rightarrow$  Medida del rango normal:  $\bar{R} = d_2 \sigma$ ,  
 $d_2$  cte. tabulada



- Utilización del rango cuando  $\sigma$  es desconocida:

El rango puede sustituir a la dev. típica:

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{K} \Rightarrow \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\rightarrow \text{Control de la media: } \bar{\bar{X}} \pm 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} \pm \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$\rightarrow$  Gráfico de variabilidad:  $\bar{R} \approx$  línea central

$D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R} \approx$  líneas de control.

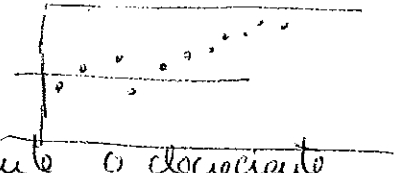
- Una vez determinada la capacidad de un proceso, se ocupará con las tolerancias del producto para calcular el índice de capacidad y seleccionar la frecuencia de muestreo. Con ello, se comienza el control de fabricación. El control estadístico de la fabricación consiste en un control continuado de la hipótesis de que el proceso está en estado de control. Este control se aplica en cada muestra que se toma a intervalos regulares de tiempo (gráficos de la media y la dev. típica muestral).

- Interpretación de los gráficos de control

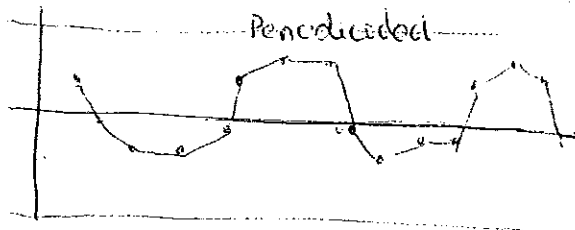
	Gráfico $\bar{X}$	Gráfico $R$ o $s$
Cambio en la media	Valor extremo	—
Cambio en la dispers.	Valor extremo	Valor extremo.



- Tendencia en los puntos o rachas  
7 puntos consecutivos en orden creciente o decreciente se consideran indicadores de anomalía.

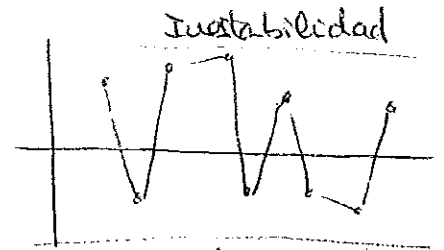


- Periodicidades



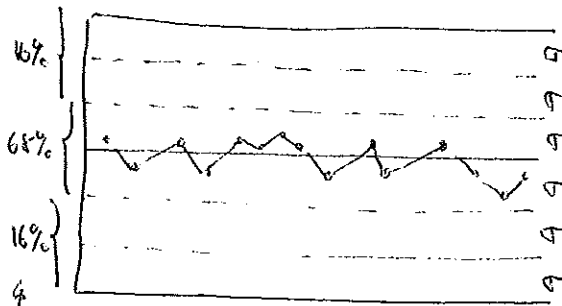
Diferencias entre turnos de trabajadoras o calidad de material prima.

- Inestabilidad



Sobrecarga de una máquina, falta de mantenimiento de un trabajo.

- Sobreestabilidad



en condiciones normales

Se puede reducir variabilidad del proceso y aumentar su capacidad.

## CONTROL POR ATRIBUTOS

La característica de calidad es una variable no medible  
los datos se recogen en muestras repetidas y menor costo.  
Se necesitan tamaños muestrales mayores

- Capacidad del proceso  $\equiv (1-p)$

dónde  $p$  es la proporción de elementos defectuosos en una muestra de tamaño  $n$ .

Si  $p$  es estable a largo plazo y hay independencia en la producción de piezas, entonces el n.º de piezas defectuosas en una muestra de tamaño  $n$  sigue la distrib.  $B(n, p)$

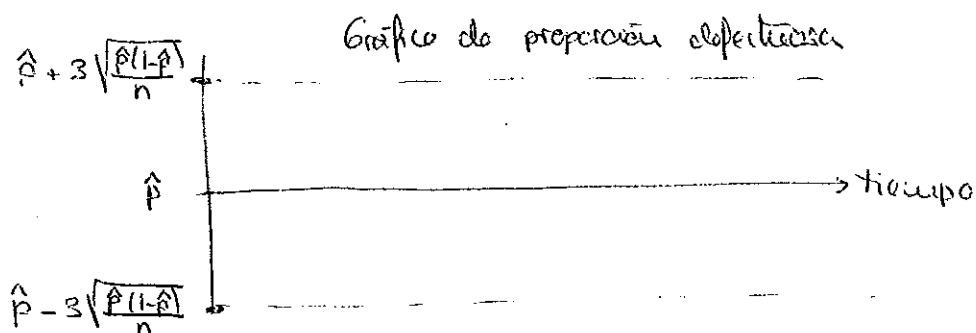
Se tiene en cuenta la distrib. de la fracción defectuosa ( $p$ )  $\Rightarrow$  media  $p$   
desv. típ.  $\sqrt{p(1-p)/n}$

Estimación de la capacidad:

- Se toman  $K$  muestras ( $K \geq 25$ ) de  $n$  elementos ( $n \geq 50$ ) y se cuenta el n.º de elementos defectuosos  $r_i$  en cada muestra  $i$ .

$$\hat{p} = \frac{r_1 + \dots + r_K}{K \cdot n}$$

- Se comprueba que las  $K$  muestras son homogéneas, respecto a  $p$ , es decir, que el proceso ha permanecido en estado de control durante la recogida de muestras.



Se repite este proceso hasta que los datos provengan de un proceso en estado de control.

# INTROD. GENERAL

DEFINICIÓN DE CONTROL DE CALIDAD: (Hansen y Garre:

Es el conjunto de técnicas y procedimientos que sirven para orientar supervisor y controlar todas las etapas hasta la obtención de un producto con la calidad deseada.

⇒ El control de calidad ha de ser eficiente. Por lo tanto será necesario adoptar decisiones correctas (por ejemplo, sobre el proceso de producción) basadas en la estadística y en las probabilidades (y en diferentes distribuciones de probabilidad)

⇒ Para establecer si un proceso está o no bajo control.

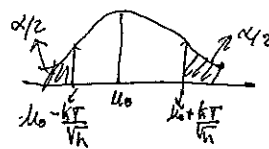
Para cualquier muestra  $J$ , se puede establecer la consistencia de  $X_J$  a través de un contraste de hipótesis.

$\mu$ : nivel medio del proceso es adecuado.

$H_0$ : Proceso bajo control  $H_0: \mu = \mu_0$

Proceso fuera de control:  $H_1: \mu \neq \mu_0$

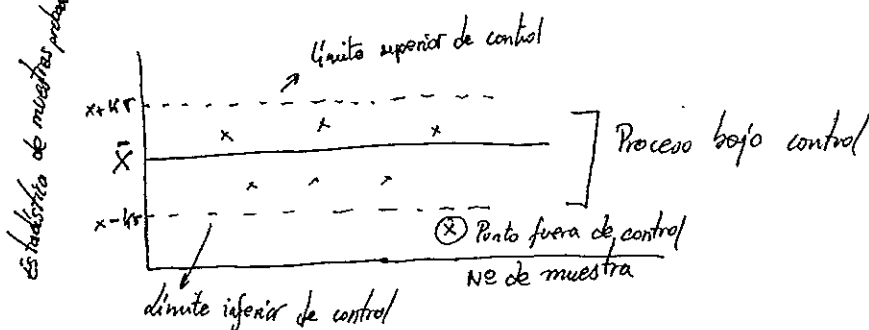
Así si  $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



⇒ Contar cuando se acepta / Rechaza  $H_0$ . Los errores de contrastes y lo que implican.

límites de control superior e inferior

Estos límites se pueden utilizar para vigilar el proceso tomando muestras de la cadena de producción. Para facilitar su evaluación se realiza un GRÁFICO DE CONTROL.



\* Graf.

\* Cont.

Control de calidad: Teoría y ... - Búsqueda de libros de Google - Microsoft Internet Explorer

Archivo Edición Ver Favoritos Herramientas Ayuda

← Atrás → Búsqueda Favoritos Multimedia

Dirección <http://books.google.com/books?hl=es&lr=&id=eGdLTd3UW8C&oi=fnd&pg=PR13&dq=definici%C3%B3n+control+c...> Vínculos

Página 144 Salir de la pantalla completa

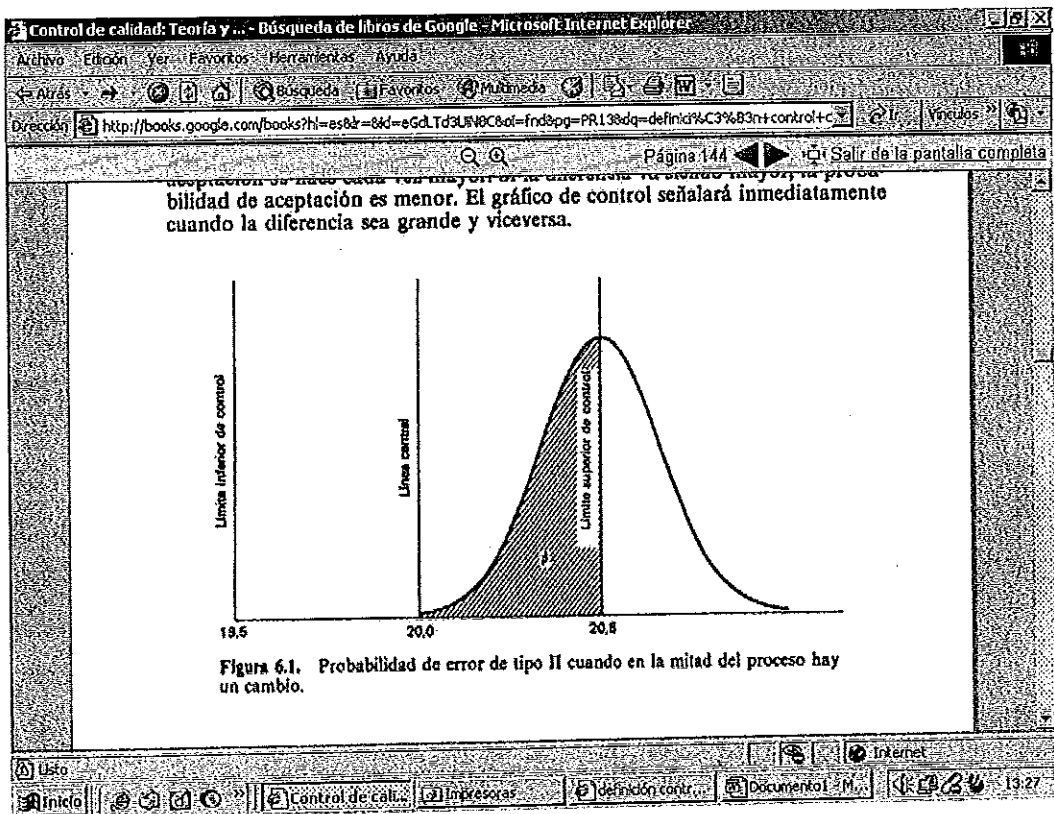
Si el proceso está bajo control y la longitud media de los tornillos que se están produciendo es de exactamente 20 cm, la hipótesis  $H_0$  será cierta. La probabilidad de que la longitud media  $\bar{X}$  en cualquier muestra de cinco tornillos esté entre los límites de control superior e inferior será  $1 - \alpha$ , la probabilidad de aceptar una hipótesis que es cierta. Esta probabilidad sería de 0,9974 si se utilizaran los límites  $3\sigma$  y la distribución de las medias de la muestra fuera normal.

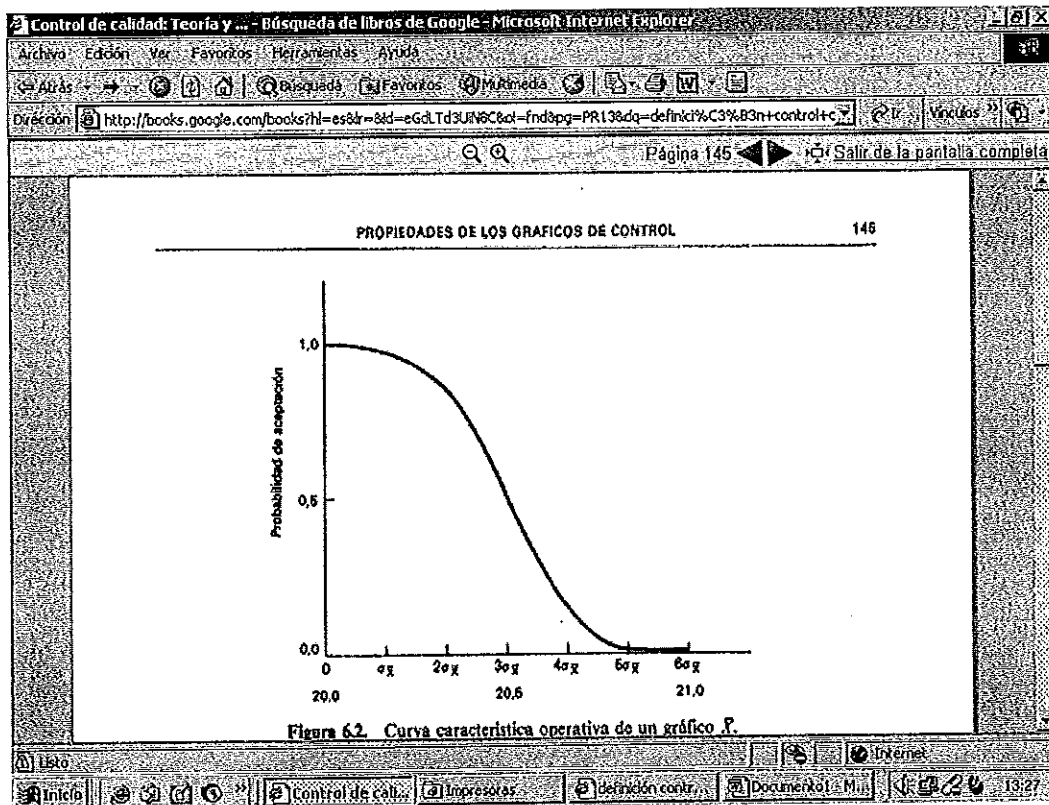
Si se produce un cambio en el proceso de producción y la longitud cambia de 20 a 20,5 cm,  $H_0$  deja de ser cierta. Si la longitud media de la muestra se sitúa dentro de los límites de control,  $H_0$  aún puede ser aceptada. Esto sería un error de tipo II, el de aceptar una hipótesis que no es cierta. La probabilidad de que esto se produzca es la probabilidad de que el gráfico de control no señale cuando debería señalar.

En la Figura 6.1 se puede ver que la probabilidad  $\beta$  es, aproximadamente, 0,5 cuando la longitud media ha pasado de 20 a 20,5. Un cambio de 0,5 cm en  $\mu$  ha reducido la probabilidad de 0,9975 a 0,5.

De manera análoga, la probabilidad de aceptación de una muestra cambiará de acuerdo con el cambio que se produzca en el proceso de producción. Dicho de otro modo: la probabilidad de aceptación de una muestra,  $\beta$ , será una función de la «diferencia» entre la media actual y la media bajo la hipótesis  $H_0$ . Esta función se muestra en la Figura 6.2. La curva de la Figura 6.2 puede deducirse de la 6.1. Si la diferencia se va haciendo cada vez menor, el proceso de producción se acerca a que la condición  $H_0$  sea cierta y la probabilidad de aceptación se hace cada vez mayor. Si la diferencia va siendo mayor, la probabilidad de aceptación es menor. El gráfico de control señalará inmediatamente cuando la diferencia sea grande y viceversa.

Inicio Control de calidad: T... Impresoras Definición control de cal... 13:26





Control de calidad: Teoría y ... - Búsqueda de libros de Google - Microsoft Internet Explorer

Archivo Edición Ver Favoritos Herramientas Ayuda

Alrás → Búsqueda Favoritos Multimedia

Dirección <http://books.google.com/books?hl=es&lr=&id=eGd.Td3UN8C&oi=fnd&pg=PR13&dq=definici%C3%B3n+control+c...> Vínculos

Página 145 Salir de la pantalla completa

4.

La curva de la Figura 6.2 se llama curva característica operativa del gráfico de control. La función que describe puede indicarse como sigue:

1. Cuando la diferencia  $d = 0$ , la probabilidad de aceptación =  $1 - \alpha$ .
2. Cuando la diferencia  $d \neq 0$ , la probabilidad de aceptación =  $\beta$ .

Una función complementaria que da la probabilidad de rechazo se llama la función de fuerza del gráfico de control. La Figura 6.3 da la función de fuerza correspondiente a la curva característica operativa de la Figura 6.2.

**CALCULO DE LA CURVA OC**

A continuación se describe un procedimiento sencillo, paso a paso, para calcular la curva OC de cualquier gráfico de control.

**Paso 1.** Empezar por los límites de control dados y el valor de  $k$ . En el ejemplo numérico:

$$UCL = 20,5$$

Inicio Control de cali... Impresoras... Definición contr... Documental - Mi... 13:28

Control de calidad: Teoría y ... - Búsqueda de libros de Google - Microsoft Internet Explorer

Archivo Edición Ver Favoritos Herramientas Ayuda

← Atrás → Búsqueda Favoritos Multimedia

Dirección <http://books.google.com/books?hl=es&lr=&id=eGd.Td3UN9C&oi=fnd&pg=PR13&dq=definici%C3%B3n+control+c...> Vencidos

Página 163 Salir de la pantalla completa

## GRÁFICOS DE CONTROL DE ATRIBUTOS 13

El término *atributo*, como se emplea en control de calidad, es la propiedad que tiene una unidad de producto de ser buena o mala; esto es, la característica de calidad de dicha unidad está dentro de los requisitos especificados o no. La inspección de atributos se relaciona, generalmente, con *normas de aceptación y rechazo*. Por ejemplo, las unidades inspeccionadas se dividen en dos grupos mediante un calibrador: las que están dentro y las que están fuera de especificaciones. Una inspección visual de la pintura dividirá las unidades en dos grupos: buena y malas. Hay muchas oportunidades de cometer errores en una página mecanografiada y, una vez escrita, dicha página tendrá dos atributos: será correcta o incorrecta. Un trabajador llega tarde al trabajo o no. Un hombre sufre un accidente o no. Esta situación de alternativa, o... o, es siempre característica de la medida de atributos. El gráfico construido para el control de este tipo de medida de calidad se denomina gráfico de atributos. Es un instrumento muy valioso para el control de calidad de un proceso general, para señalarlas características de calidad causantes de problemas y para presentar a dirección informes sobre calidad.

El control de calidad en el proceso supone la racionalización de muchos objetivos de calidad hasta llegar a los que proporcionarán mayor rendimiento sobre las horas invertidas en el control de calidad. El que debe utilizarse es el método de control de calidad que permita realizar el trabajo a un costo total de calidad óptimo. Se suele recomendar enfáticamente el gráfico de atributo como instrumento fundamental para el control de calidad «en bruto» del proceso y para presentar información de la calidad tanto a la dirección como al público.

*en general. También puede utilizarse para aclarar áreas problemáticas en los inicios del proceso de control de calidad.*

Inicio Control de Cal... Impresora... Definición cont... Documento... Mi... 13:31

Control de calidad: Teoría y ... - Búsqueda de libros de Google - Microsoft Internet Explorer

Archivo Edición Ver Favoritos Herramientas Ayuda

← Atrás → Búsqueda Favoritos Multimedia

Dirección <http://books.google.com/books?hl=es&lr=&id=eGd.Td3UN9C&oi=fnd&pg=PR13&dq=definici%C3%B3n+control+c...> Vencidos

Página 164 Salir de la pantalla completa

164 CONTROL DE CALIDAD

## GRAFICO DE CONTROL DE PORCENTAJES, O GRAFICO p

Uno de los gráficos de control más populares es el de control de porcentajes, o gráfico *p*. Es sumamente dúctil y se puede utilizar para características de atributos. Cada unidad producida tiene cierta probabilidad *p'* de ser defectuosa o de no hallarse dentro de los requisitos especificados. Si de *n* unidades producidas *x* son defectuosas, la variable aleatoria *x* tendrá una distribución binomial dada por

$$Pr(x) = \binom{n}{x} p'^x (1 - p')^{n-x}$$

El objeto del gráfico de control de porcentajes es calcular y controlar *p'*. La fracción defectuosa *p* hallada en la muestra proporciona una estimación de *p'*

$$p = \frac{x}{n}$$

La distribución de *p* es aproximadamente normalmente cuando: 1) *p'* es menor de 0,1, 2) *n* es grande. Puede utilizarse, alternativamente, la medida «defectos por 100 unidades», 100 *p'*, en lugar de la fracción defectuosa *p*. La

Dist. Discreta  
Relativa (ou)

Inicio Control de Cal... Impresora... Definición c... Documento... Documento... 13:32

## CONTROL DE RECEPCION

El control de recepción se aplica sobre materias primas, materiales, productos intermedios... para comprobar que cumplen las especificaciones de calidad.

Este control se puede hacer sobre características medibles, atributos o si de defectos.

### • Estudio del control de recepción por atributo

Al recibir un lote de unidades, el comprador puede aceptarlo, inspeccionarlo al 100% o inspeccionarlo mediante muestreo.

Sea  $N$  el tamaño del lote:

$C(i)$  = costo de inspeccionar  $i$  unidades

$C(d)$  = costo de introducir en el proceso una unidad defect.

$p(d)$  = proporción de unidades defect. en el lote.

Entonces:

Coste de no inspeccionar:  $C(d) \cdot p(d) \cdot N$

Coste de inspección al 100%:  $C(i) \cdot N$

Si  $C(i) \cdot N < C(d) \cdot p(d) \cdot N \Rightarrow$  Inspección al 100%

$$p(d) > \frac{C(i)}{C(d)}$$

$p(d)$  se estima mediante muestreo.

El control por muestreo se utiliza cuando:

- los ensayos son destructivos
- la inspección de cada unidad es muy costosa (tiempo, dinero)
- Es inviable la inspección al 100% por la gran cantidad.

### • Control simple por atributos

Sea  $p_A \equiv$  nivel de calidad aceptable (puede ser  $p_A = \frac{C(i)}{C(i)}$ )

Se diseña un control de hipótesis,  $n$  = tamaño muestral

$c \equiv$  n° de defectuosos I<sub>A</sub>:

Si  $x > c \Rightarrow$  rechazar el lote (se inspecciona al 100%)

Si  $x < c \Rightarrow$  aceptar el lote

Sea  $p \equiv$  proporción verdadera de ocurrencia de defectos en el lote.  
al realizar el control  $\exists$  dos tipos de errores:

$\alpha$  = riesgo del vendedor  $\equiv$  rechazar un lote que debíamos aceptar  
( $p \leq p_A$ )

$\alpha = P(\text{rechazar un lote con } p = p_A) = \text{Error tipo I}$

$H_0: p = p_A$

$\Downarrow$

$$\sum_{i=c+1}^n \binom{n}{i} p_A^i (1-p_A)^{n-i} \leq \alpha$$

$\beta$  = riesgo del comprador = aceptar un lote que debíamos rechazar  
( $p > p_A$ )

$\beta = P(\text{aceptar un lote con } p = p_R) = \text{Error tipo II}$  ( ~~$p_A = 1 - p_R$~~ )

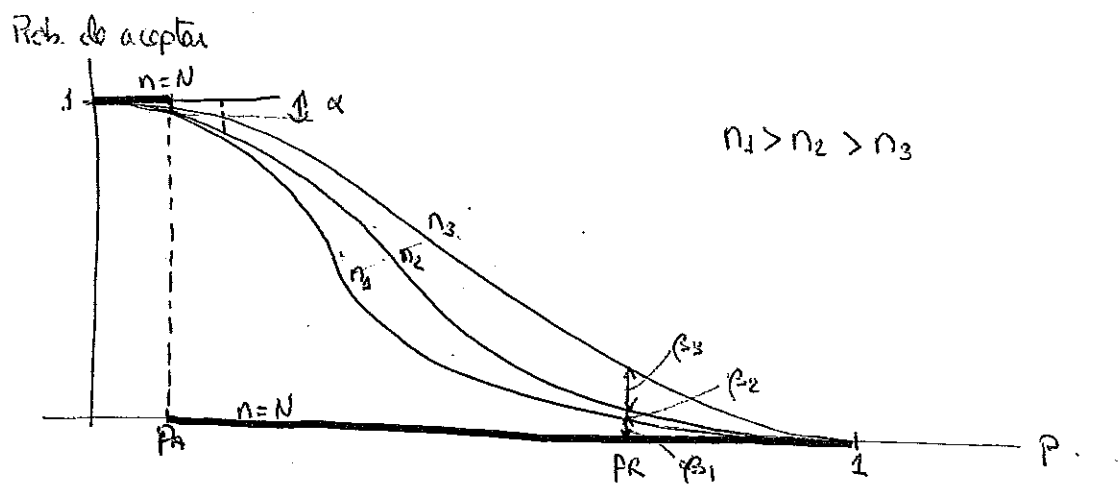
$p_R \equiv$  nivel de calidad rechazable

$$4 \leq \frac{p_R}{p_A} \leq 10$$

En el control de recepción, para caracterizar el control se utiliza la curva característica del control

Curva característica =  $OC(p) = 1 - \text{curva de potencia} = 1 - Pot(p)$





Curvas características

Para  $n = N \Rightarrow$  curva ideal, sin posibilidades de error  
 A medida que  $n$  disminuye, aumenta el error  $\beta$   
 Al fijar  $(\alpha, p_A)$  y  $(\beta, p_R)$  el plan de muestreo queda determinado.

#### • Planes de muestreo

La determinación de un plan de muestreo a partir de dos puntos de la curva característica es laborioso. Para simplificar esta tarea se han construido tablas que lo proporcionan. Estos planes pueden clasificarse en:

- Planes de aceptación/rechazo: normas japonesas (JIS Z 9002) y las normas norteamericanas (Military Standard).
- Planes de control rectificador: en este caso la lote rechazado se inspecciona al 100% sustituyendo los elementos defectuosos, (Dodge-Romig)

ESTAD - T29. CONTROL de CALIDAD.

EL CONCEPTO de PROCESO BAJO CONTROL.  
CONTROL POR VARIABLES y POR ATRIBUTOS.  
CURVA CARACTERÍSTICA de OPERACIÓN.  
CONTROL de RECEPCIÓN

---

# ESTAD - T29

## 1 - CONTROL DE CALIDAD.

- Def
- Utilización
- Tipos  $\leftarrow$  procesos  $\leftarrow$  variables distribuidos
- recepción  $\leftarrow$  nº de defectos

## 2 - Concepto proceso bajo control

- $VT = VE + VNE \rightarrow VT = \text{Causas comunes} + \text{especiales}$
- Control

## 3 - Control por VARIABLES.

- Def  $\rightarrow$  Cuent. medite
- tb:  $\mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0 \rightarrow$  Normal
- Intervalos de tolerancia, coste social, tol. fabricante

### Tolerancias

- Capacidad (6 $\sigma$ ), Índice capacidad

- Control (  $\mu, \bar{S}, R$  )

## 4 - Control por atributos.

- Def  $\rightarrow$  Cuent. no medible
- Nº de defectos  $\rightarrow$  Binomial
- Gráfico
- Cuent. car. de operación  $\uparrow$  P(accept)  $\uparrow$  P(rechazo)  $\rightarrow$  Función fuen. rechazo
- $(\bar{x} - \mu)$

## 5 - Control de recepción.

- Def. y aplicación
- Coste inspección  $100\% = C(i) \cdot N / C, \text{ no insp} = NC(d)P(d)$
- Atributos, lote  $\leftarrow$  rechazo  $\rightarrow$  Contrate  $\rightarrow$  Cuent