# ECTRÍA – T8 | Datos de Panel

Introducción → con el PHOGUE
↳objetivos y método PHOGUE

## 1_ DESCRIPCIÓN del PROBLEMA

Paneles de datos: muestras de observaciones sobre
N agentes económicos
T instantes del tiempo } N >> T

Ejemplos: Encuesta ~~Pres~~ Presupuestos Familiares (INE), Panel Hogares UE (EUROSTAT).

Los agentes económicos de los que provienen los datos en un panel microeconómico pueden ser personas, familias u hogares, empresas....

Los tamaños relativos de las dos dimensiones del panel influyen sobre el tratamiento del panel.

En paneles microeconómicos el ~~in~~ investigador está interesado en analizar cómo varía el comportamiento de agentes econ individuales. Estas decisiones dependerán de una lista de características socioeconómicas → var. explicativas modelo. ($X_{it}$)

Diferentes agentes con las mismas características, toman decisiones ≠s → ∃ efectos latentes no observables, específicos de cada agente, y ctes en el tiempo, que hay que incluir en el modelo. En caso contrario, problema de variables omitidas ⇒ estimadores sesgados. ($\alpha_i$)

Al ser T < N, puede pensarse en estimar un modelo econométrico para cada período de tiempo. Se desaconseja por:

1_ Se pierde eficiencia porque los agentes son los mismos

2_ Al ser T ~~una~~ tiempo, se pueden obtener estimaciones consistentes del modelo econométrico, a pesar de los efectos latentes no observables.

Panel ≡ g̃ro ← | Para cada $t$ → sec. (mundo
Para cada $i$ → ¿serie temporal?

# DATOS de PANEL

$$Y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_{i}\gamma + \underset{\text{sin } i}{\omega'_{t}}\overset{\text{sin } t}{\delta} + \alpha_i + u_{it}$$

donde $i = 1 \dots N$ → agente
$t = 1 \dots T$ → tiempo

$Y_{it}$ ≡ var. endógena < individuo $i$, panel $t$

$\mu$ ≡ cte del modelo

$X_{it}$ ≡ vector de $k$ var. explicativas
(respuestas al cuestionario en cada panel por cada indiv $i$)
↳ predeterminadas, pero no necesariamente exógenas
$E[u_{it}/X_{i1} \dots X_{it}] = 0$ aunque puede ser $E[u_{it}/X_{i1} \dots X_{iT}] \neq 0$
↳ puede incluir algún retardo de la var. endógena (→ modelo dinámico)

$Z_i$ ≡ vector de $g$ var. exógenas observables, específicas de cada agente, pero invariantes en el tiempo.
(perfil sociodemográfico del encuestado: sexo, nivel de estudios, religión ...)

$\alpha_i$ ≡ var. aleatoria que recoge los efectos no observables específicos de cada agente, invariantes en el tiempo

$\omega_t$ ≡ lista de var. que evolucionan en el tiempo y afectan por igual a todos los indiv. del panel (indicadores coyunturales: inflación, crecim. económico ...)

→ no la cargamos

# ECTRÍA _ T8

## 2 _ El MODELO de EFECTOS ALEATORIOS → ESPECIFICACIÓN del modelo

la especificación general es:

$$Y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + z'_i \gamma + \omega'_t \delta + \alpha_i + u_{it} \quad \begin{cases} i = 1 \ldots N & \text{(agente)} \\ t = 1 \ldots T & \text{(tiempo)} \end{cases}$$

discreto

$\mu \equiv$ cte. del modelo

$Y_{it} \equiv$ var. endógena

$X_{it} \equiv$ vector de k var. explicativas, predeterminadas, pero no necesariamente exógenas

$E[u_{it} / x_{i1} \ldots x_{it}] = 0$ ; aunque no necesariamente $E[u_{it}/X_{i1} \ldots X_{iT}] = 0$

Algunas veces puede incluir algún retardo de la var. endóg.

$Z_i \equiv$ g var. exógenas observables, específicas de cada agente, invariantes en el tiempo, lo que las distingue de $X_{it}$.

$\alpha_i \equiv$ recoge efectos no observables específicos de cada agente en el panel, invariante en el tiempo.

$\omega_t \equiv$ lista de variables que, evolucionando en el tiempo, afectan a todos los individuos del panel por igual → para corregir efectos macro, inflación NO LO CONSIDERAMOS

Especificación más sencilla:

$$Y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_i \gamma + \alpha_i + u_{it} \quad \begin{cases} i = 1 \ldots N \\ t = 1 \ldots T \end{cases}$$

$$Y_{NT\times 1} = \mu 1_{NT} + \underset{NT\times K}{X}\beta_{K\times 1} + \underset{NT\times g}{Z}\gamma_{g\times 1} + (\alpha + u)_{NT\times 1}$$

bloques de T filas =

Las variables latentes $\alpha_i$, específicas de cada individuo, deben tratarse como realizaciones de una var. aleatoria. Al no ser observable, pasa a formar parte del término de error del modelo

$$y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_i \gamma + v_{it} \quad \begin{cases} i = 1 \ldots N \\ t = 1 \ldots T \end{cases}$$

con $v_{it} = \alpha_i + u_{it}$

Distinguimos dos situaciones:

a) $\alpha_i$ NO correlacionado con $X'_{it}$, $Z_i$

b) $\alpha_i$ SÍ correlacionado con alguna $X'_{it}$, $Z_i$.

las matrices propias de cada individuo son $X_{i(T\times K)}$
$Z_{i(T\times g)}$

Para cada individuo $i$ $(i=1 \ldots N)$:

$$\boxed{Y_{it} = \mu + X'_{it} \cdot \beta + Z'_i \gamma + \alpha_i + \omega_t + u_{it} \quad , \; t = 1 \ldots T}$$

$$\begin{pmatrix} Y_{i1} \\ \vdots \\ Y_{iT} \end{pmatrix}_{T\times 1} = \mu + \begin{pmatrix} X_{i11} & \cdots & X_{i1K} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{iT1} & \cdots & X_{iTK} \end{pmatrix}_{T\times K} \cdot \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix}_{K\times 1} + \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{i11} & \cdots & Z_{i1g} \\ \vdots & & \vdots \\ Z_{iT1} & \cdots & Z_{iTg} \end{pmatrix}_{T\times g}}_{\text{filas iguales}} \cdot \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_g \end{pmatrix}_{g\times 1}$$

$$+ \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \vdots \\ \alpha_i \end{pmatrix}_{T\times 1}}_{\text{iguales}} + \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_T \end{pmatrix}_{T\times 1} + \begin{pmatrix} u_{i1} \\ \vdots \\ u_{iT} \end{pmatrix}_{T\times 1}$$

Si consideramos todos los individuos:

$$\begin{pmatrix} Y_{11} \\ \vdots \\ Y_{1T} \\ \vdots \\ Y_{N1} \\ \vdots \\ Y_{NT} \end{pmatrix}_{NT\times 1} = \mu + \begin{pmatrix} X_{111} & \cdots & X_{11K} \\ \vdots & & \\ X_{1T1} & \cdots & X_{1TK} \\ \cdots & & \cdots \\ X_{N11} & \cdots & X_{N1K} \\ \vdots & & \\ X_{NT1} & \cdots & X_{NTK} \end{pmatrix}_{NT\times K} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{111} & \cdots & Z_{11g} \\ \vdots & & \\ Z_{1T1} & \cdots & Z_{1Tg} \\ \vdots & & \vdots \\ Z_{N11} & \cdots & Z_{N1g} \\ \vdots & & \\ Z_{NT1} & \cdots & Z_{NTg} \end{pmatrix}_{NT\times g} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_g \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \vdots \\ \alpha_{1T} \\ \vdots \\ \alpha_{N1} \\ \vdots \\ \alpha_{NT} \end{pmatrix}_{NT\times 1} + \begin{pmatrix} \omega_{11} \\ \vdots \\ \omega_{1T} \\ \vdots \\ \omega_{N1} \\ \vdots \\ \omega_{NT} \end{pmatrix}_{NT\times 1} + \begin{pmatrix} u_{11} \\ \vdots \\ u_{1T} \\ \vdots \\ u_{N1} \\ \vdots \\ u_{NT} \end{pmatrix}_{NT\times 1}$$

$\omega_{it} = \omega_{jt}$ per mismo $t$

que puede escribirse como:

$$Y = \mu + X\beta + Z\gamma + \alpha + \cancel{\omega} + u \qquad (\alpha + u = v)$$

$$\Downarrow$$

$$Y = \mu + X\beta + Z\gamma + v.$$

~~Para cada individuo i~~, el modelo simplificado sería:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_T \end{pmatrix} = \mu + \begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1K} \\ & x_{tk} & \\ x_{T1} & \cdots & x_{TK} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1g} \\ \vdots & & \vdots \\ z_{T1} & \cdots & z_{Tg} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_T \end{pmatrix}$$

tiempo ... var

$$Y_t = \mu + X_t'\beta + Z_t'\gamma + \alpha + u_t$$

Si consideramos el modelo en bloque, superponiendo la información para cada individuo i:

indiv 1 ... indiv N

$$\underset{NT\times 1}{\begin{pmatrix} y_{11} \\ \vdots \\ y_{1T} \\ \hline y_{N1} \\ \vdots \\ y_{NT} \end{pmatrix}} = \mu + \underset{NT\times K}{\begin{pmatrix} x_{111} & \cdots & x_{11K} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{1T1} & \cdots & x_{1TK} \\ \hline x_{N11} & \cdots & x_{N1K} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{NT1} & \cdots & x_{NTK} \end{pmatrix}} \underset{K\times 1}{\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix}} + \underset{NT\times g}{\begin{pmatrix} z_{111} & \cdots & z_{11g} \\ \vdots & & \vdots \\ z_{1T1} & \cdots & z_{1Tg} \\ \hline z_{N11} & \cdots & z_{N1g} \\ \vdots & & \vdots \\ z_{NT1} & \cdots & z_{NTg} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_g \end{pmatrix} + \underbrace{\underset{NT\times 1}{\begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \vdots \\ \alpha_{1T} \\ \hline \alpha_{N1} \\ \vdots \\ \alpha_{NT} \end{pmatrix}} + \underset{NT\times 1}{\begin{pmatrix} u_{11} \\ \vdots \\ u_{1T} \\ \hline u_{N1} \\ \vdots \\ u_{NT} \end{pmatrix}}}_{\begin{pmatrix} v_{11} \\ \vdots \\ v_{1T} \\ \vdots \\ v_{N1} \\ \vdots \\ v_{NT} \end{pmatrix}}$$

individuo instante variables

que puede escribirse como:

$$y = \cancel{\mu} + X\beta + Z\gamma + (\alpha + u)$$

$$\downarrow$$

$$y = \mu + X\beta + Z\gamma + v$$

Si denotamos con el sub. i la matriz específica de cada indiv, el modelo completo contraído sería:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} = \mu + \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix}$$

que, expandido queda

Consideraciones

1_ En nuestro análisis, podemos omitir el efecto $\omega_t$ de la coyuntura.

$\cancel{\omega_t} \longrightarrow y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_{i}\gamma + \alpha_i + u_{it}$ (mod. simplif.)

~~2_ En el modelo con~~

2_ Para cada individuo, la representación matricial obliga a $\alpha$ vector de dim $T\times 1$ (1 valor para cada panel)
Como el vector de efecto latente es invariante en el tiempo, los valores serán iguales ($\alpha_1 = \dots \alpha_t = \dots \alpha_T$).

3_ Análogamente, la matriz $Z_{T\times g}$ de variables exógenas observables, específicas para cada agente, estará formado por T filas iguales.

4_ 2 y 3 en el modelo global se traduce en bloques de filas =

5_ Las variables latentes $\alpha_i$, específicas de cada individuo, deben tratarse como realizaciones de una var. aleatoria. Al no ser observables, se incorpora al término de error

$$v_{it} = \alpha_i + u_{it}$$

No tiene sentido asociarle ningún coef, no se podría estimar.

6_ A la hora de hacer estimaciones es muy importante distinguir entre el caso en que $\alpha_i$ esté o no esté correlacionado con las var. $X_{it}$, $Z_i$.
Aunque $u_{it}$ no tenga autocorrelación, $v_{it}$ la heredo de $\alpha_i$.

7_ Si $\alpha_i$ no está correlacionado $\Rightarrow$ $v_{it}$ sin autocorrelación.
Utilizar MCG ó MCO.

8_ Si $\alpha_i$ está correlacionado $\Rightarrow$ transformaciones que eliminen su efecto
$\rightarrow$ estimador intragrupos ($y_{it} - \bar{y}_i = \dots$)
~~$\hat{\beta}_{IG}$ no es eficiente~~
$\rightarrow$ estimador en primeras diferencias

# ECTRÍA – T8

## 3_ ESTIMACIÓN

### 3.1. ESTIMACIÓN EFICIENTE SIN CORRELACIONES de $\alpha_i$.

Sp. $\alpha_i$ no está correlacionado con nadie (resto var. explicativas)

$\alpha_i$ no está correlacionado con el error

$$E[u_{it}] = E[\alpha_i] = E[\alpha_i u_{it}] = 0 \quad \forall i,t.$$

$\alpha_i$ no está correlacionado con $x'_{it}$

$$E[x'_{it}\alpha_i] = E[x'_{it}u_{it}] = 0_K \quad , \forall i,t.$$

$\alpha_i$ no está correlacionado con $z_{it}$

$$E[z'_{it}\alpha_i] = E[z'_{it}u_{it}] = 0_g \quad \forall i,t.$$

Matrices de covarianzas diagonales

$$E[\alpha_i \alpha_j] = \begin{cases} \sigma^2_\alpha & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \qquad E[u_{it} u_{js}] = \begin{cases} \sigma^2_u \text{ si } \begin{smallmatrix} i=j \\ t=s \end{smallmatrix} \\ 0 \quad \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\sigma^2_y = \sigma^2_v = \sigma^2_\alpha + \sigma^2_u$$

Para cada individuo, la matriz de covarianzas $V$ muestra que la correlación entre dos observaciones del mismo individuo es constante y no desaparece con el tiempo, debido al persistente efecto de $\alpha_i$ ($\sigma^2_\alpha$ está en toda la matriz)

Así, aunque $u_{it}$ no tuviera autocorrelación, $v_{it}$ sí la tiene.
La matriz $V$ es la misma para cada individuo en la muestra, por lo que es diagonal a bloques

El problema de estimación es un problema de eficiencia, El EMCG es el estimador lineal, insesgado de mínima varianza.

Si no se sabe a ciencia cierta si no hay heteroscedasticidad ni autocorrelación, a veces es preferible estimar por MCO utilizando la estimación consistente de la matriz de covarianzas propuesta por White.

## 3.2. ESTIMACIÓN CONSISTENTE CON correlaciones de $\alpha_i$

$$y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_{i}\gamma + \alpha_i + u_{it}$$

Existen correlaciones entre las var. latentes $\alpha_i$, aleatorias y no observables, y las características observables $X_{it}$.

Se proponen transformaciones que eliminen tales efectos.

a) Estimador intragrupos $\bar{\alpha}_i = \alpha_i$

Si se promedian las ecuaciones para cada individuo $\left\{ \bar{y}_i = \frac{\sum y_{it}}{T} \right.$

$$\bar{y}_i = \mu + \bar{x}'_i\beta + z_i\gamma + \alpha_i + \bar{u}_i \quad , \quad i = 1 \dots N$$

Restando el promedio a cada valor temporal

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)'\beta + (u_{it} - \bar{u}_i)$$

donde no aparece $\alpha_i$, por lo que si $x_{it}$ son estrictamente exógenos, el MCO de $\beta$ será consistente, incluso si $\alpha_i$ está correlacionado con ~~alguno~~ $X_{it}$, $\hat{\sigma}^2_u$ tb consistente.

$$\hat{\beta}_{MCO} = \hat{\beta}_{IG}$$

Problema: $Z_i$ tb. desaparece, $\gamma$ no puede estimarse.

Si los efectos latentes estuviesen incorrelacionados con el término de error, entonces es menos eficiente tratarlos como correlacionados con $u_t$.

Si los efectos son aleatorios y correlacionados con $u_t$, el estimador MCG es inconsistente

El parámetro $\sigma^2_u$ deberá estimarse a partir de los residuos que se obtienen con las estimaciones intragrupos obtenidas en el modelo transformado, pero aplicándolas a las var. originales.

El estimador intragrupos $\hat{\beta}_{IG}$ no es, en general, eficiente, solamente cuando el modelo verdadero es de efectos deterministas.

El carácter determ. de los efectos ~~de~~ latentes es más aceptable cuando la muestra incluye a todas las unidades de decisión.

Si hay heteroscedasticidad o autocorrelación en cada indiv., puede utilizarse la expresión de White

ALTERNATIVAS $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tomar diferencias temporales} \\ \text{Estimador entre grupos.} \end{array} \right.$

b) Estimador en primeras diferencias $\quad y_{it} = \mu + X'_{it} \cdot \beta + Z'_i \gamma + \alpha_i + u_{it}$

$$\Delta y_{it} = y_{it} - y_{it-1} = (\Delta x'_{it})' \beta + \Delta u_{it}$$

$\hat{\beta}_{MCO}$ será consistente, aunque no se puede estimar $\beta$.

Podemos utilizar $\hat{\beta}_{MCG} = \hat{\beta}_{IG}$

En la práctica, $\hat{\beta}_{MCG}$ y $\hat{\beta}_{\Delta}$ son muy distintos, lo que sugiere la existencia de efectos individuales no observables que sesgan la estimación $\Longrightarrow$ $\hat{\beta}_{\Delta}$ es más fiable.

Para $T=2$, $\hat{\beta}_{IG} = \hat{\beta}_{\Delta}$

c) El estimador entre grupos

se promedian las observaciones temporales para cada individuo,

$$\bar{y}_i = \bar{X}'_i \beta + \bar{Z}'_i \gamma + \alpha_i + \bar{u}_i$$

y se estima por MCO este modelo

$\hat{\beta}_{EG}$ es consistente solamente si $\alpha_i$ no ~~tiene~~ está correlacionado con todas las var. explicativas, porque $\alpha_i$ no ha desaparecido.

## 4_ CONTRASTE de ESPECIFICACIÓN

La posible existencia de correlaciones entre los efectos latentes $\alpha_i$ y las var. explicativas $(X_{it}, Z_i)$ es tan importante a la hora de estimar, que se hace necesario contrastar dicha correlación.

$H_0: E(\alpha_i | X_{i1} \dots X_{iT}, Z_i) = 0$ ~ No hay correlación

Bajo $H_0$ cierta, el estimador MCG es consistente y tb. de mínima varianza.

$H_0$ falsa $\Rightarrow$ MCG inconsistente.

El estimador intragrupos es consistente, tanto si $H_0$ es cierta como si $H_0$ es falsa. (en ambos casos)

$\Rightarrow$ Si no hay correlación, $\hat{\beta}_{MCG} \simeq \hat{\beta}_{IG}$

Hay que puntualizar que si existe heteroscedasticidad en la sección cruzada o autocorrelación en los datos individuales, el estimador MCG deja de ser consistente, por lo que el contraste pierde su significación.

Una opción es considerar un sistema de ec's ampliado con las primeras diferencias en el que tanto $\alpha$ como $\beta$ pueden estimarse consistentemente por MCO.

~~Un contraste de significación de $\alpha$ equivale a un contraste de ausencia de correlación entre var. latentes y explicat.~~

5_ MODELOS DINÁMICOS (EGM) → Caso particular en que existan retardos de Y en la parte explicativa

Hemos ignorado la presencia de $Z_i$ (nos lo hemos cargado)

Sp. un AR(1) → $Y_{it} = \rho Y_{it-1} + \alpha_i + u_{it}$

a) $\hat{\beta}_{MCO}$ → sobre el modelo original es inconsistente debido a la correlación entre $\alpha_i$, $Y_{t-1}$. Su sesgo asintótico no tiende a 0. Es negativo para $\rho > 0$.

b) El estimador intragrupos consiste en utilizar MCO sobre el modelo de las var. transformadas en desviaciones con resp. a sus promedios individuales.
En el modelo dinámico este estimador $\hat{\beta}_{IG}$ es inconsistente debido a la correlación entre $\tilde{y}_{it-1} = Y_{it-1} - \bar{Y}_{it-1}$ y $\tilde{u}_{it} = u_{it} - \bar{u}_{it}$
El sesgo del estimador intragrupos es importante.

c) El estimador MCO en primeras diferencias tb. es inconsistente. El sesgo no tiende a 0.

Para estimar consistentemente el modelo, Anderson y Hsiao calcularon un estimador con variables instrumentales, que es consistente para T fijo, $N \to \infty$ ó para N fijo, $T \to \infty$.
Si los errores $u_{it}$ no son homoscedásticos, el estimador sigue siendo consistente, pero se puede aumentar su eficiencia
→ estimador de var. instrumentales óptimo en 2 etapas, o estimador generalizado de momentos en 2 etapas (EGM).

Sp. $Y_{it} = \rho Y_{it-1} + X'_{it}\beta + \alpha_i + u_{it}$ con $E[X_{it}\alpha_i] \neq 0$.

Si $u_{it}$ no autocorrelado y $X_{it}$ predeterminada ⇒ EGM es similar

Si $u_{it}$ presentase autocorrelación tipo AR, las estimaciones de 1ª etapa se utilizan para estimar el AR, se filtra el modelo original y se estima el modelo filtrado por el procedimiento generalizado en 2 etapas.

## 6_ IDENTIFICACIÓN de efectos individuales en el estimador INTRAGRUPOS

Al transformar el modelo para calcular el estimador intragrupos, los efectos individuales no observables y los observables que no cambian con el tiempo $\alpha_i$ y $z_i'\gamma$ desaparecen.

Partimos de las estimaciones de $\beta$ y $\mu$ conocidas, queremos estimar $\alpha_i$ y $\gamma z_i'$.

(a) Lee y Griffith proponen $\hat{\alpha}_i = \frac{\sigma_\alpha^2}{T\sigma_\alpha^2 + \sigma_u^2} 1_T'(y_i - X_i\hat{\beta})$

como estimador ~~lineal~~ insesgado y lineal de los ef. latentes $\alpha_i$.

$H_0: \alpha_i = 0, \; i = 1, \dots N \sim H_0: \sigma_\alpha^2 = 0 \Rightarrow$ MLG habitual

Se puede contrastar con una F a partir de las Sumas Residuales

(b) Si alguna var. explicativa está incorrelacionada con los efectos latentes $\alpha_i$, si además suponemos $z_i$ no correlacionado con $\alpha_i$, se puede ganar eficiencia con el estimador ~~y de~~ e incluso estimar $\gamma$.

(c) Si $z_{it}$ y $\alpha_i$ están correlacionados $\Rightarrow$ hay que utilizar instrumentos externos incorrelacionados con $\alpha_i$, pero correlac. con $z_{it}$, para estimador consistente de $\gamma$.

# DATOS de PANEL

Panel → muestra de observaciones sobre N agentes económ. / T instantes tiempo { T << N

analizados de manera conjunta

$$Y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_i\gamma + W'_t\delta + \alpha_i + u_{it} \quad \begin{cases} i=1..N \text{ agente} \\ t=1..T \text{ tiempo} \end{cases}$$

$Y_{it}$ ↓ endóg  $\mu$ ↓ cte

X ≡ matriz de var. explicativas { predet. / exóg.

Z ≡ vector de var. exógenas observables, específicas de cada agente invariantes en el tiempo.

α ≡ vector de var. latentes ~~despe~~ de cada agente, no observable invariantes

$W_t$ ≡ vector de var. coyunturales, afectan igual a todos los agentes
↳ (no la cargamos)

$$Y = \mu + X\beta + Z\gamma + (\alpha + u) \longrightarrow Y = \mu + X\beta + Z\gamma + v$$ modelo simplif.

Si
- $\alpha_i$ NO autocorrelación ⇒ utilizar MCO ó MCG.
- $\alpha_i$ SI autocorrelacionado ⇒ $\hat{\beta}$ intragrupo, $\hat{\beta}$ IG, $\hat{\beta}$ FD, $\hat{\beta}$ 1ª diferencia, $\hat{\beta}$ EG
- ↳ con $X'_{it}$ ó $Z_i$

↑ Contrastarlo

$\alpha_i$ no correl $\longrightarrow$ EMCG lineal, insesgado y mín. varianza
EMCO con la estim. de Withe

$\alpha_i$ sí correl. con $X_t$ $\longrightarrow$

a) $\hat{\beta}_{IG} = \hat{\beta}_{MCO}$ del modelo transform.
$\hat{\beta}_{IG}$ consistente, no eficiente
• Si hay heterosced. ó autocorr $\rightarrow$ White

b) Estim. primeras diferencias
$\hat{\beta}_{\Delta} = \hat{\beta}_{MCO}$ del modelo diferenciado.
~~$\hat{\beta}_{MCO}$ consist~~ $\hat{\beta}_{MCG} = \hat{\beta}_{IG} \not\Rightarrow \hat{\beta}_{\Delta} \rightarrow$ efectos indiv
($T=2$, son $=$). $\hat{\beta}_{\Delta}$ + faldes

c) Estim. entre grupos
Estim. de $\bar{y}_i$
$\hat{\beta}_{EG}$ consist sólo si $\alpha$ no correlac. con todas $X_i$

Contraste: $H_0$: No hay correlación
$E[\alpha_i / x_{i1} \dots x_{iT}, Z_i] = 0 \leftarrow$ Para cada $i$.

$H_0$ cierta $\Rightarrow$ MCG consist. y mín. varianza
$H_0$ falsa $\Rightarrow$ MCG inconsistente.
~~Si~~ $H_0$ cierta $\Rightarrow \hat{\beta}_{IG} = \hat{\beta}_{MCG}$
Heteroscedasticidad ó autocorr $\Rightarrow \hat{\beta}_{MCG}$ inconsistente

Modelos dinámicos

$y_{it} = \rho y_{it-1} + \alpha_i + u_{it} \Rightarrow$
$\hat{\beta}_{MCO}$ inconsistente
$\hat{\beta}_{IG}$ inconsistente
$\hat{\beta}_{\Delta}$ inconsistente

Mejor utilizar un estimador con var. instrumentales
Para heteroscedasticidad, estimador generalizado de momentos en 2et.

$$Y_{it} = X'_{it}\beta + Z'_i \gamma + \omega'_t \delta + \alpha_i + u_{it} \qquad \begin{array}{l} i = 1 \dots N \\ t = 1 \dots T \end{array}$$

ECONOMETRÍA – T8 

1- DATOS de PANEL. DESCRIPCIÓN del PROBLEMA

- Concepto de panel
- Variables intervinientes, $Y_{it}$
  - $X_{it}$
  - $Z_i$
  - $\alpha_i$  $u_{it}$
  - $w_t$
- Tratamiento conjunto de paneles
  → Ganar eficiencia (los agentes son los mismos)
  → Utilizar T para estimaciones consistentes modelo.

2- EL MODELO de EFECTOS ALEATORIOS

– Especificación general
- Para cada individuo: $Y_{it} = \mu + X'_{it}\beta + Z'_i\gamma + \alpha_i + w_t + u_{it}$
- Modelo global → Matricial (indiv, tiempo, var)
- Modelo contraído → sin $w_t$ $\alpha_i \to v_i$
- ~~Mo~~
- Modelo simplificado.

3- ESTIMACIÓN

3.1- Estimación EFICIENTE sin correlaciones de $\alpha_i$.
- $V = Var(v) = \sigma_u^2 + \sigma_\alpha^2$, diagonal a bloques (para cada i)
- Estimador MCG es el estim. lineal, insesgado, mínima varianza
- Si no se tiene informac. suficiente para mantener las homoscedasticidad y no autocorrelación, utilizar MCO utilizando la estimación consistente de la matriz de covarianzas de White.

3.2. Estimación CONSISTENTE con correlaciones de $\alpha_i$:
$E[\alpha_i, X_{it}] \neq 0$ para algún i, t.

– Estimador intragrupos
- Transformación: $Y_{it} - \bar{Y}_i$
- $\hat{\beta}_{IG} = \hat{\beta}_{MCO}$ modelo transformado
- $\hat{\beta}_{IG}$ consistente siempre que X exógenas ($\hat{\sigma}_u^2$ +b)
- $\hat{\beta}_{IG}$ eficiente sólo si el modelo de efectos determ. (todas las var. explicativas son determ → contrastar)
- $Z'_i, \alpha_i$ desaparecen → no se puede estimar $\gamma$
- Comparación con $\hat{\beta}_{MCG}$

– Estimador primeras diferencias
- Transformación: ~~$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ (...)~~
$$\Delta Y_{it} = (\Delta X_{it})'\beta + \Delta u_{it}$$
- $\hat{\beta}_\Delta = \hat{\beta}_{MCO}$ modelo transformado
- $\hat{\beta}_\Delta$ consistente
- $\hat{\beta}_\Delta \neq \hat{\beta}_{MCG} \Rightarrow \exists$ efectos latentes $\Rightarrow \hat{\beta}_\Delta$ mejor
- $T=2$, $\hat{\beta}_{IG} = \hat{\beta}_\Delta$, resto $\hat{\beta}_\Delta$ mejor

– Estimador entre grupos
- Transformación: Promediar las observ. temporales para i:
$$\bar{Y}_i = \bar{X}'_i\beta + Z'_i\gamma + \alpha_i + \bar{v}_i$$
- $\hat{\beta}_{EG} = \hat{\beta}_{MCO}$ modelo transformado
- $\hat{\beta}_{EG}$ consistente sólo si $\alpha_i$ incorrelacionado con $X_{it}$

4- CONTRASTE de ESPECIFICACIÓN

$H_0: E[\alpha_i | X_{i1} \dots X_{iT}, Z_i] = 0$ para cada i

$H_0$ cierta $\Rightarrow \hat{\beta}_{MCG}$ consistente mín. var $\Rightarrow$ MCG = IG

$H_0$ falsa $\Rightarrow \hat{\beta}_{IG}$ sigue siendo consistente

# ECONOMETRÍA _ T8

## 5_ MODELOS DINÁMICOS

Existen variables predeterminadas en la parte explicativa.

Sp. AR(1) ; $Y_t = \rho Y_{t-1} + \alpha_i + u_{it}$

- $\hat{\beta}_{MCO}$ inconsistente
- $\hat{\beta}_{IG}$ inconsistente
- $\hat{\beta}_{\Delta}$ inconsistente

$\rightarrow$ utilizar $\hat{\beta}_{VI}$ consistente $\begin{cases} N \text{ fijo}, T \to \infty \\ T \text{ fijo}, N \to \infty \end{cases}$

- Si $u_{it}$ heteroscedásticos, $\hat{\beta}_{VI}$ consistente, pero gana eficiencia con EGM2 etapas.

## 6_ IDENTIFICACIÓN de $\alpha_i$ en ~~modelo~~ estim. IG

- Con transformación IG $\alpha_i$ desaparece, $Z'_i \gamma$ tb.
- $\hat{\alpha}_i = \dfrac{\sigma^2_\alpha}{T\sigma^2_\alpha + \sigma^2_u} \cdot 1'_T (Y_i - X_i \hat{\beta})$ estim. lineal insesgado

$H_0: \alpha_i = 0 \Rightarrow \sigma^2_\alpha = 0 \Longrightarrow$ MLG habitual

Contrastar con una F

- Si $\exists$ $X_{it}$ incorr. con $\alpha_i$ / Sp $Z_i$ incorr. con $\alpha_i$ $\rightarrow$ Ganar eficiencia + Estimar $\gamma$

- Si $Z_i$ correlac. con $\alpha_i$ $\rightarrow$ Var. instrumentales para obtener estimac. consistente de $\gamma$.

# ECONOMETRIA — 18

## 1. DATOS de PANEL
- Concepto
- Variables intervinientes
- Tratamiento conjunto

## 2. EL MODELO de EFECTOS ALEATORIOS
- Para cada individuo
- Modelo global (indiv, tiempo, var)
- Modelo contraído
- Modelo simplificado
- Consideraciones (8) < Especif → 5; Tratam → 3

## 3. ESTIMACIÓN
- $\alpha_i$ no correlac. con $u_{it}, X_{it}, Z_{it}$ → MCG o MCO (EFICIENTE)
- $\alpha_i$ SÍ correlac. con $X_{it}$ → transf. (CONSIST.)
  - Intragrupos
  - Primeras diferencias
  - Entre grupos

## 4. CONTRASTE ESPECIFICACIÓN
- $H_0: E[\alpha_i / X_{i1} - X_{iT}, Z_i] = 0$.
- $H_0$ cierta ⇒ MCG consist. y eficiente (~~MG~~)
  $H_0$ falsa ⇒ MCG inconsist.

## 5. MODELOS DINÁMICOS
- Problema: $\hat{\beta}_{MCO}, \hat{\beta}_{IG}, \hat{\beta}_{A}$ inconsistentes
- $\hat{\beta}_{VI}$ consist. para 1 fijo y otro → ∞.
- Para u heterocedast, $\hat{\beta}_{VI2E}$ → (generaliz. momentos)

## 6. Identificación EF. INDIV. en $\hat{\beta}_{IG}$
- Contraste $\alpha_i = 0, \forall i$
- $\alpha_i$ incorrelac. con $X_{it}, Z_i$ → estim. $\gamma$.
- $\alpha_i$ correlac. $Z_i$ → instrum. externos para estimar $\gamma$