ESTAD_ T30 . ANOVA para una CLASIF. SIMPLE.

COMPROBACIÓN de los HIPÓTESIS INICIALES del MODELO.

CONTRASTES de COMPARACIONES MÚLTIPLES:

- Mt. TUCKEY
- Mt. SCHEFFÉ

ANOVA para un MODELO DOBLE.

Tema 30

1. Análisis de la varianza para una clasificación simple. Pérez 497 / Uriel 144

2. Comprobación de las hipótesis iniciales del modelo. Uriel 144

3. Contrastes de comparaciones múltiples: método de Tuckey y método de Scheffé. Uriel 154

4. Análisis de la varianza para una clasificación doble. Uriel 150

1. ANÁLISIS DE LA VARIANZA PARA UNA CLASIFICACIÓN SIMPLE.

El análisis de la varianza es un método estadístico para determinar si diversos conjuntos de muestras aleatorias de una determinada variable proceden de una misma población o bien de poblaciones distintas. En general, cada conjunto muestral se caracteriza por estar afectado por un tratamiento específico, que eventualmente puede influir en los valores que tome la variable objeto de estudio.
Se denomina factor a la variable que supuestamente ejerce una influencia sobre la variable estudiada, a la que se denominará variable dependiente.
En el análisis de la varianza, el factor cuya influencia se quiere corroborar se introduce de forma discreta, independientemente de que sea de naturaleza continua o no. Así, en un estudio de análisis de la varianza solamente se considera un número determinado de niveles. Cuando el factor sea de naturaleza discreta, que será la situación más frecuente, se utilizará de forma equivalente los términos de grupo o nivel para referirse a una característica concreta.
El análisis de la varianza es conocido por las siglas inglesas ANOVA.

Es una prueba generalizada del contraste de medias para muestras con datos independiente. Se comparan muestras independientes cuya clasificación viene dada por una variable llamada Factor. La base de este procedimiento consiste en estudiar si el Factor influye sobre la Variable Respuesta, y la forma de hacerlo es analizando como varían los datos dentro de cada uno de los grupos en que clasifica el Factor a la observaciones de la Variable Respuesta.

En múltiples ocasiones el analista o investigador se enfrenta al problema de determinar si dos o más grupos son iguales o si dos o más conjuntos de observaciones son parecidos. Pensemos por ejemplo en el caso de determinar si dos niveles de renta producen consumos iguales o diferentes de un determinado producto, si las notas de dos grupos en una asignatura son similares, si tres muestras de análisis químico de una sustancia son iguales, o si los municipios de cuatro provincias colindantes tienen el mismo nivel de paro.
Una aproximación simple sería comparar las medias de estos grupos y ver si las medias aritméticas de la variable estudiada son parecidas o diferentes. Pero tal aproximación no es válida ya que la dispersión de las observaciones influirá en la posibilidad de comparar los promedios o medias de cada grupo. Así, supongamos que tenemos una variable X (consumo) y dos grupos (nivel de renta alto y medio) y que tenemos dos resultados distintos correspondientes a dos provincias

<u>Modelo del análisis de la varianza con un factor</u>
El análisis de la varianza es un caso de aplicación de un contraste de hipótesis a un modelo lineal específico. Tomando como referencia un modelo, en un contraste de hipótesis se requiere la formulación de una hipótesis nula y otra alternativa, la construcción de un estadístico (a partir de los datos muestrales) con una distribución conocida y el establecimiento de una región de aceptación y otra de rechazo.

El Análisis de la Varianza puede contemplarse como un caso especial de la modelización econométrica, donde el conjunto de variables explicativas son variables ficticias y la variable dependiente es de tipo continuo. En tales situaciones la estimación del modelo significa la realización de un análisis de la varianza clásica (ANOVA), de amplia tradición en los estudios y diseños experimentales. Una ampliación a este planteamiento es cuando se dispone de una variable de control que nos permite corregir el resultado del experimento mediante el análisis de

la covariación con la variable a estudiar. En tal situación nos encontramos frente a un análisis de la covarianza (ANCOVA).
Podemos distinguir tres tipos de modelos según sean de:

- Efectos fijos: donde sólo estudiamos determinados niveles del factor y únicamente perseguimos sacar conclusiones para éstos.(Situación más común en las Ciencias Sociales).
- Efectos aleatorios: en este caso los niveles son infinitos y estudiamos una muestra de los mismos. Sus resultados también serán aleatorios.
- Efectos mixtos: cuando nos encontramos con uno o más factores de las clases anteriores.

ANOVA será especialmente útil en aquellos supuestos en los que queramos analizar distintas situaciones o alternativas de actuación y donde de alguna forma podemos intervenir en la realización del experimento. A diferencia del análisis econométrico habitual, donde las series históricas son dadas y no podemos repetir la situación, ni modificar alguna de las condiciones o variables (pensemos en el P.I.B., inflación, etc.) para estudiar sus efectos, en el contexto ANOVA y ANCOVA nos encontraremos la mayoría de las veces ante datos experimentales (controlables y/o repetibles en mayor o menor grado).
Si bien los desarrollos clásicos de ANOVA y ANCOVA se han efectuado desde el análisis de variación de las variables y su descomposición (variaciones entre - intragrupos), podemos efectuar una sencilla aproximación desde el análisis de regresión múltiple, con idénticos resultados.

El modelo teórico de referencia en el análisis de la varianza es muy sencillo, y viene dado por cualquiera de las siguientes expresiones:

$$Y_g = \mu_g + \varepsilon_g \quad , \quad g = 1, 2, \ldots G \qquad (1)$$

ó

$$Y_g = \mu + \delta_g + \varepsilon_g \quad , \quad g = 1, 2, \ldots G \qquad (2)$$

En ambos casos la var. ~~teórica~~ es igual a ~~la~~ una media teórica más una var. aleatoria (ε_g), que implícitamente tiene media 0.
Se consideran G poblaciones, es decir G niveles del factor analizado.
En la formulación (1) la media de la población es igual a un parámetro (μ_g). En la form. (2) la media de cada población se define mediante una media general (μ) y una media que recoge las discrepancias específica de cada población respecto a μ (δ_g). En este caso las discrepancias están sujetas a que su suma sea nula. ($\sum_1^G \delta_g = 0$)

Hipótesis básicas del modelo

Las hipótesis estadísticas que se adoptan se refieren tanto a la población como al proceso de obtención de la muestra:

- Hipótesis estadísticas sobre la población.
  - Las **varianzas** de todas las poblaciones son **idénticas** e igual a σ^2 (hipótesis de homoscedasticidad).
  - Cada una de las poblaciones tiene una **distribución normal.**

$$Y_g \xrightarrow{d} N(\mu_g, \sigma^2)$$

Se deduce $\rightarrow$ $\varepsilon_g \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2)$

- Hipótesis sobre el proceso de obtención de la muestra (facilitan la realización del proceso de inferencia a partir de la información disponible.
  - Se supone que se ha obtenido una **muestra aleatoria independiente** de cada una de la G poblaciones.

En el modelo (1), las hipótesis nula y alternativa a contrastar son las siguientes:

H_0: $\mu_1 = ... = \mu_G$
H_1 : No todas μ_g son iguales

Si se utiliza la formulación (2):

H_0: $\delta_1 = ... = \delta_G = 0$
H_1 : No todas δ_g son iguales

Descomposición de la varianza

El ANOVA tradicional parte de descomponer la variación total de la muestra, en dos componentes:

VARIACIÓN TOTAL = VARIACIÓN ENTRE + VARIACIÓN INTRA
Suma de Cuadrados Total = Suma de Cuadrados del factor + Suma de Cuadrados Residual
SCT = SCF + SCR

Esta igualdad básica nos indica que la variación total es igual a la suma de la variación o dispersión entre los grupos, más la variación o dispersión dentro de cada grupo. La anterior igualdad puede expresarse por:

$$\underbrace{\sum_{g=1}^{G}\sum_{l=1}^{n_g}(Y_{gl}-\overline{Y}_{\bullet\bullet})^2}_{\boxed{\text{V. TOTAL}}} = \underbrace{\sum_{g=1}^{G} n_g(\overline{Y}_{\bullet g}-\overline{Y}_{\bullet\bullet})^2}_{\boxed{\text{V. ENTRE}}} + \underbrace{\sum_{g=1}^{G}\sum_{l=1}^{n_g}(Y_{gl}-\overline{Y}_{\bullet j})^2}_{\boxed{\text{V. INTRA}}}$$

Correspondiendo cada término de la suma a las anteriores variaciones y siendo $\overline{Y}_{\bullet\bullet}$ la media total e $\overline{Y}_{\bullet g}$ la media de grupo o nivel g. $\quad$ " $g = 1, 2, ..., G$

Los grados de libertad (número de observaciones – parámetros a estimar) correspondientes a cada uno de los componentes de la variación total son:

- Variación ENTRE: g – 1 G-1
- Variación INTRA: n – g n-G
- Variación TOTAL: n – 1

Dado que a través del Análisis de la Varianza se persigue saber si los distintos niveles de un factor influye en los valores de una variable continua, para que efectivamente sí haya diferencias en los valores de la variable continua según el nivel del factor, se tiene que dar simultáneamente que el comportamiento de la variable continua sea lo más distinto posible para los distintos niveles del factor, y a su vez, que dentro de cada grupo (determinado por los niveles del factor) los valores sean lo más homogéneos posibles. En otras palabras, se tiene que dar que la variación intragrupos sea mínima, y que la variación entre-grupos sea máxima.
Por tanto el análisis de la varianza se va a basar no sólo en la descomposición de la variación total, sino además en la comparación de la variación ENTRE-grupos y la variación INTRA-grupos, teniendo en cuenta sus correspondientes grados de libertad.
Se demuestra que:

$$E\left[\frac{VARIACIÓN \quad ENTRE / G-1}{VARIACIÓN \quad INTRA / n-G}\right] \approx F_{G-1,n-G}$$

Por tanto, un valor elevado de este cociente significará que mayores son las diferencias entre los distintos grupos (niveles del factor), cumpliéndose asimismo que la variación dentro de cada grupo sea mínima, y por tanto la probabilidad de que los niveles del factor influyan en los valores de la variable continua será mayor.

Para el contraste de la hipótesis nula y asumiendo el cumplimiento de las hipótesis estadísticas, se utiliza el siguiente estadístico:

Media Cuadrática del Factor

$$F = \frac{MCF}{MCR} = \frac{\frac{SCF}{G-1}}{\frac{SCR}{n-G}} \rightarrow F_{G-1,n-G}$$

Media Cuadrát. Residual.

Dado que dicho cociente se distribuye como una F de Snedecor con G-1,n-G grados de libertad, el valor para el cual podremos asumir que sí existen efectos diferenciales entre los niveles dependerá del valor de tablas de la función F para un nivel de significación de al menos el 5%. Si el valor calculado es mayor que el valor de tablas significará que sí hay efectos diferenciales entre los grupos y por tanto aceptaremos la hipótesis de que existe dependencia entre las variables. Por el contrario, si el valor calculado es inferior al valor de tablas de una $F_{G-1,n-G}$ aceptaremos que no existen efectos diferenciales entre los grupos, o en otras palabras aceptaremos H_0.
Resumiendo:

Si $F > F_{g-1,n-g} \rightarrow H_1$ (Existen diferencias entre los tratamientos)

Si $F \leq F_{g-1,n-g} \rightarrow H_0$ (No existen diferencias entre los tratamientos)

2. COMPROBACIÓN DE LAS HIPÓTESIS INICIALES DEL MODELO.

La validez del estadístico F está condicionada al cumplimiento de las hipótesis estadísticas básicas del modelo que se acaban de formular.
Por ello, es importante verificar si los datos utilizados cumplen o no las hipótesis estadísticas básicas.
Los contrastes de las hipótesis básicas se efectúan a partir de los residuos:

$$\hat{\varepsilon}_{gi} = Y_{gi} - \hat{\mu}_g = Y_{gi} - \bar{Y}_g$$

→ Hipótesis de normalidad

- Contraste de Kolmogorov-Smirnov

  Ho: los residuos se distrib. según una dist. normal

- Gráficos q-q: se representan los valores observados de los residuos y los valores esperados en el caso de que siguieran una dist. normal.

El hecho de que los residuos no se aproximen a una dist. normal en general no afecta de forma importante al estadístico F.

→ Hipót. de Homoscedasticidad

· Contraste de Levene, ...

La validez de los contrastes de homocedasticidad depende del cumplimiento de la hipót. de normalidad. Si el tamaño de las muestras de los grupos es similar la no homoscedast. no afecta demasiado al estad. F.

→ Hipót. de independencia

Se supone que las muestras son aleatorias e independientes.
Para comprobarlo se representan gráficamente los residuos, si siguen una cierta estela ⇒ falta de independencia

→ Med. de bondad de ajuste

El coeficiente de determinación R^2 determina la parte de la variabilidad total explicada por el factor:

$$R^2 = \frac{SCF}{SCT}$$

Si $R^2 \to 1$ ⇒ la mayor parte de la variab. se atribuye al factor.
Si $R^2 \to 0$ ⇒ el factor explica muy poco de la var. total

3. CONTRASTES DE COMPARACIONES MÚLTIPLES: MÉT. TUCKEY Y MÉT. SCHEFFÉ.

Si se rechaza la H_0 de que los grupos tienen la misma media, es conveniente investigar que grupos han sido determinantes en ese rechazo. Este tipo de investigación es el análisis ex-post. En el análisis ex-post hay dos tipos de procedimientos:

- Intervalos de confianza individuales
- Comparaciones múltiples

Comparaciones múltiples

Se comparan las medias de ~~varias~~ dos poblaciones varias veces.
Los mét. más conocidos ~~para~~ la construcción de intervalos de confianza son los de Tuckey, Scheffé y Bonferroni.

A modo de cuadro-resumen presentamos algunas de las pruebas de comparaciones múltiples clasificadas según la distribución estadistica que utilizan en su cálculo:

Basadas en la distribución t	Dunn-Bonferroni (Dunn, 1961) Dunn-Sidak (Dunn, 1958 y Sidák, 1967) Holm-Shaffer (Holm, 1979 y Shaffer, 1986)
Basadas en la distribución del Rango Studentizado	Tukey (Tukey, 1953) Newman-Keuls (Newman, 1932 y Keuls 1952) Duncan (Duncan, 1955) Ryan (Ryan, 1960; Einot y Gabriel , 1975) Peritz (Peritz, 1970)
Basadas en la distribución F	Scheffé (Scheffé, 1953, 1959) F de Newman-Keuls F de Ryan
Basadas en una prueba t protegida	LSD de Fisher (Fisher, 1935) Shaffer-Ryan (Shaffer, 1979) Fisher-Hayter (Hayter, 1986)
Basadas en la comparación con un control	Dunnet (Dunnett, 1955)

- **DMS.** Diferencia Mínima Significativa basada en la distribución t de Student. Este método, inicialmente propuesto por Fisher (1935), no ejerce ningún control sobre la *tasa de error*. Es decir, cada comparación se lleva a cabo utilizando el nivel de significación establecido (generalmente 0,05), por lo que la *tasa de error* para el conjunto de comparaciones puede llegar a $1-(1-\alpha)^k$, siendo α el nivel de significación y k el número de comparaciones llevadas a cabo. (suele encontrarse en la literatura estadística con su acrónimo inglés: LSD = *Least Significant Difference*).

- **Bonferroni.** Método basado en la distribución t de Student y en la desigualdad de Bonferroni (también conocido como método de Dunn —su promotor en 1961— o de Dunn-Bonferroni). Controla la tasa de error dividiendo el nivel de significación (α) entre el número de comparaciones (k) llevadas a cabo. Cada comparación se evalúa utilizando un nivel de significación $\alpha_C = \alpha/k$.

- **Sidak** (1967). Al igual que el procedimiento de Bonferroni, se basa en la distribución t de Student, pero controla la tasa de error evaluando cada comparación con un nivel de significación $\alpha_C = 1-(1-\alpha)^{1/k}$. Esta solución es algo menos conservadora que la de Bonferroni (es decir, rechaza la hipótesis de igualdad de medias en más ocasiones que el método de Bonferroni).

- **Scheffé** (1953, 1959). Este método, basado en la distribución F, permite controlar la tasa de error para el conjunto total de comparaciones que es posible diseñar con J medias (una con otra, una con todas las demás, dos con dos, etc.). Utilizado para efectuar sólo comparaciones por pares, es un procedimiento muy conservador: tiende a considerar significativas menos diferencias de las que debería.

- **R-E-G-W F.** Método de Ryan (1960), Einot - Gabriel (1975) y Welsch (1977) basado en la distribución F. Se trata de un método por pasos. Tras ordenar de forma ascendente las J medias por su tamaño, se efectúan todas las comparaciones posibles entre pares de medias teniendo en cuenta el número de escalones (r) que las separan: con J medias, la media más pequeña y la más grande están separadas $r = J$ escalones; la media más pequeña y la segunda más grande están separadas $r = J-1$ escalones; la media más pequeña y la tercera más grande están separadas $r = J-2$ escalones; etc. Dos medias adyacentes tras la ordenación están separadas 2 escalones. El número de escalones existente entre las medias comparadas condiciona el nivel de significación de cada comparación, siendo éste mayor cuanto más alejadas se encuentran las medias después de ser ordenadas. En el método R-E-G-W F, cada comparación se evalúa utilizando un estadístico F y un nivel de significación $\alpha_C = 1-(1-\alpha)^{r/J}$. Es un método por pasos más potente que el de Duncan y el de Student-Newman-Keuls (ver más abajo), pero no es apropiado cuando los grupos tienen tamaños distintos.

- **R-E-G-W Q.** Método de Ryan (1960), Einot - Gabriel (1975) y Welsch (1977) basado en la distribución del rango estudentizado. Se trata de un método por pasos que utiliza el mismo estadístico que, por ejemplo, el método de Student-Newman-Keuls o el método de Tukey, pero que controla el nivel de significación de cada comparación del mismo modo que el método R-E-G-W F. Es un método por pasos más potente que el de Duncan y el de Student-Newman-Keuls (ver más abajo), pero no apropiado cuando los grupos tienen tamaños distintos.

- ☐ **S-N-K.** Student-Neuwman-Keuls (Newman, 1939; Keuls, 1952). Método basado en la distribución del rango estudentizado. Al igual que los métodos R-E-G-W F y Q, éste también se basa en una ordenación de las medias por su tamaño. Pero a diferencia de ellos, aquí el nivel de significación para cada conjunto de medias separadas r pasos es siempre α. Cuantos más pasos existen entre dos medias, mayor es la *diferencia mínima* necesaria para considerar que esas medias difieren significativamente.
- ☐ **Tukey (1953).** Diferencia honestamente significativa de Tukey. Equivale a utilizar el método de Student-Newman-Keuls con $r = J =$ *nº de medias*. Por tanto, todas las comparaciones son referidas a una misma *diferencia mínima*. Es uno de los métodos de mayor aceptación.
- ☐ **Tukey-b (1953).** Este método consiste en considerar como *diferencia mínima* el valor medio entre la *diferencia honestamente significativa* de Tukey y la *diferencia mínima* obtenida con el método de Student-Newman-Keuls para el caso de $r = 2$.
- ☐ **Duncan** (1955). Prueba del rango múltiple de Duncan. Método de comparación por pasos basado en la distribución del rango estudentizado. Controla la tasa de error utilizando, para el conjunto de medias separadas r pasos, un nivel de significación $\alpha_C = 1-(1-\alpha)^{r-1}$. Cuantos más pasos existen entre dos medias, mayor es la *diferencia mínima* con la que vamos a considerar que esas medias difieren significativamente.
- ☐ **GT2 de Hochberg** (1974). Es un procedimiento muy similar a la Diferencia honestamente significativa de Tukey, pero se basa en la distribución del módulo máximo estudentizado. El método de Tukey suele ser más potente.
- ☐ **Gabriel** (1969). También se basa en la distribución del módulo máximo estudentizado. Con grupos del mismo tamaño, este método es más potente que el de Hochberg, pero con tamaños muy desiguales ocurre lo contrario.
- ☐ **Waller-Duncan** (1969). Utiliza la distribución t de Student y una aproximación bayesiana. Si los tamaños muestrales son distintos, utiliza la media armónica.
- ☐ **Dunnett** (1955). Sirve para comparar cada grupo con un grupo control. Por tanto, controla la tasa de error para $k-1$ comparaciones. Por defecto, se considera que la última categoría del factor es la que define el grupo control, pero puede seleccionarse la primera categoría. Permite efectuar tanto contrastes bilaterales como unilaterales.

No asumiendo varianzas iguales. En el caso de que no podamos suponer varianzas poblacionales iguales, el cuadro de diálogo *Post hoc* permite elegir entre estos cuatro procedimientos:

- ☐ **T2 de Tamhane** (1977, 1979). Método basado en la distribución del módulo máximo estudentizado.
- ☐ **T3 de Dunnett** (1980). Modificación propuesta por Dunnett al estadístico T2 de Tamhane. Se basa también en la distribución del módulo máximo estudentizado.
- ☐ **Games-Howell** (1976). Método similar al de Tukey. Se basa en la distribución del rango estudentizado y en un estadístico T en el que, tras estimar las varianzas poblacionales suponiendo que son distintas, se corrigen los grados de libertad mediante la ecuación de Welch (ver capítulo 13, apartado *Prueba T para muestras independientes*). En términos generales,

4. ANÁLISIS DE LA VARIANZA PARA UNA CLASIFICACIÓN DOBLE.

En el análisis de la varianza con 2 factores aparece una novedad en relación con el análisis de la varianza con un solo factor: la iteración entre factores. En los casos con más de 2 factores no aparecen elementos conceptuales nuevos.

Modelo: $Y_{gj} = \mu + \alpha_g + \beta_j + (\alpha\beta)_{gj} + \varepsilon_{gj}$

$g = 1, \ldots, G$

$j = 1, \ldots, J$

μ = media global

α_g ≡ efecto del nivel g del factor A

β_j ≡ " " " j " " B

$(\alpha\beta)_{gj}$ ≡ efecto de iteración de los niveles g y j corresp. a los factores A y B respectivamente.

donde:

$$\sum_{g=1}^{G} \alpha_g = \sum_{j=1}^{J} \beta_j = \sum_{g=1}^{G} \sum_{j=1}^{J} (\alpha\beta)_{gj} = 0$$

Se mantienen las hipótesis básicas, pero ahora la media teórica viene def. por tres términos.

$H_0: \alpha_1 = \ldots = \alpha_G = 0$

H_1: no todas α_g son nulas

$H_0: \beta_1 = \ldots = \beta_J = 0$

H_1: No todas β_j son nulas

$H_0: (\alpha\beta)_{gj} = 0 \quad \forall g$ y $\forall j$

H_1: no todas $(\alpha\beta)$ son nulas

Descomposición de la varianza

$$\left(SCF = SCF_A + SCF_B + SCF_{A\times B}\right)$$

$$SCT = SCF_A + SCF_B + SCF_{A\times B} + SCR$$

$$\sum_{g=1}^{G}\sum_{j=1}^{J} n_{gj}(\bar{Y}_{gj}-\bar{Y})^2 = \sum_{g=1}^{G}\sum_{J}^{J} n_{gj}(\bar{Y}_g-\bar{Y})^2 + \sum^{G}\sum^{J} n_{gj}(\bar{Y}_j-\bar{Y})^2 +$$
$$+ \sum^{G}\sum^{J} n_{gj}(\bar{Y}_{gj}-\bar{Y}_g-\bar{Y}_j+\bar{Y})^2 + \text{res}$$

¡!

Construcción del estadístico

Es necesario construir 3 estadísticos para contrastar las hipótesis básicas.

Factor A $\longrightarrow F = \dfrac{MCF_A}{MCR} \overset{d}{\rightsquigarrow} F_{G-1,\, n-GJ}$

Factor B $\longrightarrow F = \dfrac{MCF_B}{MCR} \overset{d}{\rightsquigarrow} F_{J-1,\, n-GJ}$

Interacción $\longrightarrow F = \dfrac{MCF_{A\times B}}{MCR} \overset{d}{\rightsquigarrow} F_{(G-1)(J-1),\, n-GJ}$

Medidas de la efecto de los factores

Para medir el efecto de cada factor separadamente se utilizan los estadísticos eta cuadrado parciales:

$$\eta^2_A = \frac{SCF_A}{SCF_A + SCR}$$

$$\eta^2_B = \frac{SCF_B}{SCF_B + SCR}$$

$$\eta^2_{A\times B} = \frac{SCF_{A\times B}}{SCF_{A\times B} + SCR}.$$

Modelo factorial completo e incompleto

Un modelo para análisis de la varianza es ~~[illegible]~~ completo cuando se incluyen en el mismo la efecto de toda los factores (≡ efectos principales) y todas las iteracciones entre la mismas

ESTAD _ T30

Ø_ Introd.

Estad → Inferencia → An. multivariante

1 – ANOVA cl. simple.

- Contr. igualdad medias → idea
- Modelo < contr. / econométrico < et / ea / em
- Modelo teórico | $Y_g = \mu_g + \varepsilon_g$ / $Y_g = \mu + \delta_g + \varepsilon_g$ → { $\mu_g = \mu, \forall g$. / $\delta_g = 0$
- Hptsis básicas:
  - Poblac | → Homoscad. / → Normal
  - Muestra | → Aleat. / → Indep.
- Descomp. varianza:

  $VT = VE + VD \longrightarrow SCT = SCE + SCD$

  $g.l. \rightarrow (n-1) = (G-1) \quad (n-G)$
- Estad: $MCF/MCR \xrightarrow[H_0]{} F_{G-1,\,n-G}$

2 _ Comprobación de las hptsis iniciales.

- Hptsis normalidad
  - K-S
  - Gráficos q-q
- Hptsis homoscedasticidad
  - Levene
- Hptsis independencia
  - Gráf. residuos
- Medida bondad ajuste: R^2

3 _ Contr. comparaciones múltiples.

- Idea < IC indiv. / compar. múlt.
- Scheffé → F → ~~tradicional~~. conservador
- Tukey → dif. signif.

4 _ Cl. doble

- Modelo $Y_{gj} = \mu + \alpha_j + \beta_j + (\alpha\beta)_{gj} + \varepsilon_{gj}$
- Hptbis
  - ↳ $H_0: \alpha_1 = \ldots = \alpha_g = 0$
  - ↳ $H_0: \beta_1 = \cdots = \beta_J = 0$.
  - ↳ $H_0: (\alpha\beta)_{gj} = 0$
- Desc. varianza → $SCT = SCF_A + SCF_B + SCF_{AB} + SCR$
- Estadístico: $MCF_A/MCR,\ MCF_B/MCR,\ MCF_{AB}/MCR$
- Medidas efecto