CENTRO INTERNACIONAL DE FORMACIÓN FINANCIERA

Master en Estadística Aplicada y Estadística para el Sector Público

Profesor: Jorge Martín Arevallillo

TEORÍA DE LA PROBABILIDAD

Enero de 2008. Modelo A. Duración: dos horas

APELLIDOS:
NOMBRE:

1. Sean A y B dos sucesos que cumplen que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.2$ y $P(A \cup B) = 0.6$. La probabilidad de su intersección es

   a) 0.3 b) 0.05 c) 0.1

2. Se lanza un dado dos veces. La probabilidad de obtener la misma puntuación en ambos lanzamientos es

   a) 1/6 b) 1/36 c) 1/2

3. Una urna $\mathcal{U}_1$ contiene dos bolas blancas y una negra; otra $\mathcal{U}_2$ contiene una bola blanca y otra negra. Se extrae una bola de $\mathcal{U}_1$ y se introduce en $\mathcal{U}_2$; a continuación, se extrae una bola de $\mathcal{U}_2$. Si en la segunda extracción se obtuvo blanca, el suceso *"Extraer negra en la primera"* tiene probabilidad

   a) 1/5 b) 4/5 c) 1/9

4. Sea X una variable aleatoria con densidad $f_X(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

   Se consideran los sucesos: $A = \{X < 2/3\}$ y $B = \{X > 1/2\}$. La probabilidad $P(A|B)$ es

   a) 7/36 b) 7/27 c) 3/4

5. Sea X la variable: "puntuación obtenida al lanzar un dado". $E\{X\}$ vale

   a) 7/2 b) 7 c) 1/6

6. La media de una variable aleatoria exponencial de parámetro $\lambda = 4$ es

   a) 1 b) 4 c) 1/4

7. Se realizan 10 lanzamientos independientes de una moneda equilibrada; se considera la variable X número de caras obtenidas. $E\{X\}$ vale

   a) 10 b) 3 c) Ninguna de las anteriores

8. Sea Z una variable aleatoria con distribución $N(0,1)$. De las tablas se obtiene que $P(Z \leq 1.96) = 0.975$. Entonces $\{P(|Z| > 1.96\})$ vale

   a) 0.025 b) 0.05 c) Ninguna de las anteriores

9. Una variable aleatoria X tiene función de masa dada por: $p_X(0) = 1/3$, $p_X(1) = 1/6$, $p_X(2) = 1/2$. Su esperanza y varianza valen respectivamente

   a) 7/6 y 29/36 b) 29/36 y 7/6 c) 7/6 y 49/36

10. Se sabe que la función característica de una variable aleatoria con distribución de Poisson de parámetro λ viene dada por $\phi(t) = \exp(\lambda(e^{it} - 1))$. El momento de segundo orden de la distribución es

    a) λ b) λ^2 c) $\lambda + \lambda^2$

11. ¿En qué caso dos variables incorreladas son independientes?

    a) Normalidad bivariante b) Multinomial bivariante c) En ningún caso

12. Si X tiene distribución $N(5, 2)$, la distribución de $Y = X - 3$ es

    a) $N(0, 1)$ b) $N(2, 2)$ c) $N(0, 2)$

13. Se elige un punto al azar en el cuadrado unidad $[0, 1]^2$. La probabilidad de que la abscisa del punto sea mayor que la ordenada es

    a) 1 b) 1/2 c) 1/4

14. Sea (X, Y) un vector aleatorio cuya función de masa viene dada por: $p_{XY}(0, 0) = 1/2$, $p_{XY}(0, 1) = 1/4$ y $p_{XY}(1, 0) = 1/4$. El coeficiente de correlación entre ambas variables vale

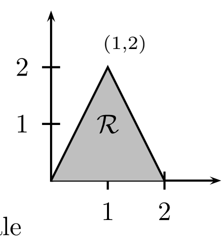
    a) 0 b) $-1/3$ c) $1/3$

15. Sea $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ una sucesión de variables independientes e igualmente distribuidas con media 1. Entonces se verifica que

    a) $\bar{X}_n \xrightarrow{c.s} 0$ b) $\bar{X}_n \xrightarrow{c.s} 1$ c) $\bar{X}_n$ diverge c.s

16. El vector aleatorio (X, Y) tiene función de densidad conjunta:

$$f(x,y) = \begin{cases} 1/2 & \text{si } (x,y) \in \mathcal{R} \\ 0 & \text{si } (x,y) \notin \mathcal{R} \end{cases}$$



    La probabilidad $P(Y \leq 1\,,\, X \leq 1)$ vale

    a) 3/8 b) 3/4 c) 1/4

17. Si X es una variable aleatoria exponencial con función de distribución $F(x) = 1 - e^{-x} : x \geq 0$, entonces el valor de $P(X > 1)$ es

    a) 0 b) $1 - e^{-1}$ c) e^{-1}

18. Si la función de masa de un vector aleatorio (X, Y) es: $p_{XY}(1, 1) = p_{XY}(2, 1) = 1/6$, $p_{XY}(0, 2) = p_{XY}(2, 2) = 1/3$, entonces $P(Y = 2)$ vale

    a) 2/3 b) 1/3 c) 0

19. Una urna contiene dos bolas blancas y tres negras. Se realizan dos extracciones sin reemplazamiento. La probabilidad de que la primera sea blanca y la segunda negra es

    a) 3/10 b) 2/5 c) Ninguna de las anteriores

20. La recta de regresión de una variable Y sobre otra X viene dada por $y = 2x + 1$. La varianza de la variable X es $1/2$. Con los datos anteriores se tiene que la covarianza entre X e Y es

    a) 0 b) 1 c) 2