Prácticas de la asignatura Series Temporales

Tercera Entrega

1 Modelos de Series Temporales

1.1 Procesos de media móvil

Los procesos autorregresivos tienen todas sus autocorrelaciones diferentes de 0, aunque sean muy pequeñas. En ese sentido se puede decir que estos procesos son de memoria larga. Otro tipo de procesos deben representar series con memoria corta. Estos son los procesos de media móvil.

Diremos que una serie, x_t, ha sido generada por un proceso de media móvil si:

$$x_t = c + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \qquad a_t \sim N\left(0, \sigma^2\right), \text{ independientes}$$

donde c es una constante, θ_i, $i = 1, \ldots, p$ son constantes a determinar y a_t es un proceso de ruido blanco independiente de x_{t-k} para $k = 0, 1, 2, \ldots$ con varianza σ_a^2. Es decir, la serie x_t está formada por una combinación lineal finita de las innovaciones.

1.1.1 Proceso MA(1)

El proceso MA(1) tiene por ecuación generadora:

$$x_t = c + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

La ecuación nos dice que el valor de la variable en tiempo t es el valor de la innovación en tiempo t, a_t, menos θ_1 veces el valor de la innovación en tiempo $t-1$, a_{t-1}, más el valor de la constante. Por lo tanto, el proceso debe ser siempre estacionario. Es fácil ver que:

$$E[x_t] = c \qquad Var[x_t] = \left(1 + \theta_1^2\right)\sigma_a^2 \qquad \rho_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2}, \ \rho_k = 0, \ k = 2, 3, \ldots$$

Vamos a generar varias series para diferentes parámetros θ_1. Para ello creamos un workfile de 200 datos de la manera habitual. En primer lugar generamos una serie donde $c = 0$, $\theta_1 = 0.5$ y $\sigma_a^2 = 1$. Para ello debemos seguir los pasos:

1. File→New→Workfile.
2. Undated or Irregular→1 to 200.
3. Genr→a=nrnd. (Esto nos define la serie de ruido blanco).
4. Genr→x1=0. (Esto nos define la serie como 0).

5. Genr→IMPORTANTE: Sample: 2:200 → x1=a+0.5*a(-1). (Aqui la serie toma sus valores definitivos).

El proceso de generación asume que $x_1 = 0$. Vemos la serie:

View → Line Graph

La serie debe tomar valores alrededor de la media del proceso, 0, y no tener cambios en la varianza. Ver también el histograma y los estadísticos principales. Por último pasar a ver el correlograma. Comprobar que la función de autocorrelación estimada de la serie es aproximadamente cero a partir del segundo retardo. Comprobar como en cambio la función de autocorrelación parcial decrece hacia 0. Por lo tanto, el comportamiento de las autocorrelaciones es dual para ambos procesos.

Generamos el mismo proceso pero tomando $\theta_1 = 0.9$. Repitiendo los mismos pasos que en el caso anterior, debemos comprobar que el proceso tiene correlaciones mucho máyores.

El resto de procesos son bastante parecidos a este. Lo único es determinar el orden del proceso en función de las autocorrelaciones.

1.2 Procesos ARMA(p,q)

Un proceso ARMA combina las propiedades de los procesos autorregresivos y los de media móvil, por lo que se espera que sean muy flexibles y que puedan representar un gran número de series temporales que observamos. En particular las primeras q correlaciones serán cualesquiera mientras que el resto decreceran de manera simple. Estudiemos el caso de procesos ARMA(1,1) en representación del resto de procesos.

1.2.1 Procesos ARMA(1,1)

El proceso ARMA(1,1) tiene por ecuación generadora:

$$x_t = c + \phi_1 x_{t-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Para que el proceso sea estacionario se debe cumplir que $|\phi_1| < 1$. Para determinar los valores de la media, la varianza y las autocorrelaciones, ver el capítulo 5 de los apuntes. Vamos a generar varias series para diferentes parámetros ϕ_1 y θ_1. Para ello creamos un workfile de 200 datos. Veamos algunos ejemplos. En primer lugar generamos una serie donde $c = 1$, $\phi_1 = 0.8$, $\theta_1 = -0.7$ y $\sigma_a^2 = 1$. Para ello debemos seguir los pasos:

1. File→New→Workfile.
2. Undated or Irregular→1 to 200.
3. Genr→a=nrnd.
4. Genr→x1=1.
5. Genr→IMPORTANTE: Sample: 2:200 → x1=1+0.8*x1(-1)+a+0.7*a(-1).

El proceso de generación asume que $x_1 = 1$. Vemos la serie:

View → Line Graph

La serie debe tomar valores alrededor de la media del proceso y no debe tener cambios en la varianza. Ver también el histograma y los estadísticos principales. Por último pasar a ver el correlograma. Comprobar el comportamiento de la función de autocorrelación y de la correlación parcial del proceso. Comprobar como ambos decrecen.

En segundo lugar considerar el ejemplo donde los parámetros son $c = 0$, $\phi_1 = 0.8$, $\phi_2 = -0.3$ y $\sigma_a^2 = 1$. Para ello debemos seguir los pasos:

1. File→New→Workfile.
2. Undated or Irregular→1 to 200.
3. Genr→a=nrnd.
4. Genr→x1=0.
5. Genr→IMPORTANTE: Sample: 2:200 → x1=0.8*x1(-1)+a+0.3*a(-1).

El proceso de generación asume que $x_1 = 0$. Vemos la serie:

View → Line Graph

La serie debe tomar valores alrededor de la media del proceso, 0, y no debe tener cambios en la varianza. Ver también el histograma y los estadísticos principales. Por último pasar a ver el correlograma. Comprobar que en este caso el decrecimiento de la serie no tiene sinusoides, si no que se produce un decrecimiento monótono salvo el signo en la función de autocorrelación del proceso. Ver que la correlación parcial muestra dos primeros valores significativos, mientras que el resto deben ser aproximadamente 0.