

Aula 12 - Árvores – Conceitos

Árvores Binárias

Prof. Emerson A Marconato

UNIVEM

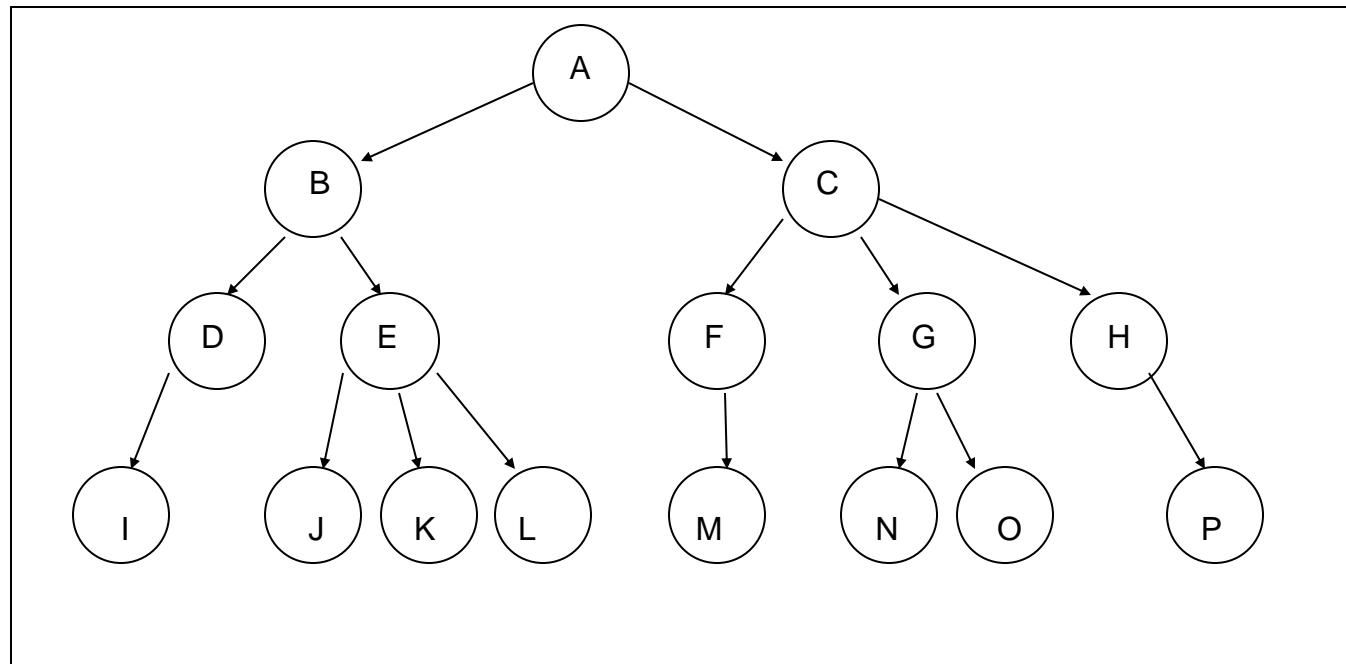
Árvores - Definição



Uma árvore com tipo base T é:

- ou uma árvore vazia;
- ou um nó do tipo T com um conjunto de árvores distintas associadas ao tipo T , chamadas de sub-árvores. Árvore é uma estrutura homogênea, isto é, todos os nós são do mesmo tipo.

Representação



Terminologias



- **RAIZ:** é o nó que está no topo da árvore. Na árvore acima é o nó que contém a informação 'A'.
- **DESCENDENTES:** são os nós que estão ligados abaixo de um nó específico.
- **DESCENDENTES DIRETOS:** são os nós que estão ligados diretamente ao nó de nível superior.

Terminologias



- ALTURA DA ÁRVORE: é o máximo nível de uma árvore.
- NÍVEL DE UM NÓ: é a distância que o separa da raiz. A raiz tem nível = 0.
- FOLHA: são os nós que não possuem descendentes.
- GRAU DE UM NÓ: é o número de descendentes diretos.
- GRAU DE UMA ÁRVORE: é o máximo grau de seus nós.

Na árvore utilizada como exemplo identifique:



- a) quem é a raiz ?
- b) quem são as folhas ?
- c) quem são os descendentes do nó C ?
- d) qual é o grau do nó G ?
- e) qual é o grau da árvore ?
- f) qual é o nível do nó E ?
- g) qual é altura da árvore ?

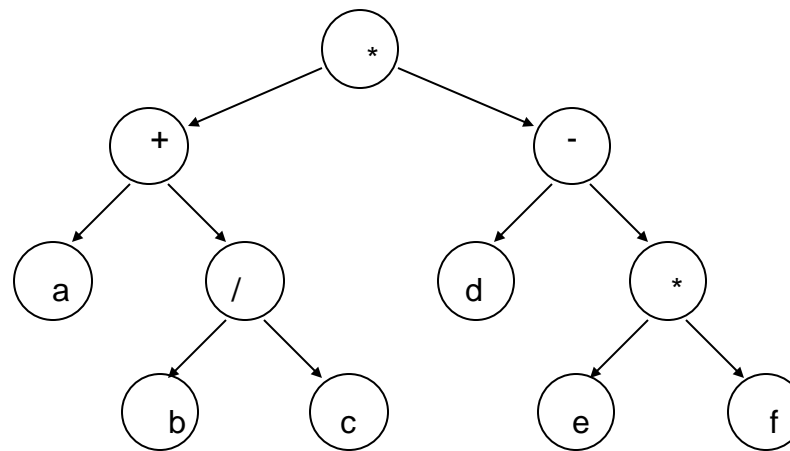
Árvores Binárias



Uma árvore binária ordenada é um conjunto finito de nós que, ou é vazio, ou consiste de uma raiz com 0, 1 ou 2 sub-árvores. Quando existem duas sub-árvores estas são chamadas de sub-árvore à esquerda e sub-árvore à direita. Por exemplo veja a representação da expressão:

$$(a + b / c) * (d - e * f)$$

Esquematizando...



Declaração de um nó em C

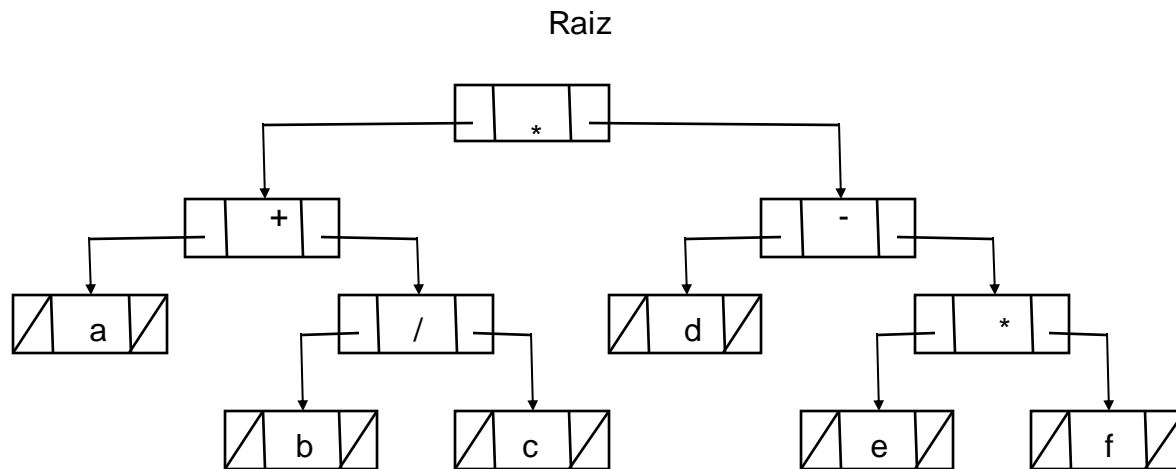


Cada nó da árvore binária seria definido em C da seguinte forma:

```
struct no_arvore {  
    int info;  
    struct no_arvore *esq, *dir;  
};
```

```
typedef struct no_arvore ARVORE;
```

Esquematizando...



Terminologias...



- Se A é a raiz de uma árvore binária e B é a raiz de sua sub-árvore esquerda ou direita, então diz-se que **A é o pai de B** e que **B é o filho direito ou esquerdo de A**.
- Um nó sem filhos é chamado de **folha**.
- Dois nós são **irmãos** se forem filhos direito e esquerdo do mesmo pai.

Continuando...



- Se todo nó que não é folha numa árvore binária tiver sub-árvores esquerda e direita não vazias, a árvore será considerada **árvore estritamente binária**.
- No exemplo citado, tem-se uma árvore estritamente binária.

Continuando...



- Uma **árvore binária completa** de profundidade (altura) d é a árvore estritamente binária em que todas as folhas estejam no mesmo nível d .
- Uma árvore é dita **perfeitamente balanceada** se para cada nó da árvore, o número de nós em suas sub-árvores à esquerda e à direita diferirem de no máximo 1 nó.

Árvores Perfeitamente Balanceadas

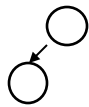
- Construir uma árvore com N elementos é vago, pois não especifica a posição dos nós (podem ser geradas diversas árvores distintas) . Se especificarmos : a construção de uma árvore com altura (profundidade) mínima H , poderíamos construí-la de acordo com o esquema a seguir. Seja N o número de nós da árvore, então:

Esquematizando...

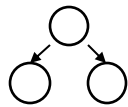
n=1



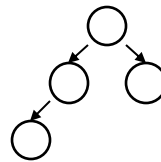
n=2



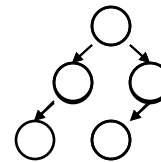
n=3



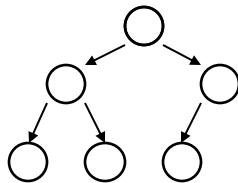
n=4



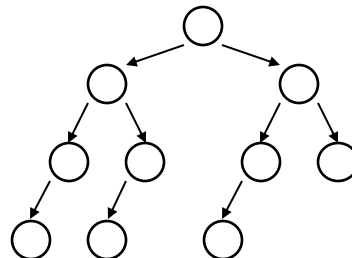
n=5



n=6



n=10



Total de nós...



- Para estas representações N é o número de nós e existe um nó que é a raiz. A sub-árvore à esquerda possui $(N \text{ div } 2)$ nós e a sub-árvore à direita possui $N - (N \text{ div } 2) - 1$ nós, estas são chamadas de **árvores perfeitamente balanceadas**.

Função para criar uma árvore perfeitamente balanceada com N nós

```
ARVORE *CAPB (int N)
{
    ARVORE *r;
    if (N==0)
        r=NULL;
    else
    {
        r = (ARVORE *) calloc (1, sizeof(ARVORE));
        printf("\nDigite um valor => ");
        scanf("%i",&r->info);
        r->esq = CAPB(N/2);
        r->dir = CAPB(N - N/2 - 1);
    }
    return r;
}
```

Função main()

```
main()  
{  
    int qtd;  
    ARVORE *Raiz;  
    printf ("Digite o número de nós para a  
    árvore");  
    scanf ("%i", &qtd);  
    Raiz = CAPB(qtd);  
    ....  
}
```

Função para imprimir a árvore

```
void Imprime(ARVORE *R)
{
    if (R != NULL)
    {
        printf ("%i ",R->info);
        Imprime (R->esq);
        Imprime (R->dir);
    }
}
```

Exercício



- Elabore uma função que mostre os descendentes diretos de um determinado nó da árvore.