# Lab 1 – Taylor (Pêndulo)

## Material necessário:

- Câmera (Smartphone)

- Pêndulo (Fornecido pelo Lab)

## Experiência:

O experimento visa utilizar série de Taylor para aproximar movimentos periódicos. Para tanto, deve-se encontrar a equação que modela o movimento do corpo. Inicialmente o grupo deve filmar o pêndulo oscilando por cerca de 5 segundos, mantendo o centro de rotação e a câmera **sempre parados**.

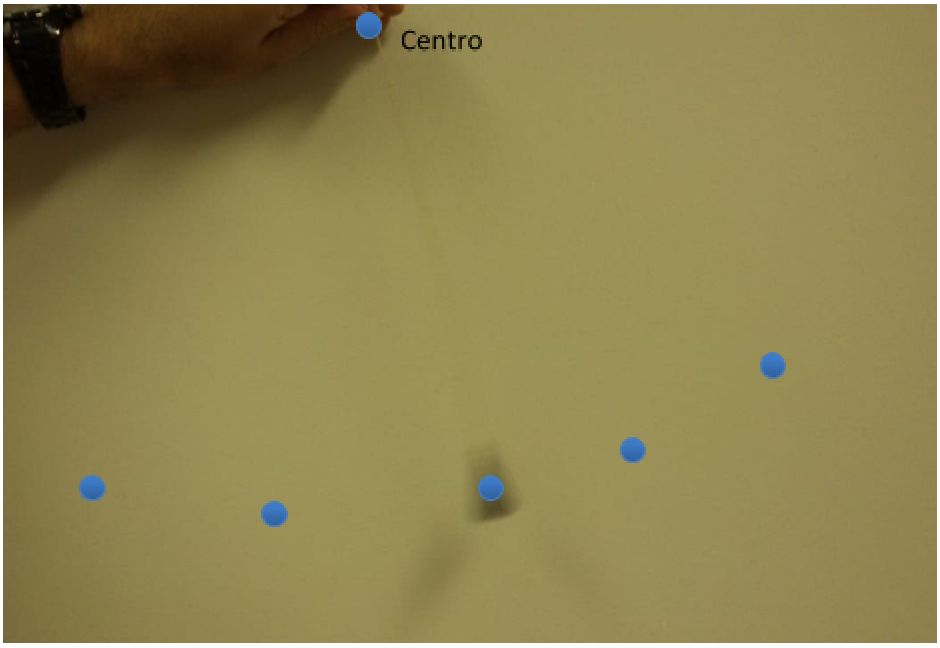


Figura 1: Figura do Pêndulo.

Capturar 8 imagens diferentes a partir do vídeo para localizar nas imagens a posição em graus do pêndulo em relação ao eixo de rotação. Lembre de anotar também o tempo do quadro (t) em milissegundos.

1. Abra o vídeo com o Media Player Classic (MPC);
2. Clique com o botão direito do mouse sobre o tempo de execução (extremidade inferior direita da janela) e escolha a opção “alta precisão”;
3. Selecione os quadros desejados com “Ctrl ->” ou “Ctrl <-”;
4. Na aba “arquivo” clique em “salvar imagem” ou “alt+i”;
5. Lembre de anotar os tempos, em milissegundos, de cada imagem salva.

Observe que se trata de um movimento periódico. Descubra qual o tempo necessário para uma oscilação completa, utilizando o vídeo.

Utilizando a primeira imagem, ache a posição do centro de rotação (em tese, constante durante o resto do experimento).

Para cada imagem capturada, deve-se anotar, além do tempo, a posição do pêndulo. Encontre o ângulo em relação ao centro de rotação para cada imagem.

1. Abra cada imagem utilizando o "Paint"
2. Coloque o mouse exatamente em cima de onde deseja saber a posição em pixels.
3. A posição do mouse sobre a imagem, em pixels, aparece na extremidade inferior esquerda da janela do Paint.
4. O ângulo pode ser encontrado utilizando produto escalar, como mostra a equação:

$\theta = acos\left(\frac{(x-x_0)}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}}\right)$, (*acos(),* é a função arc-cosseno que já existe no scilab.)

em que, x0 e y0 são as coordenadas do centro de rotação, x e y são as coordenadas do pêndulo em cada imagem e $\theta$ é dado em radianos.

Pode-se aproximar qualquer função periódica pela função: ang(t) = r1 + r2*cos(w0*t) + r3*sen(w0*t), utilizando técnicas de mínimos quadrados (MMQ).

Utilizando os 8 ângulos, pode-se encontrar os coeficientes (r1, r2 e r3) que melhor ajustam a função acima. Copie a função abaixo no editor do Scilab e substitua as partes em laranja pelos valores do seu experimento. A função irá retornar os valores de "w0" e um vetor "r" contendo os valores de "r1", "r2" e "r3", nesta ordem.

```
function [w0, r]=coeficientes(t, ang, p) //vetores de tempo e angulo, e o período
    n=length(t); //numero de elementos em t
    w0=2*%pi/p; // frequencia em radianos
    A=[n sum(cos(w0*t)) sum(sin(w0*t));
    sum(cos(w0*t)) sum(cos(w0*t).*cos(w0*t)) sum(cos(w0*t).*sin(w0*t));
    sum(sin(w0*t)) sum(cos(w0*t).*sin(w0*t)) sum(sin(w0*t).*sin(w0*t))];
    B=[sum(ang); sum(ang.*cos(w0*t)); sum(ang.*sin(w0*t));];
    r=inv(A)*B;
 endfunction

 t=[0 1 2 3 4 5 6 7];//tempo de cada imagem
 ang=[ 2.5173199 0.4942503 1.5117741 2.6951518 0.8224183 ...]; //ângulos de cada imagem,
respectivamente;
 p= 3; //período ou tempo para uma volta completa
 [w0,r]=coeficientes(t,ang,p)
 disp(w0, "w0= ");
disp(r, "r= ");
figure
 plot(t,ang,'.');
 tn=min(t):0.001:max(t);
 angn=r(1)+r(2)*cos(w0*tn)+r(3)*sin(w0*tn);
 plot(tn,angn,'k')
 xgrid;
```

Lembrando que o valor do período "p" pode ser encontrado, a partir do vídeo, verificando quanto tempo leva para uma oscilação completa acontecer.

Observe que a função “ang(t) = r1 + r2*cos(w0*t) + r3*sen(w0*t)” encontrada por MMQ, pode ser aproximada pela série de Taylor.

O relatório deve conter os seguintes quesitos:

1. Encontrar as posições [x,y] e os ângulos do pêndulo em cada imagem. Encontrar o período de oscilação. Utilizar a biblioteca gráfica para plotar a primeira imagem e, nesta, plotar todas as posições coletadas.
    a. Instruções para biblioteca de manipulação de imagens (scilab 6.0):
       - Inicie o módulo com o comando scicv_Init();
       - Utilize o comando M=imread(‘caminho/nome.jpg’) para abrir a primeira imagem.
       - Utilize o comando matplot(M). Se tudo estiver correto, deverá aparecer a primeira imagem na tela.
2. Encontrar os coeficientes r1, r2 e r3 da equação que modela o movimento circular e plotar seu gráfico desde o menor até o maior tempo coletado na imagem.
3. Faça uma função que calcule a série de Taylor para a equação encontrada no item anterior. A função recebe como entrada o tempo “t0” para iniciar a expansão, o número de termos utilizados nesta e o tempo “t” em que desejamos prever o ângulo. A função deve retornar o valor aproximado para o ângulo no tempo “t” informado.
4. Encontre o valor do ângulo da oitava imagem utilizando taylor e partindo do tempo da sétima imagem , para: 1, 2, 3 e 50 termos. (utilize a função do item anterior)
5. Altere o código abaixo para imprimir o gráfico do ângulo partindo do tempo da sétima imagem até o tempo da oitava imagem para Taylor com 1, 2, 3 e 50 termos.

```
tg=t(7):0.001:t(8); //Partindo do tempo da quarta foto ate a quinta foto
for i=1:length(tg)  //percorre todos os elementos do vetor tg
    angt(i)=taylor(t(7),3,tg(i)); //usa Taylor para encontrar o xt de cada tempo tg. 3 termos.
end
figure;
plot(tg,angt,'r');
```

6. Informe qual o erro relativo da aproximação utilizando MMQ para o valor real de X na última imagem. Monte uma tabela (utilize qualquer editor de texto) para apresentar o erro relativo de 1, 2, 3 e 50 termos da série de Taylor, em relação a solução aproximada por MMQ.

**Algoritmo de Taylor (função periódica):**
**Entrada:** tempo inicial "t0", número de termos da série e tempo a ser estimado "t".
**Saída:** valor "a" da estimação

```
w0 = ???; //velocidade angular;
r=[???  ???  ???];//valores de r1, r2 e r3;

a=r(1)+ r(2)*cos(w0*t0)+r(3)*sin(w0*t0);
Para i=2 até n
        Se modulo(i,4)==2
                a=a+f '(t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        Senão Se modulo(i,4)==3
                a=a+f ''(t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        Senão Se modulo(i,4)==0
                a=a+f '''(t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        Senão
                a=a+f⁴ (t0)*(t-t0)^(i-1)/fatorial(i-1)
        fim Se
    Fim Para
```

PS: Lembre as derivadas devem ser encontradas a partir da derivação da função f, e que onde tem f' deve ser f' (na primeira passagem do laço), $f^5$ (na segunda passagem) e assim por diante. Nas derivadas, o w0 multiplica os termos.

Teste do código:

Função que desejamos aproximar por Taylor:

```
r(1)+r(2)*cos(w0*t)+r(3)*sin(w0*t)
;
w0=5.3748377
r=[528.6837 -5.58392 -196.69973]
```

Função Taylor do tipo: angt=taylor(t0,n,t)

```
Chamada: angt= taylor(4.904, 10,
5.242);
```

Saida: angt= 514.69273