Relatório do LAB 3 - Sistemas

Samuel Cavalcanti Turma: 01A Matricula: 20160108682
Bruno Luis De Lima Barca Turma: 01A Matricula: 20160143618
Wellington Nóbrega Fernandes Turma: 01A Matricula: 2016016711

30 de Setembro de 2018

Resumo

Para entender um pouco como os cientistas estimaram o tempo do surgimento do universo. Foi simulado uma colisão de 3 partículas para estudar simplificadamente como pode ter sido o Big-Bang. Após gravar um vídeo mostrando a colisão das partículas e momentos depois da colisão, foram montados sistemas de equações baseado no movimento uniforme. Para resolver este sistema foram utilizados 2 métodos decomposição LU e o método iterativo Gauss-Seidel a qual não convergiu e o método do LU apresentou um erro relativo alto

Introdução

Na década de 1920, começaram a aparecer evidências observacionais de que as galáxias do Universo teriam uma tendência a se afastar da nossa. Mas foi em 1931 que O astrônomo Edwin Powell Hubble que comprovou esse afastamento, levando a comunidade científica a questionar se em algum momento todas as galáxias estariam em algum momento juntas. Em 1948 o cientista russo George Gamow enunciou a teoria do Big-Bang, que é a explicação mais aceita para o surgimento do universo atualmente. Segundo o Big-Bang todo o universo surgiu da explosão de um único ponto chamado de ovo cósmico ou átomo primordial. Neste trabalho foi simulado uma colisão de 3 partículas para estudar simplificadamente como pode ter sido o Big-Bang. Nesse modelo foi manipulado 6 equações lineares onde foi utilizado 2 métodos para sua resolução. O método da decomposição LU e o método iterativo Gauss-Seidel

Metodologia

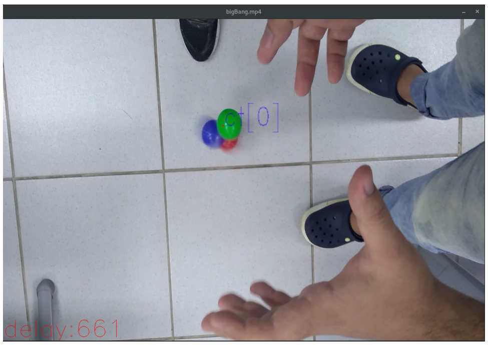
Para o estudo simplificado do Big-Bang foi feita uma Simulação de uma colisão de 3 partículas. Essa simulação foi feita da seguinte forma , um observador segurava 3 bolas a uma distância h do chão enquanto o outro gravava as bolas à uma visão vertical. Em um dado momento o observador soltava as bolas e o momento em que elas tocavam no chão era definido o quadro 01a o Big-Bang. Após o Big-Bang era escolhido mais dois momentos , quadro 1 [1b] e quadro 2 [1c] , onde em todos os quadros foram retirados através de processamento de imagem o tempo do frame e a posição x, y das 3 partículas[3].tivemos que escolher o quadro 2 no instante em que a bola vermelha tocou no pé do observador e o quadro 1 ficou entre o 0 e 1. Com os dados coletados, foi inferido a velocidade de cada bola baseado na variação de tempo e deslocamento do quadro 1 e 2 [2] e manipulando as equações, 1 , 2 se chegou no sistema 3

$$x_i = x_0 + V_{bola} \cos(\theta_i)(t_i - t_0) \tag{1}$$

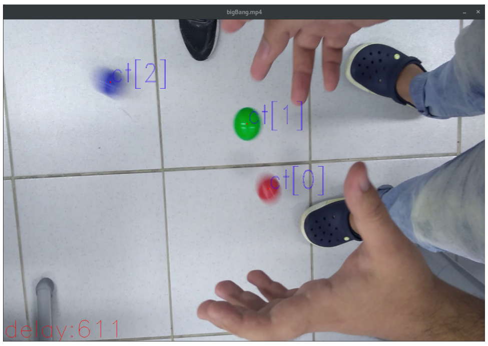
$$y_i = y_0 + V_{bola} \sin(\theta_i)(t_i - t_0) \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\cos(\theta_1) & V_1\sin(\theta_1)\cos(\theta_1) \\ sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 \\ sin(\theta_3) & 0 & -V_3\sin(\theta_3)\cos(\theta_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ t_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1f}\cos(\theta_1) + V_1\sin(\theta_1)\cos(\theta_1)t_f \\ sin(\theta_2)x_{2f} - \cos(\theta_2)y_{2f} \\ sin(\theta_3)x_{3f} - V_3\sin(\theta_3)\cos(\theta_3)t_f \end{bmatrix} \tag{3}$$

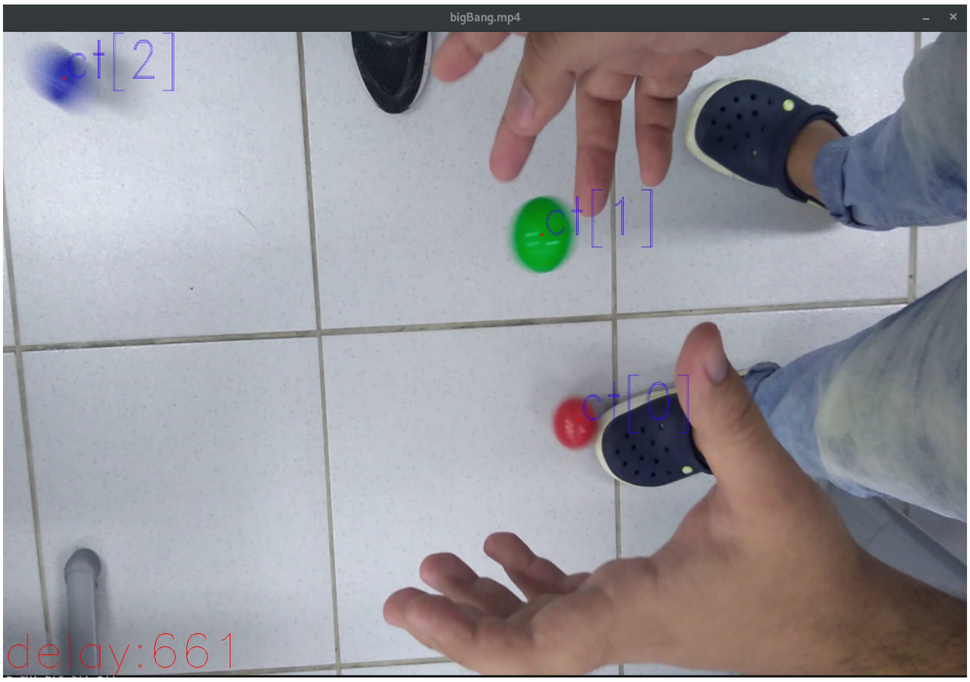
Desenvolvimento/Resultados



(a) Quadro 0



(b) Quadro 1



(c) Quadro 2

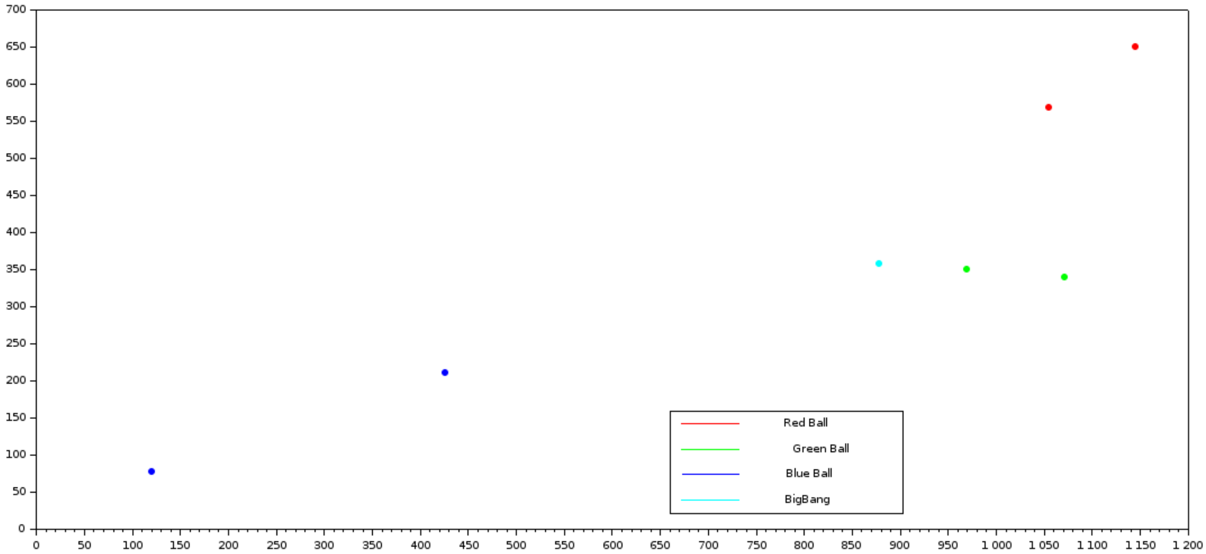


Figura 2: Todos os pontos coletados

Bola	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	Velocidade $pixel/ms$	Angulo
Bola vermelha	878	878	1055	568	1145	651	0.9119984	0.7449578
Bola verde	878	358	970	350	1072	340	0.7634579	-0.0977269
Bola azul	878	358	426	210	120	77	2.4854446	-2.7315848

Tabela 1: Dados coletados a partir dos quadros

$$\begin{bmatrix} 0 & -0.7351165 & 0.4545085 \\ -0.0975714 & -0.9952285 & 0 \\ -0.3986165 & 0 & -0.9086245 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ t_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 421.40554 \\ -442.97427 \\ -1846.9896 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Sistema encontrado após a substituição dos valores

```
function [L,U] = decompLU(A)
    [line,cols] = size(A)

    L = eye(A);

    for i =1:line-1
        pivo= A(i,i);

        for j = i+1:cols
            m = A(j,i)/pivo
            L(j,i) = m
            A(j,:) = A(j,:) -m*A(i,:)
        end


    end

    U = A
endfunction
```

Algoritmo 1: método de LU

```
function solver = luSolver (A,B)
    [L,U]= decompLU(A)


    y = retroSup(L,B);
    solver = retroInf(U,y)

endfunction


function x = retroInf(A, b)
    [L,c] = size(A)


    for i=L:-1:1

        soma = 0;
        for j=i+1:c
            soma = soma + x(j)*A(i,j)

        end
        x(i) = (b(i)-soma)/A(i,i);
    end
endfunction

function x1 = retroSup(A,b)

    [L,c] = size(A)


    for i=1:L
        soma = 0;
        for j=1:i-1
            soma = soma + x1(j)*A(i,j)
        end
        x1(i) = (b(i)-soma)/A(i,i);
    end
```

```
endfunction
```

Algoritmo 2: luSolver

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4.0853818 & -5.5309443 & 1. \end{bmatrix} U = \begin{bmatrix} -0.0975714 & -0.9952285 & 0 \\ 0 & -0.7351165 & 0.4545085 \\ 0 & 0 & 1.6052366 \end{bmatrix} \quad (5)$$

matrizes L e U encontradas

	Quadro 0	Resultado com LU	Erro Relativo
x_0	878	1376.717	0.5680148
y_0	358	310.12579	0.1337269
t_0	1678.0399061032863	1428.7613	0.1485535

Tabela 2: Resultado com LU e erro Relativo.

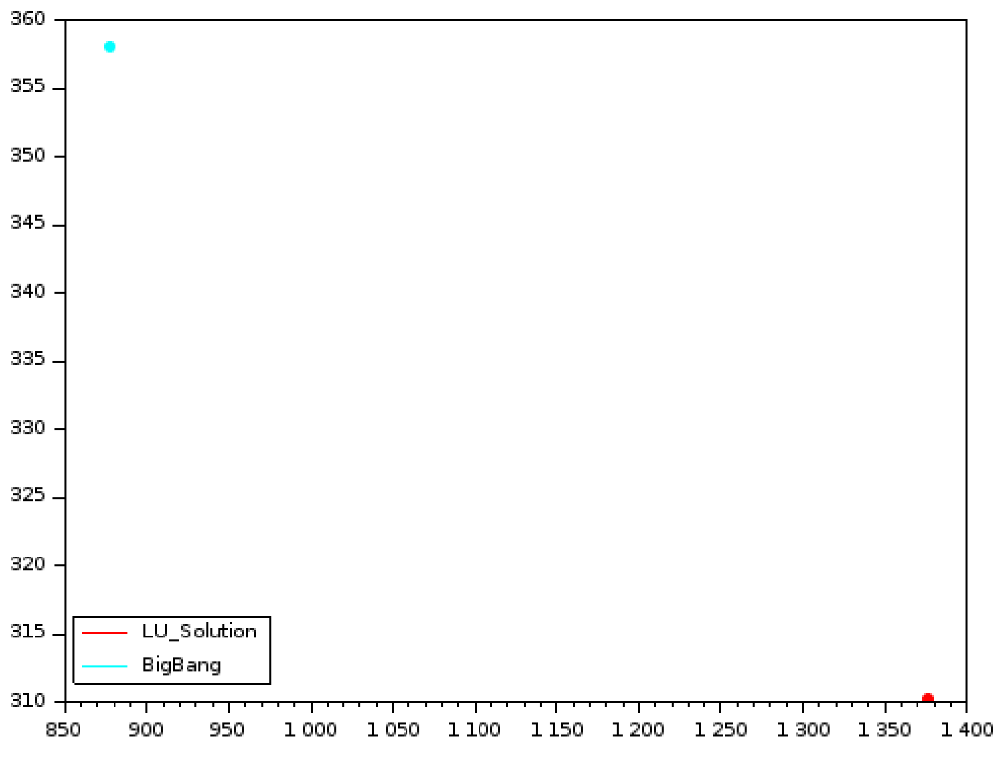


Figura 3: Quadro 0 com o ponto encontrado por LU

verificando se a matriz A possuí diagonal dominante:

$$|A| = \begin{bmatrix} 0 & 0.7351165 & 0.4545085 \\ 0.0975714 & 0.9952285 & 0 \\ 0.3986165 & 0 & 0.9086245 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0.0975714 & 0.9952285 & 0 \\ 0 & 0.7351165 & 0.4545085 \\ 0.3986165 & 0 & 0.9086245 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\sum_{j=2}^{3} |a_{1j}|}{|a_{11}|} = \frac{0.9952285 + 0}{0.0975714} = 10.20000225475908 > 1\textbf{, logo não podemos afirmar nada}$$

Verificando a covergencia pelo critério de Sassenfelt:

$$x^{k+1} = Bx^k + g \rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & 10.2 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6182809 \\ 0.4387032 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \sum_{j=2}^{3} |b^*_{1j}| = 10.2$$

Portanto o critério de Sassenfelt também não garante a convergência

o que nos resta, calcular os autovalores de da Matriz A:

$$\begin{vmatrix} 0 - \gamma & -0.7351165 & 0.4545085 \\ -0.0975714 & -0.9952285 - \gamma & 0 \\ -0.3986165 & 0 & -0.9086245 - \gamma \end{vmatrix} = 0$$

$\gamma_1 = -0.1550499, \gamma_2 = -0.7261027, \gamma_3 = -1.0227005$

Como $|\gamma_3| > 1$, então esse sistema não converge

(6)

Testes de convergência

Discussões/Conclusões

Com o sistema Ax=B formado, foi utilizado dois métodos para sua resolução, o iterativo Gauss-Seidel e a decomposição LU com resolução retroativa e direta. Como mostrado pelo testes de convergência 3, não foi possível para resolver esse sistema. Mas utilizando o método LU com resolução retroativa e direta foi possível resolver o sistema. No entanto a solução sugerida possui um erro relativo muito alto chegando até mais que 50%, evidenciando problemas no nosso método para simular Big-Bang, os possíveis problemas que podem ter influenciado nos resultados são: considerar o movimento da bola verde uniforme, sua real posição x,y e pelo fato de ter usado apenas 6 equações. No vídeo é possível ver claramente que a bola verde fica pulando o que nos leva a pensar que a distância entre a bola verde em relação a câmera é diferente ao das outras bolas, distorcendo sua a posição x,y e devido aos seus pulos podemos observar que ela perde sua velocidade mais rápido que as outras bolas. Como os objetos de medição utilizados possui um erro envolvido, penso que utilizar o método dos mínimos quadrados seja mais apropriado para esse tipo de situação

```
function [iter ,x] = gaussSeidel(A,B,x0,t,N)
    [rows, columns] = size(A);
    iter = 0;
    infNorm = 1;
    while iter <N && infNorm >t
        iter = iter +1
        for i =1:rows
            soma = 0;

            for j =1: i -1
                soma = soma + A(i,j) * x(j)

            end

            for j2 = i+1:rows
                soma = soma + A(i,j2) * x0(j2)
            end

            x(i) = (B(i) - soma)/A(i,i)
        end

        infNorm = max(abs(x - x0));
        x0 = x;

    end


endfunction
```

Algoritmo 3: Implementação de Gauss-Seidel

Referências

[1] https://pt.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Gauss-Seidel

[2] https://pt.wikipedia.org/wiki/Decomposi%C3%A7%C3%A3o_LU

[3] Vídeo gerado pelo processamento de imagem
https://www.youtube.com/watch?v=joAE909QvQM&feature=youtu.be

[4] http://www.curso-objetivo.br/vestibular/roteiro_estudos/surgimento_universo.aspx

[5] http://www.cartaeducacao.com.br/aulas/o-universo-em-expansao/

[6] https://brasilescola.uol.com.br/geografia/big-bang.htm