DIEGO DANTAS ALMEIDA - COMPUTAÇÃO GRÁFICA

SEGUNDA LISTA DE EXERCÍCIOS

1- ... A simulação deste processo em síntese de imagens, num computador, tem duas partes: transformação de visualização (posição da câmera e orientação) e transformação de projeção (reduz 3D para 2D). Ambas usam transformações homogêneas que formam a raiz da hierarquia de transformações.

2- Uma câmera em que somente um raio de luz de cada ponto entra, o que torna a imagem mais nítida. O principal problema é que requer tempo de exposição longo e uma quantidade mínima de luz (a abertura não pode ser nem muito grande e nem muito pequena). A solução para isso é o uso de lentes (os raios convergem para um único ponto)

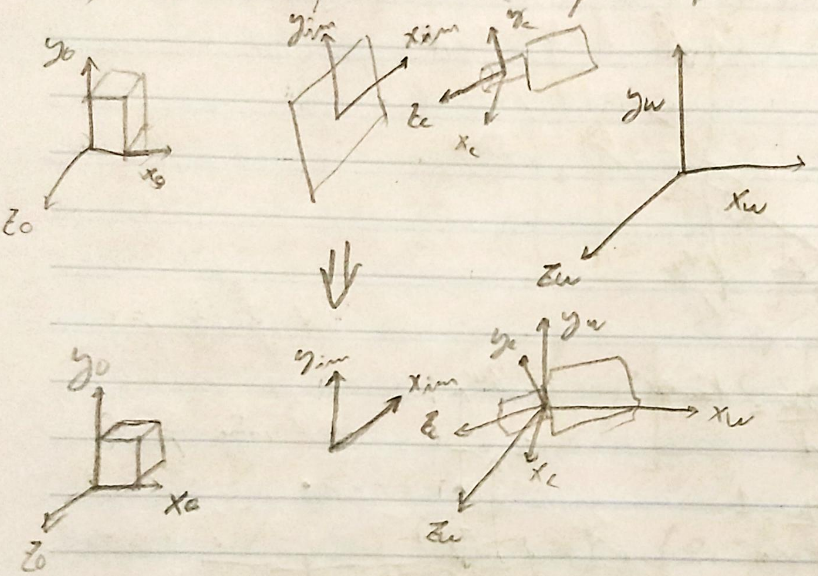
3- A projeção ortográfica tem o ponto focal no infinito, os raios são paralelos e ortogonais ao plano de projeção. Já na projeção em perspectiva, a câmera olha ao longo do eixo Z, tendo o ponto focal na origem, com plano imagem paralelo a XY a uma distância d. (considerando a câmera na origem)

4- Nesse modelo é necessário especificar a distância focal, tamanho/forma da imagem e planos de corte (definidos na projeção perspectiva). Além disso, é necessário especificar o seguinte:

look from: onde está o ponto focal (câmera)

look at: ponto no mundo centrado na imagem

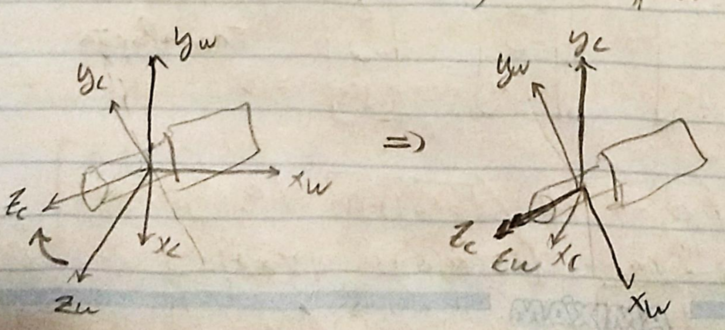
orientação da câmera: lookfrom − lookat (vetor)
Vup: Vetor no mundo indicando "acima" da imagem (norte da câmera)
A seguir são realizados as seguintes transformações:
1) Translação de −lookfrom para a origem



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -lf_x \\ 0 & 1 & 0 & -lf_y \\ 0 & 0 & 1 & -lf_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

2) Rode lookfrom-lookat p/ eixo z (mundo):
$v = (lookat - lookfrom)$ normalizada e $z = (0,0,1)$
O eixo de rotação é dado por $a = (v \times z)/|(v \times z)|$
e ângulo $\cos\theta = v \cdot z$ e $\sin\theta = |(v \times z)|$
A matriz de rotação é dada por:

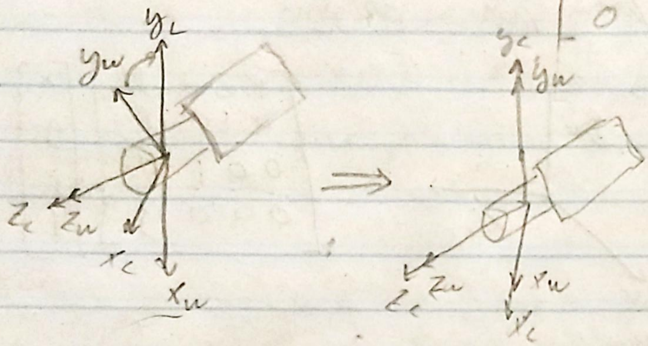
$$R = a \cdot a^T + (v \cdot z)(I - a \cdot a^T) + |v \times z| \cdot a' \quad \text{onde } a' = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$$



3) Roda em torno do eixo z para fazer Vup ficar paralelo ao eixo y

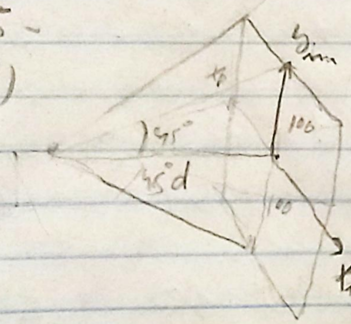
$\cos\theta = Vup \cdot y$ $\qquad rot(\bar{z},\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\sin\theta = |Vup \times y|$



5 -

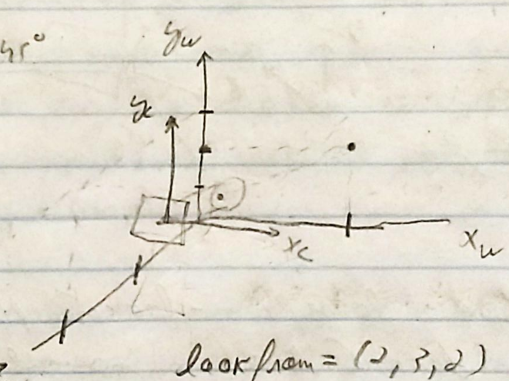
1)



$\frac{y_{im}}{d} = \tan 45°$

$\frac{y_{im}}{100mm} = 1$

$y_{im} = 100mm$



Plano imagem: $200_{mm} \times 200mm$

$= 40000\,mm^2 = 40000$ pixels

lookfrom = (2, 3, 2)

lookat = (2, 2, 0)

$$\text{Triângulo } \overset{A}{(1,1,0)}, \overset{B}{(3,1,0)}, \overset{C}{(2,3,0)}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \overset{A}{\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}} \quad \overset{B}{\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}} \quad \overset{C}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

- lookfrom

Translação

$\bar{v} = lookat - lookfrom = (0, -1, -2)/\sqrt{0^2+1+4} = (0, -\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}})$

normalizado

$a = \frac{v \times z}{|v \times z|} = (-1, 0, 0)$ $\qquad |v \times z| = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$v \times z = (-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0, 0)$

$v \cdot z = \frac{-2}{\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$

$$a' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad a \cdot a^T = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad I - a \cdot a^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{2\sqrt{5}}{5} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2\sqrt{5}}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2\sqrt{5}}{5} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{5}} & -\frac{2\sqrt{5}}{5} \end{bmatrix} = R \text{ matriz de rotação}$$

$$A^R = \begin{bmatrix} -1 \\ 0,894 \\ 2,682 \end{bmatrix} \quad B^R = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,894 \\ 2,682 \end{bmatrix} \quad C^R = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,894 \\ 1,788 \end{bmatrix}$$

$$V_{up} = \left(0, -\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \times (1,0,0) = \left(0, -\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$|V_{up} \times y| = 1 = \operatorname{sen}\theta \quad R_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\cos\theta = V_{up} \cdot y = 0$

$\theta = 90°$

Novas coordenadas:

$$A = \begin{bmatrix} -0,894 \\ -1 \\ 2,682 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -0,894 \\ 1 \\ 2,682 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0,894 \\ 0 \\ 1,788 \end{bmatrix}$$

Transformando perspectiva

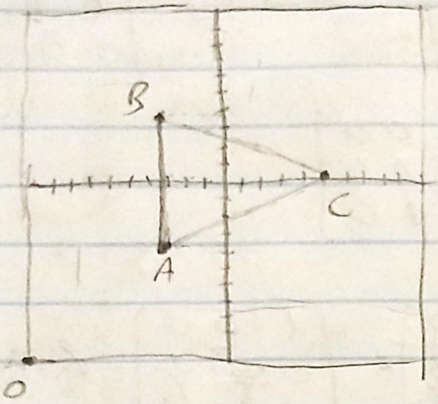
$$\begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \overset{A}{\begin{bmatrix} -0,894 \\ -1 \\ 2,682 \\ 1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -0,0894 & -0,1 & 0,2682 & 2,682 \end{bmatrix} / 2,682$$

$A_x = -0,033\,m \quad A_y = -0,0372\,m$

$A_x = -33\,mm \quad A_y = -37,2\,mm$

$B_x = -33\,mm \quad B_y = 37,2\,mm$

$C_x = 0{,}05\,m = 50\,mm \quad C_y = 0$



Coordenadas: $A(100-33;\ 100-37{,}2)$

$B(100-33;\ 100+37{,}2)$

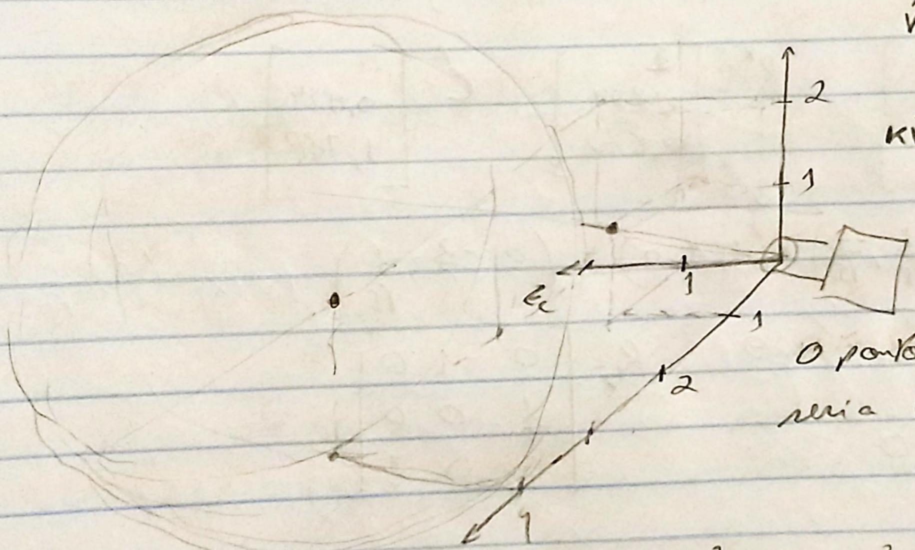
$C(100+50;\ 100)$

$A = (67;\ 62{,}8)$

$B = (67;\ 137{,}2)$

$C = (150,\ 100)$

8 –



$\hat{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$k\hat{v} = \left(\frac{k}{\sqrt{3}}, \frac{k}{\sqrt{3}}, \frac{k}{\sqrt{3}}\right)$

$2\sqrt{3}\cdot\hat{v} = (2,2,2)$

O ponto mais próximo seria $(2,2,2)$

$(x-4)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4 \qquad \left(\frac{k}{\sqrt{3}}-4\right)^2 + \left(\frac{k}{\sqrt{3}}-2\right)^2 + \left(\frac{k}{\sqrt{3}}-2\right)^2 = 4$

$\left(\frac{k}{\sqrt{3}}-4\right)^2 + 2\left(\frac{k}{\sqrt{3}}-2\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{k^2}{3} - \frac{8k}{\sqrt{3}} + 16 + 2\left(\frac{k^2}{3} - \frac{4k}{\sqrt{3}} + 4\right) = 4$

$\frac{k^2}{3} - \frac{8k}{\sqrt{3}} + 16 + \frac{2k^2}{3} - \frac{8k}{\sqrt{3}} + 8 = 4 \Rightarrow k^2 - \frac{16k}{\sqrt{3}} + 20 = 0$

$k^2 - \frac{16\sqrt{3}}{3}k + 20 = 0 \qquad x' = \frac{10}{\sqrt{3}} \qquad x'' = 2\sqrt{3} \cong 3{,}46$ (mais próximo)

$\approx$ 5,773