

## PRIMEIRA LISTA DE EXERCÍCIOS

- 1- É a área da ciência da computação que estuda a geração, manipulação e interpretação de imagens por meio de computadores.
- 2- As três principais áreas são:
  - \* Processamento de Imagens - Envolve a técnicas de Transformação de imagens em que tanto a imagem de partida quanto a imagem resultado apresentam-se sob representação visual. Em geral melhoram características visuais da imagem.
  - \* Análise de Imagens - A análise de imagens busca obter a especificação dos componentes de uma imagem a partir de sua representação visual.
  - \* Síntese de Imagens - Ocupa-se da produção de representações visuais a partir das especificações geométrica e visual de seus componentes.
- 3- É um conjunto de  $n$  vetores linearmente independente, entre si, cuja combinação linear leva a qualquer lugar do espaço considerado. Para se ter uma base vetorial que cubra um espaço  $n$ -dimensional, são necessários  $n$  vetores.
- 4- A diferença é que na Transformação o objeto se move em relação ao sistema de referência e no mapeamento a câmera se move em relação ao sistema de referência.



5 - Um referencial é um par constituído por orientação e posição de um objeto em relação a um sistema de coordenadas.

6 - Uma transformação é linear quando obedece o princípio da superposição, isto é, quando:

$$F(u+v) = F(u) + F(v) \text{ e } F(kv) = kF(v)$$

$$\text{ou } F(ku+lv) = kF(u) + lF(v)$$

7 - As transformações 3D mais comuns são: Translação, transformação de escala e rotação.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad \text{Translação}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{Escala}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{Rotação}$$

8 - Quando adicionamos uma coordenada extra a um vetor 3D, essa coordenada extra é chamada de homogênea (w). As transformações homogêneas são transformações usando coordenadas homogêneas.

Forma Matricial:

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_R & A_{p_{\text{orig}}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$9. \text{rot}(x, 60^\circ) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(60^\circ) & -\sin(60^\circ) & 0 \\ 0 & \sin(60^\circ) & \cos(60^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = P_1 \text{rot}_x$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & -0,866 & 0 \\ 0 & 0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0,366 \\ 1,366 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(P_1 \text{rot}_x) \text{rot}_y(45^\circ) \begin{bmatrix} 0,707 & 0 & 0,707 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,707 & 0 & 0,707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -0,366 \\ 1,366 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,577782 \\ -0,366 \\ -0,440238 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_1 \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z(30^\circ) \begin{bmatrix} 0,866 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,866 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,577782 \\ -0,366 \\ -0,440238 \\ 1 \end{bmatrix} = P_2$$

$$P_2 = (2,243; 0,872; -0,448)$$

$$10. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,243 \\ 0,872 \\ -0,448 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,243 \\ -3,127 \\ 4,551 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 \text{trans} = (5,243; -3,127; 4,551)$$



11-

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,666 & -0,5 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,666 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,707 & 0 & 0,707 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,707 & 0 & 0,707 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & -0,866 & 0 \\ 0 & 0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

 $P_1$ 

$$= \begin{bmatrix} 0,6122 & 0,2802 & 0,7393 & 3 \\ 0,3535 & 0,7391 & -0,5732 & -4 \\ -0,707 & 0,6122 & 0,3535 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,243 \\ -3,122 \\ 4,551 \\ 1 \end{bmatrix} = P_2$$

12 - Uma transformação de rotação 3D é dividida em três rotações, cada uma em torno de um eixo. Os respectivos ângulos dessa rotação são chamados de ângulos de Euler

$$13 - M = E(D(C(BA))) \quad P' = M \times P$$

$$14 - M(\hat{v}, \theta) = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ + (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} & (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \frac{1}{\sin 30^\circ} & (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \frac{1}{\sin 30^\circ} \\ (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \frac{1}{\sin 30^\circ} & \cos 30^\circ + (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} & (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \frac{1}{\sin 30^\circ} \\ (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \frac{1}{\sin 30^\circ} & (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \frac{1}{\sin 30^\circ} & \cos 30^\circ + (1 - \cos 30^\circ) \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$\theta = 30^\circ$   
 $\hat{v} = 1, 1, 1$

$$M(\hat{v}, \theta) = \begin{bmatrix} 1,366 & -0,366 & 0,633 \\ 1,366 & 1 & -0,366 \\ -0,366 & 0,633 & 1 \end{bmatrix} \quad P_3 = (-1, 1, 1)$$

$$P_2 = M \times P_1 = \begin{bmatrix} -1,098 \\ -0,732 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,098 \\ 0,267 \\ 3 \end{bmatrix}$$

MAXIMA



$$\begin{bmatrix} 1,366 & -0,366 & 0,6339 & 1 \\ 1,366 & 1 & -0,366 & 1 \\ -0,366 & 0,6339 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,098012 \\ 0,2679472 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = P_2$$

$$16 - M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (1 - \cos \theta) x^2 + \sin \theta y &= 1 \\ (1 - \cos \theta) yx + \sin \theta z &= 1 \\ (1 - \cos \theta) zy + \sin \theta x &= 1 \end{aligned}$$

$$a = (1 - \cos \theta)$$

$$b = \sin \theta$$

$$\cos \theta + (1 - \cos \theta) x^2 = 0 \Rightarrow \cos \theta = -(1 - \cos \theta) x^2$$

$$\cos \theta = -(1 - \cos \theta) \cdot x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{-\cos \theta}{1 - \cos \theta} \quad (P/O = 120^\circ)$$

$$x = 0,577$$

$$x = y = z = 0,577 \text{ e } \theta = 120^\circ$$

$$\hat{v} = (0,577; 0,577; 0,577) = \left( \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$a x^2 + b y = 1$$

$$a x^2 + b y = a y x + b z \quad z - y \neq 0$$

$$(1) \quad a y x + b z = 1$$

$$a(xz - yx) = bz - by = ax(z/y) = b(z/y)$$

$$a zy + b x = 1$$

$$ax = b$$

$$(1 - \cos \theta) x = \sin \theta \Rightarrow \left( \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right) \cdot x = 1 \Rightarrow \left( \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 x^2 = 1$$

$$\left( \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 \cdot \left( \frac{-\cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta} \cdot -\cos \theta = 1$$

$$\frac{1 - \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} \cdot -\cos \theta = 1$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos \theta = m$$

$$\frac{(1 - m) \cdot (-m)}{1 - m^2} = 1 \Rightarrow \frac{-m + m^2}{1 - m^2} = 1 \Rightarrow m^2 - m = 1 - m^2$$

$$2m^2 - m - 1 = 0 \quad m^2 - 0,5m - 0,5 = 0 \quad m' = 1$$

$$\cos \theta = 1 \quad \theta = 0^\circ \quad \text{ou } \theta = 120^\circ \checkmark \quad m'' = -0,5$$

$$\cos \theta = -0,5 \quad \text{ou } \theta = 240^\circ \times \quad \text{testando os ângulos}$$