1)

Computação gráfica é a utilização de um computador para criar ou manipular imagens.

2)

Existem 3 sub-áreas principais

- Processamento de imagens

  Essa área é responsável por manipular imagens 2D como, rotacionar uma imagem, encontrar cantos ou segmentar a imagem pela suas cores

- Análise de imagens

  Essa área é responsável por extrair informações de uma imagem digital como, detectar objetos, rastrear objetos, detectar movimentos.

- Síntese de imagens

  Essa área é responsável por modelar, renderizar e animar imagens, ~~mode~~ modelar no sentido de prover relações matemáticas para representar, renderizar significa gerar uma imagem sintética, animar significa criar uma ilusão de movimento através de uma sequência de imagens

3)

~~Bas~~ Base vetorial é um conjunto finito de vetores que gera um espaço vetorial tal que esses vetores são ~~im~~ linearmente independentes entre si,

Conjunto $C = \{v_0, v_1, v_2 \dots v_m\}$

i) ~~0~~ C é LI (Linearmente independente

ii) $[C] = V$

onde V é um espaço vetorial

4)

Tanto o mapeamento quanto ~~trans~~ Transformação são funções.

Uma função é uma Relação que satisfaz dois axiomas

i) se $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \mid y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2)$

ii) Para todo x existe um $f(x) \mid y = f(x)$

Tanto x quanto y podem pertencer a qualquer conjunto.

Se considerarmos que mapeamento é uma função que retorna um escalar e Transformação um vetor, então essa é a diferença mais Básica.

5)
Uma base vetorial

6) Uma transformação linear é uma transformação que satisfaz dois axiomas:

i) $f(u) + f(v) = f(u+v)$

ii) $f(ku) = k f(u)$

onde $k \in \mathbb{R}$ e, u e v são vetores do espaço V e f uma função de V em W, onde W é outro espaço vetorial

(Boldrini pag 144)

Já a transformação afim é uma função que pode ser entendida como uma transformação linear seguida por uma translação:

$f_2(u) = f(u) + v$

7)

scale, Rotation, Translation

scale

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Rotation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \\ x_w & y_w & z_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$u = x_u \hat{i} + y_u \hat{j} + z_u \hat{k}$, $w = x_w \hat{i} + y_w \hat{j} + z_w \hat{k}$

$v = x_v \hat{i} + y_v \hat{j} + z_v \hat{k}$

$u \cdot u = v \cdot v = w \cdot w = 1$

$u \cdot v = v \cdot w = w \cdot u = 0$

Translation

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

8)

Coordenadas homogêneas é na prática um truque para incluir as transformações rotação e translação em uma única ~~matriz~~ operação matricial

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{bmatrix}$$, onde R é a matriz de rotação e T o vetor de translação

9)

$$P_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} c30 & -s30 & 0 \\ s30 & c30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c45 & 0 & s45 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s45 & 0 & c45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c60 & -s60 \\ 0 & s60 & c60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 2{,}24 \\ 0{,}87 \\ -0{,}45 \end{bmatrix}$$

10)

$$P_3 = P_2 + \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5{,}24 \\ -3{,}13 \\ 4{,}55 \end{bmatrix}$$

11)

$$R = \begin{bmatrix} c30 & -s30 & 0 \\ s30 & c30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c45 & 0 & s45 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s45 & 0 & c45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c60 & -s60 \\ 0 & s60 & c60 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0{,}61 & 0{,}28 & 0{,}74 \\ 0{,}35 & 0{,}74 & -0{,}57 \\ -0{,}7 & 0{,}61 & 0{,}35 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0{,}61 & 0{,}28 & 0{,}74 & 3 \\ 0{,}35 & 0{,}74 & -0{,}57 & -4 \\ -0{,}7 & 0{,}61 & 0{,}35 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5{,}24 \\ -3{,}13 \\ 4{,}56^{*} \\ 1 \end{bmatrix}$$

* Erro de arredondamento, Truncamento

(2)

Uma forma de descrever uma orientação de um corpo rígido.

(3)

Um quaternio é um número que possui três partes imaginárias e uma parte real

$q = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} + r$, por causa das suas propriedades existe uma relação entre um quaternio q e uma matriz de rotação R essa relação é

$$R = \begin{bmatrix} x^2 - y^2 - z^2 + r^2 & 2(xy(-r)z) & 2(xz + ry) \\ 2(xy + rz) & -x^2 + y^2 - z^2 + r^2 & yz - rx \\ 2(xz - ry) & 2(yz + rx) & -x^2 - y^2 + z^2 + r^2 \end{bmatrix}$$

14)

caso seja possível realizar a multiplicação de matrizes então:

$$\cancel{(A \times P)} \quad E\left[D\left(C\left[B(A \times P)\right]\right)\right] = (E \times D \times C \times B \times A)P$$

)

$$(1,1,1)30^\circ = \cancel{\begin{bmatrix} 1^2(1-c_{30}) + c_{30} & (1)(1)(1-c_{30^\circ})(1) - 1b_{30} & (1)(1)(1-c_{30}) (1)(b_{30}) \\ (1)(1)(1-c_{30}) + 1(b_{30}) & 1^2(1-c_{30}) + c_{30} & (1)(1)(1-c_{30}) (1)(b_{30}) \\ (1)(1)(1-c_{30}) - (1)(b_{30}) & (1)(1)(1-c_{30}) + (1)(b_{30}) & 1^2 \ldots c_{30} \end{bmatrix}}$$

15)

$$R_{k\theta} = \begin{bmatrix} k_x^2(1-c_\theta)+c_\theta & k_x k_y(1-c_\theta)-k_z s_\theta & k_x k_y(1-c_\theta)+k_y s_\theta \\ k_x k_y(1-c_\theta)+k_z s_\theta & k_y^2(1-c_\theta)+c_\theta & k_y k_z(1-c_\theta)-k_x s_\theta \\ k_x k_z(1-c_\theta)-k_y s_\theta & k_y k_z(1-c_\theta)+k_x s_\theta & k_z^2(1-c_\theta)+c_\theta \end{bmatrix}$$

$\theta = 30°$, $k = (1,1,1)$, então

$$R_{(1,1,1)30°} = \begin{bmatrix} 1-c_{30}+c_{30} & 1-c_{30}-s_{30} & 1-c_{30}+s_{30} \\ 1-c_{30}+s_{30} & 1-c_{30}+c_{30} & 1-c_{30}-s_{30} \\ 1-c_{30}-s_{30} & 1-c_{30}+s_{30} & 1-c_{30}+c_{30} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3} \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 \\ \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & \frac{1-\sqrt{3}}{2} & 1 \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2} & \frac{3-\sqrt{3}}{2} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-\sqrt{3} \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

16)

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{R_{11} + R_{22} + R_{33} - 1}{2}\right)$$

$$k_x = \frac{R_{32} - R_{23}}{2 s\theta}, \quad k_y = \frac{R_{13} - R_{31}}{2 s\theta}, \quad k_z = \frac{R_{21} - R_{12}}{2 s\theta}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{0 + 0 + 0 - 1}{2}\right) = 120^\circ$$

$$k = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\,\mathrm{sen}(120^\circ)} \\ \frac{1}{2\,\mathrm{sen}(120^\circ)} \\ \frac{1}{2\,\mathrm{sen}(120^\circ)} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$