



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO



# **Sistema de controle para Andador inteligente**

**Samuel Cavalcanti**

Orientador: Prof. Dr. Severino Lampeão

Co-orientador: Prof. Dr. Zé Baiano

Natal, RN, 15 de novembro de 2022





UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO



# **Sistema de controle para Andador inteligente**

**Samuel Cavalcanti**

Orientador: Prof. Dr. Severino Lampeão

Co-orientador: Prof. Dr. Zé Baiano

**Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação** na modalidade Monografia, submetido como parte dos requisitos necessários para conclusão do curso de Engenharia de Computação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN/CT).

Natal, RN, 15 de novembro de 2022

Divisão de Serviços Técnicos

Catálogo da publicação na fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

Cavalcanti, Samuel.

Título do TCC / Válber César - Natal, RN, 15 de novembro de 2022

19 p.

Orientador: Severino Lampeão

Co-orientador: Zé Baiano

Monografia - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Graduação em Engenharia de Computação.

1. Redação técnica - Monografia. 2. L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X- Monografia. I. Lampeão, Severino. II. Baiano, Zé. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU XXX.YYY(YYY.0)

# Sistema de controle para Andador inteligente

**Samuel Cavalcanti**

Monografia aprovada em 15 de novembro de 2022, pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

---

Prof. Dr. XXXXX (orientador) ..... DCA/UFRN

---

Prof. Dr. YYYYY (co-orientador) ..... MCA/UFRN

---

Prof. Dr. WWWWW ..... DEM/UFRN

---

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> ZZZZZ ..... DEE/UFRN



---

# Resumo

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Donec vehicula vitae lectus ut pretium. Vestibulum tristique leo eu purus vehicula ullamcorper. Nulla ut ultricies massa. Suspendisse eu neque pharetra, faucibus erat ac, pretium augue. Vivamus id euismod leo. Cras eget neque pellentesque, fringilla dolor eu, pretium libero. Mauris sed justo feugiat, varius ligula sed, posuere metus. Fusce lacus mi, molestie a rutrum id, scelerisque ut lacus. In hac habitasse platea dictumst. In vitae elit faucibus, molestie orci efficitur, consectetur neque. Ut placerat, augue eu pellentesque euismod, dui enim euismod elit, quis sollicitudin lectus lorem gravida mi. Donec ut leo pretium, finibus arcu in, tincidunt sem. Phasellus diam ante, pulvinar vel neque non, sagittis aliquam nibh. Praesent id condimentum nunc, quis interdum metus. Curabitur eget diam vitae enim consequat mollis quis dictum turpis.

**Palavras-chave:** Processamento de texto, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, Preparação de Teses, Relatórios Técnicos.





---

# Abstract

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Donec vehicula vitae lectus ut pretium. Vestibulum tristique leo eu purus vehicula ullamcorper. Nulla ut ultricies massa. Suspendisse eu neque pharetra, faucibus erat ac, pretium augue. Vivamus id euismod leo. Cras eget neque pellentesque, fringilla dolor eu, pretium libero. Mauris sed justo feugiat, varius ligula sed, posuere metus. Fusce lacus mi, molestie a rutrum id, scelerisque ut lacus. In hac habitasse platea dictumst. In vitae elit faucibus, molestie orci efficitur, consectetur neque. Ut placerat, augue eu pellentesque euismod, dui enim euismod elit, quis sollicitudin lectus lorem gravida mi. Donec ut leo pretium, finibus arcu in, tincidunt sem. Phasellus diam ante, pulvinar vel neque non, sagittis aliquam nibh. Praesent id condimentum nunc, quis interdum metus. Curabitur eget diam vitae enim consequat mollis quis dictum turpis.

**Keywords:** Document Processing, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, Thesis Preparation, Technical Reports.



---

# Sumário

---

<b>Sumário</b>	<b>i</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>v</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	1
<b>2 Fundamentação Teórica</b>	<b>3</b>
2.1 O problema da cinemática de um robô móvel . . . . .	3
2.2 Aprendizado de máquina . . . . .	5
2.3 Controlador estabilizante Federico . . . . .	8
<b>3 Trabalhos relacionados</b>	<b>11</b>
<b>4 Problema</b>	<b>13</b>
4.1 Aliquam erat neque . . . . .	13
4.2 Quisque euismod urna . . . . .	14
<b>5 Implementação</b>	<b>15</b>
5.1 Nulla molestie libero sed . . . . .	17
<b>6 Experimentos e Resultados</b>	<b>19</b>
<b>7 Conclusão</b>	<b>21</b>
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>22</b>
<b>A Informações adicionais</b>	<b>25</b>



---

# Lista de Figuras

---

2.1	.....	3
2.2	.....	4
2.3	Cinemática inversa .....	5
2.4	Andador inteligente .....	5
2.5	Aprendizado de máquina e Programação clássica .....	6
2.6	Aprendizado de máquina no calculo da cinemática inversa .....	6
2.7	Equação da decida do gradiente .....	7
2.8	Equações do RMSprop .....	7
2.9	Regra da cadeia aplicada ao modelo: $Y_{\text{pred}} = A \times X + B$ .....	7
2.10	Bloco controlador Frederico .....	8
2.11	Função de transferência de um controlador P.I.D .....	8



---

# Lista de Tabelas

---

4.1	Tabelas com colunas de diferentes larguras e alinhamentos . . . . .	14
-----	---	----





---

# Capítulo 1

## Introdução

---

### 1.1 Motivação

Um Andador Robótico Inteligente (Smart Walker) foi criado por Alberto Tavares de Oliveira, com objetivo de ajudar pessoas com mobilidade reduzida, ele aponta que diversos fatores podem provocar uma redução da mobilidade, além do envelhecimento da população mundial, o envelhecimento tende a agravar condições de mobilidade (Oliveira 2022). Apesar da construção do andador inteligente não foi feito um sistema de controle para o robô. Segundo (Siegwart et al. 2011) Um sistema de controle de um robô móvel é um sistema que recebe como entrada uma posição e orientação do robô desejada e move o robô para esta posição e orientação. Aprendizado de máquina é todo sistema de computador é capaz de automaticamente melhorar o seu desempenho em resolver um problema através da experiência (Mitchell et al. 1990) Sabendo do sucesso da utilização de sistemas de aprendizado de máquina em resolver jogos como alphazero (Silver et al. 2017) e muzero (Schrittwieser et al. 2020) e alguns modelos de aprendizado de máquina que resolvem a cinemática de braços robóticos como (Cavalcanti & Santana 2017) e modelos ainda mais complexos que resolvem a dinâmica de um robô humanoide (Phaniteja et al. 2017). O estudo da cinemática é o estudo do comportamento básico de como um sistema mecânico se comporta e a dinâmica e o entendimento do comportamento perante as forças aplicadas ao um sistema mecânico, em contexto de robôs moveis o entendimento da cinemática é fundamental para criação de um sistema de controle (Siegwart et al. 2011). Este trabalho tem como motivação o sucesso de aplicações de aprendizado de máquina em resolver problemas complexos e a demanda por um sistema de controle para um andador inteligente que facilite a locomoção de pessoas com mobilidade reduzida.

### 1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é criar um sistema de controle para o andador inteligente, sabendo que o sistema será embarcado em um mine-computador que teria restrições de memória e processamento o sistema de controle tem que ser projetado para utilizar pouca memória e processamento. Também este trabalho visa utilizar e avaliar o desempenho de algoritmos de aprendizado de máquina para resolver a cinemática do

robô, tendo em vista possíveis dificuldades encontradas em avaliar e utilizar o robô real, um dos objetivos deste trabalho será criar uma versão do robô simulada e testar e avaliar o sistema de controle nesta versão.

---

## Capítulo 2

# Fundamentação Teórica

---

### 2.1 O problema da cinemática de um robô móvel

Dado um robô de acionamento diferencial, onde a velocidade angular das  $n$  rodas são:  $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ . Uma cinemática direta  $f$  de um robô móvel é a uma função que mapeia as velocidades angulares das rodas para a velocidade linear  $v$  e velocidade angular  $\omega$  do robô,  $f(\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n) \rightarrow v, \omega$ . Já a cinemática inversa  $g$ , mapeia a velocidade angular e linear do robô para, um conjunto de velocidades angulares das rodas,  $g(v, \omega) \rightarrow \phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ . cinemática é portanto um conjunto de regras que relaciona a velocidade linear e angular com as velocidades das rodas.

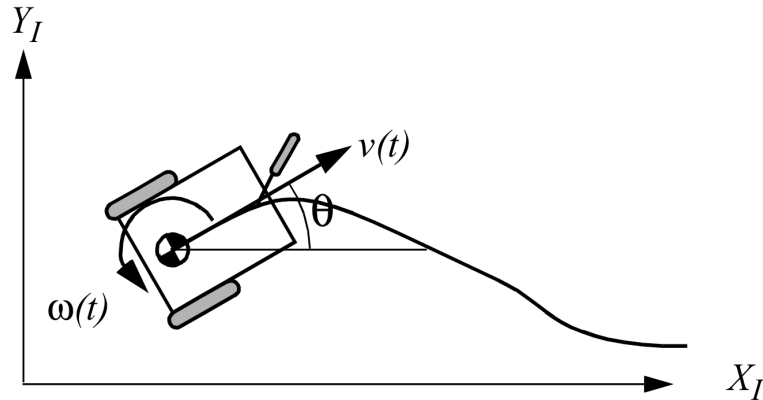


Figura 2.1: Robô móvel com acionamento diferencial

A cinemática de um robô móvel está fortemente relacionada a modelagem das rodas do robô, de forma geral chega-se os seguintes sistemas afim:  $L_r \times v_r + B_r = \phi_r$  e  $K_r \times v_r + C_r = 0$

$$\begin{bmatrix} A_{11}\sin(W_{11}\alpha_{11} + \beta_{11}) & A_{12}\sin(W_{12}\alpha_{12} + \beta_{12}) & A_{13}\sin(W_{13}\alpha_{13} + \beta_{13}) \\ A_{21}\sin(W_{21}\alpha_{21} + \beta_{21}) & A_{22}\sin(W_{22}\alpha_{22} + \beta_{22}) & A_{23}\sin(W_{23}\alpha_{23} + \beta_{23}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1}\sin(W_{n1}\alpha_{n1} + \beta_{n1}) & A_{n2}\sin(W_{n2}\alpha_{n2} + \beta_{n2}) & A_{n3}\sin(W_{n3}\alpha_{n3} + \beta_{n3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D_{11}\text{sen}(Q_{11}\gamma_{11} + \mu_{11}) & D_{12}\text{sen}(Q_{12}\gamma_{12} + \mu_{12}) & D_{13}\text{sen}(Q_{13}\gamma_{13} + \mu_{13}) \\ D_{21}\text{sen}(Q_{21}\gamma_{21} + \mu_{21}) & D_{22}\text{sen}(Q_{22}\gamma_{22} + \mu_{22}) & D_{23}\text{sen}(Q_{23}\gamma_{23} + \mu_{23}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{n1}\text{sen}(Q_{n1}\gamma_{n1} + \mu_{n1}) & D_{n2}\text{sen}(Q_{n2}\gamma_{n2} + \mu_{n2}) & D_{n3}\text{sen}(Q_{n3}\gamma_{n3} + \mu_{n3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde  $A$ ,  $D$ ,  $W$ ,  $Q$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  são propriedades das rodas do robô.  $v_x, v_y$  são as velocidade lineares do robô e  $\omega$  é a velocidade angular do robô. É importante salientar que os parâmetros das rodas são extraídos seguindo o referencial do robô  $X_r, Y_r$ . Caso a velocidade linear do robô for medida em outro referencial, é necessário fazer uma rotação do referencial medido para a orientação do robô

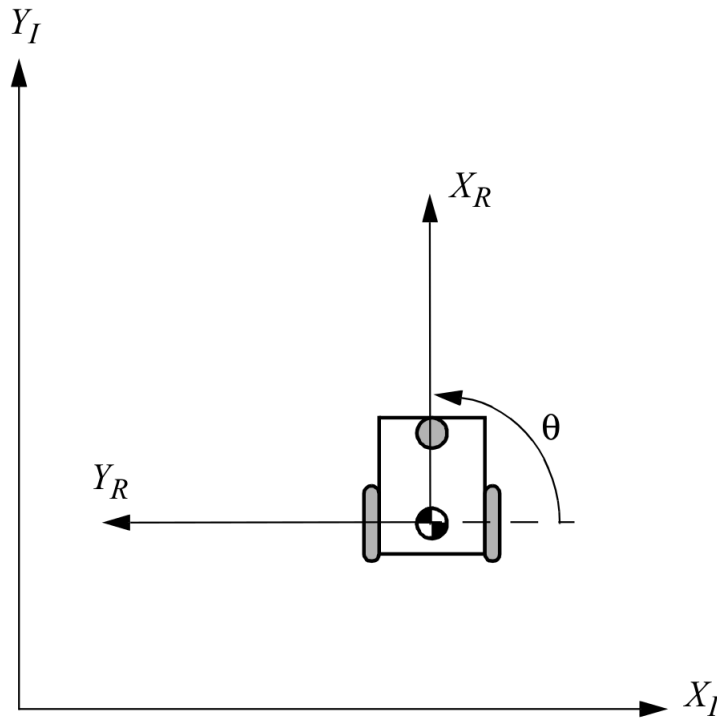


Figura 2.2: Mudança de referencial

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{x_I} \\ v_{y_I} \\ \omega \end{bmatrix}$$

onde  $v_{x_I}, v_{y_I}$ , são as velocidades no referencial  $X_I, Y_I$ .

No nosso caso, o robô a ser modelado possui quatro rodas, duas delas são rodas trator e as outras duas rodas, são rodas castores. Apesar das rodas castores, contribuirão para o movimento, elas não restringem o movimento, portanto podemos entender o modelo cinemático do nosso robô como sendo uma transformação afim  $W \times X + B = Y$ , onde  $X$  são as entradas do nosso modelo cinemático,  $W$  e  $B$  são parâmetros das rodas que devido a modelagem e a construção do robô, são parâmetros constantes. No nosso robô, caso queremos calcular a cinemática direta a entrada  $X$  são as velocidades das rodas do robô e  $Y$  a velocidade linear e angular do robô, caso queiramos calcular a cinemática inversa do robô,  $X$  são as velocidades lineares e a velocidade angular do robô e  $Y$  as velocidades das rodas. Neste trabalho visamos criar um controlador para o robô e como o controlador enviará um sinal de velocidade linear e angular para a cinemática, portanto queremos a cinemática inversa do nosso robô.

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{\text{left}} \\ \phi_{\text{right}} \end{bmatrix}$$

Figura 2.3: Cinemática inversa

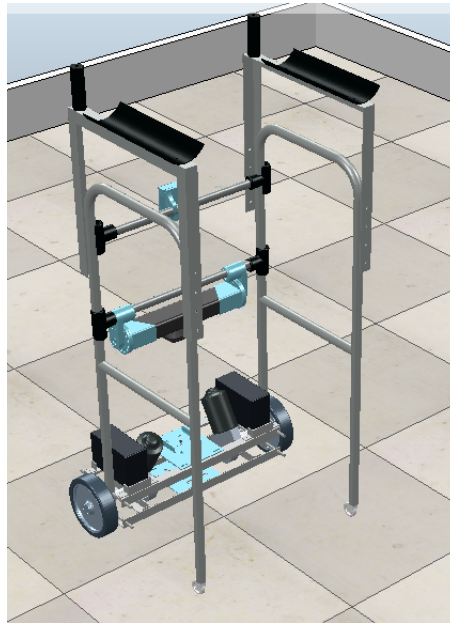


Figura 2.4: Andador inteligente

## 2.2 Aprendizado de máquina

Usualmente quando programamos computadores para resolver determinada tarefa, nos codificamos as regras e executamos o programa com os dados de entrada, esta é a

abordagem clássica de se resolver um problema. Uma outra forma de usar computadores é criar sistemas como aprendizado máquina, onde nós possuímos os dados de entrada necessários, as respostas e queremos que a máquina retorne para nós quais são as regras que transformam os dados nas respostas desejadas (Chollet 2021).

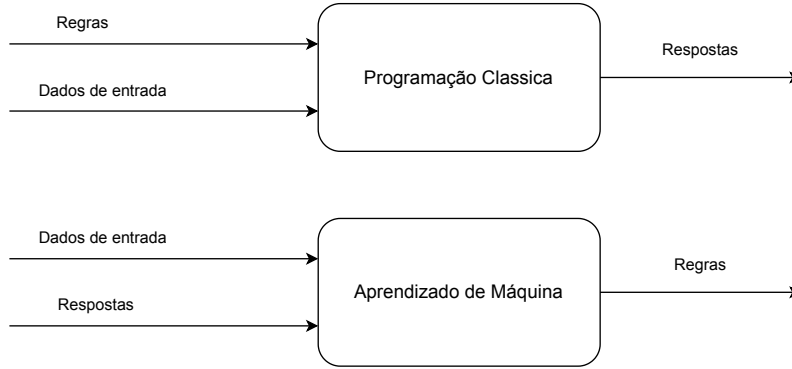


Figura 2.5: Aprendizado de máquina e Programação clássica

Existem três tipos de aprendizado de máquina, aprendizado por reforço, aprendizado supervisionado e aprendizado não supervisionado. Aprendizado por reforço é o aprendizado de como mapear situações para ações de modo que maximize um sinal de recompensa (Sutton & Barto 2018). Aprendizado supervisionado é o tipo de aprendizado onde a máquina busca extrair padrões nos conjuntos de dados de entrada e do conjunto de dados das respostas de modo que transforme um dado de entrada na resposta desejada, já aprendizado não supervisionado também buscar encontrar padrões entre os conjuntos de dados de entrada e resposta, mas sem ter uma resposta correta (Trask 2019). Neste trabalho foi utilizado algoritmos de aprendizado de máquina supervisionado com objetivo de extrair um modelo de cinemática inversa do robô andador inteligente.

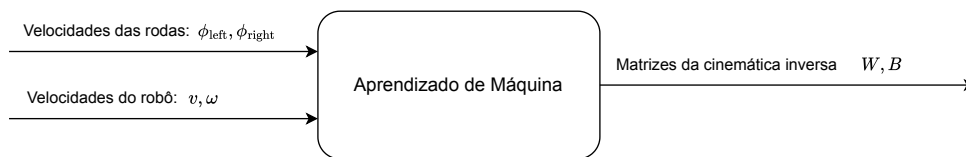


Figura 2.6: Aprendizado de máquina no calculo da cinemática inversa

Os algoritmos de aprendizado supervisionado utilizado neste trabalho foram o Back-propagation e uma variação do algoritmo decida do gradiente, chamada RMSprop. Dado

uma função  $L(M)$ , onde  $L$  é uma função contínua e derivável, a decida do gradiente é uma busca que visa encontrar a melhor matriz  $M$  que minimiza uma função  $L(M)$ , basicamente a decida do gradiente parte do suposto que existe a sequência  $M_0, M_1, M_2, \dots, M_i, M_{i+1}$  até  $M_k$ , onde quando chegar até  $M_k$ , o erro  $L(M_k)$  será um ponto de mínimo e a transição entre o  $M_i$  até  $M_{i+1}$ , segue a seguinte regra:

$$M_{i+1} = M_i - \alpha \nabla L(M_i)$$

Figura 2.7: Equação da decida do gradiente

onde  $\nabla L(W)$  é o gradiente da função erro em relação  $M$  aplicado a  $M_i$  e  $\alpha$  é um número que varia de 0 até 1, também conhecido com taxa de aprendizado. Uma variação desse algoritmo basicamente utilizado é chamado RMSprop, ele se inspira na ideia de momentum da física onde é adicionado uma constante  $m$  análoga a massa e uma grandeza vetorial  $v_{\text{vel}}$  análoga a velocidade, criando uma nova equação de decida:

$$\begin{aligned} v_{\text{vel}_t} &= \alpha v_{\text{vel}_{t-1}} + (1 - \alpha) \nabla L(M_i)^2 \\ b_t &= m b_{t-1} + \frac{\nabla L(M_i)}{\sqrt{v_{\text{vel}_t}} + \epsilon} \\ M_{i+1} &= M_i - b_t \end{aligned}$$

Figura 2.8: Equações do RMSprop

As variáveis  $v_{\text{vel}_t}$  e  $b_t$ , são inicializadas como zero, pode acontecer que  $\sqrt{v_{\text{vel}_t}}$  seja zero ou bem próximo disso então para não ter uma equação divida por zero é adicionado uma variável  $\epsilon = 10^{-8}$ , deixando o algoritmo numericamente mais estável. Em contexto de aprendizado supervisionado a função  $L$  é uma função erro que a partir do Backpropagation, encontra-se os gradientes dos parâmetros de um modelo a partir de pontos  $X$  e  $Y$  coletados, partindo de uma definição de um modelo como por exemplo uma transformação geométrica  $Y_{\text{pred}} = A \times X + B$ , e uma definição de uma função erro como:  $L = (Y_{\text{true}} - Y_{\text{pred}})^2$  podemos utilizar o algoritmo Backpropagation para encontrar os gradientes da função  $L$  em relação a  $A$  e  $B$ , basicamente o Backpropagation executa automaticamente a regra da cadeia para encontrar os gradientes e com os gradientes podemos executar o RMSprop.

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dA} &= \frac{dL}{dY_{\text{pred}}} \frac{dY_{\text{pred}}}{dA} \\ \frac{dL}{dB} &= \frac{dL}{dY_{\text{pred}}} \frac{dY_{\text{pred}}}{dB} \end{aligned}$$

Figura 2.9: Regra da cadeia aplicada ao modelo:  $Y_{\text{pred}} = A \times X + B$

## 2.3 Controlador estabilizante Federico

Controladores cinemáticos ou controladores de movimento, podem ser divididos em dois tipos, seguidores de trajetória e retroalimentação, controladores seguidores trajetória recebem como entrada um perfil de caminho sobre o tempo, a qual o controlador envia sinais de velocidade linear e angular para o robô de modo que ele siga a trajetória idealizada, já controladores de retroalimentação eles recebem como entrada um estado atual do robô e o estado desejado e buscam enviar sinais de velocidade linear e angular com o objetivo de minimizar o erro entre o estado atual e desejado. Neste trabalho foi utilizado um controlador de retroalimentação criado por Federico (Vieira 2006), o controlador recebe como entrada a posição  $x, y$   $p_c$ , orientação  $\theta_c$  atual do robô e uma posição desejada  $p_d$  e enviar sinais de velocidade linear  $v$  e angular  $\omega$  com o objetivo de estabilizar o robô no ponto desejado.

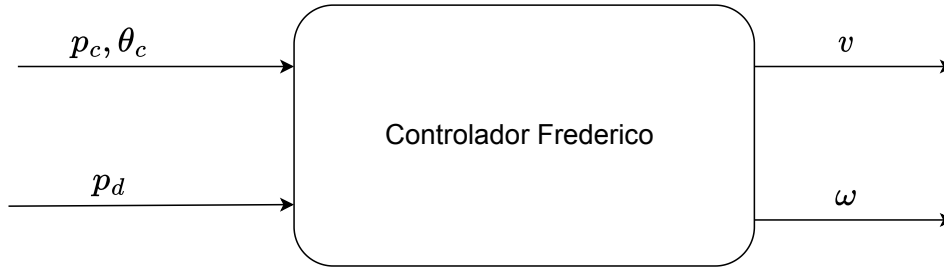


Figura 2.10: Bloco controlador Federico

Internamente o controlador utiliza dois controladores proporcionais integrais derivativos (P.I.D), um controlador é responsável pela velocidade linear  $v$  e outro controlador é responsável pela velocidade angular  $\omega$ . Um controlador P.I.D é definido pela a seguinte função de transferência  $C(s)$  no domínio contínuo  $s$

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

Figura 2.11: Função de transferência de um controlador P.I.D

onde  $K_p, K_i, K_d$  são constantes que podem ser adquiridas ou através da experimentação ou uma análise matemática. Para gerar sinais velocidades  $v$  e  $\omega$ , o controlador Federico funciona da seguinte maneira, primeiro é calculado o vetor posição  $p_{\text{diff}}$ :

$$p_{\text{diff}} = p_d - p_c$$

segundo é calculado suas coordenadas polares  $l, \alpha$ :



$$l = \sqrt{p_{\text{diff}_x}^2 + p_{\text{diff}_y}^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{p_{\text{diff}_y}}{p_{\text{diff}_x}}\right)$$

onde  $p_{\text{diff}_x}, p_{\text{diff}_y}$  são as coordenadas x,y do vetor  $p_{\text{diff}}$ . Terceiro é calculado o angulo  $\gamma$ :

$$\gamma = \alpha - \theta$$

por fim o controlador P.I.D de velocidade linear, buscar enviar um sinal  $v$  que para tender o valor  $l \cos(\gamma)$  a zero e o controlador de velocidade angular busca enviar um sinal  $\omega$  para tender o valor de  $\gamma$  a zero. percebe que quando o valor de  $\gamma$  chega próximo a zero, da velocidade linear vai tender a reduzir a distância  $l$ . Como o modelo cinemático do robô espera receber como entrada um vetor de velocidade linear em coordenadas cartesianas então é preciso transformar de volta a velocidade  $v$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cos(\theta) \\ v \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

onde,  $v_x, v_y$  são as velocidade lineares em coordenadas cartesianas.



---

## **Capítulo 3**

### **Trabalhos relacionados**

---



---

# Capítulo 4

## Problema

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi tristique, orci mollis tincidunt dignissim, purus lectus molestie odio, vitae pharetra nisi sapien et justo. Fusce consequat et elit condimentum tincidunt. In eu venenatis tortor, quis lobortis tellus. Mauris tincidunt gravida ante. Pellentesque ante elit, lacinia interdum bibendum sed, cursus non orci. Ut et diam nec justo efficitur tincidunt. Fusce convallis facilisis varius. Integer tempor hendrerit maximus.

Donec pulvinar, libero semper pretium fringilla, arcu ligula iaculis urna, id faucibus ante massa a augue. Ut iaculis fermentum convallis. Vestibulum ac porttitor urna, sit amet dignissim dui. Curabitur sollicitudin tincidunt risus quis vulputate. In in leo ut mi mattis tempor sed non nunc. Sed et velit nibh. Duis mollis lectus risus, ut vestibulum purus semper eu. Donec rhoncus ex sed scelerisque dictum. Praesent sit amet neque accumsan, euismod sapien eget, tincidunt magna. Etiam nec diam ac elit feugiat aliquet. Pellentesque et neque metus. Nulla molestie libero sed ullamcorper mollis. In a risus quis felis eleifend dapibus at mollis odio. Curabitur nisl nibh, placerat ac quam nec, vulputate blandit mauris.

Vestibulum neque lacus, fringilla a urna quis, egestas tincidunt orci. Phasellus rutrum elit at mauris feugiat, non egestas tortor dictum. Aliquam faucibus, velit eu aliquam fermentum, lacus sem pellentesque nibh, et tristique urna nibh eget purus. Morbi vitae felis posuere, rutrum turpis quis, rutrum lorem. Nam lacinia cursus neque sit amet fermentum. Mauris eu mauris diam. Quisque lacinia consequat quam, at convallis urna dignissim eget. Proin sit amet varius sem, vel facilisis purus. Sed non blandit sapien. Sed auctor venenatis nibh eu ornare. Quisque euismod urna ligula, quis vestibulum sapien lacinia vehicula. Aenean sit amet vehicula felis, a imperdiet tellus. Fusce eu sem urna. Integer placerat nibh in purus consectetur mattis. Aliquam erat neque, tincidunt ac porta sit amet, egestas non lacus.

### 4.1 Aliquam erat neque

Vestibulum neque lacus, fringilla a urna quis, egestas tincidunt orci. Phasellus rutrum elit at mauris feugiat, non egestas tortor dictum. Aliquam faucibus, velit eu aliquam fermentum, lacus sem pellentesque nibh, et tristique urna nibh eget purus. Morbi vitae felis posuere, rutrum turpis quis, rutrum lorem. Nam lacinia cursus neque sit amet fermentum.

Mauris eu mauris diam. Quisque lacinia consequat quam, at convallis urna dignissim eget. Proin sit amet varius sem, vel facilisis purus. Sed non blandit sapien. Sed auctor venenatis nibh eu ornare. Quisque euismod urna ligula, quis vestibulum sapien lacinia vehicula. Aenean sit amet vehicula felis, a imperdiet tellus. Fusce eu sem urna. Integer placerat nibh in purus consectetur mattis. Aliquam erat neque, tincidunt ac porta sit amet, egestas non lacus.

## 4.2 Quisque euismod urna

COLUNA p	COLUNA X	COLUNA l
Largura fixa (não depende do conteúdo)	Expandível	Ajustável
Alinhada no topo	Alinhada à esquerda	Alinhada à esquerda

COLUNA b	COLUNA C (ver comandos.tex)	COLUNA r
Largura fixa (não depende do conteúdo)	Expandível	Ajustável
Alinhada na base	Centralizada	Alinhada à direita

Tabela 4.1: Tabelas com colunas de diferentes larguras e alinhamentos

---

# Capítulo 5

## Implementação

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi tristique, orci mollis tincidunt dignissim, purus lectus molestie odio, vitae pharetra nisi sapien et justo. Fusce consequat et elit condimentum tincidunt. In eu venenatis tortor, quis lobortis tellus. Mauris tincidunt gravida ante. Pellentesque ante elit, lacinia interdum bibendum sed, cursus non orci. Ut et diam nec justo efficitur tincidunt. Fusce convallis facilisis varius. Integer tempor hendrerit maximus.

---

**Algoritmo 1:** Algoritmo para interpolação de Lagrange.

---

**Entrada:**  $x$ : vetores de valores;  $y = L(x)$ ;  $p$ : valor de entrada a ser calculado

**Saída:**  $s = L(p)$

```
1  $n \leftarrow \text{comprimento}(x)$ ;  
2  $s \leftarrow 0$ ;  
3 para  $i = 1$  até  $n$  faça  
4    $L \leftarrow 1$ ;  
5   para  $j = 1 : 1 : n$  faça  
6     se  $i \neq j$  então  
7        $L \leftarrow L * \left( \frac{p - x[j]}{x[i] - x[j]} \right)$   
8     fim  
9   fim  
10   $s \leftarrow s + L * y[i]$ ;  
11 fim  
12 retorna  $s$ ;
```

---

---

**Algoritmo 2:** Algoritmo para a integração pelo primeiro método de Simpson.**Entrada:**  $a$ : valor inicial;  $b$ : valor final;  $n$ : número de subintervalos (deve ser múltiplo de 2)/\* A função a ser integrada é definida em uma função denominada  $f$ , fora do escopo deste algoritmo. \*/**Saída:**  $I$  = integral de  $f$  entre  $a$  e  $b$ 

```
1  $h \leftarrow \frac{b-a}{n}$ ;
2  $x[1] \leftarrow a$ ;
3  $y[1] \leftarrow f(a)$ ;
4  $I \leftarrow 0$ ;
5  $k \leftarrow 2$ ;
6 enquanto  $k \leq n$  faça
7    $x[i] \leftarrow x[i-1] + h$ ;
8    $y[i] \leftarrow f(x[i])$ ;
9   se  $i \% 2 = 0$  então
10     $I \leftarrow I + 4 * y[i]$ ;
11  senão
12     $I \leftarrow I + 2 * y[i]$ ;
13  fim
14   $k = k + 1$ ;
15 fim
16  $x[n+1] \leftarrow b$ ;
17  $y[n+1] \leftarrow f(x[n+1])$ ;
18  $I \leftarrow I + \frac{h}{3} * (I + y[n+1])$ ;
19 retorna  $I$ ;
```

---



## 5.1 Nulla molestie libero sed

$$\begin{aligned}
 p(\gamma) = & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M}{\tilde{\gamma}_b}} \frac{1}{\prod_{i=1}^M \sqrt{\tilde{\gamma}_i}} \int_0^{\sqrt{M\delta}} \int_0^{\sqrt{M\delta}-r_M} \dots \int_0^{\sqrt{M\delta}-\sum_{i=3}^M r_i} \\
 & p\left(\frac{\sqrt{M\delta}-\sum_{i=2}^M r_i}{\sqrt{\tilde{\gamma}_1}}, \frac{r_2}{\sqrt{\tilde{\gamma}_2}}, \dots, \frac{r_M}{\sqrt{\tilde{\gamma}_M}}\right) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

ou:

$$\begin{aligned}
 T(r) = \frac{1}{f_m} \left( \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^M \tilde{r}_i^2 \dot{\zeta}_i^2 \right)^{-1/2} & \frac{\int_0^{\rho\sqrt{M}} \int_0^{\rho\sqrt{M}-r_M} \dots \int_0^{\rho\sqrt{M}-\sum_{i=3}^M r_i} \int_0^{\rho\sqrt{M}-\sum_{i=2}^M r_i} \\
 & p\left(\frac{r_1}{\tilde{r}_1}, \frac{r_2}{\tilde{r}_2}, \dots, \frac{r_M}{\tilde{r}_M}\right) dr_1 dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M \\
 & \frac{\int_0^{\rho\sqrt{M}} \int_0^{\rho\sqrt{M}-r_M} \dots \int_0^{\rho\sqrt{M}-\sum_{i=3}^M r_i} \\
 & p\left(\frac{\rho\sqrt{M}-\sum_{i=2}^M r_i}{\tilde{r}_1}, \frac{r_2}{\tilde{r}_2}, \dots, \frac{r_M}{\tilde{r}_M}\right) dr_2 \dots dr_{M-1} dr_M}{\quad} \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

$$y = g(x) = g(x_{PO}) + \left. \frac{dg}{dx} \right|_{x=x_{PO}} \frac{(x-x_{PO})}{1!} + \left. \frac{d^2g}{dx^2} \right|_{x=x_{PO}} \frac{(x-x_{PO})^2}{2!} + \dots \quad (5.3)$$



---

## Capítulo 6

# Experimentos e Resultados

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi tristique, orci mollis tincidunt dignissim, purus lectus molestie odio, vitae pharetra nisi sapien et justo. Fusce consequat et elit condimentum tincidunt. In eu venenatis tortor, quis lobortis tellus. Mauris tincidunt gravida ante. Pellentesque ante elit, lacinia interdum bibendum sed, cursus non orci. Ut et diam nec justo efficitur tincidunt. Fusce convallis facilisis varius. Integer tempor hendrerit maximus.

Donec pulvinar, libero semper pretium fringilla, arcu ligula iaculis urna, id faucibus ante massa a augue. Ut iaculis fermentum convallis. Vestibulum ac porttitor urna, sit amet dignissim dui. Curabitur sollicitudin tincidunt risus quis vulputate. In in leo ut mi mattis tempor sed non nunc. Sed et velit nibh. Duis mollis lectus risus, ut vestibulum purus semper eu. Donec rhoncus ex sed scelerisque dictum. Praesent sit amet neque accumsan, euismod sapien eget, tincidunt magna. Etiam nec diam ac elit feugiat aliquet. Pellentesque et neque metus. Nulla molestie libero sed ullamcorper mollis. In a risus quis felis eleifend dapibus at mollis odio. Curabitur nisl nibh, placerat ac quam nec, vulputate blandit mauris.



---

# Capítulo 7

## Conclusão

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi tristique, orci mollis tincidunt dignissim, purus lectus molestie odio, vitae pharetra nisi sapien et justo. Fusce consequat et elit condimentum tincidunt. In eu venenatis tortor, quis lobortis tellus. Mauris tincidunt gravida ante. Pellentesque ante elit, lacinia interdum bibendum sed, cursus non orci. Ut et diam nec justo efficitur tincidunt. Fusce convallis facilisis varius. Integer tempor hendrerit maximus.

Donec pulvinar, libero semper pretium fringilla, arcu ligula iaculis urna, id faucibus ante massa a augue. Ut iaculis fermentum convallis. Vestibulum ac porttitor urna, sit amet dignissim dui. Curabitur sollicitudin tincidunt risus quis vulputate. In in leo ut mi mattis tempor sed non nunc. Sed et velit nibh. Duis mollis lectus risus, ut vestibulum purus semper eu. Donec rhoncus ex sed scelerisque dictum. Praesent sit amet neque accumsan, euismod sapien eget, tincidunt magna. Etiam nec diam ac elit feugiat aliquet. Pellentesque et neque metus. Nulla molestie libero sed ullamcorper mollis. In a risus quis felis eleifend dapibus at mollis odio. Curabitur nisl nibh, placerat ac quam nec, vulputate blandit mauris.

Vestibulum neque lacus, fringilla a urna quis, egestas tincidunt orci. Phasellus rutrum elit at mauris feugiat, non egestas tortor dictum. Aliquam faucibus, velit eu aliquam fermentum, lacus sem pellentesque nibh, et tristique urna nibh eget purus. Morbi vitae felis posuere, rutrum turpis quis, rutrum lorem. Nam lacinia cursus neque sit amet fermentum. Mauris eu mauris diam. Quisque lacinia consequat quam, at convallis urna dignissim eget. Proin sit amet varius sem, vel facilisis purus. Sed non blandit sapien. Sed auctor venenatis nibh eu ornare. Quisque euismod urna ligula, quis vestibulum sapien lacinia vehicula. Aenean sit amet vehicula felis, a imperdiet tellus. Fusce eu sem urna. Integer placerat nibh in purus consectetur mattis. Aliquam erat neque, tincidunt ac porta sit amet, egestas non lacus.



---

## Referências Bibliográficas

---

- Cavalcanti, Samuel & Orivaldo Santana (2017), Self-learning in the inverse kinematics of robotic arm, *em* ‘2017 Latin American Robotics Symposium (LARS) and 2017 Brazilian Symposium on Robotics (SBR)’, IEEE, pp. 1–5.
- Chollet, Francois (2021), *Deep learning with Python*, Simon and Schuster.
- Mitchell, Tom, Bruce Buchanan, Gerald DeJong, Thomas Dietterich, Paul Rosenbloom & Alex Waibel (1990), ‘Machine learning’, *Annual review of computer science* **4**(1), 417–433.
- Oliveira, Alberto Tavares de (2022), Projeto e implementação do sistema mecânico e do acionamento eletrônico de potência de um andador robótico inteligente, B.S. thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Phaniteja, S, Parijat Dewangan, Pooja Guhan, Abhishek Sarkar & K Madhava Krishna (2017), A deep reinforcement learning approach for dynamically stable inverse kinematics of humanoid robots, *em* ‘2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)’, IEEE, pp. 1818–1823.
- Schrittwieser, Julian, Ioannis Antonoglou, Thomas Hubert, Karen Simonyan, Laurent Sifre, Simon Schmitt, Arthur Guez, Edward Lockhart, Demis Hassabis, Thore Graepel et al. (2020), ‘Mastering atari, go, chess and shogi by planning with a learned model’, *Nature* **588**(7839), 604–609.
- Siegwart, Roland, Illah Reza Nourbakhsh & Davide Scaramuzza (2011), *Introduction to autonomous mobile robots*, MIT press.
- Silver, David, Thomas Hubert, Julian Schrittwieser, Ioannis Antonoglou, Matthew Lai, Arthur Guez, Marc Lanctot, Laurent Sifre, Dhharshan Kumaran, Thore Graepel et al. (2017), ‘Mastering chess and shogi by self-play with a general reinforcement learning algorithm’, *arXiv preprint arXiv:1712.01815*.
- Sutton, Richard S & Andrew G Barto (2018), *Reinforcement learning: An introduction*, MIT press.
- Trask, Andrew W (2019), *Grokking deep learning*, Simon and Schuster.
- Vieira, Frederico Carvalho (2006), Controle dinâmico de robôs móveis com acionamento diferencial, Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.





---

# Apêndice A

## Informações adicionais

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi tristique, orci mollis tincidunt dignissim, purus lectus molestie odio, vitae pharetra nisi sapien et justo. Fusce consequat et elit condimentum tincidunt. In eu venenatis tortor, quis lobortis tellus. Mauris tincidunt gravida ante. Pellentesque ante elit, lacinia interdum bibendum sed, cursus non orci. Ut et diam nec justo efficitur tincidunt. Fusce convallis facilisis varius. Integer tempor hendrerit maximus.

Donec pulvinar, libero semper pretium fringilla, arcu ligula iaculis urna, id faucibus ante massa a augue. Ut iaculis fermentum convallis. Vestibulum ac porttitor urna, sit amet dignissim dui. Curabitur sollicitudin tincidunt risus quis vulputate. In in leo ut mi mattis tempor sed non nunc. Sed et velit nibh. Duis mollis lectus risus, ut vestibulum purus semper eu. Donec rhoncus ex sed scelerisque dictum. Praesent sit amet neque accumsan, euismod sapien eget, tincidunt magna. Etiam nec diam ac elit feugiat aliquet. Pellentesque et neque metus. Nulla molestie libero sed ullamcorper mollis. In a risus quis felis eleifend dapibus at mollis odio. Curabitur nisl nibh, placerat ac quam nec, vulputate blandit mauris.

Vestibulum neque lacus, fringilla a urna quis, egestas tincidunt orci. Phasellus rutrum elit at mauris feugiat, non egestas tortor dictum. Aliquam faucibus, velit eu aliquam fermentum, lacus sem pellentesque nibh, et tristique urna nibh eget purus. Morbi vitae felis posuere, rutrum turpis quis, rutrum lorem. Nam lacinia cursus neque sit amet fermentum. Mauris eu mauris diam. Quisque lacinia consequat quam, at convallis urna dignissim eget. Proin sit amet varius sem, vel facilisis purus. Sed non blandit sapien. Sed auctor venenatis nibh eu ornare. Quisque euismod urna ligula, quis vestibulum sapien lacinia vehicula. Aenean sit amet vehicula felis, a imperdiet tellus. Fusce eu sem urna. Integer placerat nibh in purus consectetur mattis. Aliquam erat neque, tincidunt ac porta sit amet, egestas non lacus.