Exercices : forme algébrique

Forme algébrique

Exercice 1

Soit $z = 2 - 3i$ et $z' = -4 + i$. Déterminer la forme algébrique des complexes suivants.

1. $z + z'$ $a+ib+a'+ib'$
   $2+3i$ $-4+i = -2+$
2. zz $(a+ib)\times(a'+ib')$
   $aa'+aib'+ibib'+$
3. $3z - 2z'$
4. $(1 - z)(5 + z')$
5. z^2
6. z'^3 $(-4+i)^3$
   $(-4+i)\times(-4+i)\times(-4+i)$

Exercice 2

Calculer la forme algébrique des complexes $(1 + i)^2$, $(1 - i)^2$, $(1 + i)(1 - i)$.

Exercice 3

1. Développer et réduire $(z - 1 - i)(z - 1 + i)(z + 1 + i)(z + 1 - i)$.
2. En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $z^4 + 4 = 0$.

Exercice 4 Puissances de i

Calculer i^2, i^3, i^4, i^5. En déduire i^{27} et i^{34}.

Lundi

Exercice 5

Déterminer le couple de réels $(x; y)$ tels que $2i(x + 3iy) = 3 - 4i$.

Conjugué

Exercice 6

$|z| = \frac{\overline{z}}{z}$

1. Calculer le conjugué de $z = \frac{(3-2i)(5+i)}{3i(7+2i)}$
2. Montrer que pour tout complexe z,

$$\overline{\left(z + \frac{1}{z}\right)} - \overline{\frac{1+z}{\overline{z}}} = \overline{z} - 1$$

Exercice 7

Soit $z = \frac{3-7i}{9+2i}$ et $z' = \frac{3+7i}{9-2i}$. Montrer que $z + z'$ est un réel.

Exercice 8 Prouver que pour tout entier $n \neq 0$ et tout complexe z : $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.

Module

Exercice 9

Calculer les modules des complexes suivants : $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -1 + i/3$, $z_3 = \sqrt{2} - i$.

$(3-2i)(3+2i) = 9+6i-6i+4i^2 = 9+4i^2 = 9+4 = \sqrt{13}$

$\sqrt{3^2+2^2} = 5$