FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
Escola de Pós-Graduação em Economia
Teoria Macroeconômica III
Professor: Ricardo de Oliveira Cavalcanti
Monitora: Kátia Aiko Nishiyama Alves
Alunos: Gustavo Bulhões e Samuel Barbosa

Exercício 02

Neste exercício temos o modelo clássico de crescimento econômico, cujo problema do planejador é escolher sequências de consumo $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ e de capital $\{k_t\}_{t=0}^{\infty}$ que resolvem

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \\ \text{s.a.} \quad & c_t + k_{t+1} \leq f(k_t) + (1-\delta)k_t \\ & k_{t+1} \geq 0, c_t \geq 0 \ \forall t \geq 0 \\ & k_0 \text{ dado} \end{aligned} \tag{1}$$

com $f(k) = k^\alpha$ e $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$.

Item (i)

Observe que $u(c)$ é monótona crescente em c e, portanto satisfaz a propriedade de não saciedade local. Logo vale a Lei de Walras, e podemos reescrever a primeira restrição com igualdade, resolver para c_t e substituir na função objetivo. Desta forma o problema se torna

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(f(k_t) + (1-\delta)k_t - k_{t+1}) \\ \text{s.a.} \quad & k_{t+1} \geq 0, c_t \geq 0 \ \forall t \geq 0 \\ & k_0 \text{ dado} \end{aligned} \tag{2}$$

Item (ii)

Reescrevemos o problema sequencial na forma recursiva, transformando-o na equação funcional

$$\begin{aligned} V(k) = \max_{k'} \quad & u(c) + \beta V(k') \\ \text{s.a.} \quad & c + k' = f(k) + (1-\delta)k \\ & k' \geq 0, c \geq 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Item (iii)

O operador de Bellman associado à equação funcional obtida no item anterior é justamente

$$\begin{aligned} T(V)(k) = \max_{k'} \quad & u(c) + \beta V(k') \\ \text{s.a.} \quad & c + k' = f(k) + (1-\delta)k \\ & k' \geq 0, c \geq 0 \ \forall t \geq 0 \end{aligned} \tag{4}$$

Item (iv)

Vamos criar um grid para a variável de estado k no intervalo $[0, 1.25k_{ss}]$, em que k_{ss} é o nível de capital de estado estacionário.

Resolvendo o lado direito da equação funcional (3), já substituindo as funções dadas $u()$ e $f()$, obtemos a equação de Euler

$$c^{-\gamma} = \beta c'^{-\gamma}[\alpha k'^{\alpha-1} + 1 - \delta].$$

No estado estacionário temos que $c' = c$ e $k' = k$. Substituindo na equação anterior obtemos

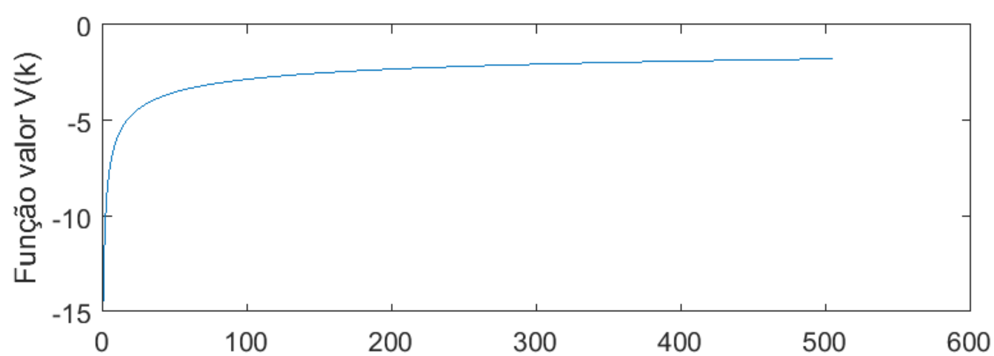
$$k_{ss} = \left(\frac{1 + \beta(\delta - 1)}{\alpha\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}. \tag{5}$$

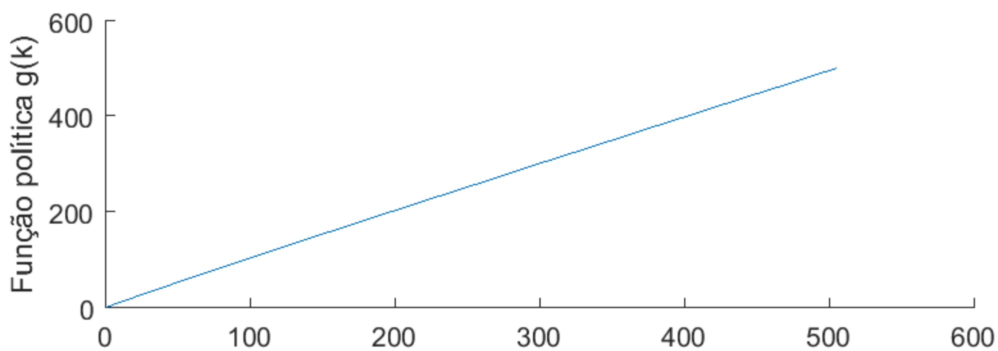
Dado k_{ss} podemos construir nosso algoritmo de iteração:

```
% Parametros
alpha = 0.70;
beta = 0.98;
gamma = 2.00;
delta = 0.10;

k_ss = ((1 + beta * (delta - 1))/ alpha * beta )^(1 / (alpha - 1));

% Funcoes
f = @(k) k .^ alpha;
c = @(k, k_linha) max(f(k) + (1 - delta) * k - k_linha, 0);
u = @(c) (c .^ (1 - gamma)) ./ (1 - gamma);

% Grid
n = 1000;
k = linspace(1, 1.25 * k_ss, n);
k_linha = k';
K = repmat(k, n, 1);
K_linha = repmat(k_linha, 1, n);

% Possibilidades de consumo e utilidade
C = c(K, K_linha);
U = u(C);

% Chutes iniciais:
V = zeros(1, n);
g = zeros(1, n);
```

```
% Variaveis iteracao
err = 1;
tol = 10^-5;
it = 1;
itmax = 1000;

% Algoritmo de iteracao
while err > tol && it < itmax
    [TV, I] = max(U + beta * repmat(V',1, n));
    err = max(abs((TV - V)));
    V = TV;
    it = it + 1;
end

G = k(I);
```

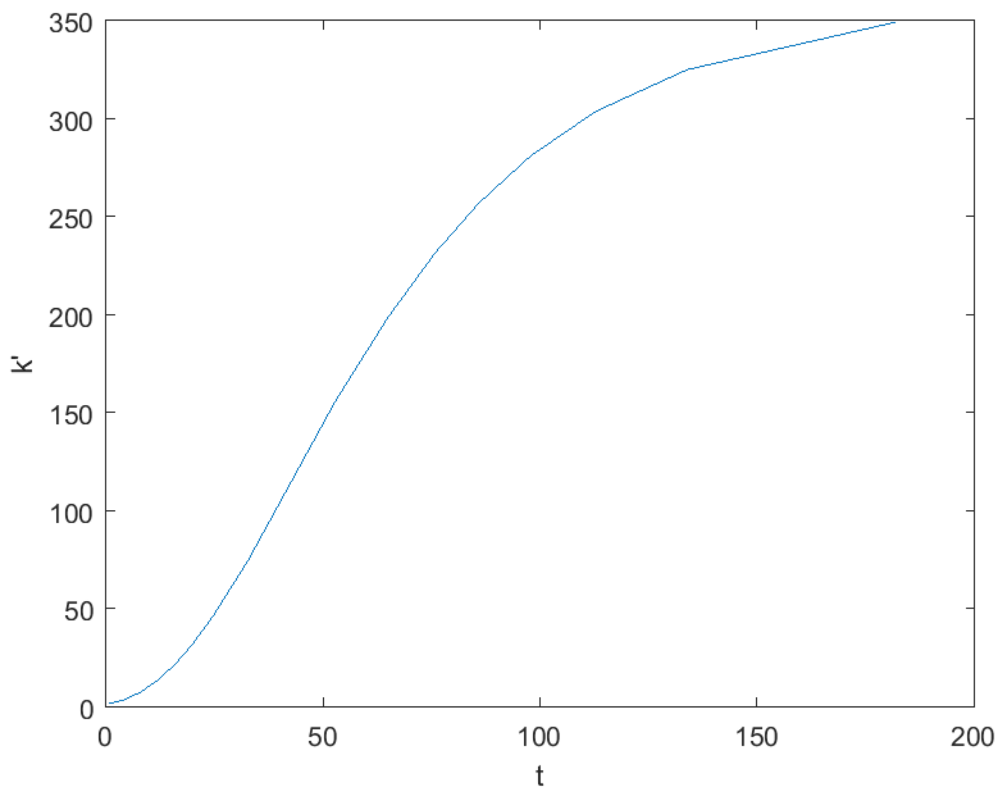
Assim, obtemos as seguintes funções valor e política:





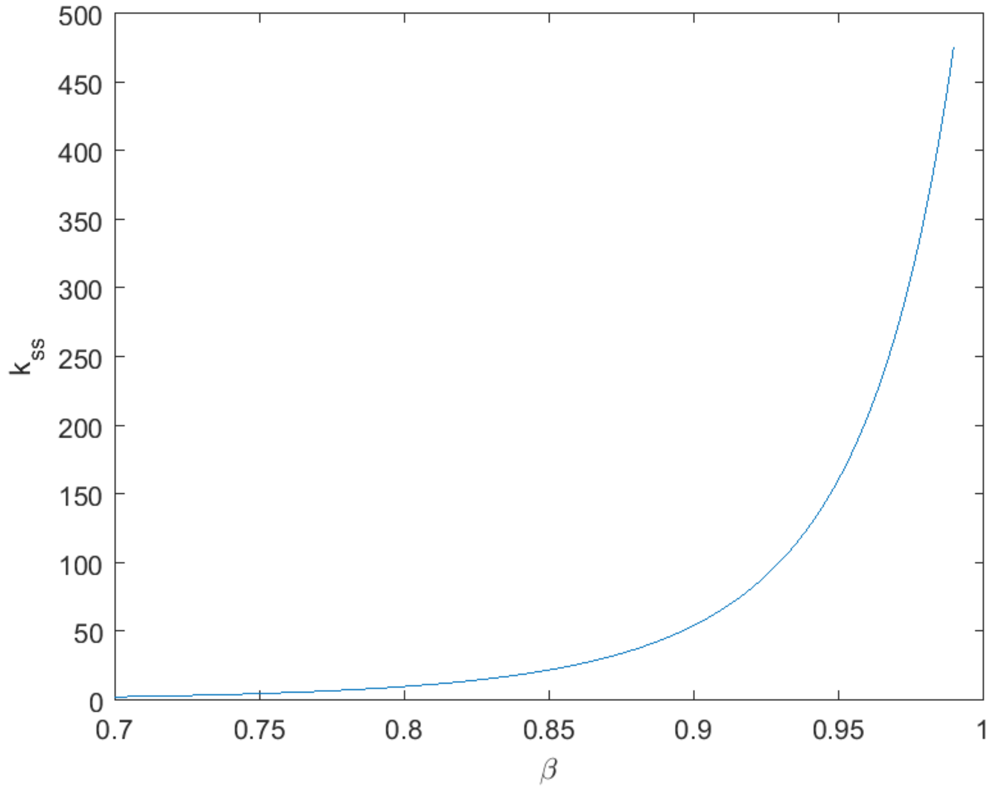
Item (v)

Com $k_0 = 2$, obtemos um nível de capital de estado estacionário $k_{ss} \approx 349.31$, ao qual estão associados o nível de produto $y_{ss} \approx 60.29$ e consumo $c_{ss} \approx 25.36$. O gráfico a seguir mostra a trajetória das escolhas de k' até o k_{ss}, quando $k_0 = 2$.



Item (vi)

Na equação (5) temos k_{ss} em função de β. Avaliando esta equação para valores de β entre 0.7 e 0.99 obtemos o gráfico a seguir.



Item (vii)

Conforme a equação 5, k_{ss} não depende de γ.